

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ
«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени В.И. ЛЕНИНА»

В.В. Бухмиров

ТЕПЛОМАССООБМЕН

Учебник

В двух томах

ТОМ II

Иваново 2025

УДК 621.167.1
Б 94

Бухмиров В.В.

Б 94 Тепломассообмен: Учебник в 2-х т. Т. II / ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2025. – 720 с. : ил.

ISBN 978-00062-551-4

ISBN 978-00062-552-4 (Т. 2)

В учебнике рассмотрен физический смысл процессов переноса теплоты и массы в пространстве и во времени, освещены базовые понятия и законы тепломассообмена (ТМО). Из-за ограниченности объема курса математические доказательства ряда утверждений в учебник не включены.

Предназначен для студентов дневного и заочного отделений ИГЭУ, изучающих тепломассообмен по направлению «Теплотехника и теплоэнергетика», а также может быть полезен для всех студентов при самостоятельном изучении курса ТМО.

Первое издание в качестве учебного пособия вышло в свет в 2014 году.

Табл. 25. Ил. 84. Библиогр.: 69 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»

Рецензенты:

Профессор кафедры «Теоретические основы теплотехники» НИУ «МЭИ» (г. Москва), д.т.н., проф. Очков В.Ф.

Профессор Инженерной школы энергетики НИУ «Томский политехнический университет», д.ф-м.н., проф. Кузнецов Г.В.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

T – температура, $^{\circ}\text{C}$ (К);

T_w – температура поверхности тела (стенки), $^{\circ}\text{C}$ (К);

T_f – температура флюида (теплоносителя), $^{\circ}\text{C}$ (К);

T_0 – начальная температура тела, $^{\circ}\text{C}$ (К);

T_n – температура насыщения, $^{\circ}\text{C}$ (К);

T_g – температура газа, $^{\circ}\text{C}$ (К);

T' и T'' – температуры теплоносителей на входе и выходе из теплообменного аппарата, $^{\circ}\text{C}$ (К);

\bar{T}_1 и \bar{T}_2 – средние температуры горячего и холодного теплоносителей, $^{\circ}\text{C}$ (К);

$\delta T_1 = T' - T''$ – изменение температуры горячего (охлаждающего) теплоносителя в теплообменнике, $^{\circ}\text{C}$ (К);

$\delta T_2 = T'' - T'$ – изменение температуры холодного (нагревающего) теплоносителя в теплообменнике, $^{\circ}\text{C}$ (К);

$\Delta \bar{T}$ – средняя разность температур между горячим и холодным теплоносителями (средний температурный напор) в теплообменнике, $^{\circ}\text{C}$ (К);

Q_t – количество теплоты (теплота, тепловая энергия), Дж;

Q – тепловой поток, Вт;

q – поверхностная плотность теплового потока, Вт/м²;

q_ℓ – линейная плотность теплового потока, Вт/м;

q_v – объемная плотность внутренних источников (стоков) теплоты, Вт/м³;

M_i – масса i -го компонента смеси, кг;

C_i – относительная массовая концентрация i -го компонента смеси, кг/кг;

ρ_i – объемная концентрация (парциальная плотность) i -го компонента смеси, кг/м³;

m_i – поток массы i -го компонента смеси, кг/с;

j_i – плотность потока массы i -го компонента смеси, кг/(с·м²);

τ – время, с;

λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); длина волны, м (мкм);

D_i – коэффициент диффузии i - того компонента смеси, м²/с;

k – коэффициент теплопередачи, Вт/(м²·К);

α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К);

β – коэффициент массоотдачи, м/с;

коэффициент, учитывающий отклонение излучения водяного пара от закона Бэра;

коэффициент объемного расширения, 1/К;

R – определяющий размер в задачах кондуктивного теплообмена (теплопроводности), м;

R_0 – определяющий размер в задачах конвективного теплообмена, м;

G – массовый расход флюида (теплоносителя), кг/с;

\bar{w} – средняя скорость движения флюида (теплоносителя), м/с;

f – площадь поперечного сечения канала для прохода флюида (теплоносителя), м²;

F – площадь поверхности теплообмена, м²;

V – объем, м³;

$g = 9,8$ м²/с – ускорение свободного падения;

H – высота вертикальной или длина наклонной поверхности, м;

ℓ – длина протяженного тела, м;

p_n – давление насыщения, Па;

r – удельная теплота фазового перехода, Дж/кг;

du (du') – изменение удельной внутренней энергии флюида (теплоносителя) в элементарном объеме, Дж/кг (Дж/м³);

dh (dh') – изменение удельной энталпии флюида (теплоносителя) в элементарном объеме, Дж/кг (Дж/м³);

c_p – удельная массовая изобарная теплоёмкость, Дж/(кг·К);

c_p' – удельная объемная изобарная теплоёмкость, Дж/(м³·К);

c_v – удельная массовая изохорная теплоёмкость, Дж/(кг·К);

c_v' – удельная объемная изохорная теплоёмкость, Дж/(м³·К);

а – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$;
а_{зв} – скорость звука, $\text{м}/\text{с}$;
ρ – плотность вещества, $\text{кг}/\text{м}^3$;
ρ' и ρ" – плотность жидкости и плотность пара на линии насыщения, $\text{кг}/\text{м}^3$;
ρ_п – плотность пара, $\text{кг}/\text{м}^3$;
ν – кинематический коэффициент вязкости, $\text{м}^2/\text{с}$;
μ – динамический коэффициент вязкости, $\text{Па}\cdot\text{с}$;
σ – коэффициент поверхностного натяжения, $\text{Н}/\text{м}$
и касательное напряжение трения, Па ;
σ_{ij} – тензор напряжений, Па ;
σ₀ – коэффициент излучения АЧТ, $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К}^4)$;
Q_{пад} и E_{пад} – поток и плотность потока излучения, падающие на поверхность тела, Вт и $\text{Вт}/\text{м}^2$;
Q_{отр} и E_{отр} – поток и плотность потока излучения, отраженные от поверхности тела, Вт и $\text{Вт}/\text{м}^2$;
Q_{погл} и E_{погл} – поток и плотность потока излучения, поглощенные телом, Вт и $\text{Вт}/\text{м}^2$;
Q_{проп} и E_{проп} – поток и плотность потока излучения, пропускаемые телом, Вт и $\text{Вт}/\text{м}^2$;
Q_{соб} (Q) – поток собственного излучения тела, Вт ;
E_{соб} (E) – плотность потока собственного излучения тела (лучеиспускательная способность тела; интегральная интенсивность излучения тела), $\text{Вт}/\text{м}^2$;
Q_{эф} и E_{эф} – поток и плотность потока эффективного излучения тела, Вт и $\text{Вт}/\text{м}^2$;
Q_{рез} и E_{рез} (q_w) – поток и плотность потока результирующего излучения тела, Вт и $\text{Вт}/\text{м}^2$;
E_λ – спектральная плотность потока собственного излучения (спектральная лучеиспускательная способность; спектральная интенсивность излучения тела), $\text{Вт}/\text{м}^3$;
A – поглощательная способность тела;
R – отражательная способность тела;

D – пропускательная способность тела;
 ε_λ и ε – спектральная и интегральная степени черноты тела;
 ε – коэффициент изотермического сжатия, 1/Па;
 x – степень сухости пара;
 x, y, z – декартовые координаты;
 r, φ, z – цилиндрические координаты;
 r, φ, ψ – сферические координаты.

Критерии (числа) подобия

$$Nu = \frac{\alpha R_0}{\lambda} \text{ – критерий Нуссельта;}$$

$$St = \frac{\alpha}{c_p \rho w} = \frac{\alpha}{c'_p w} \text{ – критерий Стантона;}$$

$$Re = \frac{w R_0}{v} \text{ – критерий Рейнольдса;}$$

$$Fr = \frac{g R_0}{w^2} \text{ – критерий Фруда;}$$

$$Ga = \frac{g R_0^3}{v^2} \text{ – критерий Галилея;}$$

$$Ar = Ga \frac{\Delta \rho}{\rho} \text{ – критерий Архимеда;}$$

$$Gr = \frac{g R_0^3}{v^2} \beta \Delta T \text{ – критерий Грасгофа;}$$

$$Pr = \frac{v}{a} - \text{критерий Прандтля};$$

$$Ra = Gr \cdot Pr - \text{критерий Рэлея};$$

$$\Theta = \frac{T_f - T}{T_f - T_0} - \text{безразмерная температура};$$

$$Bi = \frac{\alpha R}{\lambda_w} - \text{критерий Био};$$

$$Sk = \frac{\sigma_0 T^3 R}{\lambda_w} - \text{критерий Старка};$$

$$Sh = \frac{\beta R_0}{D_i} \left(Nu_D = \frac{\beta R_0}{D_i} \right) - \text{критерий Шервуда (диффузионный критерий Нуссельта);}$$

$$Fo_D = \frac{D_i \cdot \tau}{R_0^2} - \text{диффузионный критерий Фурье};$$

$$Pe_D = \frac{w R_0}{D_i} - \text{диффузионный критерий Пекле};$$

$$Sc = \frac{v}{D_i} \left(Pr_D = \frac{v}{D_i} \right) - \text{критерий Шмидта (диффузионный критерий Прандтля);}$$

$$Le' = \frac{Pr}{Sc} = \frac{D_i}{a} - \text{критерий Льюиса-Семенова;}$$

$$Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{a}{D_i} - \text{критерий Льюиса;}$$

$$Kn = \frac{\Lambda}{R_0} - \text{критерий Кнудсена;}$$

$$K = \frac{r}{c_p(T_h - T_w)} - \text{критерий Кутателадзе (критерий фазового перехода);}$$

$$Ra_L = \frac{gL_{kp}^3}{(v'')^2} \cdot \frac{v''}{a''} \cdot \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} \left(\frac{r + 0,5c_p''\Delta T}{c_p''\Delta T} \right) - \text{модифицированное}$$

число Рэлея;

$$Ri = \frac{Ar}{Re^2} - \text{критерий Ричардсона;}$$

$$Dn = Re \sqrt{\frac{r_{bh}}{R_{iz}}} - \text{критерий Дина.}$$

Индексы

f – текучая среда (капельная жидкость, газ, сыпучее тело);

w – поверхность (стенка);

пад – падающий;

погл – поглощенный;

отр – отраженный;

проп – пропущенный;

соб – собственный;

эф – эффективный;

рез – результирующий;

λ – спектральный, величина в диапазоне $d\lambda$ спектра;

θ – величина, характеризующая излучение абсолютно черного тела;

г – газ;

ж – жидкость;

н – параметры при температуре насыщения;

см – смесь;

ос – окружающая среда;

пл – параметры пленки конденсата;

п – параметры пара;

1 – параметры горячего теплоносителя;

2 – параметры холодного теплоносителя.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Первое издание учебника в виде учебного пособия для бакалавров «Тепломассообмен» вышло в 2014 году [33] и было востребовано студентами и специалистами теплотехниками. Второе издание состоит из пяти частей с сохранением двухуровневой структуры изложения информации. На первом уровне (часть 1) изложены основные понятия и определения тепломассообмена, приведена классификация решаемых задач, дана краткая характеристика математического описания процессов переноса теплоты и массы и рассмотрены экспериментальные и теоретические методы их решения. Подробно изложен расчет теплопередачи через непроницаемые стенки. Поэтому первую часть учебника можно считать студенческим минимумом знания предмета.

Во *второй* части учебника изложены методы расчета и моделирования *внутреннего* теплообмена в твердом теле за счет теплопроводности при наличии и отсутствии внутренних источников теплоты.

В *третьей* части приведены методы расчета и моделирования *внешнего* теплообмена в среде, окружающей твердое тело. К задачам внешнего теплообмена относят задачи конвективного теплообмена в однофазных текучих средах и при изменении агрегатного состояния, а также задачи радиационного теплообмена.

В *четвертой* части описана конструкция теплообменных аппаратов рекуперативного, регенеративного и смесительного типа и приведены инженерные методы расчета рекуператоров.

Пятая часть содержит дополнительную информацию о расчетах массообмена в твердых и текучих средах, основы которых приведены в первой части учебника, и методы аналогии решения задач тепломассообмена.

В *первый* том включены первая и вторая части учебника, а во *второй* том – третья, четвертая и пятая части учебника. Первый том учебника вышел из печати в 2023 году [45].

Настоящее издание первого и второго томов учебника включает в себя все материалы из первого издания учебного пособия по тепломассообмену [33], которое исправлено и расширено за счет более подробного изложения базовых понятий тепломассообмена.

Информация, дополняющая основной базовый материал курса, дана в виде «Замечаний» по тексту учебника, поэтому при начальном изучении предмета эту информацию можно опустить.

Учебник и учебное пособие для бакалавров [33] написаны на базе курса лекций по тепломассообмену, читаемого на кафедре «Теоретические основы теплотехники» Ивановского государственного энергетического университета. При работе над учебным пособием и учебником были использованы материалы классических учебников по тепломассообмену и теплопередаче [1–9, 11–13, 17, 18, 22, 46–53, 55, 59–61, 63], справочники по теплотехнике [15, 23, 26, 31, 32, 43, 58, 67], а также собственные труды автора [10, 20, 21, 33–39]. Отличие настоящего издания от известных учебников заключается в том, что при изложении учебного материала основной акцент сделан на пояснение физической сути процессов передачи теплоты и массы, на подробном пояснении использования формул в инженерных расчетах тепломассообмена и отсутствии громоздких математических выкладок.

Автор благодарен своим учителям В.А. Кривандину, В.А. Арутюнову, Л.А. Бровкину и В.М. Шипилову за их научный и методический дар и признателен коллегам и своим ученикам за помощь в издании учебника.

Автор

ВВЕДЕНИЕ

В окружающей нас среде, включая природу, технические устройства и системы жизнеобеспечения (быт людей), непрерывно происходит обмен энергией в механической, тепловой, электрической, электромагнитной, химической и других формах ее существования. При этом абсолютное значение энергии в любой замкнутой системе измерить нельзя, а это и не требуется! Для решения задач, так или иначе связанных с преобразованием энергии, необходимо знать и уметь находить (расчетным или опытным путем) *изменение энергии* в заданной равновесной или неравновесной термодинамической системе (ТДС). В равновесных ТДС изменение внутренней энергии рассчитывают по закону сохранения энергии (первое начало термодинамики), а в неравновесных системах используют эмпирические законы переноса субстанции (теплоты, массы, импульса) и закон ее сохранения для элементарного бесконечно малого объема вещества.

Теоретическая и экспериментальная база расчета изменения энергии в заданной равновесной или неравновесной термодинамической системе включает в себя три науки (дисциплины) – техническую термодинамику, тепломассообмен и механику жидкости и газа, которые для инженеро-теплотехника являются основными в его профессиональной деятельности.

Тепловую форму энергии (теплоту) изучает *теплотехника* – наука (общетехническая дисциплина) о методах и способах получения, передачи и использования теплоты, а также о технических устройствах, реализующих эти методы и способы.

В теплотехнике рассматривают два способа использования теплоты: *энергетический* и *технологический*.

При *энергетическом* использовании теплота служит для получения *механической работы*, которую применяют либо непосредственно для привода механизмов, либо преобразуют в *электрическую работу* (электрическую энергию) в электрогенераторе.

При *технологическом* или *непосредственном* использовании теплоты она служит для создания условий протекания технологических процессов в технических устройствах различного назначения, для изменения физических свойств тел путем их нагревания или охлаждения, для создания комфортных условий жизни и деятельности людей. К технологическому способу также относят использование теплоты в быту.

Процессы преобразования теплоты в механическую и электрическую работу изучает *техническая термодинамика* (ТТД). Классическая термодинамика изучает только равновесные системы, в которых изменение термодинамических параметров происходит бесконечно медленно, поэтому время, как параметр, не используют в термодинамических расчетах.

Процессы непосредственного использования теплоты изучает дисциплина *теплообмен*, которая позволяет рассчитать изменение теплоты в неравновесных термодинамических системах с переменным температурным полем в пространстве и времени.

Обмен веществом (массой) в системах с переменной концентрацией компонент вещества изучает наука *массообмен*. Законы переноса теплоты и массы аналогичны и поэтому их изучение объединяют в одну дисциплину *тепло-массообмен* (ТМО).

Расчеты теплообмена и массообмена при перемещении текучих сред (флюидов) требуют задания полей скорости и

давления в заданной расчетной области, информация о методах расчета которых изложена в дисциплине *механика жидкости и газа* (МЖГ).

Заметим, что процесс молекулярного переноса импульса аналогичен процессам молекулярного переноса теплоты и массы, что составляет суть тройной аналогии данных процессов.

При изучении любой технической дисциплины в основном используют два метода исследования: *феноменологический* и *статистический*.

Следуя *феноменологическому* методу, среду, в которой происходят физические процессы, представляют, как непрерывное вещество без учета его внутреннего строения. При этом для описания всех физических процессов используют *макрофизические* величины, которые, как правило, можно измерить (температура, давление, скорость, тепловой поток) или вычислить (внутренняя энергия, энталпия). Физические свойства вещества характеризуют коэффициентами, которые находят опытным путем и приводят в справочных таблицах в зависимости от температуры, а для газов в зависимости и от давления.

Статистический метод исследования рассматривает внутреннее *строение* вещества и использует понятия *микрофизической* природы (масса молекулы, число молекул и т.д.). Эта теория использует методы математической статистики и методы теории вероятности.

При изучении процессов тепломассообмена в теплотехнике в основном используют *феноменологический* метод исследования.

ЧАСТЬ 3

ВНЕШНИЙ ТЕПЛООБМЕН

К задачам *внешнего* теплообмена относят задачи расчета температурных полей и потоков теплоты в текучих средах (газах, капельных жидкостях и твердых сыпучих материалах) в процессе конвективного, радиационного и радиационно-конвективного теплообмена. В инженерных расчетах принимают допущение о независимости переноса теплоты конвекцией и излучением, поэтому тепловой эффект от конвективного и радиационного теплообмена равен сумме конвективного и лучистого тепловых потоков.

Конвективный теплообмен может происходить в однородных текучих средах и при изменении фазового состояния флюида.

В третьей части учебника рассмотрен расчет температурного поля и тепловых потоков в процессе конвективного теплообмена без изменения агрегатного состояния флюида (глава 7) и с учетом теплового эффекта при изменении фазового состояния текучей среды (глава 8). В главе 9 приведены основы математического описания переноса тепловой энергии за счет распространения электромагнитных волн в пространстве – основы расчета радиационного теплообмена.

ГЛАВА 7. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОДНОФАЗНЫХ ТЕКУЧИХ СРЕДАХ

§ 7.1. Основные понятия и определения

Конвекция теплоты в текучих средах (газах и капельных жидкостях) происходит за счет перемещения макрообъектов среды из области с одной температурой в область с

другой температурой. При этом текущую среду в расчетах конвективного теплообмена считают непрерывной *сплошной* средой, тепловое состояние которой можно характеризовать *температурным полем и полем градиента температуры* (вектором плотности теплового потока), как и при решении задачи теплопроводности в твердых телах.

Замечание. Для газов применимость модели сплошной среды определяют по значению критерия Кнудсена:

$$Kn = \frac{\Lambda}{R_0}, \quad (7.1)$$

где Λ – длина свободного пробега молекул в газе, м; R_0 – характерный размер расчетной области конвективного теплообмена, м.

При $Kn < 0,01$ принимают допущение о непрерывности (сплошности) газовой текущей среды, а при $Kn > 0,1$ газ считают разреженным, для которого неприменимы классические уравнения механики жидкости и газа (МЖГ). В этом случае расчеты выполняют по кинетическим уравнениям. Для переходной зоны $0,01 < Kn < 0,1$ уравнения МЖГ ещё применимы, но в расчетах надо учитывать, что на границе газ–твердая стенка в этом случае существует скачек скорости и температуры [9, 46].

Тепловой поток при конвективном теплообмене

Конвекция теплоты всегда протекает совместно с переносом теплоты теплопроводностью, потому что макрообъемы текущей среды состоят из микрочастиц среды, которая движется в переменном температурном поле. Сочетание конвекции и теплопроводности, наблюдаемое в текущих средах, называют *конвективным теплообменом*. Поэтому плотность теплового потока при конвективном теплообмене в *каждом элементарном объеме* текущей среды равна сумме кондуктивного и конвективного тепловых потоков:

$$\vec{q}_{\text{кто}} = \vec{q}_{\text{конд}} + \vec{q}_{\text{конв}} = -\lambda_f \nabla T_f + \rho \vec{w} \cdot d\vec{h}, \quad (7.2)$$

где $q_{\text{кто}}$ – плотность теплового потока при конвективном теплообмене, $\text{Вт}/\text{м}^2$; $q_{\text{конд}}$ – плотность теплового потока при кондуктивном (за счет теплопроводности) теплообмене в текучей среде, $\text{Вт}/\text{м}^2$; $q_{\text{конв}}$ – плотность теплового потока за счет конвекции текучей среды (флюида), $\text{Вт}/\text{м}^2$; λ_f – коэффициент теплопроводности флюида, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; ∇T_f – градиент температурного поля флюида, $\text{К}/\text{м}$; ρ – плотность флюида, $\text{кг}/\text{м}^3$; w – скорость движения флюида, $\text{м}/\text{с}$; $dh = c_p \cdot dT$ – изменение удельной энталпии элементарного объема флюида, $\text{Дж}/\text{кг}$; c_p – удельная массовая изобарная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$; dT – изменение температуры элементарного объема, $^{\circ}\text{C}$ (К).

Из анализа формулы (7.2) видно, что для расчета теплового потока при конвективном теплообмене необходимо предварительно рассчитать температурное поле текучей среды $T_f(x_i, \tau)$ и поле скорости флюида $\vec{w}(x_i, \tau)$, поэтому моделирование конвективного теплообмена включает в себя расчет теплообмена и решение задач механики жидкости и газа (расчет поля скорости).

Замечание. В учебнике для обозначения коэффициентов, характеризующих любую сплошную среду и текучую, и твердую, следуя традициям классиков учения о тепломассообмене М.В. Кирпичева, М.А. Михеева и А.И. Леонтьева [1, 2, 4], использованы нижние подстрочные индексы f – для текучих сред (*fluid* (нем.) – текучий) и w – для твердых тел (*wand* (нем.) – стена).

В теплотехнике наиболее часто встречается случай конвективного теплообмена между поверхностью твердого тела и обтекающим это тело флюидом. Этот вид конвективного теплообмена называют конвективной *теплоотдачей* и рассчитывают по закону теплоотдачи Ньютона [45],

который основан на пропорциональной зависимости теплового потока от разности температур стенки и флюида (перепада температур):

$$q_w = \alpha \cdot |T_f - T_w| = \alpha \cdot |\Delta T|, \quad (7.3)$$

где q_w – поверхностная плотность теплового потока, поступающего на твердое тело или уходящего с поверхности тела к текучей среде, $\text{Вт}/\text{м}^2$; α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; T_f – температура флюида за пределами теплового пограничного слоя, $^{\circ}\text{C}$ (К); T_w – температура поверхности тела (поверхности раздела фаз), $^{\circ}\text{C}$ (К).

В общем случае пропорциональная зависимость q_w и $|\Delta T|$ может не соответствовать действительности, но тем не менее закон теплоотдачи широко применяют в инженерных расчетах конвективного теплообмена.

Замечание. Термин «закон теплоотдачи Ньютона» не является отражением объективного закона природы и поэтому является условным. Формула теплоотдачи Ньютона удобна в инженерных расчетах, поскольку она связывает тепловой поток, поступающий на стенку или уходящий от стенки с ее температурой.

Интенсивность теплоотдачи характеризует коэффициент теплоотдачи (коэффициент теплообмена) α , который при решении внутреннего теплообмена (краевой задачи теории теплопроводности) входил в математическую запись граничных условий III рода и был задан [45]. В задачах конвективного теплообмена, наоборот, коэффициент теплоотдачи α является искомой величиной. Еще раз отметим, что коэффициент теплоотдачи α не имеет физического смысла и выступает в роли коэффициента пропорциональности в законе теплоотдачи Ньютона.

Для выявления связи коэффициента теплоотдачи α с температурным полем флюида, перепишем формулу (7.2)

для частного случая конвективного теплообмена около поверхности твердой стенки (для конвективной теплоотдачи). При этом допустим, что в области очень тонкого слоя текущей среды, примыкающей к стенке (области вязкого теплопроводного подслоя), скорость флюида равна нулю, что близко к реальности, потому что скорость флюида на стенке равна нулю (условие прилипания). Тогда в вязком подслое теплота передается только теплопроводностью. Учитывая, что в этом случае $q_{\text{кто}} = q_w$ получим:

$$q_w = -\lambda_f \nabla T_f \Big|_w = -\lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial n} \Big|_w, \quad (7.4)$$

где $\frac{\partial T_f}{\partial n} \Big|_w$ – градиент температуры флюида вблизи стенки (в области вязкого подслоя), К/м; n – направление нормали к поверхности твердого тела, м.

Приравнивая правые части формул (7.3) и (7.4) и выразив α , окончательно получим:

$$\alpha = -\frac{\lambda_f}{|\Delta T|} \cdot \frac{\partial T_f}{\partial n} \Big|_w \approx -\frac{\lambda_f}{|\Delta T|} \cdot \frac{(-\Delta T)}{\delta_{\text{ппс}}} = \frac{\lambda_f}{\delta_{\text{ппс}}}, \quad (7.5)$$

где $\Delta T = |T_f - T_w|$ – перепад температуры на границах теплового пограничного слоя, К; $\frac{(-\Delta T)}{\delta_{\text{ппс}}}$ – приближенное значение градиента температуры флюида, записанное с учетом знака градиента, К/м; $\delta_{\text{ппс}}$ – толщина теплового пограничного слоя, внутри которого температура изменяется от температуры стенки (T_w) до температуры флюида (T_f), м.

Если температурное поле флюида вблизи стенки (в области теплового пограничного слоя $0 \leq n \leq \delta_{\text{ппс}}$) известно,

то в этом случае по формуле (7.5) можно рассчитать коэффициент пропорциональности в законе теплоотдачи Ньютона – коэффициент теплоотдачи. Из формулы (7.5) следует, что для увеличения α следует применять текучие среды с большим коэффициентом теплопроводности λ_f .

Свободная и вынужденная конвекция

В зависимости от причины, вызывающей перемещение в пространстве текучей среды, различают конвекцию при вынужденном движении или *вынужденную конвекцию* и конвекцию при свободном движении или *свободную конвекцию*.

При *вынужденной конвекции* движение текучей среды происходит под действием внешней силы – разности давлений в потоке, которую создает какое-либо транспортирующее флюид устройство, например, вентилятор, насос, дымосос и т.п.

При *свободной конвекции* движение среды происходит без приложения внешней силы к флюиду, а вследствие разности плотностей различных объемов текучей среды, которая может возникать из-за переменного температурного поля флюида, потому что плотность вещества зависит от его температуры $\rho = f(T)$. Неравномерное температурное поле в объеме флюида создает переменное поле плотности и вследствие этого в поле земного тяготения происходит перемещение масс текучей среды с разной плотностью (более легкие макрообъемы флюида поднимаются вверх, а более тяжелые – опускаются вниз). В этом случае говорят о *свободной тепловой* или *естественной* конвекции.

Замечание. Переменную по объему плотность текучей среды можно создать и путем механического перемешивания сред с различной плотностью (например, при продувке жидкой стальной ванны кислородом). И в этом случае происходит свободная

конвекция флюидов, которая может протекать и в изотермических условиях.

Свободная конвекция флюидов может быть вызвана не только действием гравитационных сил на разные макрообъемы текучей среды, находящиеся в одном пространстве (неоднородным полем гравитационных сил), но и за счет действия массовых сил другой физической природы (центробежных, электромагнитных).

Режимы течения флюидов

В зависимости от *интенсивности движения* флюида различают два основных режима течения: *ламинарный* и *турбулентный*. Для большинства текучих сред (но не для всех!) существует и *переходный* от ламинарного к турбулентному режим течения.

Признаки *ламинарного режима* течения:

- макрообъемы (макрочастицы) среды движутся по плавным взаимно непересекающимся траекториям;
- параметры течения (температура, концентрация примесей, скорость и давление) являются гладкими функциями координат и времени;
- перенос субстанции (теплоты, массы и импульса) происходит за счет взаимодействия *микрочастиц* текучей среды (атомов, молекул, ионов и т.п.) и поэтому коэффициенты переноса субстанции (коэффициент температуропроводности, коэффициент диффузии, кинематический и динамический коэффициенты вязкости) являются физическими характеристиками вещества. Коэффициенты переноса субстанции для разных веществ определяют экспериментально и в зависимости от температуры приводят в справочниках.

Признаки *турбулентного режима* течения:

- макрообъемы (макрочастицы) среды движутся по сложным, ломанным, взаимно пересекающимся траекториям;

- параметры течения (температура, концентрация примесей, скорость и давление) являются пульсирующими функциями координат и времени;
- перенос субстанции (теплота, масса и импульс) происходит за счет взаимодействия макрообъемов текучей среды (турбулентных молей) и поэтому коэффициенты переноса субстанции (коэффициент температуропроводности, коэффициент диффузии, кинематический и динамический коэффициенты вязкости) зависят от самого режима движения и *не являются* физическими характеристиками вещества. Коэффициенты турбулентного переноса субстанции рассчитывают по *полуэмпирическим моделям турбулентности* [10].

Существование ламинарного или турбулентного режимов течения зависит от соотношения силы инерции $f_{ин}$ и силы трения $f_{тр}$, действующих в текучей среде. При условии $f_{ин} \ll f_{тр}$ существует ламинарный режим течения флюида и соответственно наоборот, при $f_{ин} \gg f_{тр}$ – турбулентный режим. Величина сил, действующих в движущемся потоке текучей среды, зависит от многих факторов, включая физические свойства флюида и краевые (начальные и граничные) условия в заданной расчетной области.

В переходном от ламинарного к турбулентному режиму течения наблюдается так называемая *перемежающаяся* турбулентность, при которой в одной и той же точке потока, но в разные моменты времени наблюдается либо ламинарное, либо турбулентное течение. При этом смена ламинарного и турбулентного режимов течения происходит неравномерно, как в объеме потока флюида, так и во времени.

Геометрия расчетной области

В зависимости от геометрии расчетной области можно выделить две группы задач:

- расчет конвективного теплообмена внутри труб и каналов;
- расчет конвективного теплообмена при внешнем обтекании твердых тел разной конфигурации.

Специальные задачи конвективного теплообмена

В учебнике приведены математическое описание и алгоритмы решения задач конвективного теплообмена в энергетических и теплотехнологических установках. В теории конвективного теплообмена существуют *специальные* разделы, в которых рассмотрены специфические характеристики и условия переноса теплоты при движении флюидов. Наиболее полный перечень *специальных* задач конвективного теплообмена, решение которых рассмотрено в специальной литературе, приведен А.В. Аметистовым в [51]:

- высокие скорости течения флюида, близкие к скорости звука в текучей среде и превышающие скорость звука;
- сверхкритические давления в потоке газа или капельной жидкости;
- течение разреженных газов при внешнем обтекании тел в авиационной и ракетной технике и при перемещении разреженного газа в замкнутом пространстве в вакуумной технике;
- течение неньютоновских жидкостей;
- специфические условия при переносе теплоты конвекцией (невесомость, инерционные перегрузки, вращающиеся системы);
- перенос теплоты конвекцией в химически реагирующих средах, включая горение твердого, жидкого и газообразного топлива;
- нестационарные процессы конвективного теплообмена.

Замечание. Конвективный теплообмен имеет место не только в газах и капельных жидкостях при наличии

неоднородного (переменного) температурного поля в заданной расчетной области, но и при перемещении твердых сыпучих материалов. При термообработке твердых сыпучих материалов (известняк, песок, цемент, керамзит и т.д.) также необходимо учитывать перенос теплоты за счет перемещения этих материалов в слое (конвективный теплоперенос в объеме слоя). При этом математическое описание конвективного теплообмена в слое сыпучего (дисперсного) материала принципиально отличается от математического описания конвективного теплообмена в сплошных текучих средах. Расчет теплообмена в слое сыпучего материала разработан в зависимости от технологии термообработки и приведен в специальной литературе [10].

§ 7.2. Физические свойства сплошных текучих сред

Уникальность вещества во всех фазовых состояниях (твердом, жидком, газообразном) определяется его физическими свойствами. Расчет любого физического процесса, в том числе и расчет ТМО, нельзя выполнить, если не известны физические характеристики вещества и их зависимость от параметров процесса – от температуры и давления. По образному выражению профессора Ивановского энергетического института Леонида Александровича Бровкина (1923 -1990 гг.) «физические коэффициенты, это гвозди, которыми мы прибиваем решение задачи к истине».

Физические характеристики сплошных сред (без учета внутреннего строения вещества) в зависимости от температуры и давления получены опытным путем и приведены в справочной литературе [15, 21, 43]. В настоящее время существуют также компьютерные базы данных по свойствам веществ во всех фазовых состояниях.

Физические свойства непрерывной текучей среды характеризуют следующие величины:

- плотность ρ , кг/м³ и удельный объем, v , м³/кг, которые связаны зависимостью $\rho \cdot v = 1$ [17];
- удельная массовая (c , Дж/(кг·К)) или удельная объемная (c' , Дж/(м³·К)) теплоемкости при постоянном давлении (изобарная, c_p и c'_p) или при постоянном объеме (изохорная, c_v и c'_v);
- коэффициент теплопроводности флюида λ_f , Вт/(м·К);
- коэффициент температуропроводности флюида a_f , м²/с;
- динамический коэффициент вязкости флюида μ , Па·с;
- кинематический коэффициент вязкости флюида v , м²/с;
- изотермический коэффициент сжатия вещества ϵ , 1/Па;
- температурный коэффициент объемного расширения вещества β , 1/К.

Плотность и удельная теплоемкость флюида

Числовые значения плотности вещества ρ и удельной массовой изобарной теплоемкости c_p текущих сред получены опытным путем и приведены в справочниках в зависимости от температуры [15, 21, 43]. Для газов, близких по свойствам к идеальным, удельную изохорную теплоемкость определяют расчетом по уравнению Майера $c_v = c_p - R$, где R – газовая постоянная [17].

Коэффициент теплопроводности

Интервалы значений коэффициента теплопроводности для сплошных сред различного агрегатного состояния (твердых, жидких и газообразных) приведены на рис. 7.1 в логарифмических координатах [12]. Анализ рисунка показывает, что наименьшие коэффициенты теплопроводности у газов и наибольшее значение у чистых (без примесей) металлов, что объясняется внутренним строением вещества. Наибольший

коэффициент теплопроводности у серебра (Ag), который при температуре $T = 300$ К равен $\lambda_{\text{Ag}} = 429$ Вт/(м·К) [43]. Отметим, что коэффициент теплопроводности металлов в сильной степени зависит от наличия примесей, которые ухудшают теплопроводные свойства вещества.

Замечание. В технике применяют и искусственно созданные *твердые* тела, как с очень высокими теплопроводными свойствами, например, графен ($\lambda_{\text{графен}} \approx 5000$ Вт/(м·К)), так и с очень низкими теплопроводными свойствами, у которых $\lambda < \lambda_{\text{воздух}}$ (аэрогели, аэрографит, металлическая микрорешетка).

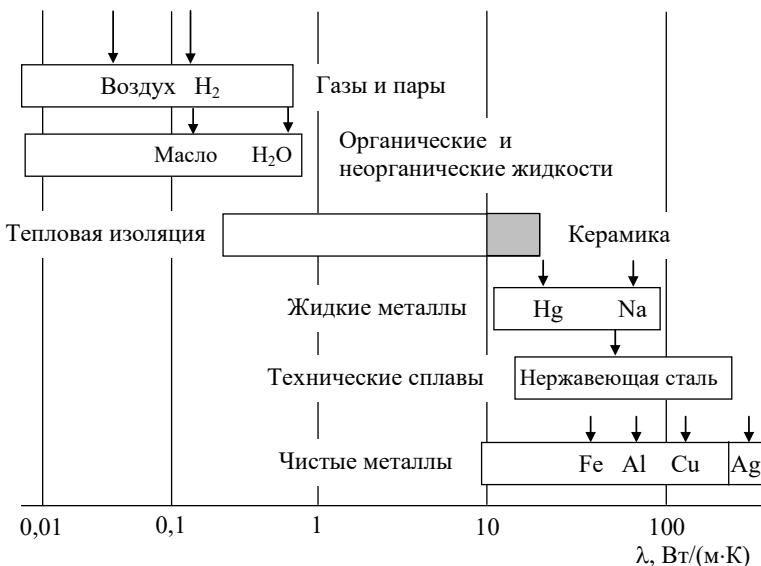


Рис. 7.1. Примерные значения коэффициента теплопроводности для сплошных сред (твердых, жидких и газообразных)

Значения коэффициента теплопроводности *газов*, используемых в теплотехнике, в зависимости от температуры и

давления приведены в справочном пособии [43]. Анализ данных этой таблицы показывает:

– при атмосферном давлении ($p = 0,1$ МПа) и температуре $T = 0^\circ\text{C}$ наименьшее значение λ наблюдается у ксенона $\lambda_{\text{Xe}} = 0,0052$ Вт/(м·К), а наибольшее у метана $\lambda_{\text{CH}_4} = 0,0304$ Вт/(м·К) (кроме водорода и гелия);

– с ростом температуры и давления коэффициент теплопроводности газов увеличивается и может достигать величины порядка $\lambda_f = 0,1$ Вт/(м·К). Например, у неона при $p = 0,1$ МПа и температуре $T = 800^\circ\text{C}$ – $\lambda_{\text{Ne}} = 0,118$ Вт/(м·К);

– коэффициент теплопроводности водорода и гелия больше, чем у других газов в $5 \div 30$ раз! При $p = 0,1$ МПа и температуре $T = 0^\circ\text{C}$ коэффициенты теплопроводности водорода и гелия соответственно равны $\lambda_{\text{H}_2} = 0,169$ Вт/(м·К) и $\lambda_{\text{He}} = 0,143$ Вт/(м·К). Максимальное значение коэффициента теплопроводности зафиксировано у водорода при $p = 50$ МПа и температуре $T = 1000^\circ\text{C}$ – $\lambda_{\text{H}_2} = 0,567$ Вт/(м·К) и у гелия при $p = 30,0$ МПа и температуре $T = 1000^\circ\text{C}$ – $\lambda_{\text{He}} = 0,427$ Вт/(м·К);

– коэффициент теплопроводности смеси газов $\lambda_{\text{г.с.}}$ не подчиняется закону аддитивности, поэтому его нельзя рассчитать, зная состав газовой смеси и коэффициенты теплопроводности газов, составляющих данную газовую смесь. Коэффициент $\lambda_{\text{г.с.}}$ определяют либо опытным путем, либо рассчитывают по теоретическим (аппроксимационным) формулам, например, формуле Мейсона–Саксена [13];

– коэффициент теплопроводности *водяного пара* и всех *реальных* газов зависит от температуры и давления и приведен в технических справочниках, например, в [15, 43]. С увеличением температуры и давления коэффициент

теплопроводности водяного пара в состоянии насыщения (сухой насыщенный водяной пар) растет и составляет при $T = 0^\circ\text{C}$ и $p = 611,7 \text{ Па}$ – $\lambda_{\text{в.п.}} = 0,0165 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, при $T = 100^\circ\text{C}$ и $p = 101,42 \text{ кПа}$ – $\lambda_{\text{в.п.}} = 0,0248 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, а в районе критической точки ($T_{\text{кр}} = 373,946^\circ\text{C}$ $p_{\text{кр}} = 22,064 \text{ МПа}$) при $T = 373^\circ\text{C}$ и $p = 21,813 \text{ МПа}$ $\lambda_{\text{в.п.}} = 0,504 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ [43].

Все жидкие текучие среды можно условно разделить на четыре группы:

- вода;
- органические жидкости (углеводороды);
- органические жидкости растительного и животного происхождения;
- неорганические жидкости;
- жидкие металлы.

Значения коэффициента теплопроводности перечисленных выше групп капельных жидкостей, используемых в теплотехнике, в зависимости от температуры и давления приведены в технической литературе и справочниках [15, 21, 43].

Анализ справочных данных показывает:

– коэффициент теплопроводности воды $\lambda_{\text{H}_2\text{O}}$ на линии насыщения сначала растет от $\lambda_{\text{H}_2\text{O}} = 0,562 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ при $T = 0^\circ\text{C}$ и $p = 611,7 \text{ Па}$ до $\lambda_{\text{H}_2\text{O}} = 0,6848 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ при $T = 140^\circ\text{C}$ и $p = 361,5 \text{ кПа}$, а затем уменьшается до значения $\lambda_{\text{H}_2\text{O}} = 0,534 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ при $T = 373^\circ\text{C}$ и $p = 21,813 \text{ МПа}$ (в районе критической точки). При атмосферном давлении $B = 760 \text{ мм. рт. ст.}$ ($p = 101,3 \text{ кПа}$) и в интервале температур $T = 0 \div 100^\circ\text{C}$ коэффициент теплопроводности воды изменяется незначительно в интервале $\lambda_{\text{H}_2\text{O}} = 0,551 \div 0,683 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$;

– коэффициент теплопроводности *капельных жидкостей* $\lambda_{\text{к.ж.}}$ (углеводороды, органические соединения растительного и животного происхождения, неорганические

соединения, водные и спиртовые растворы, нефтепродукты и т.д.) изменяется в широких пределах $\lambda_{к.ж.} = 0,05 \div 0,7$ Вт/(м·К). При этом минимальное значение $\lambda_{к.ж.}$ экспериментально получено у сложных органических соединений, например, у дигромтетрафторэтана ($C_2Br_2F_4$) при температуре $T = 100^{\circ}C$ – $\lambda_{к.ж.} = 0,049$ Вт/(м·К);

– коэффициент теплопроводности нефти и нефтепродуктов лежит в интервале значений $\lambda_{к.ж.} = 0,1 \div 0,2$ Вт/(м·К).

– у текучих сред из органических соединений растительного и животного происхождения (масло) коэффициент теплопроводности лежит в пределах $\lambda_{к.ж.} = 0,08 \div 0,3$ Вт/(м·К);

– коэффициент теплопроводности $\lambda_{к.ж.}$ *неорганических* жидкостей (водные растворы солей, кислот и щелочи) зависит от концентрации раствора и температуры и лежит в интервале: $\lambda_{соль} = 0,5 \div 0,65$ Вт/(м·К) для водных растворов солей; $\lambda_{кислота} = 0,2 \div 0,7$ Вт/(м·К) для водных растворов кислот; $\lambda_{щелочь} = 0,4 \div 0,65$ Вт/(м·К) для водных растворов оснований (щелочи). При этом, в зависимости от вида раствора, коэффициент теплопроводности может как увеличиваться, так и уменьшаться с ростом температуры и концентрации неорганического вещества;

– коэффициент теплопроводности жидких металлов на два порядка превышает коэффициент теплопроводности всех вышеперечисленных капельных жидкостей и лежит в пределах $\lambda_{ж.Ме.} = 6 \div 85$ Вт/(м·К). При этом, $\lambda_{ж.Ме.}$ с повышением температуры уменьшается у натрия, цезия, калия и увеличивается у лития, ртути, галлия и свинца;

– коэффициент теплопроводности у большинства капельных жидкостей с повышением температуры уменьшается за исключением глицерина [5];

— у обычной и тяжелой воды, а также у некоторых сплавов натрия и калия зависимость $\lambda = f(T)$ носит экстремальный характер. Сначала λ возрастает с повышением температуры и, достигнув своего максимального значения при некоторой температуре T_{\max} , начинает убывать;

— с повышением давления коэффициент теплопроводности капельных жидкостей незначительно возрастает и в инженерных расчетах этой зависимостью можно пренебречь.

Замечание. В ряде научных и учебных изданий вместо термина «коэффициент теплопроводности», который характеризует интенсивность переноса теплоты в процессе *теплопроводности*, используют термин «теплопроводность», что методически неверно, потому что теплопроводность есть *процесс* переноса теплоты. Очевидно, что термин «теплопроводность» для обозначения λ появился в ряде современных изданий при буквальном переводе словосочетания «*thermal conductivity*», используемого в англоязычной научно-технической литературе для обозначения коэффициента теплопроводности.

Коэффициент температуропроводности

Коэффициент температуропроводности (а) определяют экспериментально или рассчитывают по формуле, которая справедлива для всех тел (твердых, жидких и газообразных):

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} = \frac{\lambda}{c'_p}, \quad (7.6)$$

где λ — коэффициент теплопроводности, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; ρ — плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$; c_p — удельная массовая изобарная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$; $c'_p = \rho \cdot c_p$ — удельная объёмная изобарная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{м}^3\cdot\text{К})$.

Коэффициент вязкости

При движении реальных флюидов (газов и капельных жидкостей) возникают силы трения между слоями текучей среды, вследствие *вязкости* среды. При этом работа по преодолению сил трения переходит в теплоту (диссипация энергии). В механике жидкости и газа (МЖГ) *вязкость* текучей среды характеризуют двумя коэффициентами – *динамическим* коэффициентом вязкости (μ) и *кинематическим* коэффициентом вязкости (ν), которые связаны между собой формулой:

$$\mu = \rho \cdot \nu; \quad \nu = \mu / \rho, \quad (7.7)$$

где μ – динамический коэффициент вязкости, Па·с; ρ – плотность вещества, кг/м³; ν – кинематический коэффициент вязкости, м²/с.

При ламинарном течении флюида касательное напряжение трения (напряжение сдвига) между слоями движущейся среды согласно закону вязкого трения Ньютона (1687г.) равно:

$$\sigma_{yx} = \mu \frac{\partial w_x}{\partial y} = \rho \nu \frac{\partial w_x}{\partial y}, \quad (7.8)$$

где σ_{yx} – касательное напряжение трения, Па; $\frac{\partial w_x}{\partial y}$ – производная скорости флюида w_x (вдоль оси Ox) в направлении, перпендикулярном направлению сдвига – поперек потока (вдоль оси Oy), с⁻¹.

Закон вязкого трения показывает, что касательное напряжение трения пропорционально динамическому коэффициенту вязкости и градиенту функции $w_x = f(y)$, который имеет максимальное значение в области пристенного пограничного слоя.

Замечание. В самом общем случае, используя тензорную форму записи, обобщенный закон трения Ньютона записывают в виде [4, 13]:

$$\sigma_{ij} = -\left(p + \frac{2}{3}\mu \cdot \operatorname{div}(\vec{w})\right) \cdot \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right), \quad (7.9)$$

где $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3$; δ_{ij} – символ Кронекера, который равен $\delta_{ij} = 1$, если $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$, если $i \neq j$.

Текущие среды, подчиняющиеся закону вязкого трения Ньютона, называют *ニュтоновскими* жидкостями. И, наоборот, текущие среды, в которых не действует закон трения Ньютона, называют *неньютоновскими* жидкостями (очень вязкие жидкости, смазки, краски, растворы органических (пищевых) и неорганических полимеров, суспензии).

Замечание. Наука, которая изучает текущие и упругие свойства тел во всех агрегатных состояниях (твердом, жидком и газообразном), получила название *реология*. Реология наряду с теорией упругости (ТУ), теорией пластичности (ТП), механикой жидкости и газа (МЖГ) является разделом физики – механика сплошных сред (МСС). В *реологии* классификация всех текущих сред основана на анализе зависимости вязких напряжений (напряжений сдвига) σ_{ji} от градиента скорости поперек потока $\partial w_i / \partial x_j$, которая в общем случае имеет вид:

$$\sigma_{ji} = \mu \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_j} \right)^n, \quad (7.10)$$

где n – показатель степени.

Если показатель степени в формуле (7.10) равен единице ($n = 1$), то получаем линейный закон $\sigma_{ji} = \mu \cdot (\partial w_i / \partial x_j)$, который носит название закона трения Ньютона, а текущие среды, которые подчиняются этому закону, называют, соответственно, *ニュтоновскими* жидкостями. Если показатель степени в формуле (7.10) не равен единице ($n \neq 1$), то получаем нелинейный закон

$\sigma_{ji} = f(\partial w_i / \partial x_j)$ и такие текучие среды называют *неньютоновскими* жидкостями. При этом, если показатель степени в формуле (7.10) меньше единицы ($n < 1$), то такие текучие среды называют *пвседопластиками*. А если показатель степени в формуле (7.10) больше единицы ($n > 1$), то такие текучие среды называют *дилатантными* жидкостями.

Существуют особая группа *неньютоновских* жидкостей (*тиксотропные* и *реопексные*), у которых напряжение сдвига изменяется с течением времени. У *тиксотропных* жидкостей σ_{ji} уменьшается во времени при постоянной скорости деформирования, а у *реопексных текучих сред* – увеличивается.

Расчет тепломассообмена в *неньютоновских* жидкостях чрезвычайно сложная и интересная задача, рассмотрение которой выходит за рамки классического учебника по ТМО.

Вязкость текучих сред (газов и капельных жидкостей) зависит от природы вещества и от изменения температуры и давления. Коэффициенты, которые характеризуют вязкость флюидов (динамический и кинематический коэффициенты вязкости) в зависимости от температуры и давления находят экспериментально и приводят в справочниках или представляют в виде аналитических зависимостей разного вида, аппроксимирующих опытные данные. Например, формула Сазерленда [4], аппроксимирующая зависимость динамического коэффициента вязкости газов от температуры $\mu(T)$ имеет вид:

$$\mu(T) = \mu_0 \frac{T_0 + C}{T + C} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2}, \quad (7.11)$$

где $\mu(T)$ – динамический коэффициент вязкости газа при заданной температуре T , Па·с; μ_0 – динамический коэффициент вязкости газа при контрольной температуре T_0 , Па·с; T – заданная температура, К; T_0 – контрольная температура, К; C – постоянная Сазерленда (приведена в справочниках для ряда газов). Например, для воздуха при

$T_0 = 293,15 \text{ К}$ постоянная Сазерленда равна $C = 120$, а $\mu_0 = 18,1 \cdot 10^{-6} \text{ Па}\cdot\text{с}$.

Формула Сазерленда применима для воздуха и ряда газов (N_2 , O_2 , CO_2 , CO , H_2 , NH_3 , SO_2 , He) в диапазоне температур $T = 0 \div 573 \text{ К}$ и при давлениях менее $3,5 \text{ МПа}$ с погрешностью, не превышающей 10%.

У неразреженных газов, которые можно рассматривать как сплошную непрерывную среду (критерий Кнудсена $\text{Kn} < 0,01$), динамический коэффициент вязкости μ увеличивается с повышением температуры и в интервале давлений $0,1 \div 10 \text{ МПа}$ слабо зависит от давления. Однако при высоких давлениях газов (до 50 МПа) μ превышает свое значение при $p = 0,1 \text{ МПа}$ в $1,5 \div 2$ раза.

Кинематический коэффициент вязкости v газа зависит от его плотности ρ , которая в сильной степени зависит от давления. Поэтому если теплоносителем является газ, то кинематический коэффициент вязкости v следует рассчитывать по формуле $v = \mu / \rho$, подставляя в нее табличное значение $\mu(T)$ и плотность газа ρ , рассчитанную по уравнению состояния идеального газа [17]:

$$pv = RT; \quad p = \rho RT; \quad \rho = p / (RT), \quad (7.12)$$

где R – газовая постоянная, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$.

Динамический коэффициент вязкости μ капельных жидкостей существенно зависит от температуры и в меньшей степени – от давления. При этом с ростом температуры μ капельных жидкостей уменьшается, а с ростом давления незначительно увеличивается. Например, для воды при увеличении давления в 100 раз по сравнению с атмосферным давлением (до 10 МПа) динамический коэффициент вязкости воды возрастает всего на 4%. При давлении 30 МПа динамический коэффициент вязкости μ возрастает на 15%, а при давлении

80 МПа – в полтора раза. Для всех капельных жидкостей в диапазоне давлений 0 \div 5 МПа динамический коэффициент вязкости увеличивается не более чем на 10% и поэтому в инженерных расчетах зависимость $\mu = f(p)$ у капельных жидкостей не учитывают.

Зависимость кинематического коэффициента вязкости от температуры и давления $\nu = f(T, p)$ у капельных жидкостей аналогична зависимости динамического коэффициента вязкости от температуры и давления $\mu = f(T, p)$, то есть с ростом температуры кинематический коэффициент вязкости уменьшается и слабо зависит от давления.

Значение коэффициентов динамической вязкости капельных жидкостей значительно превышает коэффициент динамической вязкости газов $\mu_{\text{кап.ж.}} \gg \mu_{\text{газ.}}$. Однако соотношение коэффициентов кинематической вязкости капельных жидкостей и газов обратное – $\nu_{\text{кап.ж.}} \ll \nu_{\text{газ.}}$. Например, сравнивая коэффициенты вязкости при температуре $T = 20^\circ\text{C}$ и давлении $p = 0,1 \text{ МПа}$ для двух самых распространенных теплоносителей воды и воздуха, получим, что $\mu_{\text{H}_2\text{O}} > \mu_{\text{в-х}}$ в 1000 раз, но $\nu_{\text{H}_2\text{O}} < \nu_{\text{в-х}}$ в 15 раз, потому что $\rho_{\text{H}_2\text{O}} > \rho_{\text{в-х}}$ примерно в 830 раз.

Замечание. В расчетах гидравлического сопротивления трубопроводов также применяют (наиболее часто в нефтяной и химической промышленности) внесистемную единицу для характеристики вязкости текучей среды – *условный градус вязкости*, который обозначают, как ${}^\circ\text{E}$ и измеряют в *градусах Энглера*, ${}^\circ\text{ВУ}$. Для перевода условных градусов вязкости ${}^\circ\text{E}$ (градусов Энглера, ${}^\circ\text{ВУ}$) в единицы кинематического коэффициента вязкости ν , $\text{м}^2/\text{с}$ существуют эмпирические формулы $\nu = f({}^\circ\text{E})$ и специальные таблицы перевода.

Коэффициент изотермического сжатия

На интенсивность переноса теплоты и массы влияет *сжимаемость* текучих сред, которую характеризуют изотермическим (при постоянной температуре $T = \text{пост}$) коэффициентом сжатия вещества ε , 1/Па:

$$\varepsilon = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \approx \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\Delta \rho}{\Delta p} \right)_T, \quad (7.13)$$

где ρ – плотность вещества, кг/м³; p – давление, Па.

Анализ формулы (7.13) показывает, что изотермический коэффициент сжатия представляет собой относительное изменение плотности вещества при изменении давления и постоянной температуре. Изотермические коэффициенты сжатия у капельных жидкостей меньше коэффициентов сжатия у газов на несколько порядков. Например, у воды при температуре $T = 15^\circ\text{C}$ в интервале давлений $p = 0,1 \div 2,5$ МПа коэффициент сжатия равен $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} = 4,9 \cdot 10^{-10} \approx 5 \cdot 10^{-10}$ 1/Па. При нормальных условиях изотермический коэффициент сжатия воздуха равен $\varepsilon_{\text{в-х}} = 1 \cdot 10^{-5}$ 1/Па. Таким образом коэффициент сжимаемости воздуха больше коэффициента сжимаемости воды в 20000 раз ($\varepsilon_{\text{в-х}} / \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \cdot 10^{-5} / 5 \cdot 10^{-10} = 20000$).

Расчет по формуле (7.13) показывает, что повышение давления воды на $\Delta p = 0,1$ МПа = 10^5 Па приведет к незначительному относительному изменению плотности воды на величину $\Delta \rho / \rho \approx \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \Delta p = 5 \cdot 10^{-10} \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^{-5}$. Аналогичное повышение давления воздуха на $\Delta p = 10^5$ Па приводит к относительному изменению плотности воздуха на величину $\Delta \rho / \rho \approx \varepsilon_{\text{в-х}} \cdot \Delta p = 1 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5 = 1$, то есть абсолютное

изменение плотности равно плотности воздуха $\Delta\rho = \rho$. Поэтому плотность воздуха при новом давлении $p_{\text{нов}} = 2 \cdot 10^5$ Па равна $\rho_{\text{нов}} = \rho + \Delta\rho = 2\rho$.

Отметим, что в расчетах конвективного тепломассообмена в газовых средах важное значение имеет не способность газа сжиматься, а величина изменения давления по сравнению с абсолютным давлением. В инженерных расчетах при малых относительных изменениях давления газы считают *несжимаемыми сплошными средами*.

При больших скоростях движения газовых потоков в расчетах конвективного теплообмена необходимо учитывать тепловые эффекты при сжимаемости газа и теплоту диссипации из-за внутреннего трения слоев флюида. Максимальную скорость газа, при которой можно считать газ несжимаемой средой определяют по критерию Маха (M):

$$M = \frac{w}{a_{3B}}, \quad (7.14)$$

w – скорость течения газа, м/с; a_{3B} – скорость звука, м/с.

Скорость звука в твердых, жидких и газовых средах зависит от температуры. Например, скорость звука в воздухе при $T = 0^\circ\text{C}$ и $p = 101325$ Па (760 мм. рт. ст.) равна $a_{3B} = 331,5$ м/с, а при том же давлении и температуре $T = 100^\circ\text{C}$ – $a_{3B} = 387,1$ м/с. Температура воздуха, а следовательно, и скорость звука изменяется сложным образом по высоте над поверхностью Земли. Это обстоятельство необходимо учитывать в расчетах ТМО летательных аппаратов в атмосфере Земли.

В зависимости от критерия Маха применяют следующую градацию скоростей: дозвуковая ($M < 0,8$), трансзвуковая ($M = 0,8 \div 1,2$), скорость звука ($M = 1,0$), сверхзвуковая

скорость ($M = 1,2 \div 5,0$), гиперзвуковая скорость ($M = 5,0 \div 8,8$) и гиперскорость ($M = 8,8 \div 25,0$).

В инженерных расчетах тепломассообмена газовые теплоносители в теплотехнических установках рекомендуют считать *несжимаемыми* при дозвуковых скоростях $w < (0,25 \div 0,3) \cdot a_{3B}$ для которых критерий Маха $M < (0,25 \div 0,3)$.

Замечание. Ориентируясь на порядок величины скорости звука в воздухе и допустимый интервал числа Маха $M < (0,25 \div 0,3)$ сжимаемость технических газов не учитывают при скоростях потоков менее 100 м/с.

Температурный коэффициент объемного расширения

В расчетах конвективного теплообмена необходимо учитывать тепловое расширение текущих сред в переменном температурном поле. Тепловое или объемное расширение характеризуют температурным (тепловым) коэффициентом объемного расширения при постоянном давлении или изобарным коэффициентом объемного теплового (термического) расширения (β). В теплотехнике коэффициент β называют кратко *коэффициентом объемного расширения*:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \approx -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\Delta \rho}{\Delta T} \right)_p, \quad (7.15)$$

или

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \approx \frac{1}{V} \cdot \left(\frac{\Delta V}{\Delta T} \right)_p, \quad (7.16)$$

где β – коэффициент объемного расширения, K^{-1} ; ρ – плотность флюида, kg/m^3 ; T – температура флюида, K ; V – конечный объем текущей среды, m^3 .

Знак «минус» в формуле (7.15) показывает, что с увеличением температуры флюида его плотность уменьшается (при $T \uparrow \Rightarrow \rho \downarrow$) и поэтому изменение плотности является отрицательной величиной ($\Delta\rho = \rho - \rho_0 < 0$), потому что $\rho < \rho_0$, где ρ_0 – плотность флюида при начальной температуре T_0 .

Анализ формул (7.15) и (7.16) показывает, что коэффициент объемного расширения β характеризует относительное изменение плотности или относительное изменение объема флюида при изменении его температуры на один градус при постоянном давлении.

Для большинства капельных жидкостей (вода, техническое масло, глицерин, нефть) коэффициент объемного расширения β величина положительная, которая лежит в интервале значений $\beta = (1 \div 20) \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, то есть относительно небольшая величина.

Коэффициент β зависит от температуры и от плотности капельной жидкости. Например, для воды при $T = 20^\circ\text{C}$ коэффициент объемного расширения равен $\beta = 1,82 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, а при температуре $T = 80^\circ\text{C}$ коэффициент объемного расширения $\beta = 6,32 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, что позволяет сделать вывод о том, что коэффициент β с ростом температуры увеличивается. Коэффициент объемного расширения нефти с плотностью $\rho = 700 \div 719,9 \text{ кг/m}^3$ при температуре $T = 20^\circ\text{C}$ равен $\beta = 12,25 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, а при той же температуре $T = 20^\circ\text{C}$ и большей плотности $\rho = 980 \div 1000 \text{ кг/m}^3$ коэффициент объемного расширения уменьшается до значения $\beta = 5,26 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, что позволяет сделать вывод о том, что с ростом плотности коэффициент β уменьшается.

Замечание. Тепловое или термическое (температурное) расширение характерно для всех тел твердых, жидких и газообразных. Как правило, увеличение температуры приводит и к увеличению объема тела ($\beta > 0$). Однако существуют вещества, которые при повышении температуры не расширяются, а наоборот, сжимаются. У таких веществ коэффициент объемного расширения является отрицательным ($\beta < 0$). Например, у воды при повышении температуры от $T = 0^{\circ}\text{C}$ до $T = 4^{\circ}\text{C}$ плотность не уменьшается, а увеличивается от $\rho = 999,841 \text{ кг}/\text{м}^3$ до $\rho = 999,973 \text{ кг}/\text{м}^3$, что объясняется изменением молекулярного строения воды в этом диапазоне температур. У ряда твердых материалов (углепластик, резина, кварц при сверхнизких температурах) тоже наблюдается отрицательный коэффициент теплового расширения. Существует и третья группа тел (ферро-никелевые сплавы), у которых в некотором диапазоне температур отсутствует изменение объема с повышением температуры ($\beta \approx 0$).

Коэффициент объемного расширения промышленных газов, близких по своим свойствам к идеальному газу, рассчитывают по формуле (7.15), которая с учетом уравнения состояния идеального газа (7.12) $\rho = p / (RT)$ принимает вид:

$$\beta = -\frac{1}{p/(RT)} \left(\frac{\partial(p/(RT))}{\partial T} \right) = -\frac{p/R}{p/(RT)} \cdot \left(-\frac{1}{T^2} \right) = \frac{1}{T}, \quad (7.17)$$

где T – температура газа в Кельвинах!

Коэффициент поверхностного напряжения

Капельные жидкости в отличие от газов сохраняют свой объем и имеют свободную поверхность, поэтому физические свойства капельных жидкостей можно разделить на две группы – *объемные* и *поверхностные*. *Объемные* свойства капельных жидкостей «сжимаемость» и «тепловое (объемное) расширение» рассмотрено выше. *Поверхностные* свойства капельных жидкостей проявляются в возникновении

поверхностного натяжения на границе раздела данной капельной жидкости с газом, включая собственный пар, с другой капельной жидкостью или с твердым телом. Контактирующая с капельной жидкостью среда (газообразная, жидкая или твердая) влияет на поверхностное натяжение данной капельной жидкости, поэтому поверхностное натяжение *не является физической характеристикой* вещества. Поверхностное натяжение – это характеристика тонкого граничного слоя между фазами разных веществ или разными фазами одного и того же вещества.

Замечание. Натяжение на границе раздела данной капельной жидкости с газом или с другой жидкостью, не смешивающейся с исходной капельной жидкостью, называют *поверхностным натяжением* жидкости, а на границе капельная жидкость – твердое тело *межфазным натяжением*. Заметим, что поверхностный слой твердого тела на границе с газом характеризуется поверхностным натяжением *твердого* тела. Поверхностное натяжение твердых тел превышает поверхностное натяжение капельных жидкостей.

В инженерных расчетах наиболее часто рассматривают поверхностное натяжение на границе *капельная жидкость – газ*. При этом, если газом является собственный пар жидкости, то в этом случае поверхностное натяжение рассматривают только как свойство этой капельной жидкости, потому что влияние газа (пара) на формирование поверхностного слоя жидкости незначительное.

Свойство капельных жидкостей создавать поверхностное натяжение на межфазной границе используют в расчетах теплообмена при конденсации и кипении, а также для расчета течения жидких флюидов в капиллярах (в сосудах малого диаметра).

Поверхностное натяжение характеризуют *коэффициентом поверхностного натяжения*, который обозначают σ , измеряют в [Н/м] и приводят в справочниках [15, 16, 21].

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от свойств капельной жидкости (наличия примесей), температуры и свойств *контактирующей* среды. Например, при контакте воды с собственным насыщенным паром или с воздухом при температуре $T = 20^\circ\text{C}$ коэффициент поверхностного натяжения равен $\sigma = 72,7 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$, а при той же температуре, но при контакте воды с жидким бензолом и с жидким эфиром коэффициент поверхностного натяжения воды уменьшается и равен $\sigma = 34 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$ для бензола и $\sigma = 12 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$ для жидкого эфира, соответственно. Если ртуть граничит с собственным паром, то $\sigma = 480 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$, если граничит с воздухом, то $\sigma = 472 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$, а при контакте ртути с водой в жидком состоянии $\sigma = 427 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$. Приведенные примеры значений коэффициента поверхностного натяжения воды и ртути показывают, что наибольший σ имеет место у капельной жидкости на границе с собственным паром в состоянии насыщения.

У большинства жидких металлических теплоносителей коэффициент поверхностного натяжения больше, чем у воды в несколько раз. Например, при температуре $T = 40^\circ\text{C}$ и контакте с собственными парами у воды $\sigma_{\text{H}_2\text{O}} = 69,6 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$, у ртути $\sigma_{\text{Hg}} = 475 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$, а у галлия $\sigma_{\text{Ga}} = 712,1 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$. Однако у цезия в интервале температур $T = 30 \div 1300^\circ\text{C}$ коэффициент поверхностного натяжения лежит в пределах $\sigma_{\text{Cs}} = 71,1 \cdot 10^{-3} \div 11,6 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$, то есть имеет тот же порядок значений, что и у воды при температуре до 100°C .

При повышении температуры поверхностное натяжение капельной жидкости уменьшается и при критической температуре (температура, при которой плотности жидкости и пара равны) исчезает. Например, у воды при

температуре $T = 20^\circ\text{C}$ коэффициент поверхностного натяжения равен $\sigma = 72,7 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$, при температуре $T = 100^\circ\text{C}$ равен $\sigma = 58,86 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$, а при температуре $T = 373^\circ\text{C}$, близкой к критической температуре, очень мал и составляет величину $\sigma = 0,06 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$.

Повышение давления газов над поверхностью жидкости уменьшает коэффициент поверхностного натяжения, а при понижении давления газа коэффициент σ возрастает.

Замечание. Поверхностное натяжение для системы капельная жидкость – газ характеризует стремление жидкости уменьшить свою потенциальную энергию на границе раздела с газовой фазой за счет сокращения площади свободной поверхности. Сила поверхностного натяжения действует по контуру, который мысленно можно выделить на поверхности капельной жидкости. Поэтому коэффициент поверхностного натяжения можно определить, как энергию поверхностного слоя, отнесенную к единичной площадке и как силу поверхностного натяжения, отнесенную к единице контура:

$$\sigma = \frac{dE_{\text{пов}}}{dF}, \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}} \right]; \quad \sigma = \frac{df}{d\ell}, \left[\frac{\text{Н}}{\text{м}} \right], \quad (7.18)$$

где $E_{\text{пов}}$ – потенциальная энергия поверхностного слоя капельной жидкости, Дж; dF – единичная площадка, м^2 ; f – сила поверхностного натяжения, Н; $d\ell$ – единица длины контура, м.

§ 7.3. Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена

В расчетах конвективного теплообмена для характеристики однофазной химически однородной текучей среды используют три параметра:

– поле температуры $T(x_i, \tau)$;

- поле скорости $\vec{w}(x_i, \tau) = w_x \vec{i} + w_y \vec{j} + w_z \vec{k}$;
- поле давления $p(x_i, \tau)$,

где x_i – ортогональная система координат (например, для декартовой системы координат $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$;

τ – время.

Для расчета температуры, давления и в общем случае всех трех составляющих вектора скорости необходимо решить пять дифференциальных уравнений конвективного теплообмена:

- дифференциальное уравнение переноса энергии в текучей среде – уравнение Фурье–Кирхгофа;
- дифференциальное уравнение переноса импульса в текучей среде – уравнение Навье–Стокса для трех составляющих вектора скорости;
- дифференциальное уравнение неразрывности (сплошности).

Замечание. При расчете конвективного теплообмена в газовых потоках необходимо учитывать уравнение состояния идеального газа. Тогда решается система из *шести* уравнений – пяти дифференциальных и одного алгебраического уравнения (7.12).

В текучей среде, состоящей из многокомпонентной смеси, конвективный теплообмен происходит совместно с диффузией. В этом случае плотность флюида зависит не только от температуры, но и от концентрации компонент смеси, поэтому к исходной системе уравнений надо добавить уравнение диффузии для компонент смеси. Например, для двухкомпонентной смеси к системе уравнений конвективного теплообмена достаточно добавить уравнение диффузии для одной из компонент и уравнение сохранения массы $C_1 + C_2 = 1$, где C_1 и C_1 – относительная массовая концентрация первого и второго компонента смеси.

Для решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена необходимо задать условия однозначности (см. § 7.3.3).

§ 7.3.1. Дифференциальное уравнение переноса энергии в текучей среде

Структура и содержание дифференциальных уравнений переноса теплоты и массы рассмотрено в главе 3 первого тома учебника [45]. Дифференциальное уравнение переноса теплоты в сплошной текучей среде в самом общем случае представляет собой баланс тепловой внутренней энергии в элементарном объеме dV за время dt в процессе теплообмена кондукцией (теплопроводностью), конвекцией и излучением:

$$d^2Q_\tau = d^2Q_{\tau, \text{конд}(f)} + d^2Q_{\tau, \text{конв}} + d^2Q_{\tau, \text{изл}} + d^2Q_{\tau, \text{ист}}, \quad (7.19)$$

где d^2Q_τ – изменение теплоты (внутренней энергии или энталпии) в dV за dt , Дж; $d^2Q_{\tau, \text{конд}(f)}$ – поступление или уход теплоты кондукцией в текучих средах (f) в dV за dt , Дж; $d^2Q_{\tau, \text{конв}}$ – поступление или уход теплоты конвекцией в текучих средах в dV за dt , Дж; $d^2Q_{\tau, \text{изл}}$ – поступление или уход теплоты излучением в dV за dt , Дж; $d^2Q_{\tau, \text{ист}}$ – поступление или уход теплоты за счет действия внутренних источников или стоков теплоты в dV за dt , Дж.

В классических инженерных расчетах принимают допущение о независимости конвективного и лучистого переноса тепловой энергии, поэтому расчет конвективного и радиационного теплообмена выполняют независимо друг от друга, а результирующий тепловой поток находят суммированием конвективного и лучистого тепловых потоков. Поэтому при изучении конвективного теплообмена примем $d^2Q_{\tau, \text{изл}} = 0$ в дифференциальном уравнении (7.19). Заметим, что в текучих лучепрозрачных средах слагаемое в

уравнении (7.19) также равно нулю ($d^2Q_{\tau, \text{изл}} = 0$).

Дифференциальное уравнение переноса энергии только за счет конвективного теплообмена (кондукции и конвекции) принимает вид:

$$d^2Q_{\tau} = d^2Q_{\tau, \text{конд}(f)} + d^2Q_{\tau, \text{конв}} + d^2Q_{\tau, \text{ист}}, \quad (7.20)$$

где $d^2Q_{\tau, \text{конд}(f)}$ – поступление или уход теплоты кондукцией (теплопроводностью) в текучих средах в dV за $d\tau$, Дж; $d^2Q_{\tau, \text{ист}}$ – поступление энергии за счет действия внутренних источников (электрические источники, электромагнитные поля, диссипация механической энергии внутреннего трения и т.д.) в dV за $d\tau$, Дж.

Дифференциальные уравнения переноса тепловой энергии в газах и капельных жидкостях несколько отличаются из-за разной сжимаемости текучих сред (см. § 7.3). Раскрывая содержание всех слагаемых балансового уравнения теплоты (7.20) и записывая дифференциальное уравнение переноса энергии в газах в векторной форме записи для единицы объема в единицу времени, получим [9]:

– для изохорного процесса ($\mathbf{v} = \text{пост}$)

$$\rho c_v \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla T \right) = \text{div} [\lambda \text{grad}(T)] + q_v + \mu \Phi - p \text{div}(\vec{w}); \quad (7.21)$$

– для изобарного процесса ($\mathbf{p} = \text{пост}$)

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla T \right) = \text{div} [\lambda \text{grad}(T)] + q_v + \mu \Phi + \frac{dp}{d\tau}, \quad (7.22)$$

где $\rho c_v \partial T / \partial \tau \equiv [d^2Q_{\tau} / (dV \cdot d\tau)]$ – слагаемое в левой части уравнения (7.21), которое отражает нестационарность процесса конвективного теплообмена и характеризует

изменение *внутренней энергии* элементарного объема газа во времени; $\rho c_p \partial T / \partial \tau \equiv \left[d^2 Q_\tau / (dV \cdot d\tau) \right]$ – слагаемое в левой части уравнения (7.22), которое отражает нестационарность процесса конвективного теплообмена и характеризует изменение *энтальпии* элементарного объема газа во времени; $\rho c_v \vec{w} \nabla T \equiv \left[d^2 Q_{\tau, \text{конв}} / (dV \cdot d\tau) \right]$ – конвективный член уравнения (7.21), учитывающий перенос *внутренней энергии* за счет движения газа; $\rho c_p \vec{w} \nabla T \equiv \left[d^2 Q_{\tau, \text{конв}} / (dV \cdot d\tau) \right]$ – конвективный член уравнения (7.22), учитывающий перенос *энтальпии* за счет движения газа; $\text{div}[\lambda \cdot \text{grad}(T) \equiv \left[d^2 Q_{\tau, \text{конд(f)}} / (dV \cdot d\tau) \right]$ – диффузионный член уравнения, учитывающий перенос теплоты теплопроводностью; $q_v \equiv \left[d^2 Q_{\tau, \text{ист}} / (dV \cdot d\tau) \right]$ – источниковый член уравнения, учитывающий поступление или убыль энергии за счет действия внутренних источников или стоков теплоты (q_v); $\mu \Phi$ – слагаемое, которое определяет работу вязких напряжений (работу трения) и вследствие этого происходит *диссипация* (рассеивание) кинетической энергии течения и нагрев газа; μ – динамический коэффициент вязкости газа; $\Phi = f(\vec{w})$ – диссипативная функция [9, 13]; слагаемые « $-p \text{div}(\vec{w})$ » в уравнении (7.21) и « $dp / d\tau$ » в уравнении (7.22) представляют собой работу сжатия (расширения) газа [9].

Замечание. Диссипативную функцию Φ рассчитывают по известному полю скорости. Формула расчета диссипативной функции для трехмерных полей скорости весьма громоздка и приведена во многих учебных и научных изданиях, например, в [9, 13]. Для одномерного течения диссипативную функцию Φ и

теплоту трения, которую обозначим через ε , рассчитывают по формулам [13]:

$$\Phi = \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right)^2; \quad \varepsilon = \mu \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right)^2. \quad (7.23)$$

Слагаемые $\mu\Phi$, $\rho \operatorname{div}(\vec{w})$ и $\frac{dp}{dt}$ в уравнении переноса *внутренней энергии* (7.21) и в уравнении переноса *энтальпии* в значительной степени зависят от скорости движения среды. В разделе § 7.2 было показано, что для скоростей газов менее 100 м/с, которые характерны для энергетических и теплотехнологических агрегатов, эти слагаемые в расчетах теплообмена *не учитывают* в силу их малости.

Капельные жидкости можно считать несжимаемыми текучими средами и поэтому удельные изохорные и изобарные теплоемкости отличаются незначительно ($c_v \approx c_p = c$). Дифференциальное уравнение переноса тепловой энергии (энтальпии) для капельных жидкостей и для газов со скоростями менее 100 м/с имеет вид:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{w} \nabla T \right) = \operatorname{div} [\lambda \operatorname{grad}(T)] + q_v. \quad (7.24)$$

Дифференциальное уравнение (7.20) представляет баланс энергии в заданном элементарном объеме dV за время dt и поэтому все составляющие теплового баланса измеряют в Джоулях [Дж], а слагаемые дифференциальных уравнений переноса энергии в текучей среде (7.21), (7.22) и (7.24) выражают баланс энергии в единице объема [м^3] за единицу времени [с] и имеют размерность [$\text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с}) = \text{Вт}/\text{м}^3$].

Дифференциальное уравнение переноса тепловой энергии в движущейся текучей среде (газ или капельная жидкость) в любой форме записи в теплотехнике получило название дифференциального уравнения Фурье–Кирхгофа.

Принимая допущение о независимости физических свойств текучей среды от температуры ($\rho, c_p, \neq f(T)$) и отсутствии в потоке внутренних источников теплоты ($q_v = 0$) дифференциальное уравнение Фурье–Кирхгофа (7.24) принимает вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla T = a \nabla^2 T, \quad (7.25)$$

где $\frac{\partial T}{\partial \tau}$ – слагаемое, которое отражает нестационарность процесса конвективного теплообмена; слагаемое $\vec{w} \nabla T$ – конвективный член уравнения энергии, учитывающий перенос энергии за счет перемещения макрообъемов текучей среды; слагаемое $a \nabla^2 T$ – диффузионный член уравнения, учитывающий перенос теплоты теплопроводностью; $a = \lambda / (\rho c_p)$ – коэффициент температуропроводности текучей среды, $\text{м}^2/\text{с}$; ρ – плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$; c_p – удельная массовая изобарная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

Замечание. Для неподвижной среды ($\vec{w} = 0$) уравнение Фурье–Кирхгофа переходит в дифференциальное уравнение теплопроводности – дифференциальное уравнение Фурье.

В дифференциальное уравнение Фурье–Кирхгофа, как известный параметр, входит поле скорости флюида, которое находят решением системы дифференциальных уравнений движения сплошной среды.

§ 7.3.2. Дифференциальные уравнения движения текучей среды

Дифференциальные уравнения движения текучих сплошных сред изучает наука *механика жидкости и газа*

(МЖГ). Поле скорости, необходимое для решения задачи конвективного теплообмена, находят решением системы из двух уравнений – уравнения сохранения массы (уравнение неразрывности или сплошности) и уравнения переноса импульса (уравнение Навье–Стокса).

§ 7.3.2.1. Уравнение неразрывности

Уравнение *неразрывности* выражает закон сохранения массы вещества в элементарном объеме dV текучей *сплошной* среды за бесконечно малое время $d\tau$, поэтому это уравнение также называют уравнением *сплошности*. Без вывода запишем уравнение неразрывности в общем виде для флюидов с переменной плотностью ($\rho = \text{var}$):

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \text{div}(\rho \vec{w}) = 0 \quad (7.26)$$

или, раскрывая оператор **div**, получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \rho \cdot \text{div}(\vec{w}) + \vec{w} \cdot \text{grad}(\rho) = 0. \quad (7.27)$$

Все слагаемые в формулах (7.26) и (7.27) отражают изменение массы в элементарном объеме dV за бесконечно малый интервал времени $d\tau$ и поэтому имеют размерность [кг/(м³·с)].

Для несжимаемой текучей среды плотность вещества величина постоянная $\rho = \text{пост}$ и не равна нулю $\rho \neq 0$. Поэтому для этих условий из формулы (7.27) получаем $\rho \cdot \text{div}(\vec{w}) = 0$ или с учетом $\rho \neq 0$:

$$\text{div}(\vec{w}) = 0. \quad (7.28)$$

Например, в декартовой системе координат уравнение неразрывности для несжимаемых флюидов имеет вид:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (7.29)$$

Замечание. Интегральная форма записи уравнения неразрывности (7.26) для нестационарных и стационарных потоков имеет вид [13]:

– для нестационарного течения

$$\int_f \rho w_n df = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dV; \quad (7.30)$$

– для стационарного течения правая часть (7.30) равна нулю

$$\int_f \rho w_n df = 0, \quad (7.31)$$

где V – контрольный объем, м^3 ; f – площадь поверхности контрольного объема, м^2 ; w_n – проекция вектора скорости на направление внешней нормали к элементарной площадке df , м/с ; ρ – плотность, кг/м^3 ; τ – время, с .

При течении теплоносителя по каналу произвольного, но постоянного поперечного сечения $f = \text{пост}$, из формулы (7.31) получаем часто используемое в инженерных расчетах уравнение расхода (интегральное уравнение неразрывности):

$$G = \rho \bar{w} \cdot f, \quad (7.32)$$

где G – массовый расход теплоносителя, кг/с ; \bar{w} – средняя по сечению канала скорость течения флюида, м/с ; f – площадь поперечного сечения канала, м^2 .

§ 7.3.2.2. Уравнение переноса импульса (уравнение Навье–Стокса)

Вывод уравнения Навье–Стокса основан на законе сохранения количества движения (импульса) для фиксированной массы M текучей среды. Согласно этому закону,

изменение импульса во времени происходит из-за действия внешних сил на элементарный объем массой M :

$$\frac{d\vec{I}}{d\tau} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}}; \quad M \frac{d\vec{w}}{d\tau} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}}; \quad (7.33)$$

или

$$M\vec{a} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}}, \quad (7.34)$$

где $\vec{I} = M\vec{w}$ – импульс, кг·м/с; \vec{w} – скорость, м/с; τ – время, с; $\vec{f}_{\text{внешн}}$ – внешние силы ($\vec{f}_g, \vec{f}_p, \vec{f}_{tp}$), действующие на элементарный объем флюида, H ; $\vec{a} = \frac{d\vec{w}}{d\tau}$ – ускорение, м/с².

Дифференциальное уравнение переноса импульса в векторной форме имеет вид:

$$\frac{\partial(M\vec{w})}{\partial\tau} = \vec{f}_{\text{ин}} + \vec{f}_g + \vec{f}_p + \vec{f}_{tp}, \quad (7.35)$$

где M – масса элементарного объема, кг; $\vec{f}_{\text{ин}}$ – сила инерции, H ; \vec{f}_g – сила тяжести (объемная сила поля земного тяготения), H ; \vec{f}_p – сила давления, H ; \vec{f}_{tp} – сила трения, H .

Запишем без вывода уравнение Навье–Стокса для элементарного объема массой $M = 1$ кг (отнесем все слагаемые уравнения (7.35) к массе M флюида) в векторной форме для несжимаемых текучих сред с постоянной плотностью ($\rho = \text{пост.}$) в виде:

$$\frac{\partial\vec{w}}{\partial\tau} + \vec{w}\nabla\vec{w} = \vec{g} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{w}; \quad (7.36)$$

или

$$\frac{D\vec{w}}{D\tau} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + v \nabla^2 \vec{w}; \quad (7.37)$$

где $\frac{D\vec{w}}{D\tau} = \frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla \vec{w}$ – полная (субстанциональная) производная скорости; $\partial \vec{w} / \partial \tau$ – локальная производная скорости; $\vec{w} \nabla \vec{w}$ – конвективная производная скорости.

В уравнении движения текучей среды (7.36) все слагаемые имеют размерность $\left[\frac{m}{c^2} = \frac{kg}{kg} \cdot \frac{m}{c^2} = \frac{N}{kg} \right]$ и представляют собой массовую плотность силы (силу, отнесенную к массе флюида $\vec{f} = \vec{f} / M$):

– $\partial \vec{w} / \partial \tau \equiv \vec{f}_{\text{лок}}$ – нестационарный член уравнения, характеризует изменение импульса элементарного объема во времени и имеет смысл локальной силы, N/kg ;

– $\vec{w} \nabla \vec{w} \equiv \vec{f}_{\text{ин}}$ – конвективный член уравнения, характеризует силу инерции, N/kg ;

– $\vec{g} \equiv \vec{f}_g$ – слагаемое, имеющее смысл объемной или массовой силы (силы тяжести), N/kg ;

– $\frac{1}{\rho} \nabla p \equiv \vec{f}_p$ – слагаемое, которое характеризует силу давления, N/kg ;

– $v \nabla^2 \vec{w} \equiv \vec{f}_{\text{тр}}$ – диффузионный член уравнения, характеризует силу трения, N/kg .

Замечание. Знак « \equiv » нужно читать, как «соответствует» или «характеризует».

§ 7.3.3. Условия однозначности, необходимые для решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена

Для выделения единственного решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена (7.24), (7.26) и (7.36) (для расчета температуры, скорости и давления T , \vec{w} и p) необходимо задать:

- размеры расчетной области (геометрию потока и время конвективного теплообмена);
- физические свойства текучей среды;
- закон изменения внутренних источников теплоты (в частном случае, если внутренние источники в текучей среде отсутствуют, то $q_v = 0$);
- краевые условия (начальное условие и граничные условия).

Начальное условие задает распределение температуры, скорости и давления флюида в начальный момент времени конвективного теплообмена во всей расчетной области:

$$T(x_i, \tau = 0) = T_0(x_i); \quad (7.38)$$

$$\vec{w}(x_i, \tau = 0) = \vec{w}_0(x_i); \quad (7.39)$$

$$p(x_i, \tau = 0) = p_0(x_i). \quad (7.40)$$

Для параметров T , \vec{w} и p , входящих в дифференциальные уравнения Фурье–Кирхгофа и Навье–Стокса, граничные условия задают на свободных (вход и выход потока) и твердых, ограничивающих флюид, поверхностях.

Для решения уравнения переноса энергии текучей средой на *свободных* поверхностях и на *твердых*, ограничивающих поток стенках, задают температуру (граничные условия I рода) и тепловые потоки (граничные условия II рода).

При решении сопряженных задач внутреннего и внешнего теплообмена задают граничные условия IV рода, отражающие тепловой баланс в зоне вязкого подслоя теплового пограничного слоя. Граничные условия IV рода для решения внешней задачи теплообмена рассмотрены ранее [45] и имеют вид:

$$\lambda_w \frac{\partial T_w}{\partial x_1} \Big|_w = \lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial x_1} \Big|_w, \quad (7.41)$$

где λ_w – коэффициент теплопроводности твердого тела, Вт/(м·К); λ_f – коэффициент теплопроводности текучей среды в вязком подслое, Вт/(м·К); $\frac{\partial T_w}{\partial x_1} \Big|_w$ – градиент температуры в *твердом теле* на внешней границе, К/м; $\frac{\partial T_f}{\partial x_1} \Big|_w$ – градиент температуры в *текущей среде* на границе с *твердым телом* (в вязком подслое пограничного слоя), К/м.

При решении дифференциального уравнения Навье–Стокса и уравнения неразрывности параметры потока давление и скорость на свободных поверхностях расчетной области (на участках входа и выхода потока флюида в заданный объем) должны быть либо заданы, либо рассчитаны методом последовательных приближений.

Скорость флюида на твердых, ограничивающих текущую среду поверхностях, равна нулю в силу условия прилипания:

$$w \Big|_{\Gamma_p} = 0, \quad (7.42)$$

где символ $\Big|_{\Gamma_p}$ обозначает поверхность твердого тела.

Давление флюида на твердых, ограничивающих течение поверхностях, в принципе, не имеет смысла, поэтому в первом приближении для расчета поля давления, как правило, задают граничное условие в области гидродинамического пограничного слоя в форме:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\text{гр}} = 0, \quad (7.43)$$

где \mathbf{n} – направление нормали к твердой поверхности в заданной точке; символ $|_{\text{гр}}$ обозначает поверхность твердого тела.

§ 7.3.4. Методы решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена

Все методы решения задач тепломассообмена, включая и задачи конвективного теплообмена, можно подразделить на *теоретические* и *экспериментальные*. Теоретические методы, основанные на математическом описании тепломассообмена, включают в себя *аналитические* и *численные* методы.

Аналитическое решение системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена с соответствующими условиями однозначности в общем случае не получено. В специальной литературе известны аналитические решения весьма ограниченного числа частных случаев конвективного теплообмена при ламинарном течении флюида в приближении пограничного слоя.

В настоящее время для моделирования теплообмена в текучих средах применяют численные методы решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена, оформленные в виде вычислительных комплексов

(пакетов прикладных программ), изучение которых выходит за рамки учебника.

Экспериментальные методы исследования тепломассообмена (*метод аналогии* и *метод теории подобия*) основаны на двух принципиально разных подходах к созданию физической модели процесса (см. главу 3 [45]). Для решения задач конвективного теплообмена используют и теоретические и экспериментальные методы. При этом *метод аналогии* применяют при моделировании граничных условий III рода (расчет термического сопротивления теплоотдачи) в задачах стационарной и нестационарной теплопроводности при заданном коэффициенте теплоотдачи.

Систему дифференциальных уравнений конвективного теплообмена Фурье–Кирхгофа и Навье–Стокса используют в качестве методологической базы при экспериментальном определении температуры, скорости и давления текучей среды *методом теории подобия*.

§ 7.4. Инженерный метод расчета конвективного теплообмена

Инженерный метод расчета конвективного теплообмена основан на экспериментальном определении теплового потока между текучей средой и твердой непроницаемой стенкой в процессе конвективной теплоотдачи (см. § 7.1). При этом для расчета коэффициента *конвективной теплоотдачи* используют *метод теории подобия*, изложенный в третьей главе учебника [45].

§ 7.4.1. Применение теории подобия для расчета конвективного теплообмена

При расчете и проектировании теплообменных устройств, как правило, требуется рассчитать тепловой

поток при конвективной теплоотдаче от флюида к стенке или, наоборот, от стенки к флюиду по формуле, аналогичной формуле (7.3):

$$Q = \alpha \cdot |T_f - T_w| \cdot F_w \quad \text{или} \quad q = \alpha \cdot |\Delta T|, \quad (7.44)$$

где $|\Delta T| = |T_w - T_f|$ – модуль разности температур между стенкой и флюидом, $^{\circ}\text{C}$ (К); T_w – температура поверхности теплообмена (стенки), $^{\circ}\text{C}$ (К); T_f – температура текущей среды (флюида) вдали от стенки, $^{\circ}\text{C}$ (К); Q – тепловой поток, Вт; q – поверхностная плотность теплового потока, $\text{Вт}/\text{м}^2$; F – площадь поверхности теплообмена, м^2 ; α – средний коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

При заданных геометрических размерах системы теплообмена, температурах стенки и текущей среды задача расчета теплового потока сводится к определению коэффициента теплоотдачи α .

Коэффициент теплоотдачи находят, используя закон Ньютона, предварительно определив опытным путем тепловой поток при теплоотдаче и разность температур между стенкой и флюидом:

$$\alpha = \frac{Q}{\Delta T \cdot F}. \quad (7.45)$$

Для получения функциональной зависимости коэффициента конвективной теплоотдачи α от всех параметров, характеризующих сложные системы конвективного теплообмена, необходимо выполнить бесконечное множество экспериментов, поскольку коэффициент теплоотдачи α зависит от многих параметров (времени, координат поверхности, скорости, температуры, физических свойств среды и т.д.):

$$\alpha = f(\tau, x_i, \vec{w}, T, v, \lambda, \rho, \dots). \quad (7.46)$$

Для уменьшения числа независимых переменных учеными была разработана *теория подобия* процессов кондуктивного, конвективного и радиационного теплообмена, а также и процессов массообмена (см. главу 3 учебника [45]).

Теория подобия оперирует с безразмерными комплексами – *критериями* или *числами подобия*, которые получают на основе дифференциальных уравнений переноса энергии, импульса и массы.

Критерий подобия – безразмерный комплекс, который характеризует отношение физических эффектов и представляет собой меру отношения физических эффектов (см. главу 3 учебника [45]).

Согласно теории подобия экспериментальное определение коэффициента теплоотдачи выполняют на физических моделях, в которых реализован процесс той же физической природы, что и в объекте моделирования (образце). Поэтому теория подобия дает правила моделирования и позволяет распространить результаты ограниченного числа экспериментов на группу подобных явлений.

Замечание. Эксперименты по определению теплового потока и температурного поля твердых поверхностей и текучих сред, необходимые для расчета коэффициента теплоотдачи по формуле (7.45), можно выполнять непосредственно на действующем объекте. Однако, во-первых, требования технологии, как правило, не позволяют (или сильно ограничивают) варьирование параметров, от которых зависит процесс конвективной теплоотдачи. Во-вторых, на опасных производствах экспериментальное исследование конвективного теплообмена вредит здоровью и может быть опасно для жизни. И, в-третьих, опытное исследование физического эффекта, в принципе, невозможно на вновь проектируемом объекте. Поэтому опыты проводят на физических моделях, в которых воспроизводится изучаемый процесс. При этом физические модели построены по правилам и требованиям теории подобия.

Все критерии подобия подразделяют на две основные группы: *определяемые* и *определяющие*. *Определяемые* критерии рассчитывают на основе экспериментальных данных, полученных при заданных *определяющих* критериях. В теории подобия выделяют и группу *независимых* критериев, к которым относят безразмерные координаты и безразмерное время. Заметим, что при решении обратных задач конвективного теплообмена, безразмерное время может быть определяемым критерием.

В общем случае критериальное уравнение подобия можно записать в виде формулы (см. главу 3 учебника [45]):

$$Kr_0 = f(Kr_{\tau}, X_i, Kr_1, Kr_2, Kr_3, \dots), \quad (7.47)$$

где Kr_0 – определяемый критерий (число подобия), в качестве которого в расчетах конвективной теплоотдачи выступает безразмерный коэффициент теплоотдачи; Kr_{τ} – безразмерное время; X_i – безразмерные координаты; Kr_1, Kr_2, Kr_3, \dots – определяющие критерии, характеризующие процесс конвективного теплообмена.

Замечание. *Определяемые* критерии подобия также называют *числами подобия*.

Теория подобия (ТП) – это наука, которую применяют для решения задач во всех областях физики. В развитие методов теории подобия применительно к решению задач теплообмена большой вклад внесли российские ученые М.В. Кирпичев, М.А. Михеев, Л.С. Эйтгенсон, А.А. Гухман и многие другие [1, 2]. Основные идеи (положения) теории подобия можно сформулировать в виде *двух требований* и *одного правила*, которые в отечественной литературе объединяют и называют теоремой Кирпичева–Гухмана (см. главу 3 учебника [45]).

Требования теоремы Кирпичева–Гухмана к решению задачи конвективного теплообмена (конвективной теплоотдачи) можно сформулировать так:

– требуется построить опытную установку (модель), в которой происходит конвективный теплообмен между флюидом и стенкой (конвективная теплоотдача);

– экспериментальный стенд должен быть построен таким образом, чтобы в процессе конвективной теплоотдачи в *модели и объекте моделирования* было выполнено геометрическое, кинематическое (подобие скоростей), динамическое (подобие сил) и тепловое подобие (подобие температурных полей и тепловых потоков).

При выполнении этих двух *требований* теории подобия, выполняется *правило теории подобия*:

«При равенстве *определяющих* критериев в модели и объекте моделирования (образце) будут равны и *определяемые* критерии».

Замечание. В разных учебниках и монографиях формулировка основных положений теории подобия (ТП) отличается *по форме* изложения. Однако во всех литературных источниках положения ТП одинаково отражают условия, требования и правила подобия физических явлений. При этом надо понимать, что теория подобия не приводит конкретное решение задачи конвективного теплообмена, а только дает алгоритм обработки экспериментальных данных.

Все критерии подобия можно получить тремя способами, которые рассмотрены в главе 3 учебника [45]:

– приведением дифференциальных уравнений к безразмерному виду (первый способ);

– расчетом отношения физических эффектов, которые записывают в разностном виде (второй способ);

– формальным преобразованием отношения физических эффектов (третий способ).

Свойства критериев подобия также изложены в главе 3 учебника [45]:

- критерии подобия можно комбинировать между собой путем перемножения, деления и возведения в степень (складывать критерии подобия нельзя). При этом число критериев не увеличивается, потому что новые критерии заменяют исходные;
- свойство автомодельности (независимости конвективного теплообмена от ряда критериев) используют в теории подобия для упрощения моделирования.

§ 7.4.2. Определяемые критерии конвективного теплообмена

В теории подобия для расчета коэффициента теплоотдачи применяют два критерия подобия, которые находят (определяют) в результате физического моделирования по правилам теории подобия или рассчитывают по известным критериальным формулам – критерий Нуссельта (Nu) и критерий Стантона (St).

Замечание. Критерий **St** назван в честь английского физика Th. Stanton (1865 – 1931 гг.). В русском переводе в разных литературных источниках этот критерий называют критерием Стантона [1, 4, 5, 13] и критерием Сентона [3, 47, 51].

Рассмотрим физический смысл определяемых критериев подобия, используя схему конвективной теплоотдачи, показанную на рис. 7.2.

Пусть флюид (f) с температурой T_f омывает стенку произвольной формы (w) с температурой $T_w < T_f$. Вблизи стенки существуют гидродинамический и тепловой пограничные слои. Внутри гидродинамического пограничного слоя скорость флюида уменьшается от скорости невозмущенного потока ($w = w_f$) до нуля на стенке ($w = 0$) в силу

условия прилипания. В тепловом пограничном слое происходит изменение температуры флюида от $T = T_f$ – температуры за пределами пограничного слоя до $T = T_w$ – температуры стенки.

Пограничный слой имеет сложную структуру, которая описана в учебниках [4, 9, 13] и специальной литературе, например [10]. В непосредственной близости у поверхности стенки существует вязкий подслой флюида, через который теплота передается только теплопроводностью по закону Фурье. Закон теплопроводности Фурье в скалярной форме записи имеет вид:

$$q_{f,\lambda_f} = \lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial n} \Big|_{\text{гр}}, \quad (7.48)$$

где λ_f – коэффициент теплопроводности текучей среды; $\frac{\partial T_f}{\partial n} \Big|_{\text{гр}}$ – градиент температурного поля флюида в области вязкого теплопроводного слоя вблизи стенки; символ $|_{\text{гр}}$ обозначает поверхность твердого тела.

С другой стороны, плотность теплового потока, поступающего от флюида на твердое тело через его поверхность, можно рассчитать по инженерной формуле закона теплоотдачи Ньютона, который для схемы теплообмена, показанной на рис. 7.2, принимает вид:

$$q_{f,\alpha} = \alpha_k \cdot |T_f - T_w| = \alpha_k \Delta T, \quad (7.49)$$

где α_k – коэффициент конвективной теплоотдачи; $\Delta T = |T_f - T_w|$ – разность температур между флюидом и стенкой, взятая по абсолютной величине.

По закону сохранения энергии можем записать:

$$q_{f,\lambda_f} = q_{f,\alpha}$$

или в развернутом виде

$$\lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial n} \Big|_{rp} = \alpha_k \Delta T . \quad (7.50)$$

Выражая из последнего уравнения коэффициент конвективной теплоотдачи, получим уравнение, аналогичное уравнению (7.5), которое называют дифференциальным уравнением конвективной теплоотдачи:

$$\alpha_k = \frac{\lambda_f}{\Delta T} \cdot \frac{\partial T_f}{\partial n} \Big|_{rp} . \quad (7.51)$$

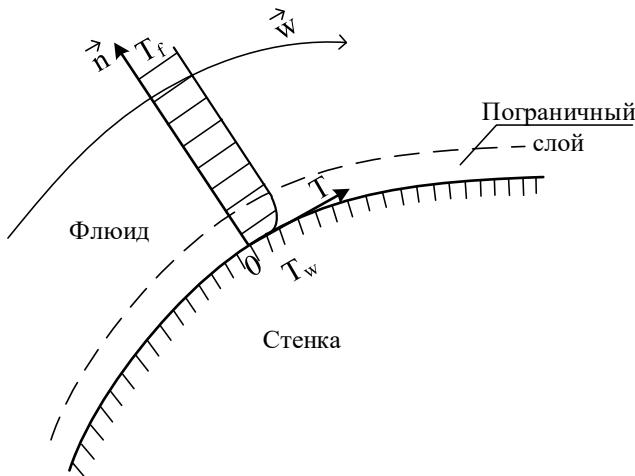


Рис. 7.2. К выводу определяемых критериев подобия

Замечание. Ранее было отмечено, что коэффициент теплоотдачи не имеет физического смысла и является коэффициентом пропорциональности в законе теплоотдачи Ньютона, который находят только опытным путем. Однако оказывается, что коэффициент конвективной теплоотдачи можно рассчитать по формуле (7.51), которую мы получили, составив баланс энергии для теплового пограничного слоя. Противоречия в этих двух утверждениях нет, потому что по уравнению (7.51) можно рассчитать коэффициент конвективной теплоотдачи α_k , но только в том случае, если известно температурное поле текучей среды $T_f(x_i, \tau)$, которое может быть найдено либо экспериментально, либо получено решением системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена (7.25), (7.28) и (7.36) с соответствующими условиями однозначности. Тогда можно рассчитать градиент

температурного поля вблизи стенки $\frac{\partial T_f}{\partial n} \Big|_{\text{гр}}$ и найти плотность

теплового потока по формуле (7.48) и значение коэффициента конвективной теплоотдачи α_k по дифференциальному уравнению конвективной теплоотдачи (7.51).

Коэффициент конвективной теплоотдачи, рассчитанный по формуле (7.51), служит для сравнения результатов расчета конвективного теплообмена по сложным детерминированным математическим моделям и по методу теории подобия, которая использует эксперимент для определения коэффициента конвективной теплоотдачи. Иногда результаты математического моделирования конвективного теплообмена также представляют в виде критериальных уравнений типа (7.47), выполняя вычислительный эксперимент при помощи разработанной математической модели.

Критерий (число) Нуссельта

Формула критерия Нуссельта была получена в главе 3 [45] вторым способом получения критериев подобия – расчетом отношения двух форм записи плотности теплового

потока q_f на границе расчетной области конвективного теплообмена ($q_{f,\alpha} / q_{f,\lambda_f}$).

Выведем ещё раз формулу критерия Нуссельта первым способом – приведением дифференциального уравнения конвективной теплоотдачи (7.51) к безразмерному виду. Для этого выберем масштаб длины, равный характерному размеру R_0 геометрической расчетной области конвективного теплообмена. Тогда безразмерную и размерную координаты расчетной области находят по формулам (рис. 7.2):

$$N = \frac{n}{R_0} \quad \Rightarrow \quad n = N \cdot R_0, \quad (7.52)$$

где n – размерная координата, направленная по нормали к поверхности теплообмена, м; N – безразмерная координата, направленная по нормали к поверхности твердого тела; R_0 – характерный размер расчетной области по пространству при конвективной теплоотдаче, м.

Подставляя значение координаты n из (7.52) в формулу (7.51), получим:

$$\alpha_k = \frac{\lambda_f}{\Delta T} \cdot \frac{\partial T_f}{\partial (NR_0)} \Big|_{\text{гр}} = - \frac{\lambda_f}{R_0} \cdot \frac{\partial \left(\frac{T_f - T}{\Delta T} \right)}{\partial N} \Big|_{\text{гр}} = - \frac{\lambda_f}{R_0} \cdot \frac{\partial \Theta_f}{\partial N} \Big|_{\text{гр}}.$$

Далее, разделив левую и правую части последнего уравнения на постоянную (λ_f / R_0) , получим безразмерную форму записи дифференциального уравнения конвективной теплоотдачи:

$$Nu = - \frac{\partial \Theta_f}{\partial N} \Big|_{\text{гр}}, \quad (7.53)$$

где $Nu = \frac{\alpha_k R_0}{\lambda_f}$ – определяемый критерий Нуссельта (Нуссельта); $\Theta_f = \frac{T_f - T}{T_f - T_w} = \frac{T_f - T}{\Delta T}$ – безразмерная температура флюида; T – температура флюида в области теплового пограничного слоя, которая лежит в интервале $T_w \leq T \leq T_f$; T_w – температура стенки; T_f – температура флюида на границе теплового пограничного слоя.

Записи критерия Нуссельта, полученного приведением дифференциального уравнения конвективной теплоотдачи (7.51) к безразмерному виду и расчетом отношения физических эффектов (см. главу 3 [45]), совпадают. Поэтому можно сделать вывод о том, что форма записи критериев подобия *не зависит* от способа их получения.

Физический смысл критерия Нуссельта заключается в том, что он *характеризует отношение* плотности теплового потока конвективной *теплоотдачей* к плотности теплового потока *кондукцией* (теплопроводностью) в вязком слое текущей среды вблизи стенки (в вязком подслое теплового пограничного слоя).

Зная критерий (число) Нуссельта, коэффициент теплоотдачи находят по формуле:

$$\alpha_k = Nu \frac{\lambda_f}{R_0}, \quad (7.54)$$

где λ_f – коэффициент теплопроводности флюида, Вт/(м·К); R_0 – определяющий размер расчетной области течения флюида, м.

Критерий (число) Стантона

В расчетах конвективной теплоотдачи при вынужденном движении флюидов около твердой поверхности в

качестве безразмерного коэффициента теплоотдачи также используют критерий (число) Стантона (Стантон), который имеет вид:

$$St = \frac{\alpha_k}{\rho c_p w_0}. \quad (7.55)$$

Или, выражая через другие критерии подобия получим:

$$St = \frac{Nu}{Re Pr} = \frac{Nu}{Pe}, \quad (7.55, a)$$

где α_k – коэффициент конвективной теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $w_0 = w_f$ – скорость флюида за пределами гидродинамического пограничного слоя, $\text{м}/\text{с}$; ρ – плотность флюида, $\text{кг}/\text{м}^3$; c_p – удельная массовая изобарная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $Pe = Re Pr$ – критерий Пекле (критерий теплового подобия); Re – критерий Рейнольдса (критерий гидродинамического подобия); Pr – критерий Прандтля.

Для понимания физического смысла критерия Стантона умножим числитель и знаменатель в формуле (7.55) на разность температур $\Delta T = |T_f - T_w|$:

$$St = \frac{\alpha_k \cdot |T_f - T_w|}{\rho c_p w_0 \cdot |T_f - T_w|} = \frac{q_{w,\alpha}}{q_{\text{конв},f}}, \quad (7.56)$$

где $q_{w,\alpha}$ – тепловой поток, поступающий в стенку из окружающей текучей среды за счет теплоотдачи; $q_{\text{конв},f}$ – тепловой поток, который переносит поток флюида около стенки при изменении его температуры от T_f до T_w .

Анализируя формулу (7.56), можно сделать вывод о том, что критерий Стантона *характеризует отношение конвективного теплового потока, поступающего на твердое*

тело (стенку) при разности температур $\Delta T = |T_f - T_w|$, к конвективному тепловому потоку, переносимому флюидом вдоль стенки при такой же разности температур $\Delta T = |T_f - T_w|$.

Зная критерий (число) Стантона, коэффициент теплоотдачи находят по формуле:

$$\alpha_k = St \cdot \rho c_p w_0. \quad (7.57)$$

Замечание. Критерий Стантона выражает аналогию переноса импульса (количества движения) и теплоты в пограничном слое при обтекании флюидом поверхности твердого тела и характеризует единство процессов переноса тепловой и механической энергии [2]. Впервые гидродинамическую теорию теплообмена обосновал О. Рейнольдс в 1874 году.

*Гидродинамическая аналогия переноса теплоты
Рейнольдса*

Идея гидродинамической аналогии теплоты Рейнольдса заключается в простом наблюдении возникновения силы трения при обтекании вязкой жидкостью твердой поверхности. Сила трения в текучей среде возникает при перпендикулярном к поверхности теплообмена переносе импульса частицами флюида. Но поскольку текучая среда имеет переменное температурное поле, то частицы флюида переносят и энталпию между слоями текучей среды. При этом процессы переноса импульса и теплообмена протекают аналогично, что характеризуется следующими соотношениями [13]:

$$\frac{q_f}{\sigma_f} = \frac{q_w}{\sigma_w} = \text{пост}, \quad (7.58)$$

где q_f – плотность теплового потока между слоями флюида; q_w – плотность теплового потока между флюидом и стенкой; σ_f – напряжение трения в объеме пограничного слоя; σ_w – напряжение трения флюида на стенке.

В учебных изданиях по тепломассообмену [2, 5, 11, 13] математическую формулировку аналогии Рейнольдса записывают в ином виде:

– при внешнем обтекании твердой поверхности

$$St = \frac{C_f}{2}; \quad (7.59)$$

– при течении в трубах и каналах

$$St = \frac{\xi}{8}, \quad (7.60)$$

где $C_f = \frac{\sigma_w}{(\rho w_0^2)/2}$ – коэффициент трения в вязкой сплошной

среде (по определению); $\sigma_w = \mu \nabla \vec{w} \Big|_w$ – касательное напряжение трения на стенке, Н/м²; μ – динамический коэффициент вязкости, Па·с; ρ – плотность флюида, кг/м³; w_0 – определяющая скорость флюида, м/с; ξ (кси) – коэффициент гидравлического сопротивления, который входит в закон Дарси (см. § 12.3.2.3).

Выражения (7.59) и (7.60) справедливы только для газов, у которых критерий Прандтля можно принять равным единице ($Pr = 1$). Для учета физических свойств капельных жидкостей и учета зависимости физических свойств текучей среды от температуры в формулы (7.59) и (7.60) вводят поправку вида $\varepsilon_{Pr} = f(Pr)$, конкретный вид которой приведен в литературе [5, 9, 11-13] при рассмотрении частных случаев конвективного теплообмена.

Практическое применение аналогии теплообмена и переноса импульса заключается в следующем. Если теоретически или экспериментально решена задача гидродинамики и получены зависимости коэффициента трения C_f или коэффициента гидравлического сопротивления ξ от режима течения и условий однозначности для конкретного теплообменного аппарата, то, определив критерий Стантона, мы рассчитаем коэффициент конвективной теплоотдачи α_k и конвективный тепловой поток между стенкой и флюидом.

В заключение раздела отметим, что аналогия трения и теплообмена Рейнольдса справедлива и для ламинарного, и для турбулентного режимов течения.

В отечественной литературе при расчете конвективного теплообмена чаще используют критерий Нуссельта, который связан с критерием Стантона формулой, полученной из выражения (7.55,а):

$$Nu = St \cdot Re \cdot Pr \quad \text{или} \quad Nu = St \cdot Pe. \quad (7.61)$$

Критерий Эйлера

К группе определяемых критериев также относят критерий Эйлера (безразмерную силу давления). Критерий Эйлера получим расчетом отношения силы давления к силе инерции, формулы для которых возьмем из уравнения Навье-Стокса (7.36). Преобразуем это отношение формальным способом (третий способ получения критериев подобия), следуя которому формально удалим знаки дифференцирования, а координаты заменим характерным (определяющим) линейным размером расчетной области:

$$Eu = \frac{\vec{f}_p}{\vec{f}_{ин}} = \frac{\frac{1}{\rho} \nabla p}{\vec{w} \nabla \vec{w}} \equiv \frac{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\Delta p}{R_0}}{w_0 \frac{w_0}{R_0}} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot w_0^2}$$

или окончательно

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w_0^2}, \quad (7.62)$$

где Δp – перепад давления, Па; ρ – плотность флюида, $\text{кг}/\text{м}^3$; w_0 – характерная или определяющая скорость потока, м/с.

Анализируя формулу (7.62), можно сделать вывод о том, что критерий Эйлера *характеризует отношение силы давления к силе инерции*. Однако поскольку давление (перепад давления) является характеристикой потенциальной энергии системы, а член ρw_0^2 прямо пропорционален кинетической энергии потока ($\rho w_0^2 / 2$), то критерий Эйлера является также и энергетическим критерием подобия, который *характеризует отношение энергии давления к кинетической энергии потока*.

*Температурный критерий
(безразмерная температура флюида)*

Безразмерную температуру (избыточную относительную температуру) флюида Θ_f в задачах конвективного теплообмена определяют по формуле:

$$\Theta_f = \frac{T_f - T}{T_f - T_w} = \frac{T - T_f}{T_w - T_f}, \quad (7.63)$$

где T_f – температура флюида (определяющая температура); T – температура потока в заданной точке потока; T_w – температура стенки.

Безразмерная скорость флюида

Безразмерную скорость флюида W_{x_i} вдоль координаты x_i рассчитывают по формуле:

$$W_{x_i} = \frac{w_{x_i}}{w_0}, \quad (7.64)$$

где $x_i = x_1, x_2, x_3$ – координата в ортогональной системе координат (например, в декартовых координатах $x_i = x, y, z$); w_{x_i} – скорость флюида в направлении координаты x_i ;

w_0 – скорость флюида, которая была принята в качестве определяющей скорости.

§ 7.4.3. Определяющие критерии конвективного теплообмена

Определяющие критерии подобия конвективного теплообмена подразделяют на две группы:

- критерии теплового подобия;
- критерии гидродинамического подобия.

Определяющие критерии теплового подобия получают, используя дифференциальное уравнение Фурье–Кирхгофа (7.25), а определяющие критерии гидродинамического подобия – дифференциальное уравнение Навье–Стокса (7.36).

Все критерии подобия являются безразмерными величинами того физического эффекта, который характеризуют члены данного конкретного дифференциального уравнения. Например, все слагаемые уравнения Фурье–Кирхгофа описывают разные механизмы переноса теплоты, а слагаемые уравнения Навье–Стокса представляют собой силы, действующие в текучих сплошных средах. Поэтому критерии подобия получают делением всех членов дифференциального уравнения на одно из слагаемых этого уравнения, которое принято в качестве базового и затем применяют третий формальный способ преобразования полученного отношения физических эффектов (см. главу 3 [45]).

Для вывода критериев подобия необходимо задать *определяющие* параметры расчетной области конвективного теплообмена, которые *характеризуют* условия однозначности краевой задачи конвективного теплообмена:

- а) определяющий размер R_0 ;
- б) время процесса в нестационарных задачах конвективного теплообмена τ_0 ;

- в) определяющую температуру T_0 ;
- г) определяющую скорость w_0 ;
- д) базовое давление флюида p_0 ;
- е) физические свойства флюида, взятые из справочника при определяющей температуре: $\rho = f(T_0)$ – плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$;
- $a = f(T_0)$ – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$;
- $\nu = f(T_0)$ – кинематический коэффициент вязкости, $\text{м}^2/\text{с}$.

Критерии теплового подобия

Определяющие критерии *теплового подобия* получают отношением всех слагаемых уравнения Фурье–Кирхгофа к диффузионному члену уравнения, который моделирует перенос теплоты теплопроводностью (кондукцией).

Отношение локального теплового потока, который характеризует изменение энталпии элементарного объема в единицу времени, к кондуктивному тепловому потоку равно:

$$\frac{q_{\text{лок}}}{q_{\text{конд}}} = \frac{\frac{\partial T}{\partial \tau}}{a \nabla^2 T} \equiv \frac{\frac{T_0}{\tau_0}}{a \frac{T_0}{R_0^2}} = \frac{T_0 R_0^2}{a \tau_0 T_0} = \frac{R_0^2}{a \tau_0} = \frac{1}{Fo}$$

или окончательно

$$Fo = \frac{a \tau_0}{R_0^2}, \quad (7.65)$$

где Fo – критерий Фурье – безразмерное время в задачах конвективного теплообмена; τ_0 – время процесса передачи теплоты конвекцией, с; R_0 – определяющий размер в задаче конвективного теплообмена, м; a – коэффициент температуропроводности текучей среды при определяющей

температуре T_0 , $\text{м}^2/\text{с}$; знак « \equiv » нужно читать, как «соответствует» или «характеризует».

Физический смысл критерия Фурье состоит в том, что он *характеризует отношение теплового потока за счет теплопроводности в текучей среде к локальному тепловому потоку, отражающему изменение внутренней энергии элементарного объема флюида*. Критерий Фурье в решении задачи конвективного теплообмена, как и в краевой задаче теории теплопроводности, выражает безразмерное время процесса.

Замечание. Критерий Фурье в задаче расчета нестационарной теплопроводности в твердых телах $Fo = a\tau / R^2$ характеризует безразмерное время процесса переноса теплоты теплопроводностью, поэтому τ – время процесса теплопроводности, с; a – коэффициент температуропроводности твердого тела, $\text{м}^2/\text{с}$; R – определяющий размер в задаче нестационарной теплопроводности, м.

Отношение конвективного теплового потока к кондуктивному тепловому потоку равно:

$$\frac{q_{\text{конв}}}{q_{\text{конд}}} = \frac{\bar{w} \nabla T}{a \nabla^2 T} \equiv \frac{w_0 \frac{T_0}{R_0}}{a \frac{T_0}{R_0^2}} = \frac{w_0 T_0 R_0^2}{a T_0 R_0} = \frac{w_0 R_0}{a} = Pe$$

или окончательно

$$Pe = \frac{w_0 R_0}{a}, \quad (7.66)$$

где Pe – критерий Пекле – безразмерный конвективный тепловой поток; w_0 – определяющая (характерная) скорость флюида, $\text{м}/\text{с}$; R_0 – определяющий размер в задаче конвективного теплообмена, м; a – коэффициент температуропроводности текучей среды при определяющей температуре T_0 ,

$\text{м}^2/\text{с}$; знак « \equiv » нужно читать, как «соответствует» или «характеризует».

Физический смысл критерия Пекле – критерия теплового подобия – состоит в том, что он *характеризует отношение теплового потока, переданного конвекцией к кондуктивному тепловому потоку в данной расчетной области конвективного теплообмена*.

Критерии гидродинамического подобия

Определяющие критерии *гидродинамического подобия* получают отношением всех слагаемых уравнения Навье–Стокса к конвективному члену этого уравнения, который моделирует силу инерции.

Отношение локальной силы, которая характеризует изменение импульса элементарного объема в единицу времени, к силе инерции равно:

$$\frac{f_{\text{лок}}}{f_{\text{ин}}} = \frac{\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau}}{\vec{w} \nabla \vec{w}} \equiv \frac{\frac{w_0}{\tau_0}}{\frac{w_0^2}{w_0^2 \tau_0}} = \frac{w_0 R_0}{w_0^2 \tau_0} = \frac{R_0}{w_0 \tau_0} = \frac{1}{Ho}$$

или окончательно

$$Ho = \frac{w_0 \tau_0}{R_0}, \quad (7.67)$$

где Ho – критерий гомохронности (однородности во времени) – безразмерное время в задачах механики жидкости и газа.

Физический смысл критерия гомохронности состоит в том, что он *характеризует отношение силы инерции к локальной силе (конвективной производной к локальной производной, входящих в полную производную уравнения движения)*.

Применяя свойство критериев о возможности их комбинирования (см. § 7.4.1), получим соотношение двух критериев – безразмерного времени в задачах теплообмена Fo и безразмерного времени в задачах механики жидкости и газа (в задачах гидродинамики) Ho :

$$Ho = Fo \cdot Pe = \frac{a\tau_0}{R_0^2} \cdot \frac{w_0 R_0}{a} = \frac{w_0 \tau_0}{R_0}. \quad (7.67, a)$$

Замечание. В механике жидкости и газа для описания нестационарных процессов также используют безразмерную величину, обратную критерию гомохронности, которую предложил английский ученый Рэлей в конце XIX века и назвал в честь чешского ученого В. Струхала (1850-1923) числом Струхала:

$$Sh = \frac{R_0}{w_0 \tau_0} = \frac{f \cdot R_0}{w_0}, \quad (7.68)$$

где R_0 – определяющий размер, м; w_0 – определяющая скорость, м/с; $f = 1 / \tau_0$ – характерная частота для периодических колебательных процессов, 1/с; τ_0 – характерное время процесса. Критерий Струхала используют также при моделировании автоколебания твердых тел в потоках текучей среды.

Критерий Струхала Sh связан с критериями Fo и Pe соотношением:

$$Sh \cdot Fo \cdot Pe = 1. \quad (7.68, a)$$

Отношение гравитационной силы (объемной силы или силы тяжести) к силе инерции равно:

$$\frac{f_g}{f_{ин}} = \frac{g}{\vec{w} \nabla \vec{w}} \equiv \frac{g}{w_0^2 / R_0} = \frac{g R_0}{w_0^2} = Fr$$

или окончательно

$$Fr = \frac{g R_0}{w_0^2}, \quad (7.69)$$

где Fr – критерий Фруда (Фруд) – безразмерная сила тяжести; g – ускорение свободного падения, м/с^2 ; R_0 – определяющий размер в задаче конвективного теплообмена, м ; w_0 – определяющая скорость, м/с .

Физический смысл критерия Фруда (Fr) состоит в том, что он *характеризует отношение* гравитационной силы (силы тяжести) к силе инерции.

Замечание. Как правило, в теплотехнике критерием Фруда считают запись в виде формулы (7.69) [1, 2, 4, 12]. Однако в некоторых учебных и научных изданиях [9] критерием Фруда называют обратное выражение $Fr = w_0^2 / (gR_0)$.

Отношение силы трения к силе инерции равно:

$$\frac{f_{tr}}{f_{in}} = \frac{\nu \nabla^2 \vec{w}}{\vec{w} \nabla \vec{w}} \equiv \frac{\nu \frac{w_0}{R_0^2}}{\frac{w_0^2}{R_0}} = \frac{\nu w_0 R_0}{w_0^2 R_0^2} = \frac{\nu}{w_0 R_0} = \frac{1}{Re}$$

или окончательно

$$Re = \frac{w_0 R_0}{\nu}, \quad (7.70)$$

где Re – критерий Рейнольдса (Рейнольдс) – безразмерная сила инерции; R_0 – определяющий размер в задаче конвективного теплообмена, м ; w_0 – определяющая скорость, м/с ; ν – кинематический коэффициент вязкости при определяющей температуре T_0 , $\text{м}^2/\text{с}$.

Физический смысл критерия Рейнольдса – критерия динамического подобия – состоит в том, что он *характеризует отношение* силы инерции к силе трения. По величине критерия Рейнольдса судят о *режиме* течения флюида при вынужденной конвекции.

В правой части безразмерного уравнения Навье–Стокса стоят три критерия Фруд (Fr), Эйлер (Eu) и Рейнольдс (Re), два из которых однозначно определяют третий критерий. При физическом моделировании считают критерии Фруда (Fr) и Рейнольдса (Re) определяющими критериями, а критерий Эйлера (Eu) – определяемым критерием (см. § 7.4.2.).

При свободной (естественной) конвекции поле скорости течения флюида экспериментально определить довольно сложно, поэтому этот параметр исключают из критериев подобия и учитывают косвенно, рассчитывая гравитационную силу, возникающую из-за переменного поля плотности в неоднородном поле температур. В этом случае в расчетах конвективного теплообмена используют критерий Галлилея (Ga), критерий Архимеда (Ar), критерий Грасгофа (Gr) и критерий Рэлея (Ra).

Применяя свойство критериев о возможности комбинирования критериев подобия (см. § 7.4.1), получим критерий Галлилея:

$$Re^2 \cdot Fr = \frac{w_0^2 R_0^2}{v^2} \cdot \frac{g R_0}{w_0^2} = \frac{g R_0^3}{v^2} = Ga$$

или окончательно

$$Ga = \frac{g R_0^3}{v^2}, \quad (7.71)$$

где Ga – критерий Галилея (Галилей); g – ускорение свободного падения, m/c^2 ; R_0 – определяющий размер в задаче конвективного теплообмена, м; v – кинематический коэффициент вязкости при определяющей температуре T_0 , m^2/c .

Физический смысл критерия Галилея состоит в том, что он *характеризует отношение силы тяжести к силе вязкого трения.*

Для учета свободной конвекции, возникающей из-за переменной плотности в данном объеме текучей среды, умножим критерий Галилея (Ga) на параметрический критерий $(\rho - \rho_*) / \rho = \Delta\rho / \rho$:

$$Ar = Ga \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{gR_0^3}{v^2} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho}, \quad (7.72)$$

где Ar – критерий Архимеда (Архимед); $\Delta\rho = \rho - \rho_*$ – модуль изменения плотности флюида в двух точках текучей среды, находящихся при разной температуре; ρ_* – плотность флюида в точке, принятой за начало отсчета.

Физический смысл критерия Архимеда состоит в том, что он *характеризует отношение подъемной силы, возникающей из-за разности плотностей текучей среды, к силе вязкого трения.*

Переменная плотность текучей среды в заданном объеме может возникать вследствие переменного температурного поля, так как плотность зависит от температуры. В этом случае, приняв линейную зависимость плотности от температуры $\rho = \rho_*(1 + \beta \cdot \Delta T)$ или $(\rho - \rho_*) / \rho_* = \beta \cdot \Delta T$, получим [1]:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \beta \Delta T, \quad (7.73)$$

где ΔT – модуль разности температур между температурой стенки и температурой флюида, $^{\circ}\text{C}$ (К); $\Delta\rho / \rho$ – относительное изменение плотности флюида при изменении его температуры на ΔT ; β – коэффициент объемного расширения флюида, $1/\text{К}$.

С учетом равенства (7.73) формулу для расчета критерия Архимеда записывают в виде:

$$Gr = \frac{g R_0^3}{\nu^2} \beta \Delta T, \quad (7.74)$$

где Gr – критерий Грасгофа (Грасгоф), который является частным случаем записи критерия Архимеда для условий естественной (тепловой) конвекции.

Физический смысл критерия Грасгофа состоит в том, что он *характеризует отношение* термогравитационной подъемной силы к силе вязкого трения.

Коэффициент объемного расширения β капельных жидкостей приведен в справочниках в зависимости от температуры флюида, а для газов этот коэффициент рассчитывают по формуле:

$$\beta = \frac{1}{T_0}, \quad (7.75)$$

где T_0 – определяющая температура, которую измеряют по шкале Кельвина (К)!

По величине критерия Грасгофа судят о режиме течения флюида в задачах теплообмена при свободной конвекции.

Для обобщения экспериментальных данных о режиме течения флюидов разной физической природы в расчетах свободной конвекции используют критерий Рэлея равный произведению критерия Грасгофа на критерий Прандтля:

$$Ra = Gr \cdot Pr. \quad (7.76)$$

Критерий Прандтля рассчитывают по формуле:

$$Pr = \frac{\nu}{a}, \quad (7.77)$$

где ν – кинематический коэффициент вязкости, m^2/c ; a – коэффициент температуропроводности текучей среды, m^2/c .

Физический смысл критерия Рэлея состоит в том, что он, как и критерий Грасгофа, *характеризует отношение*

подъемной силы при тепловой (естественной) конвекции к силе трения, обусловленной вязкостью для флюидов с разными физическими свойствами, которые характеризует критерий Прандтля.

Критерий Прандтля представляет собой отношение двух характеристик молекулярного переноса – молекулярного переноса импульса, который характеризует кинематический коэффициент вязкости ν и молекулярного переноса теплоты, который характеризует коэффициент температуропроводности a и поэтому сам является физическим параметром среды. Значения критерия Прандтля приводят в справочниках в зависимости от температуры.

Например, при продольном обтекании пластины в ламинарном режиме течения соотношение толщин гидродинамического и теплового пограничных слоев прямо пропорционально значению критерия Прандтля $\delta_{\text{гпс}} / \delta_{\text{тпс}} \sim \sqrt[n]{\text{Pr}}$, где $n = 2$, если $\text{Pr} < 1$ и $n = 3$, если $\text{Pr} > 1$ [9]. Из формулы критерия Прандтля (7.77) следует, что если $\text{Pr} > 1$ ($\nu > a$), то и толщина гидродинамического пограничного слоя больше толщины теплового пограничного слоя ($\delta_{\text{гпс}} > \delta_{\text{тпс}}$). И, соответственно, наоборот, если $\text{Pr} < 1$ ($\nu < a$), то $\delta_{\text{гпс}} < \delta_{\text{тпс}}$.

С учетом соотношения физических коэффициентов сплошной среды $a = \lambda / (\rho c_p)$ критерий Прандтля также записывают в виде:

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a} = \frac{\nu}{\lambda / (\rho c_p)} = \frac{\rho \nu \cdot c_p}{\lambda} = \frac{\mu c_p}{\lambda}, \quad (7.78)$$

где μ – динамический коэффициент вязкости, Па·с; c_p – удельная массовая изобарная теплоемкость, Дж/(кг·К); λ – коэффициент теплопроводности текучей среды, Вт/(м·К).

По величине критерия Прандтля (Pr) все текучие среды можно разделить на три группы:

- $Pr \ll 1$ – жидкые металлы;
- $Pr \approx 1$ – газы;
- $Pr > 1$ – текучие среды (вода, минеральные масла и органические жидкости).

В атомной энергетике в качестве теплоносителей используют *жидкие металлы*, которые имеют высокие значения коэффициента теплопроводности и у которых коэффициент температуропроводности много больше кинематического коэффициента вязкости, поэтому числа Прандтля для этих теплоносителей, в зависимости от температуры, изменяются в пределах $Pr = 0,0013 \div 0,057$ [43], где $Pr = 0,0013$ у цезия (Cs) в интервале температур $T = 1243 \div 1453$ К, а $Pr = 0,057$ у лития (Li) при температуре $T = 473$ К [43].

Критерий Прандтля у газов слабо зависит от температуры и его значение, в зависимости от атомности газа, принимают равным 0,67 для одноатомных газов, 0,722 для двухатомных газов, 0,8 для трехатомных газов и $Pr = 1$ для четырех и более атомных газов [5]. В инженерных расчетах значение критерия Прандтля газов принимают равным единице ($Pr = 1$) [5].

Критерий Прандтля *капельных жидкостей* существенно зависит от температуры и с увеличением температуры Прандтль капельных жидкостей уменьшается [5].

Замечание. Для учета силы тяжести в поле земного тяготения в механике жидкости и газа совместно с критерием Архимеда также используют критерий Ричардсона, который *характеризует отношение подъемной силы, возникающей из-за разности плотностей текучей среды, к силе инерции*:

$$Ri = Fr \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{g R_0}{w_0^2} \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta \rho g R_0}{\rho w_0^2}. \quad (7.79)$$

Поскольку комплекс $\Delta \rho g R_0$ является характеристикой потенциальной энергии «тела, состоящего из элементарного объема флюида», погруженного в жидкость, а член ρw_0^2 прямо пропорционален кинетической энергии потока, то критерий Ричардсона также характеризует отношение потенциальной энергии «жидкого комка» к кинетической энергии потока.

Число подобия Ричардсона связано с критерием Архимеда и критерием Рейнольдса соотношением:

$$Ri = \frac{Ar}{Re^2}. \quad (7.80)$$

Анализ формулы (7.80) позволяет сделать вывод о том, что при $Ri \ll 1$ влиянием свободной конвекции на процесс конвективного теплообмена можно пренебречь. И, соответственно, при значении $Ri \geq 1$ объемные силы тяжести необходимо учитывать в тепловых расчетах. Число Ричардсона также используют в метеорологии, в авиации и океанографии.

§ 7.4.4. Уравнения подобия конвективного теплообмена

Функциональную связь между определяемыми и определяющими критериями называют *уравнениями подобия*, которые одинаковы для всех подобных явлений. Для расчета среднего по поверхности безразмерного коэффициента теплоотдачи – критерия Нуссельта в стационарных задачах конвективного теплообмена для сред, у которых критерий Прандтля $Pr \geq 1$, используют следующие уравнения подобия:

– свободная конвекция

$$\overline{Nu} = f(Gr, Pr) \text{ или } \overline{Nu} = f(Ra); \quad (7.81)$$

– вынужденная конвекция (ламинарный режим течения флюида) и при смешанной конвекции (вынужденная и свободная конвекция)

$$\overline{\text{Nu}} = f(\text{Gr}, \text{Re}, \text{Pr}); \quad (7.82)$$

– вынужденная конвекция (переходный и турбулентный режимы течения)

$$\overline{\text{Nu}} = f(\text{Re}, \text{Pr}), \quad (7.83)$$

где $\overline{\text{Nu}}$ – среднее по всей поверхности теплообмена значение критерия Нуссельта.

Для теплоносителей, у которых критерий Прандтля $\text{Pr} \ll 1$, используют критериальные уравнения вида:

– свободная конвекция

$$\overline{\text{Nu}} = f(\text{Gr}, \text{Pr}^2) \text{ или } \overline{\text{Nu}} = f(\text{Bq}); \quad (7.84)$$

– вынужденная конвекция

$$\overline{\text{Nu}} = f(\text{Pe}). \quad (7.85)$$

В критериальных уравнениях (7.81) – (7.85) определяемый критерий (число) Нуссельта (Nu) и определяющие критерии подобия Грасгоф (Gr), Прандтль (Pr), Рэлей (Ra), Рейнольдс (Re), Буссинеск (Bq), Пекле (Pe) имеют вид:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha_k R_0}{\lambda_f}; \quad \text{Gr} = \frac{g R_0^3}{\nu^2} \beta \Delta T; \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{a}; \quad \text{Ra} = \text{Gr} \cdot \text{Pr};$$

$$\text{Re} = \frac{w_0 R_0}{\nu}; \quad \text{Bq} = \text{Gr} \cdot \text{Pr}^2; \quad \text{Pe} = \frac{w_0 R_0}{a}.$$

Все вышеприведенные критериальные зависимости (7.81) – (7.85) моделируют стационарный процесс конвективного теплообмена. При изучении нестационарных процессов конвективного теплообмена определяемый критерий зависит также от критерия Фурье $Fo = a \tau_0 / R_0^2$, где a – коэффициент температуропроводности флюида, $\text{m}^2/\text{с}$; τ_0 – время нестационарного процесса переноса теплоты конвекцией, с ;

R_0 – определяющий размер расчетной области конвективного теплообмена, м.

Уравнения подобия получают в два этапа. На *первом* этапе строят физическую модель процесса, соблюдая правила моделирования, которые включают в себя равенство определяющих критерииев:

$$Re_{\text{мод}} = Re_{\text{обр}}; \quad Gr_{\text{мод}} = Gr_{\text{обр}}; \quad Pe_{\text{мод}} = Pe_{\text{обр}}, \quad (7.86)$$

где нижний индекс «мод» означает «модель», а индекс «обр» – «образец» («объект моделирования»).

На физической модели *выполняют* эксперимент, определяя тепловой поток при теплоотдаче, температуру флюида и температуру стенки.

На *втором* этапе моделирования по результатам эксперимента на модели рассчитывают коэффициент теплоотдачи по формуле $\alpha = q_w / |T_f - T_w|$, следующей из закона теплоотдачи Ньютона (7.3). Затем рассчитывают безразмерный коэффициент теплоотдачи в модели $Nu_{\text{мод}}$ или $St_{\text{мод}}$, который, согласно правилу теории подобия при выполнении условия (7.86), равен безразмерному коэффициенту теплоотдачи в объекте моделирования:

$$Nu_{\text{мод}} = Nu_{\text{обр}} \quad \text{или} \quad St_{\text{мод}} = St_{\text{обр}}. \quad (7.87)$$

При построении модели и обработке результатов эксперимента в виде критериальных формул необходимо задать определяющие параметры, которые прямо или косвенно входят в критерии подобия. В стационарных задачах конвективного теплообмена определяющими параметрами являются:

– определяющий (характерный) размер R_0 расчетной области конвективного теплообмена;

- определяющая (характерная) температура T_0 в расчетной области конвективного теплообмена;
- определяющая скорость w_0 в задачах вынужденной конвекции.

Теория подобия не дает однозначного ответа на вопрос: «Какие величины принимать в качестве определяющих параметров?» Поэтому эту задачу решает сам ученый – автор критериального уравнения исходя из следующих соображений.

В качестве определяющего размера необходимо принимать тот линейный геометрический размер расчетной области конвективного теплообмена, от которого зависит процесс свободной или вынужденной конвекции. Например, при свободной конвекции около вертикальных поверхностей в качестве определяющего размера R_0 логично принять высоту объекта ($R_0 = H$), потому что в этом случае ширина поверхности не влияет на конвекцию флюида.

В качестве определяющей температуры, как правило, принимают температуру, которую можно измерить или рассчитать. По значению определяющей температуры находят в справочных таблицах физические свойства текучей среды (λ, ρ, v и т.д.).

Определяющую скорость движения флюида:

- для замкнутых систем находят из интегрального уравнения неразрывности (7.32)

$$\bar{w}_0 = G / (\rho \cdot f), \quad (7.88)$$

где G – расход флюида, кг/с; ρ – плотность, кг/м³; f – площадь поперечного сечения канала, м²;

- для разомкнутых систем принимают равной скорости текучей среды за пределами гидродинамического пограничного слоя (скорости невозмущенного потока):

$$w_0 = w_f. \quad (7.89)$$

Внимание! При использовании критериальных уравнений, приведенных в справочной литературе, определяющие параметры необходимо принимать, следуя указаниям автора критериальной формулы. Назначенные автором определяющие (характерные) параметры R_0 , T_0 и w_0 обязательно приведены в комментариях к критериальному уравнению и часто указаны в виде нижних индексов у критериев подобия.

Конкретный вид функциональной зависимости в уравнениях подобия задает ученый – автор формулы. В принципе, для аппроксимации экспериментальных данных можно использовать любую функциональную (полиномиальную, дробно-рациональную, степенную и т.д.) зависимость. В отечественной литературе, как правило, в качестве аппроксимирующих уравнений применяют степенные функции. Например, для расчета среднего по поверхности безразмерного коэффициента теплоотдачи – критерия Нуссельта в стационарных задачах конвективного теплообмена у текущих сред с критерием Прандтля $Pr \geq 1$ используют следующие уравнения подобия:

– свободная конвекция

$$\overline{Nu} = c \cdot Gr^k \cdot Pr^m \cdot \varepsilon_t; \quad (7.90)$$

– вынужденная конвекция (ламинарный режим течения флюида)

$$\overline{Nu} = c \cdot Gr^k \cdot Re^n \cdot Pr^m \cdot \varepsilon_t \cdot \prod_{i=1}^n \varepsilon_i; \quad (7.91)$$

– вынужденная конвекция (переходный и турбулентный режимы течения)

$$\overline{Nu} = c \cdot Re^n \cdot Pr^m \cdot \varepsilon_t \cdot \prod_{i=1}^n \varepsilon_i, \quad (7.92)$$

где \overline{Nu} – среднее по всей поверхности теплообмена значение числа подобия Нуссельта; Gr – критерий Грасгофа; Re – критерий Рейнольдса; Pr – критерий Прандтля; c, n, m, k – эмпирические коэффициенты, которые находят путем статистической обработки экспериментальных данных при помощи стандартных программ, входящих в программное обеспечение персональных компьютеров; ε_t – поправка, учитывающая зависимость физических свойств флюида от температуры; ε_i – поправки, учитывающие особенности течения и теплообмена в заданной расчетной области конвективного теплообмена.

Для жидкокометаллических теплоносителей с критерием Прандтля $Pr \ll 1$ экспериментальные данные по теплоотдаче удовлетворительно аппроксимируются зависимостью вида:

$$\overline{Nu} = a + b \cdot Re^k, \quad (7.93)$$

где Re – критерий Пекле; a, b, k – эмпирические коэффициенты, полученные в результате статистической обработки данных опыта.

В заключение раздела рассмотрим пример «ручной» обработки результатов эксперимента по определению зависимости среднего коэффициента теплоотдачи от скорости турбулентного движения текучей однородной среды около стенки $\bar{\alpha} = f(w)$. Для исследования теплоотдачи одного конкретного флюида к стенке отпадает необходимость учитывать физические свойства разной среды на теплоотдачу и, следовательно, не требуется использовать критерий Прандтля в уравнениях подобия. В этом случае без учета поправок критериальное уравнение (7.92) принимает вид:

$$\overline{Nu} = c \cdot Re^n, \quad (7.94)$$

где $\overline{Nu} = \frac{\bar{\alpha}R_0}{\lambda_f}$ – среднее число подобия Нуссельта;

$Re = \frac{w_0 R_0}{\nu}$ – определяющий критерий Рейнольдса; λ_f –

коэффициент теплопроводности флюида, Вт/(м·К); ν – кинематический коэффициент вязкости флюида, м²/с; c , n – эмпирические коэффициенты.

Для расчета коэффициентов c и n удобно занести в табл. 7.1 следующие величины:

– экспериментальные значения средней скорости текучей среды в области конвективного теплообмена (w);

– значения коэффициента теплоотдачи (α), рассчитанные по формуле (7.45);

– значения критериев Рейнольдса (Re), Нуссельта (Nu) и их логарифмы $lg Re$, $lg Nu$ для всех экспериментальных режимов движения флюида.

При расчете Рейнольдса и Нуссельта необходимо задать (принять) определяющие параметры – определяющую температуру T_0 , по значению которой из справочников взять физические свойства текучей среды, определяющий размер R_0 и определяющую скорость w_0 .

Затем на рисунке (рис. 7.3) в системе координат $lg Nu = f(lg Re)$ указать опытные точки и аппроксимировать опытные данные прямой линией (нанести прямую линию на рисунок):

$$lg Nu = lg c + n \cdot lg Re . \quad (7.95)$$

Далее на аппроксимирующей прямой необходимо выделить две точки А и Б, по координатам которых значения эмпирических коэффициентов c и n рассчитывают по формулам:

$$n = \frac{\lg \text{Nu}_B - \lg \text{Nu}_A}{\lg \text{Re}_B - \lg \text{Re}_A}; \quad (7.96)$$

$$c = \frac{\text{Nu}_A}{\text{Re}_A^n} = \frac{\text{Nu}_B}{\text{Re}_B^n}. \quad (7.97)$$

Таблица 7.1

Результаты экспериментального исследования
конвективной теплоотдачи

№ режима	Параметры					
	α , Вт/(м ² ·К)	w , м/с	Nu	Re	$\lg \text{Nu}$	$\lg \text{Re}$
1						
2						
:						
N						

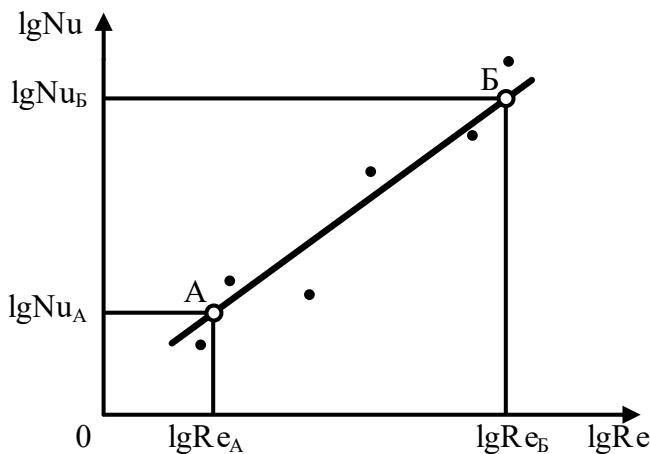


Рис. 7.3. К расчету коэффициентов аппроксимации c и n

Внимание! Эмпирические критериальные уравнения можно применять для расчета коэффициента теплоотдачи только в области изменения определяющих критериев, рассчитанных по результатам эксперимента. В пояснениях (комментариях) к критериальным уравнениям обязательно указаны крайние значения определяющих безразмерных параметров, в пределах которых данное критериальное уравнение было получено и поэтому справедливо.

§ 7.5. Алгоритм расчета коэффициента теплоотдачи по критериальным уравнениям подобия

В настоящее время ученые-теплотехники получили критериальные уравнения подобия конвективной теплоотдачи для решения большинства инженерных задач. При использовании в теплотехнических расчетах критериальных уравнений конвективной теплоотдачи – критериальные формулы, как правило, получены на физических моделях при неизбежной идеализации процесса конвективного теплообмена. Поэтому точность расчета коэффициента теплоотдачи по критериальным формулам определяется допущениями при моделировании (постоянная температуре стенки или постоянный тепловой поток), погрешностями эксперимента, которые складываются из погрешности измерительного комплекса и погрешности установки датчика параметра и, наконец, погрешностью аппроксимации результатов эксперимента. В связи с этим погрешность (неопределенность) расчета коэффициента теплоотдачи по критериальным уравнениям подобия оценивают величиной не менее 10 % [1-5, 33]. А поскольку в ряде случаев условия теплообмена в реальной теплотехнической установке могут существенно отличаться от условий эксперимента на физической модели, то погрешность расчета может достигать

величины $20 \div 30\%$ (и даже 50%). В этом случае расчет $\bar{\alpha}$ является по сути качественным (оценочным), а не количественным расчетом.

При использовании критериальных формул требуется строго контролировать определяющие параметры, которые надо принимать в авторском варианте и учитывать диапазон варьируемых параметров, при которых эти формулы были получены. Экстраполяция (выход за пределы варьирования параметров эксперимента) может привести к физически неверному результату. Критериальные формулы, полученные разными научными коллективами, дают величину коэффициента теплоотдачи, которая находится в указанном выше диапазоне, поэтому вопрос «А какая формула лучше?» является в этом смысле некорректным.

В учебнике в качестве примера рассмотрены классические случаи конвективного теплообмена, взятые из апробированных источников. Для теплотехнического расчета специальных теплотехнических аппаратов желательно использовать формулы, полученные с учетом геометрических и режимных особенностей данных установок, которые приведены в специальной технической литературе.

Расчет коэффициента теплоотдачи по критериальным уравнениям рекомендуется выполнять в следующем порядке.

1. Определить вид конвективного теплообмена (свободная или вынужденная конвекция) и объект, в котором рассчитывают конвективную теплоотдачу. Например, свободная конвекция около горизонтальной трубы или вынужденная конвекция при течении в канале квадратного сечения и т.д.

В справочной литературе найти критериальные формулы для расчета данного вида конвективного теплообмена.

2. Следуя требованиям, изложенными в комментариях к критериальным формулам, рассчитать определяющие параметры:

- определяющий размер R_0 ;
- определяющую температуру T_0 ;
- определяющую скорость w_0 при вынужденной конвекции.

3. Определить режим течения среды и уточнить вид критериальной формулы в зависимости от режима течения.

Режим течения определить:

- при свободном движении по величине критерия Рэлея (Ra);
- при вынужденном движении по величине критерия Рейнольдса (Re).

4. По критериальному уравнению рассчитать безразмерный коэффициент теплоотдачи – число Нуссельта (Nu) или число Стантона (St).

5. Рассчитав значение безразмерного коэффициента теплоотдачи, найти коэффициент конвективной теплоотдачи α по формулам:

$$\alpha = Nu \frac{\lambda}{R_0} \quad \text{или} \quad \alpha = St \cdot \rho c_p \bar{w}. \quad (7.98)$$

Замечание. Алгоритм расчета коэффициента теплоотдачи по критериальным формулам разных авторов может отличаться в части определения коэффициентов, уточняющих значение определяемого критерия подобия в зависимости от особенностей протекания конвективного теплообмена.

§ 7.6. Влияние температурного поля флюида на конвективную теплоотдачу

Физические свойства текучей среды зависят от температуры, которая при конвективной теплоотдаче изменяется

в пределах теплового пограничного слоя от температуры стенки (T_w) до температуры флюида (T_f) (рис. 7.4). При этом при поступлении теплоты к стенке температура теплоносителя выше температуры стенки ($T_f > T_w$) и, соответственно, наоборот, при теплоотдаче от стенки к теплоносителю температура стенки выше температуры текучей среды ($T_w > T_f$). Возникает вопрос, какую температуру из интервала температур ($T_w \div T_f$) следует принимать в качестве определяющей температуры. При моделировании по методу теории подобия в качестве определяющей температуры, как правило, принимают:

– среднюю температуру флюида в системе конвективного теплообмена

$$T_0 = \bar{T}_f; \quad (7.99)$$

– температуру флюида за пределами теплового пограничного слоя

$$T_0 = T_f; \quad (7.100)$$

– среднюю температуру теплового пограничного слоя

$$T_0 = 0,5 \cdot (T_w + T_f). \quad (7.101)$$

Однако могут быть и другие варианты задания определяющей температуры по усмотрению автора критериального уравнения.

Любой вариант задания определяющей температуры заранее содержит ошибку в определении физических свойств текучей среды, поскольку не учитывает изменение температуры флюида в тепловом пограничном слое. Для уменьшения погрешности, связанной с неточным заданием определяющей температуры, в критериальные уравнения подобия, аппроксимирующие эксперимент, вводят температурную поправку ε_t . Формулу для расчета температурной поправки ε_t

получает автор формулы исходя из требования минимальной погрешности при аппроксимации экспериментальных данных. В отечественной литературе наиболее часто используют температурную поправку, предложенную академиком М.А. Михеевым в 1951 году, которая учитывает связь коэффициента теплоотдачи с направлением теплового потока [2]:

$$\varepsilon_t = \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (7.102)$$

где Pr_f – критерий Прандтля текучей среды при температуре флюида T_f (за пределами теплового пограничного слоя или при средней температуре флюида в расчетной области); Pr_w – критерий Прандтля текучей среды при температуре стенки T_w .

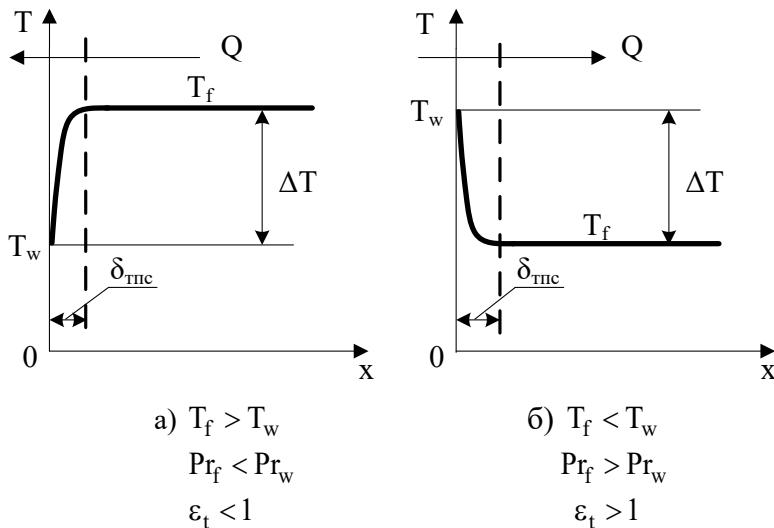


Рис. 7.4. Влияние направления теплового потока на теплоотдачу

В инженерных расчетах критерий Прандтля у газов слабо зависит от температуры, поэтому для газовых теплоносителей $Pr_f \approx Pr_w$. Для газов температурная поправка Михеева равна единице ($\varepsilon_t = 1$) и не отражает влияние температуры на изменение физических свойств газов, а следовательно, и на интенсивность теплоотдачи. В этом случае применяют поправку в виде $\varepsilon_t = (T_f / T_w)^n$, описание которой приведено ниже, в разделах § 7.7.2 и § 7.7.3.

Для капельных жидкостей, применяемых в энергетике, критерий Прандтля уменьшается с ростом температуры ($T \uparrow \Rightarrow Pr \downarrow$), поэтому при теплоотдаче от флюида к стенке (рис. 7.4,а):

$$T_f > T_w \Rightarrow Pr_f < Pr_w \text{ и } \varepsilon_t < 1 \quad (7.103)$$

и, соответственно, наоборот, при теплоотдаче от стенки к флюиду (рис. 7.4,б):

$$T_w > T_f \Rightarrow Pr_w < Pr_f \text{ и } \varepsilon_t > 1. \quad (7.104)$$

Анализируя критериальные формулы (7.90) – (7.92), можно сделать вывод о том, что при равном для обоих случаев теплоотдачи температурном напоре между стенкой и флюидом ($\Delta T = |T_f - T_w| = |T_w - T_f|$) коэффициент теплоотдачи от флюида к стенке будет меньше коэффициента теплоотдачи от стенки к флюиду:

$$Nu_{f \rightarrow w} < Nu_{w \rightarrow f} \text{ или } Nu_{w \rightarrow f} > Nu_{f \rightarrow w} \quad (7.105)$$

и, соответственно

$$\alpha_{f \rightarrow w} < \alpha_{w \rightarrow f} \text{ или } \alpha_{w \rightarrow f} > \alpha_{f \rightarrow w}. \quad (7.106)$$

А следовательно, и тепловой поток при конвективной теплоотдаче при прочих равных условиях больше от стенки к флюиду (охлаждение стенки) по сравнению с тепловым потоком от флюида к стенке (нагрев стенки):

$$Q_{w \rightarrow f} > Q_{f \rightarrow w}. \quad (7.107)$$

§ 7.7. Расчет коэффициента конвективной теплоотдачи (основные критериальные уравнения)

Результаты многочисленных экспериментов, выполненных для определения коэффициента конвективной теплоотдачи по методу теории подобия, оформлены в виде критериальных уравнений. Рассмотрим наиболее часто используемые в теплотехнике критериальные формулы для расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи в условиях свободной и вынужденной конвекции.

Все экспериментальные данные получают с погрешностью, зависящей от конструкции опытной установки, используемых в опыте измерительных приборов, культуры проведения эксперимента, опыта экспериментатора и т.д. Вследствие этого результаты опытного определения коэффициента теплоотдачи у разных авторских коллективов отличаются в пределах погрешности, которую оценивают в интервале 10÷20 %. Поэтому для ряда систем конвективной теплоотдачи ниже приведены несколько критериальных формул, которые отличаются друг от друга формой записи и принятой в расчетах определяющей (характерной температуры). При этом нельзя утверждать, какая формула (критериальное уравнение) точнее, поэтому в инженерных расчетах можно применять критериальные уравнения, полученные и апробированные любым научным коллективом. Уточнение существующих и получение новых критериальных формул непрерывно продолжается. В учебнике приведены многократно апробированные критериальные уравнения, которые можно считать классическими.

Критериальные уравнения подобия приведены для ламинарного, переходного и турбулентного режимов течения флюида с указанием определяющих параметров и поправок,

которые учитывают отличие данного режима теплообмена от режима, принятого в качестве стандартного для данной системы тел.

Критериальные уравнения, рассмотренные в § 7.7 учебника, справедливы для газов и капельных жидкостей, у которых критерий Прандтля $Pr \geq 0,7$. Критериальные формулы для расчета коэффициента жидкотермических теплоносителей, у которых критерий Прандтля $Pr \ll 1$, приведены в разделе § 7.8.

§ 7.7.1. Конвективная теплоотдача при свободном движении текучей среды

Свободная тепловая или естественная конвекция происходит около нагретых поверхностей любой геометрической формы (пластины, диски, цилиндры, шары, конусы и т.п.), которые расположены в текучей среде с меньшей температурой. При этом текучая среда (газы, капельные жидкости, жидкие металлы) перемещается за счет гравитационной силы, вызванной переменным полем плотности из-за неравномерного распределения температур вблизи нагретого тела.

Подробное физическое и математическое описание свободной тепловой конвекции с указанием особенностей расчета теплоотдачи приведено во всех классических учебниках по тепломассопереносу [1 – 6, 9, 11 – 13]. При этом формулы для расчета коэффициента теплоотдачи даны для *ламинарного, турбулентного и переходного* от ламинарного к турбулентному режимам течения и для «идеальных» условий теплообмена между флюидом и стенкой, которые заключаются в поддержании постоянной температуре стенки ($T_w = \text{пост.}$) или постоянного теплового потока от стенки в окружающую среду ($Q_w = \text{пост.}$). Очевидно, что в реальных теплотехнических и теплотехнологических установках эти

«идеальные» условия теплообмена отсутствуют. Однако такие «идеальные» условия несложно задать при аналитическом исследовании ламинарного режима свободной конвекции и возможно реализовать в лабораторном эксперименте по методу теории подобия. Это обстоятельство необходимо учитывать при оценке погрешности расчета теплоотдачи в реальном теплообменном аппарате.

Замечание 1. Свободная конвекция в объеме текучей среды может происходить также за счет действия центробежных и электромагнитных сил. В этом случае для расчета коэффициента теплоотдачи в первом приближении используют формулы термогравитационной конвекции.

Замечание 2. Все нижеприведенные критериальные формулы справедливы и для случая развития не только подъемного течения при условии $T_w > T_f$, но и для опускного течения, которое возникает при условии $T_w < T_f$ [5].

При свободной тепловой или естественной конвекции для текучих сред с критерием Прандтля $Pr \geq 0,7$ безразмерный коэффициент теплоотдачи – критерий (число) Нуссельта зависит от критериев Грасгофа и Прандтля:

$$Nu = f(Gr, Pr) \text{ или } Nu = f(Ra), \quad (7.108)$$

где $Ra = Gr Pr$ – критерий Рэлея; $Gr = \frac{gR_0^3}{\nu^2} \beta \Delta T$ – критерий Грасгофа; $Pr = \frac{\nu}{a}$ – критерий Прандтля.

§ 7.7.1.1. Теплоотдача при свободной конвекции около вертикальных пластин и вертикальных труб

Теплоотдача от твердой плоской и криволинейной вертикальных поверхностей при протекании естественной тепловой конвекции исследована экспериментально довольно

подробно. Например, опытные значения коэффициента теплоотдачи при свободной конвекции воздуха около поверхности вертикальной трубы (эксперимент Л.С. Эйгенсона) и вертикальной плоской поверхности (эксперимент Дэвиса (A.H. Davis)) показаны на рис. 7.5, который заимствован из учебника [1]. Для этого случая свободной конвекции коэффициент теплоотдачи не превышает $\alpha < 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

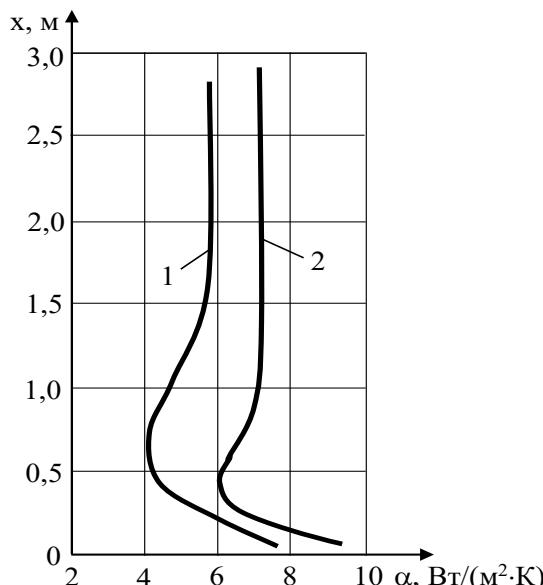


Рис. 7.5. Изменение коэффициента теплоотдачи свободной конвекцией по высоте труб и плит [1]:
 1 – для трубы по опытам Л.С. Эйгенсона;
 2 – для плоской поверхности по опытам Дэвиса

Численное отличие коэффициентов теплоотдачи в опытах Л.С. Эйгенсона и Дэвиса [1] можно объяснить разными условиями эксперимента (состоянием вертикальной поверхности, точностью измерительного оборудования и т.д.).

Завышенные значения коэффициента теплоотдачи, полученные Дэвисом (кривая 2 на рис. 7.5) можно объяснить и возможным учетом теплоотдачи излучением от плоской поверхности (плиты) в окружающую среду.

Качественная зависимость $\alpha = f(x)$ около нагретой вертикальной поверхности для всех режимов течения флюида показана на рис. 7.6.

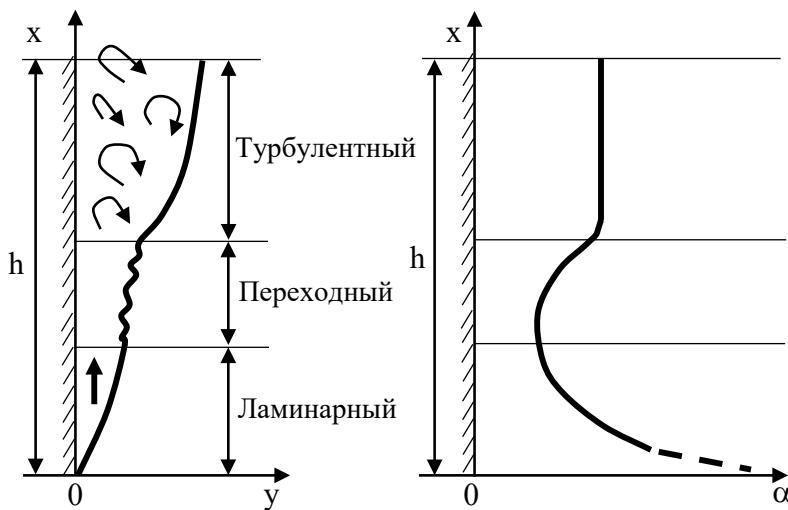


Рис. 7.6. Изменение коэффициента теплоотдачи вдоль нагретой вертикальной пластины $T_w > T_f$

Движение флюида вверх около вертикальной поверхности происходит за счет разности температур между стенкой и окружающей неподвижной средой. Около твердой поверхности возникают тепловой и гидродинамический пограничные слои. На начальном участке твердой поверхности течение флюида ламинарное, при котором теплота поперек слоя передается теплопроводностью, и поэтому при

увеличении размеров теплового пограничного слоя $\delta_{\text{тпс}}$ коэффициент теплоотдачи уменьшается:

$$\alpha \sim \frac{\lambda_f}{\delta_{\text{тпс}}}, \quad (7.109)$$

где λ_f – коэффициент теплопроводности текущей среды, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $\delta_{\text{тпс}}$ – толщина теплового пограничного слоя, м.

На начальном участке вертикальной поверхности $\delta_{\text{тпс}} \rightarrow 0$ и, соответственно, в теории $\alpha \rightarrow \infty$, поэтому кривая $\alpha(x)$ в начальной области течения флюида на рис. 7.6 изображена штриховой линией.

При некоторой толщине пограничного слоя поток флюида начинает турбулизироваться (наблюдается неустойчивое колебательное и волнообразное течение) и коэффициент теплоотдачи увеличивается. Этот режим течения называют переходным от ламинарного к турбулентному режиму течения. При турбулентном режиме течения, который существует в верхней части вертикальной поверхности, образуются локальные вихри, которые отрываются от твердой поверхности. Однако при этом коэффициент теплоотдачи не изменяется по высоте стенки, что объясняется постоянством толщины вязкого подслоя δ_λ , примыкающего к стенке, при турбулентном режиме [13]:

$$\delta_\lambda \sim x \cdot \left(\frac{gx^3}{v^2} \beta \Delta T \cdot Pr \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{x}{x} \cdot \left(\frac{g}{v^2} \beta \Delta T \cdot Pr \right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \delta_\lambda \neq f(x).$$

Изменение температуры $T = f(y)$ и скорости $w_x = f(y)$ в пограничном слое при естественной конвекции около вертикальной поверхности, находящейся в большом объеме текущей среды, показана на рис. 7.7. В этом случае при условии $T_w > T_f$ температура в восходящем потоке флюида

изменяется от температуры нагретой стенки T_w до температуры окружающей среды T_f . Скорость на стенке равна нулю (условие прилипания), затем продольная скорость увеличивается и, достигнув максимума, снижается до нуля в невозмущенном потоке. Теоретически доказано [5], что при ламинарном течении максимум скорости расположен в точке гидродинамического пограничного слоя с координатой $y \approx \delta_{\text{гпс}} / 3$, где $\delta_{\text{гпс}}$ – толщина гидродинамического пограничного слоя.

Замечание. В общем случае толщины теплового и гидродинамического пограничных слоев не совпадают при значении критерия Прандтля $\text{Pr} \neq 1$.

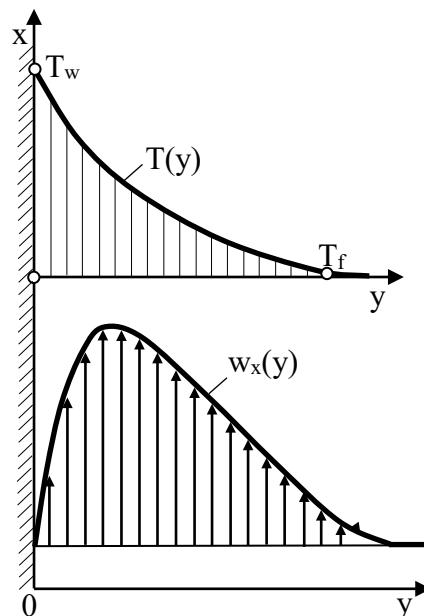


Рис. 7.7. Изменение температуры и скорости в пограничном слое при естественной конвекции

В расчетах теплоотдачи при свободной конвекции встает вопрос о том, какую характерную скорость флюида задавать в качестве скорости, определяющей режим течения. На основе теоремы динамики о связи кинетической энергии с работой внешних сил в [12, 13] доказано, что характерная скорость свободного движения равна:

$$w_0 = \sqrt{gx\beta\Delta T}, \quad (7.110)$$

где g – ускорение свободного падения, м/с^2 ; x – расстояние от нижней кромки вертикальной поверхности, м; β – коэффициент объемного расширения, К^{-1} ; $\Delta T = T_w - T_f$ – разность температур между стенкой и неподвижным флюидом, $^{\circ}\text{C}$ (К).

Подставляя последнее выражение в формулу критерия Рейнольдса, получим:

$$Re_x = \frac{w_0 \cdot x}{v} = \sqrt{\frac{gx^3}{v^2} \beta \Delta T} = \sqrt{Gr_x}. \quad (7.111)$$

Из формулы (7.111) следует, что при свободном движении критерий Грасгофа Gr заменяет критерий Рейнольдса Re при определении режима течения флюида (ламинарный, турбулентный или переходный). В общем случае для разных текучих сред при определении режима течения в условиях свободной конвекции в расчетах используют критерий Рэлея $Ra = Gr \cdot Pr$, численное значение которого зависит от определяющей температуры, принятой автором критериального уравнения. При определяющей температуре из справочников находят критерий Прандтля $Pr = v / a$, кинематический коэффициент вязкости v для капельных жидкостей и для газов, а также коэффициент объемного расширения β капельных флюидов. Коэффициент объемного расширения β для газов рассчитывают по формуле (7.75). Поэтому критические числа критерия Рэлея $Ra_{kp,0}$, $Ra_{kp,1}$ и $Ra_{kp,2}$, по

значению которых судят о начале ($Ra_{kp,0}$) и окончании ($Ra_{kp,1}$) ламинарного и наступлении турбулентного ($Ra_{kp,2}$) режимов течения, отличаются у критериальных уравнений с разной определяющей температурой. В интервале чисел Релея $Ra_{kp,1} \div Ra_{kp,2}$ существует переходный от ламинарного к турбулентному режим течения.

Например, если принять в качестве определяющей температуры температуру неподвижного флюида (за пределами теплового пограничного слоя) $T_0 = T_f$, то, по данным И.М. Пчелкина, приведенным в учебнике [5], критические числа Рэлея равны: $Ra_{kp,0} = 10^3$, $Ra_{kp,1} = 10^9$ и $Ra_{kp,2} \approx 6 \cdot 10^{10}$. А если принять в качестве определяющей температуры среднюю температуру теплового пограничного слоя $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + T_f)$, то в этом случае критические числа Рэлея имеют другие числовые значения [13]: $Ra_{kp,0} = 10^4$, $Ra_{kp,1} = 10^9$ и $Ra_{kp,2} \approx 10^{12}$.

В области малых чисел Рэлея $Ra < 10^4$ течение флюида нельзя рассматривать в приближении пограничного слоя, потому что толщина пограничного слоя и высота начального участка вертикальной поверхности имеют один порядок. В этом случае для описания конвективного теплообмена необходимо использовать полную систему дифференциальных уравнений Навье-Стокса и Фурье-Кирхгофа, решение которой показывает резкое увеличение коэффициента теплоотдачи на начальном участке вертикальной поверхности (штриховая линия на рис. 7.5) [13].

Замечание. Начало и конец переходного режима течения экспериментально определить весьма затруднительно, поэтому критические числа Рэлея $Ra_{kp,1}$ и $Ra_{kp,2}$ для обоих случаев задания определяющей температуры являются приближенными.

Местный (локальный) и средний коэффициенты теплопередачи при свободной конвекции около вертикальных объектов (пластин, труб и т.д.) зависят от режима течения флюида, который, в свою очередь, зависит от разности температур между стенкой и флюидом, от расстояния от нижней кромки вертикального тела и от физических свойств текущей среды (капельной жидкости или газа).

Внимание! Определяющая температура, рассчитанная по формуле $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + T_f)$ используется только для выбора физических свойств флюида из справочных таблиц и расчета коэффициента объемного расширения для газов по формуле (7.73). При вычислении критерия Грасгофа $Gr = [(gR_0^3) / v^2] \cdot \beta \Delta T$ перепад температур рассчитывают по формуле $\Delta T = |T_w - T_f|$, где T_w – температура стенки (поверхности теплообмена), T_f – температура флюида (не определяющая температура T_0).

А. Критериальные уравнения свободной конвекции около вертикальных поверхностей, зимствованные из учебника [5]

Ламинарный режим течения флюида $10^3 < Ra \leq 10^9$ [5]

Для ламинарного режима течения около нагретой вертикальной поверхности в учебнике [5] аналитическим методом получено выражение для локального числа Нуссельта при условии постоянной температуры вертикальной поверхности $T_w = \text{пост.}$:

$$Nu_x = C(Pr) \cdot (Gr_x \cdot Pr)^{1/4}, \quad (7.112)$$

где $C(Pr) = 0,473$ для газов при $Pr = 0,7$.

Замечание. Формула (7.112) получена при следующих допущениях:

- силы инерции малы по сравнению с силами вязкости и силами тяжести;
- перенос теплоты воль потока не учитывается в силу малости;
- рассматривается безградиентное течение ($\nabla p = 0$);
- физические свойства флюида не зависят от температуры;
- плотность флюида линейно зависит от температуры.

Поэтому решение (7.112) является приближенным.

Из формулы (7.112) следует, что коэффициент теплоотдачи при ламинарном режиме свободной конвекции изменяется по закону:

$$\frac{\alpha \cdot x}{\lambda_f} = C(Pr) \cdot \left(\frac{g \cdot x^3}{v^2} \beta \Delta T \cdot Pr \right)^{1/4} \Rightarrow \alpha = B \cdot x^{-1} \cdot x^{\frac{3}{4}} = B \cdot x^{-\frac{1}{4}},$$

где $B = C(Pr) \cdot \left(\frac{g}{v^2} \beta \Delta T \cdot Pr \right)^{1/4} \neq f(x)$ – постоянная не зависящая от координаты x .

Тогда средний на участке ламинарного течения $0-h$ коэффициент теплоотдачи по определению о среднем равен:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{h} \int_0^h \alpha dx = \frac{1}{h} \int_0^h B x^{-\frac{1}{4}} dx = \frac{1}{h} \cdot \frac{4}{3} \cdot B h^{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} \cdot B h^{-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3} \cdot \alpha_{x=h},$$

где $\alpha_{x=h} = B h^{-\frac{1}{4}}$ – коэффициент теплоотдачи в верхней точке пластины с координатой $x = h$, в которой заканчивается ламинарный режим течения.

Замечание. Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи вспомним «вышку» про взятие интеграла от степенной функции:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1).$$

Поэтому, используя формулу (7.112), получим, что средний по высоте вертикальной поверхности на участке ламинарного течения безразмерный коэффициент теплоотдачи \overline{Nu}_h для газов при $T_w = \text{пост}$ равен:

$$\overline{Nu}_h = \frac{4}{3} \cdot 0,473 \cdot (Gr_h \cdot Pr)^{0,25} = 0,63 \cdot (Gr_h \cdot Pr)^{0,25}, \quad (7.113)$$

где коэффициент $\frac{4}{3}$ получен при определении среднего коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ при постоянной температуре стенки.

Аналитические решения, выполненные с учетом сил инерции, показали, что коэффициент пропорциональности $C(Pr)$ в формуле (7.112), в зависимости от числа Прандтля, можно найти по табл. 7.2.

Таблица 7.2
Зависимость коэффициента $C(Pr)$ от числа Прандтля [4]

Pr	1	2	10	100	1000	∞
$C(Pr)$	0,535	0,568	0,620	0,653	0,665	0,67

Формулы (7.112) и (7.113) для расчета локального и среднего безразмерного коэффициента теплоотдачи получены при постоянной температуре стенки ($T_w = \text{пост}$). Если обогрев стенки происходит постоянным тепловым потоком ($Q_w = \text{пост}$), то интенсивность теплоотдачи приблизительно больше на 7% [5] и поэтому α , рассчитанный по формулам (7.112) и (7.113), надо умножить на коэффициент 1,07.

Определяющие параметры в формулах (7.112) и (7.113):
а) $R_0 = x$ – локальная координата по высоте в формуле (7.112);

- б) $R_0 = h$ – высота вертикальной пластины или высота вертикальной трубы в формуле (7.113);
 в) $T_0 = T_f$ – температура неподвижного флюида (за пределами теплового пограничного слоя).

Формулы (7.112) и (7.113) получены путем решения уравнений гидродинамического и теплового пограничных слоев для условий термогравитационной конвекции (формулировка Буссинеска) и дают приближенное значение коэффициента теплоотдачи.

Критериальные уравнения, полученные в результате обработки опытных данных с учетом зависимости теплофизических свойств флюида от температуры, получены И.М. Пчелкиным и приведены в учебнике [5].

По данным И.М. Пчелкина, при постоянной температуре теплоотдающей поверхности ($T_w = \text{пост}$) локальный и средний безразмерные коэффициенты теплоотдачи рассчитывают по следующим критериальным формулам:

$$Nu_{f,x} = 0,55 Ra_{f,x}^{0,25} \cdot \varepsilon_t; \quad (7.114)$$

$$\overline{Nu}_{f,h} = \frac{4}{3} \cdot 0,55 Ra_{f,h}^{0,25} \cdot \varepsilon_t = 0,73 Ra_{f,h}^{0,25} \cdot \varepsilon_t, \quad (7.115)$$

где коэффициент $\frac{4}{3}$ получен при определении среднего коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ при постоянной температуре стенки (см. выше).

При постоянном тепловом потоке ($Q_w = \text{пост}$), уходящем от теплоотдающей поверхности, локальный и средний безразмерные коэффициенты теплоотдачи рассчитывают по критериальным формулам [5]:

$$Nu_{f,x} = 0,60 Ra_{f,x}^{0,25} \cdot \varepsilon_t; \quad (7.116)$$

$$Nu_{f,h} = \frac{5}{4} \cdot 0,60 Ra_{f,h}^{0,25} \cdot \varepsilon_t = 0,75 Ra_{f,h}^{0,25} \cdot \varepsilon_t, \quad (7.117)$$

где коэффициент $\frac{5}{4}$ получен при определении среднего коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ при постоянном тепловом потоке [5].

Температурную поправку в формулах (7.114) – (7.117) рассчитывают по формуле М.А. Михеева (7.102) [2]:

$$\varepsilon_t = \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}.$$

Определяющие параметры в формулах (7.114), (7.115), (7.116) и (7.117):

- а) $R_0 = x$ – локальная координата по высоте в формулах (7.114) и (7.116);
- б) $R_0 = h$ – высота вертикальной пластины или высота вертикальной трубы в формулах (7.115) и (7.117);
- в) $T_0 = T_f$ – температура неподвижного флюида (за пределами теплового пограничного слоя).

Турбулентный режим течения флюида $Ra \geq 6 \cdot 10^{10}$ [5]

При постоянной температуре ($T_w = \text{пост}$) и постоянном тепловом потоке ($Q_w = \text{пост}$) локальный и средний коэффициенты теплоотдачи рассчитывают по формулам [5]:

$$Nu_{f,x} = 0,15 Ra_{f,x}^{0,333} \cdot \varepsilon_t; \quad (7.118)$$

$$Nu_{f,h} = 0,15 Ra_{f,h}^{0,333} \cdot \varepsilon_t. \quad (7.119)$$

Замечание. Результаты эксперимента [5] показали, что теплоотдача при свободной конвекции около вертикальной

поверхности, например, поверхности вертикальной трубы, не зависит от кривизны этой поверхности в каждом её сечении. Поэтому в критериальные формулы (7.114) – (7.119) для расчета коэффициента теплоотдачи в свободном потоке флюида около вертикальной поверхности, приведенные в учебнике [5], в качестве определяющего размера входит только высота вертикальной поверхности. Однако в научной литературе показано, что существуют экспериментальные данные о влиянии кривизны вертикальной криволинейной поверхности на теплоотдачу [13], которые надо учитывать в более точных, чем инженерные, расчетах.

Температурную поправку в формулах (7.118) и (7.119) рассчитывают по формуле М.А. Михеева (7.102) [2].

Определяющие параметры в формулах (7.118) и (7.119):

а) $R_0 = x$ – локальная координата по высоте в формуле (7.118);

б) $R_0 = h$ – высота вертикальной пластины или высота вертикальной трубы в формуле (7.119);

в) $T_0 = T_f$ – температура текучей среды вдали от поверхности теплообмена (за пределами теплового пограничного слоя).

Переходный режим течения флюида $10^9 < Ra < 6 \cdot 10^{10}$ [5]

Переходный режим течения флюида наступает при числах Релея $10^9 < Ra_{f,x} < 6 \cdot 10^{10}$ и отличается неустойчивостью течения. В приближенных расчетах теплоотдачи при переходном режиме И.М. Пчелкин [5] рекомендует использовать формулы (7.118) и (7.119) для турбулентного режима течения.

Б. Критериальные уравнения свободной конвекции около вертикальных поверхностей, заимствованные из учебника [13]

Ламинарный режим течения флюида $10^3 < Ra \leq 10^9$ [13]

В учебнике [13] для расчета местного и среднего коэффициента теплоотдачи при постоянной температуре теплоотдающей поверхности ($T_w = \text{пост}$) и при ламинарном режиме течения около нагретой вертикальной поверхности рекомендованы следующие критериальные уравнения:

$$Nu_x = 0,503[Ra_x \cdot \Psi(Pr)]^{1/4}; \quad (7.120)$$

$$\begin{aligned} \overline{Nu}_h &= \frac{4}{3} \cdot 0,503[Ra_h \cdot \Psi(Pr)]^{1/4} = \\ &= 0,670[Ra_h \cdot \Psi(Pr)]^{1/4}, \end{aligned} \quad (7.121)$$

где функция от Прандтля $\Psi(Pr) = \left[1 + \left(\frac{0,492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{-16/9}$;

коэффициент $\frac{4}{3}$ получен при определении среднего коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ при постоянной температуре стенки (см. выше).

При выполнении инженерных расчетов можно принять следующие значения функции $\Psi(Pr)$ [44]:

- для воздуха при $T_f = 0 \div 100^\circ\text{C}$ $\Psi(Pr) = 0,344$;
- для воды при $T_f = 20 \div 80^\circ\text{C}$ $\Psi(Pr) = 0,610$;
- для трансформаторного масла при $T_f = 20 \div 100^\circ\text{C}$ $\Psi(Pr) = 0,912$.

Определяющие параметры в формулах (7.120) и (7.121):

а) $R_0 = x$ – локальная координата по высоте в формуле (7.120);

б) $R_0 = h$ – высота вертикальной пластины или высота вертикальной трубы в формуле (7.121);

в) $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + T_f)$ – средняя температура теплового пограничного слоя.

Замечание. Для вязких и низкотеплопроводных теплоносителей ($Pr \rightarrow \infty$ и $\Psi(Pr) = 1$) и при условии $T_w = \text{пост}$ формула (7.120) принимает вид:

$$Nu_x = 0,503(Ra_x)^{1/4} = 0,503(Gr_x Pr)^{1/4}. \quad (7.122)$$

Если на вертикальной поверхности задано условие ($Q_w = \text{пост}$), то при ламинарном режиме течения в [13, 44] для расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи приведены критериальные уравнения:

$$Nu_x = 0,563[Ra_x \cdot \Phi(Pr)]^{1/4}; \quad (7.123)$$

$$\begin{aligned} \overline{Nu}_h &= \frac{5}{4} \cdot 0,563[Ra_h \cdot \Phi(Pr)]^{1/4} = \\ &= 0,704[Ra_h \cdot \Phi(Pr)]^{1/4}, \end{aligned} \quad (7.124)$$

где функция Φ равна $\Phi(Pr) = \left[1 + \left(\frac{0,437}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{-16/9}$; коэффициент $\frac{5}{4}$ получен при определении среднего коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ на всей вертикальной поверхности при постоянном тепловом потоке [5].

При выполнении инженерных расчетов можно принять следующие значения функции $\Phi(Pr)$ [44]:

– для воздуха при $T_f = 0 \div 100^\circ\text{C}$ $\Phi(Pr) = 0,363$;

- для воды при $T_f = 20 \div 80^\circ\text{C}$ $\Phi(\text{Pr}) = 0,627$;
- для трансформаторного масла при $T_f = 20 \div 100^\circ\text{C}$ $\Phi(\text{Pr}) = 0,917$.

Определяющие параметры в формулах (7.123) и (7.124):

а) $R_0 = x$ – локальная координата по высоте в формуле (7.123);

б) $R_0 = h$ – высота вертикальной пластины или высота вертикальной трубы в формуле (7.124);

в) $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + T_f)$ – средняя температура теплового пограничного слоя. Но при заданном тепловом потоке ($Q_w = \text{пост}$) температура вертикальной поверхности неизвестна, поэтому применяют метод последовательных приближений, используя для расчета T_w закон теплоотдачи Ньютона.

Замечание. Для вязких и низкотеплопроводных теплоносителей ($\text{Pr} \rightarrow \infty$ и $\Phi(\text{Pr}) = 1$) и при условии $Q_w = \text{пост}$ формула (7.123) принимает вид:

$$Nu_x = 0,563(Ra_x)^{1/4} = 0,563(Gr_x \text{Pr})^{1/4}. \quad (7.125)$$

Турбулентный режим течения флюида $Ra \geq 6 \cdot 10^{12}$ [13]

При турбулентном режиме течения опыт показывает, что $Nu_x \sim Gr_x^{1/3}$. В этом случае местный и средний коэффициенты теплоотдачи совпадают, а критериальное уравнение имеет вид:

$$Nu_x = 0,15[Ra_x \cdot \Psi(\text{Pr})]^{1/3}; \quad (7.126)$$

$$\overline{Nu}_h = 0,15[Ra_h \cdot \Psi(\text{Pr})]^{1/3}, \quad (7.127)$$

$$\text{где функция } \Psi \text{ равна } \Psi(\text{Pr}) = \left[1 + \left(\frac{0,492}{\text{Pr}} \right)^{9/16} \right]^{-16/9}.$$

Определяющие параметры в формулах (7.126) и (7.127):

а) $R_0 = x$ – локальная координата по высоте в формуле (7.126);

б) $R_0 = h$ – высота вертикальной пластины или высота вертикальной трубы в формуле (7.127);

в) $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + T_f)$ – средняя температура теплового пограничного слоя.

Переходный режим течения флюида $10^9 < Ra < 10^{12}$ [13]

В учебнике [13] критериальные формулы для переходного режима течения, которое характеризуется сильной неустойчивостью, отсутствуют. В этом случае можно воспользоваться рекомендацией И.М. Пчелкина [5] и для приближенного расчета коэффициента теплоотдачи при переходном режиме использовать формулы для турбулентного режима течения (7.126) и (7.127).

В. Расчет среднего коэффициента теплоотдачи свободной конвекцией около вертикальных поверхностей при *смешанном* режиме течения

На вертикальных поверхностях определенной высоты может существовать *смешанный режим* свободной конвекции, при котором на разных участках поверхности может одновременно существовать ламинарный, турбулентный и переходный от ламинарного к турбулентному режимы течения. Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи используют два алгоритма.

По *первому алгоритму* коэффициент теплоотдачи при смешанном режиме течения рассчитывают по формуле [15]:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_{\text{лам}} \cdot \frac{h_x}{h} + \bar{\alpha}_{\text{турб}} \cdot \left(1 - \frac{h_x}{h} \right), \quad (7.128)$$

где $\bar{\alpha}_{\text{лам}}$ – средний коэффициент теплоотдачи на нижнем участке вертикальной поверхности $0 \div h_x$ при ламинарном режиме течения [2, 5, 13, 44]; $\bar{\alpha}_{\text{турб}}$ – средний коэффициент теплоотдачи на верхнем участке вертикальной поверхности $h_x \div h$ при турбулентном режиме течения [2, 5, 13, 44]; h – высота стенки; h_x – высота при которой происходит переход от ламинарного к турбулентному режиму течения и она рассчитывается из условия

$$Ra_{kp,1} = 10^9 \quad \text{или} \quad \frac{gh_x^3}{\nu^2} \beta \Delta T \cdot Pr = 10^9, \quad (7.129)$$

где $\Delta T = T_w - T_f$ – перепад температур в тепловом пограничном слое; теплофизические свойства флюида (ν, β, Pr) находят при средней температуре $T_0 = 0,5(T_w + T_f)$.

По *второму алгоритму* коэффициент теплоотдачи при смешанном режиме течения рассчитывают по формуле [13]:

$$\overline{Nu}^{1/2} = 0,825 + \frac{0,387 Ra^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0,492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}}, \quad (7.130)$$

где физические свойства флюида находят при определяющей температуре $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + T_f)$.

Г. Изменение коэффициента теплоотдачи по высоте вертикальной поверхности

Анализ критериальных уравнений (7.114) и (7.120)

$$Nu_{f,x} = 0,55 Ra_{f,x}^{0,25} \cdot \varepsilon_t; \quad Nu_x = 0,503 [Ra_x \cdot \Psi(Pr)]^{1/4}$$

для расчета теплоотдачи при ламинарном течении позволяет выявить изменение локального коэффициента теплоотдачи по высоте вертикального объекта (вертикальная пластина, вертикальная труба и т.д.) $\alpha = f(x)$, где x – координата вертикальной поверхности, которая отсчитывается от нижней кромки объекта.

Для примера запишем в явном виде критерии подобия, входящие в формулу (7.114), при ламинарном режима течения:

$$\frac{\alpha x}{\lambda} = 0,55 \left(\frac{gx^3}{v^2} \beta \Delta T \frac{v}{a} \right)^{0,25} \varepsilon_t. \quad (7.131)$$

Из формулы (7.131) получаем, что коэффициент теплоотдачи равен:

$$\alpha = A \cdot \frac{(x^3)^{0,25}}{x} = A \cdot \frac{x^{0,75}}{x} = A \cdot x^{-0,25}, \quad (7.132)$$

где $A = 0,55 \left(\frac{g}{v^2} \beta \Delta T \frac{v}{a} \right)^{0,25} \varepsilon_t \cdot \lambda \neq f(x)$ – комплекс, не зависящий от вертикальной координаты x .

Таким образом, из анализа формулы (7.132) следует, что $\alpha \sim x^{-0,25}$, то есть коэффициент теплоотдачи убывает с ростом вертикальной координаты по степенному закону с показателем степени « $-0,25$ ».

Рассуждая аналогично для турбулентного режима течения, который характеризуют критериальные уравнения

(7.118) и (7.126), получим, раскрывая критерии подобия в явном виде, например, в формуле (7.118):

$$\frac{\alpha x}{\lambda} = 0,15 \left(\frac{gx^3}{v^2} \beta \Delta T \frac{v}{a} \right)^{0,333} \varepsilon_t, \quad (7.133)$$

Из формулы (7.133) получаем, что коэффициент теплоотдачи равен:

$$\alpha = B \cdot \frac{(x^3)^{0,333}}{x} = B \cdot \frac{x}{x} = B \neq f(x), \quad (7.134)$$

где $B = 0,15 \left(\frac{g}{v^2} \beta \Delta T \frac{v}{a} \right)^{0,333} \varepsilon_t \cdot \lambda$ – комплекс, не зависящий

от вертикальной координаты x .

Анализ формулы (7.134) показывает, что при турбулентном режиме свободной конвекции около вертикального объекта (вертикальная пластина или вертикальная труба) коэффициент теплоотдачи *не зависит* от координаты x , то есть не изменяется по высоте вертикальной поверхности при турбулентном течении.

Графическая интерпретация зависимости $\alpha = f(x)$ около нагретой вертикальной поверхности для всех режимов течения флюида показана на рис. 7.5.

§ 7.7.1.2. Теплоотдача при свободной конвекции около горизонтальных и наклонных пластин

Пластина или плита может быть обращена нагретой или холодной поверхностью вверх или вниз. Поэтому, в принципе, возможны четыре варианта теплоотдачи. При этом картина течения для случая при котором нагретая сторона пластины обращена вниз аналогична течению около горизонтальной пластины, у которой верхняя поверхность

пластины имеет температуру ниже температуры окружающей неподвижной текучей среды [13].

В учебнике Ф.Ф. Цветкова [13] приведены критериальные уравнения для расчета среднего коэффициента теплоотдачи от горизонтальной пластины с нагретой поверхностью, обращенной вверх ($T_w = \text{пост}$):

– при $\text{Ra} \leq 10^5$

$$\overline{\text{Nu}} = \frac{0,766 \text{Ra}^{1/5}}{\left[1 + \left(\frac{0,322}{\text{Pr}} \right)^{11/20} \right]^{4/11}}; \quad (7.135)$$

– при $\text{Ra} > 10^5$

$$\overline{\text{Nu}} = \frac{0,15 \text{Ra}^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0,322}{\text{Pr}} \right)^{11/20} \right]^{20/33}}. \quad (7.136)$$

Определяющие параметры в формулах (7.135) и (7.136):

а) $R_0 = 4 \cdot F / P$, где F – площадь горизонтальной плоской поверхности любой формы, м^2 ; P – периметр горизонтальной плоской поверхности, м ;

в) $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + T_f)$ – средняя температура теплового пограничного слоя около горизонтальной поверхности.

Расчет теплоотдачи около горизонтальных плит предложен также академиком М.А. Михеевым [2] и приведен ниже в разделе § 7.7.1.5.

В учебнике под редакцией академика А.И. Леонтьева [4] для расчета теплоотдачи от нагретой широкой наклонной пластины к воздуху, обращенной вниз рекомендована критериальная формула, справедливая в диапазоне чисел Грасгофа $10^5 \leq \text{Gr} < 10^9$:

$$\overline{\text{Nu}} = 0,48 \left[(1 + \cos \varphi) / 2 \right] \text{Gr}^{1/4}, \quad (7.137)$$

где φ – угол между нижней теплоотдающей поверхностью и вертикалью ($\varphi = 0^\circ$ – вертикальная поверхность, $\varphi = 90^\circ$ – горизонтальная поверхность с теплоотдающей поверхностью, обращенной вниз).

Поэтому безразмерный коэффициент теплоотдачи от нагретой *вертикальной поверхности к воздуху* можно рассчитать по формуле при $\varphi = 0^\circ$ [4]:

$$\overline{\text{Nu}} = 0,48 \cdot \text{Gr}^{1/4}. \quad (7.138)$$

При $\varphi = 90^\circ$ по формуле (7.137) рассчитывают теплоотдачу *к воздуху* от нагретой горизонтальной пластины, обращенной вниз:

$$\overline{\text{Nu}} = 0,24 \cdot \text{Gr}^{1/4}. \quad (7.139)$$

Определяющие параметры в формулах (7.137) – (7.139):

а) $R_0 = \ell$ – длина пластины с размерами $\ell \times b$ ($\ell > b$),

где b – ширина пластины имеет размер одного порядка с длиной ℓ ;

б) $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + T_f)$ – средняя температура теплового пограничного слоя.

В учебнике П.Л. Кириллова [12] для расчета охлаждения нагретых поверхностей, расположенных под углом φ к вертикали ($\varphi = 0^\circ$ – вертикальная поверхность) рекомендуется использовать число Рэлея Ra_φ , в котором вместо ускорения свободного падения g стоит составляющая силы тяжести ($g \cdot \cos \varphi$):

$$\text{Ra}_\varphi = \frac{(g \cdot \cos \varphi) \cdot R_0^3}{\nu^2} \beta \Delta T \cdot \text{Pr}. \quad (7.140)$$

Тогда безразмерный коэффициент теплоотдачи от нагретых наклонных поверхностей к воздуху и к воде рассчитывают по критериальным формулам [12]:

– для воздуха

$$\overline{Nu} = 0,348 Ra_{\phi}^{1/4}; \quad (7.141)$$

– для воды

$$\overline{Nu} = 0,56 Ra_{\phi}^{1/4}. \quad (7.142)$$

Определяющие параметры в формулах (7.141) и (7.142):

a) $R_0 = \ell$ – длина пластины с размерами $\ell \times b$ ($\ell > b$), где b – ширина пластины имеет размер одного порядка с длиной ℓ ;

б) $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + T_f)$ – средняя температура теплового пограничного слоя.

§ 7.7.1.3. Теплоотдача при свободном движении текучей среды при малых числах Рэлея

Теплообмен при малых числах Рэлея возникает около тонких проволок и режим течения в этом случае называют *пленочным*. При пленочном режиме теплота передается только теплопроводностью поперек неподвижной пленки. Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи при пленочном режиме течения рекомендуют использовать следующие критериальные формулы:

а) по данным Ф.Ф. Цветкова [44], пленочный режим течения имеет место при числах Рэлея $Ra_{md} = 10^{-10} \div 10^{-2}$:

$$\overline{Nu}_{md} = 0,675 \cdot Ra_{md}^{0,058}; \quad (7.143)$$

б) по данным Л.С. Эйгенсона [1, 2], пленочный режим течения на тонких нагретых проволоках ($d = 0,2 \div 2$ мм) существует при числах Рэлея $Ra_{md} < 1$:

$$\overline{Nu}_{md} = 0,45; \quad (7.144)$$

в) по данным М.А. Михеева [2], пленочный режим существует при числах Рэлея $Ra_{md} < 10^{-3}$ и в этом случае можно использовать критериальную формулу:

$$\overline{Nu}_{md} = 0,5; \quad (7.145)$$

г) по данным П.Л. Кириллова [12] пленочный режим наступает при $Ra_{md} < 10^3$. В этом случае:

– для плоской пластины и тонких проволочек

$$\overline{Nu}_{md} = 0,5; \quad (7.146)$$

– для шара

$$\overline{Nu}_{md} = 2. \quad (7.147)$$

Определяющие параметры в формулах (7.143) – (7.147):

а) $T_0 = T_m = 0,5 \cdot (T_f + T_w)$ – средняя температура пограничного слоя;

б) $R_0 = d_h$ – наружный диаметр проволоки или шара или толщина тонкой пластины.

Замечание. Закон $\overline{Nu}_{md} = \text{const}$ при пленочном режиме течения впервые опубликовал Нуссельт в 1929 году в Германии [1].

§ 7.7.1.4. Теплоотдача при свободной конвекции около горизонтальных цилиндров (труб)

Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи при свободной конвекции около горизонтальных труб (рис. 7.8) в диапазоне чисел Рэлея $\text{Ra}_{\text{fd}} = 10^3 \div 10^8$ по данным И.М. Михеевой [6] справедлива критериальная формула:

$$\overline{\text{Nu}}_{\text{fd}} = 0,5 \cdot \text{Ra}_{\text{fd}}^{0,25} \cdot \varepsilon_t, \quad (7.148)$$

где $\varepsilon_t = (\text{Pr}_f / \text{Pr}_w)^{0,25}$ – поправка Михеева, учитывающая изменение физических свойств текучей среды в зависимости от температуры.

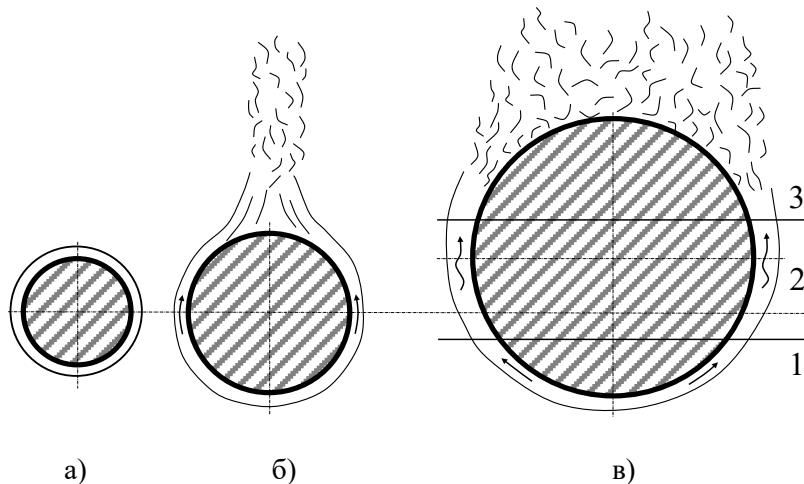


Рис. 7.8. Естественная конвекция около горизонтальных цилиндров разного диаметра: а) пленочный режим; б) ламинарный режим; в) смешанный режим (1 – ламинарный, 2 – переходный, 3 – турбулентный)

Критериальные формулы для более широкого диапазона изменения чисел Рэлея $Ra_{fd} = 10^{-2} \div 10^{10}$ представлены в учебнике Ф.Ф. Цветкова [13]:

– для $Ra_{fd} = 10^{-2} \div 10^2$

$$\overline{Nu}_{fd} = 1,02 \cdot Ra_{fd}^{0,15}, \quad (7.149)$$

– для $Ra_{fd} = 10^2 \div 10^4$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,85 \cdot Ra_{fd}^{0,19}, \quad (7.150)$$

– для $Ra_{fd} = 10^4 \div 10^7$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,5 \cdot Ra_{fd}^{0,25}, \quad (7.151)$$

– для $Ra_{fd} = 10^7 \div 10^{10}$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,125 \cdot Ra_{fd}^{0,33}. \quad (7.152)$$

Свободная конвекция около электрических проводов

Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи при свободной конвекции воздуха около электрических проводов, нагреваемых за счет тепла при прохождении электрического тока ($Q = \text{пост}$), в [13] рекомендуют пользоваться зависимостью $\overline{Nu} = f(Ra)$ заданной таблично (табл. 7.3).

Таблица 7.3

Зависимость $\overline{Nu} = f(Ra)$ при свободной конвекции воздуха около электрических проводов [13]

Ra	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2
\overline{Nu}	0,463	0,525	0,596	0,800	1,07	1,51	2,11

Определяющие параметры в формулах (7.148) – (7.152) и в табл. 7.3:

- а) $T_0 = T_f$ – температура текучей среды вдали от поверхности теплообмена (за пределами теплового пограничного слоя);
- б) $R_0 = d_h$ – наружный диаметр трубы (цилиндра) или электрического провода.

**§ 7.7.1.5. Теплоотдача при свободной конвекции
около вертикальных пластин, вертикальных труб,
горизонтальных пластин, горизонтальных труб и шаров
(формула М.А. Михеева [2])**

По данным академика М.А. Михеева, средний коэффициент теплоотдачи при свободном движении текучей среды около тел, указанных в заголовке раздела, можно рассчитать по единой формуле:

$$\overline{Nu}_m = C \cdot Ra_m^n, \quad (7.153)$$

где коэффициенты C и n в зависимости от режима течения приведены в табл. 7.4.

Таблица 7.4

Значения коэффициентов C и n в формуле (7.153)

$Ra_m = Gr_m \cdot Pr_m$	Режим течения	C	n
$<10^{-3}$	Пленочный	0,5	0
$10^{-3} \div 5 \cdot 10^2$	Переходный от пленочного к ламинарному	1,18	$\frac{1}{8}$
$5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^7$	Ламинарный и переходный к турбулентному	0,54	$\frac{1}{4}$
$> 2 \cdot 10^7$	Турбулентный	0,135	$\frac{1}{3}$

Определяющие параметры в формуле (7.153):

- а) $T_0 = T_m = 0,5 \cdot (T_f + T_w)$ – средняя температура пограничного слоя;
- б) $R_0 = d_h$ – наружный диаметр горизонтальных труб и шаров;
- в) $R_0 = h$ – высота вертикальной пластины или высота вертикальной трубы;
- г) $R_0 = \min(a, b)$ – меньшая сторона плиты, где a и b – размеры прямоугольной горизонтальной пластины. По предложению Мак Адамса [2] в зависимости от расположения теплоотдающей (тепловоспринимающей) поверхности коэффициент теплоотдачи увеличивают на 30 %, если нагретая сторона пластины обращена вверх, либо уменьшают на 30 %, если нагретая сторона обращена вниз.

Замечание. Для плоских пластин произвольной (не прямоугольной) формы для задания определяющего размера можно применить формулу [13]:

$$R_0 = 4F / P, \quad (7.154)$$

где F – площадь поверхности пластины; P – периметр пластины. Тогда, например для пластины в виде круга диаметром D получим, что определяющий размер равен $R_0 = D$.

§ 7.7.1.6. Теплообмен при свободном движении текучей среды в ограниченном пространстве

Щелевой канал, заполненный текучей средой, в инженерных расчетах моделируют плоской стенкой, через которую теплота передается теплопроводностью и конвекцией. Учет увеличения теплового потока через щелевой канал за счет движения флюида в щели выполняют введением в расчет эквивалентного коэффициента теплопроводности [5]. Поэтому при свободной конвекции в узких щелях, плоских

и кольцевых каналах различной формы (рис. 7.8) расчет теплового потока выполняют не по закону теплоотдачи Ньютона (7.49), а по формулам стационарной теплопроводности в плоской стенке:

$$q = \frac{\lambda_{\text{экв}}}{\delta} (T_{w1} - T_{w2}); \quad (7.155)$$

где $\lambda_{\text{экв}}$ – эквивалентный коэффициент теплопроводности, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; δ – толщина щели или узкого канала, м; T_{w1} и T_{w2} – температура на стенках щелевого канала, $^{\circ}\text{C}$ (К).

Эквивалентный коэффициент теплопроводности рассчитывают по формуле:

$$\lambda_{\text{экв}} = \lambda_f \cdot \varepsilon_k \quad (7.156)$$

где λ_f – коэффициент теплопроводности текущей среды, который находят в справочных таблицах в зависимости от температуры; ε_k – коэффициент конвекции – поправка, учитывающая увеличение теплового потока вследствие свободной конвекции в щели [5].

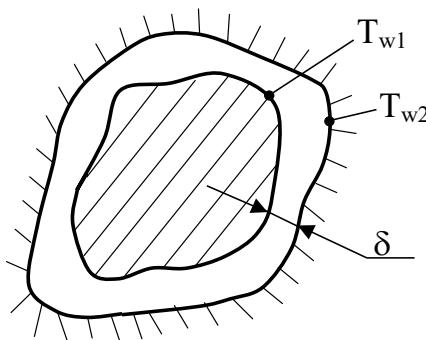


Рис. 7.8. Щелевой канал (сечение)

Коэффициент конвекции в зависимости от критерия Рэлея определен в результате проведения многочисленных экспериментов, выполненных по методу теории подобия [2]:

а) при значениях $Ra_f \leq 10^3$

$$\varepsilon_k = 1; \quad (7.157)$$

б) при значениях $10^3 < Ra_f < 10^6$

$$\varepsilon_k = 0,105 \cdot Ra_f^{0,3}; \quad (7.158)$$

в) при значениях $10^6 \leq Ra_f \leq 10^{10}$

$$\varepsilon_k = 0,40 \cdot Ra_f^{0,2}. \quad (7.159)$$

Анализ формул (7.156) и (7.157) показывает, что при числах Рэлея $Ra_f \leq 10^3$ теплота через текущую прослойку передается только теплопроводностью и в этом случае эквивалентный коэффициент теплопроводности равен коэффициенту теплопроводности флюида $\lambda_{\text{экв}} = \lambda_f$.

В приближенных расчетах вместо двух уравнений (7.158) и (7.159) для всей области значений аргументов $Ra_f > 10^3$ можно использовать единую зависимость [2]:

$$\varepsilon_k = 0,18 \cdot Ra_f^{0,25}. \quad (7.160)$$

Определяющие параметры в формулах (7.158) – (7.160):

- а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{w1} + T_{w2})$ – средняя температура текущей среды в щели;
- б) $R_0 = \delta$ – ширина щели.

§ 7.7.2. Конвективная теплоотдача при вынужденном движении текучей среды в трубах и каналах

§ 7.7.2.1. Основные положения

Конвективный теплообмен при течении капельных и газообразных теплоносителей в трубах и каналах имеет ряд особенностей, которые учитывают в расчетах теплоотдачи. Перечислим признаки, которые влияют на интенсивность конвективной теплоотдачи и по которым можно классифицировать конвективную теплоотдачу в трубах [51]:

– по интенсивности течения. В зависимости от соотношения сил инерции и сил трения в потоке, различают ламинарный, турбулентный и переходный от ламинарного к турбулентному режимы течения. При ламинарном режиме течения вследствие влияния силы гравитации в расчетах коэффициента теплоотдачи выделяют два подрежима: ламинарный вязкостный и ламинарный вязкостно-гравитационный режимы;

– по роду граничных условий (ГУ):

а) ГУ I рода, при которых задана температура внутренней стенки трубы (канала) в виде функции $T_w = f(x)$, где x – координата, отсчитываемая от входа флюида в трубу. В частном случае может быть задана постоянная температура на внутренней поверхности трубы $T_w = \text{пост}$;

б) ГУ II рода, при которых задано значение плотности теплового потока в виде $q_w = f(x)$ или в частном случае $q_w = \text{пост}$;

– по сочетанию гидродинамических и тепловых условий на начальном участке трубы (наблюдается или нет совпадение точек начала развития гидродинамического и теплового пограничных слоев).

Существует также классификация течений в зависимости от формы канала (круглые, квадратные, кольцевые и т.д.),

течение в змеевиках, теплообмен при больших температурных напорах между теплоносителем и стенкой, течение в шероховатых трубах и каналах и т.д.

Замечание. Постоянная температура стенки трубы наблюдается, например, при конденсации пара на наружной поверхности трубы. Постоянная плотность теплового потока на стенке имеет место при электрообогреве, радиационном обогреве и в противоточных теплообменниках при равенстве водяных эквивалентов теплоносителей [4] (см. главу 11).

При вынужденной конвекции в трубах и каналах безразмерный коэффициент теплоотдачи – критерий (число) Нуссельта зависит от критериев Рейнольдса и Прандтля, а при ламинарном режиме течения зависит также и от критерия Грасгофа:

$$\overline{Nu} = f(Gr, Re, Pr) = f(Ra, Re), \quad (7.161)$$

$$Nu = f(Gr, Re, Pr) = f(Ra, Re), \quad (7.161, a)$$

где $\overline{Nu} = \frac{\bar{\alpha}R_0}{\lambda}$ – среднее по поверхности трубы число Нуссельта; $Nu = \frac{\alpha R_0}{\lambda}$ – локальное (местное) в данном сечении трубы число Нуссельта; $Ra = Gr \cdot Pr$ – критерий Рэлея; $Gr = \frac{gR_0^3}{v^2} \beta \Delta T$ – критерий Грасгофа; $Re = \frac{w_0 R_0}{v}$ – критерий Рейнольдса; $Pr = \frac{v}{a}$ – критерий Прандтля; α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; R_0 – определяющий размер ($R_0 = d_{\text{вн}}$ для круглой трубы, где $d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы и $R_0 = d_{\text{экв}}$ для канала произвольного, но постоянного поперечного сечения, где $d_{\text{экв}}$ – эквивалентный (гидравлический) диаметр канала), м; λ – коэффициент

теплопроводности флюида, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; $g = 9,8$ – ускорение свободного падения, $\text{м}/\text{с}^2$; ν – кинематический коэффициент вязкости, $\text{м}^2/\text{с}$; β – коэффициент объемного расширения, $1/\text{К}$; $\Delta T = |\bar{T}_w - \bar{T}_f|$ – перепад температур для расчета среднего коэффициента теплоотдачи, где \bar{T}_w – средняя температура стенки трубы и \bar{T}_f – средняя температура флюида в трубе, $^{\circ}\text{C}$ (К); $\Delta T = |T_w - T_f|$ – перепад температур для расчета локального (местного) коэффициента теплоотдачи, где T_w – температура стенки в данном сечении трубы и T_f – температура флюида в данном сечении трубы, $^{\circ}\text{C}$ (К); w_0 – средняя по сечению скорость в трубе или канале, $\text{м}/\text{с}$.

При расчете среднего коэффициента теплоотдачи в трубе по закону теплоотдачи Ньютона $\bar{\alpha} = \bar{q}/(\bar{T}_f - \bar{T}_w)$ среднюю температуру флюида в общем случае рассчитывают как *среднелогарифмическую* температуру по формуле:

$$\bar{T}_f = \bar{T}_w \pm \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}, \quad (7.162)$$

где $\Delta T_1 = |T_{f1} - T_{w1}|$ и $\Delta T_2 = |T_{f2} - T_{w2}|$ – температурные напоры в начале и конце участка теплообмена в трубе ($\Delta T_1 > \Delta T_2$); T_{f1} и T_{f2} – температура флюида в начале и конце участка теплообмена; T_{w1} и T_{w2} – температура стенки трубы в начале и конце участка теплообмена (при условии $T_w = \text{пост} \Rightarrow T_{w1} = T_{w2} = \bar{T}_w$); знак «+» выбирают, если флюид отдает теплоту стенке и охлаждается ($T_f > T_w$) и, соответственно, если теплоноситель нагревается, получая теплоту от стенки ($T_w > T_f$), в формуле (7.162) выбирают знак «-».

При условии $\Delta T_1 / \Delta T_2 < 2$ среднюю температуру флюида можно вычислять как *среднеарифметическую* температуру с погрешностью не более 4% [2]:

$$\bar{T}_f = \frac{T_{f1} + T_{f2}}{2}, \quad (7.163)$$

где T_{f1} и T_{f2} – температура флюида в начале и конце участка теплообмена.

Внимание! Если по условию задачи задан тепловой поток, поступающий от стенки трубы к флюиду, например, при электрообогреве стенок ($Q_w = \text{пост}$), то в этом случае для расчета *всегда* используют *среднеарифметическую* температуру флюида, вычисленную по формуле (7.163).

При течении флюида в трубах и каналах существуют два классических режима течения – ламинарный и турбулентный. У большинства теплоносителей, применяемых в энергетике и промышленности, существует и переходный от ламинарного к турбулентному режим течения. Области существования режимов течения определяют по значению критерия Рейнольдса.

В качестве *определяющих параметров* при расчете критерия Рейнольдса (Re) используют:

а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – среднюю температуру флюида в трубе (канале), где T_{f1} – температура флюида на входе в трубу; T_{f2} – температура флюида на выходе из трубы;

б) $R_0 = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы или $R_0 = d_{\text{экв}}$ – эквивалентный диаметр канала, где $d_{\text{экв}} = 4 \cdot f / P$, м; f – площадь поперечного сечения канала, м^2 ; P – периметр канала, м;

в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению трубы (канала) скорость флюида, которую находят из интегрального уравнения неразрывности (7.32), где G – массовый расход флюида, кг/с; ρ – плотность флюида, кг/м³; f – площадь поперечного сечения трубы (канала), м².

В расчетах изотермических течений принято, что при $Re_{kp1} = 2300$ ламинарный режим заканчивается [15] и течение начинает турбулизироваться (появляются пульсации скорости). При течении флюида в неизотермических условиях (при наличии теплообмена) критическое число Рейнольдса уменьшается и составляет величину $Re_{kp1} \approx 2000 \div 2200$ [1, 2, 4, 5, 13]. При $Re_{kp2} = 10^4$ наступает полностью турбулентный режим течения [2]. В интервале $Re_{kp} = 2000 \div 10^4$ течение характеризуется *перемежаемостью* ламинарного и турбулентного течения (в одной и той же области, но в разные моменты времени существует либо ламинарный, либо турбулентный режим течения) [2].

В учебнике для определенности изложения примем следующие критические числа Рейнольдса [2]: $Re_{kp1} = 2200$ и $Re_{kp2} = 10^4$.

Замечание. Численные значения критических чисел Рейнольдса весьма условны, потому что зависят от структуры входного течения флюида, начального уровня турбулентности, состояния кромки трубы на входе (остры или сглаженная) и энталпии текучей среды, от которой зависят физические свойства флюида. Критическое число Рейнольдса Re_{kp1} также зависит от влияния свободной конвекции в трубах на поле скорости при вынужденном течении [4]. При теплообмене в круглых трубах турбулизация потока может начинаться при $Re_{kp1} < 2200$, а развитое турбулентное течение наблюдают уже при $Re_{kp2} > 4000$. Поэтому в

учебниках [1, 5] рекомендуют принимать $Re_{kp1} = 2000$, а в учебнике [2] – $Re_{kp1} = 2200$. В книге [13] принято, что турбулентное течение начинается уже при $Re_{kp2} = 4000$. При скруглении передней кромки трубы и входном течении без возмущений можно достигнуть ламинарного течения в прямой круглой трубе при числах Рейнольдса $Re_{kp1} \leq 4 \cdot 10^4$ [4].

Особенностью течения и теплообмена в трубах и каналах является наличие участков *гидродинамической и тепловой стабилизации* потока на входе в трубу или канал.

На входе в трубу или канал происходит перестройка профиля скорости флюида из-за действия сил вязкого трения от скорости на стенке, которая по условию прилипания равна нулю ($w_{ct} = 0$), до скорости невозмущенного потока на входе в трубу. Расстояние, на котором происходит перестройка профиля скорости, называют длиной *начального участка гидродинамической стабилизации* ℓ_{ng} . После прохождения начального участка профиль скорости флюида не изменяется. Форма стабилизированного профиля скорости при течении в трубах и каналах зависит от расхода флюида, физических свойств жидкости или газа, размеров трубы, степени турбулентности и от профиля скорости входного потока.

При ламинарном течении профиль скорости при течении флюида в прямой гладкой трубе подчиняется параболическому закону [5]:

$$w(r) = w_{max} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right], \quad (7.164)$$

где w_{max} – скорость на оси трубы; r_0 – радиус трубы; r – радиальная координата, отсчитываемая от оси трубы.

При ламинарном течении в трубе средняя скорость флюида равна половине максимальной скорости $\bar{w} = w_{\max} / 2$.

При турбулентном режиме течения профиль скорости имеет вид усеченной параболы и в инженерных расчетах его аппроксимируют степенной зависимостью:

$$w(r) = w_0 \left(1 - \frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (7.165)$$

где $n = 6 \div 10$ – показатель степени, величина которого в зависимости от критерия Рейнольдса определена экспериментально [5, 13]: при $Re = 4 \cdot 10^3 \Rightarrow n = 6$; при $Re = 2,3 \cdot 10^4 \Rightarrow n = 6,6$; при $Re = 1,1 \cdot 10^5 \Rightarrow n = 7$; при $Re = 3 \cdot 10^6 \Rightarrow n = 10$.

Аналогично начальному участку гидродинамической стабилизации при температуре флюида, отличной от температуры стенки трубы ($T_w \neq T_f$), на *начальном участке тепловой стабилизации* потока длиной $\ell_{\text{нт}}$ происходит перестройка профиля температуры. При движении флюида за пределами начального участка тепловой стабилизации профиль температуры изменяется до полного уменьшения перепада температур вследствие теплообмена.

Формирование теплового пограничного слоя в трубе, а следовательно, и интенсивность конвективной теплоотдачи, зависит от точки начала теплообмена в трубе. Можно выделить три варианта сочетания гидродинамических и тепловых условий на начальном участке трубы.

Первый вариант. Развитие гидродинамического и теплового пограничных слоев происходит одновременно на входе в трубу. При этом для текучих сред, у которых критерий Прандтля меньше единицы $Pr < 1$ – толщина теплового

пограничного слоя больше толщины гидродинамического пограничного слоя ($a > v \Rightarrow \delta_{\text{тпс}} > \delta_{\text{гпс}}$). Вследствие этого длина начального участка *тепловой* стабилизации *меньше* начального участка *гидродинамической* стабилизации $\ell_{\text{н.т}} < \ell_{\text{н.г.}}$. И, соответственно, наоборот, при $\text{Pr} > 1$ ($a < v \Rightarrow \delta_{\text{тпс}} < \delta_{\text{гпс}}$) и поэтому длина начального участка *тепловой* стабилизации *больше* начального участка *гидродинамической* стабилизации $\ell_{\text{н.т}} > \ell_{\text{н.г.}}$. Для понимания последнего утверждения следует иметь ввиду, что толщина теплового пограничного слоя ($\delta_{\text{тпс}}$) и толщина гидродинамического пограничного слоя ($\delta_{\text{гпс}}$) отсчитываются от внутренней стенки трубы.

Второй вариант. Конвективный теплообмен (развитие теплового пограничного слоя) происходит на участке трубы с гидродинамически стабилизированном потоком флюида при $\ell > \ell_{\text{н.г.}}$.

Третий вариант. Конвективный теплообмен происходит на участке трубы за пределами участков тепловой и гидродинамической стабилизации $\ell > \ell_{\text{н.т}}$ и $\ell > \ell_{\text{н.г.}}$. При этом интенсивность теплоотдачи на этом участке трубы зависит от предыстории развития гидродинамики потока и теплообмена. Иными словами, коэффициент теплоотдачи зависит от *варианта* (первый или второй вариант) сочетания развития гидродинамического и теплового пограничных слоев.

Перестройка гидродинамического и теплового пограничных слоев на начальном участке трубы имеет место при любом (ламинарном, турбулентном и возможно переходном) режиме течения флюида в основной части трубы. Влияние на теплоотдачу начального участка гидродинамической стабилизации в расчетах учитывают поправкой «на начальный участок», которую обозначают для локальных

коэффициентов теплоотдачи ε_ℓ и для средних коэффициентов теплоотдачи $\bar{\varepsilon}_\ell$.

В энергетических и теплотехнологических установках обычно существуют турбулентные режимы движения теплоносителей, что объясняется стремлением инженеров – проектировщиков создавать более компактные теплообменники за счет увеличения интенсивности теплоотдачи при турбулентном течении, естественно учитывая при этом и возрастающие механические потери на транспорт теплоносителей (см. главы 10 – 12). Однако в технике также применяют теплообменные аппараты, в которых теплопередача происходит при ламинарном режиме течения теплоносителей $Re < Re_{kpl}$. При этом для флюидов с числом Прандтля $Pr \ll 1 \Rightarrow \ell_{ht} \ll \ell_{hg}$ (жидкие металлы) и с числом Прандтля $Pr \gg 1 \Rightarrow \ell_{ht} \gg \ell_{hg}$ (технические масла) теплообмен в трубах происходит при постоянном увеличении размеров теплового и гидродинамического пограничных слоев и вследствие этого отсутствует гидродинамическая и тепловая стабилизация течения. В этих условиях локальный коэффициент теплоотдачи существенно изменяется по длине трубы, а его среднее значение зависит от соотношения L_{tr} / d_{bh} , где L_{tr} – длина трубы, а d_{bh} – внутренний диаметр трубы.

§ 7.7.2.2. Теплоотдача при движении флюида в прямых гладких трубах

Рассмотрим методы расчета теплоотдачи при движении газообразных и капельных теплоносителей в прямых гладких трубах с учетом особенностей данного вида конвективного теплообмена, которые перечислены в предыдущем разделе § 7.7.2.1 (режим течения, род граничных условий, наличие (и их сочетание) гидродинамического и теплового

пограничных слоев, влияние температурного поля на физические свойства флюида.

A. Ламинарный режим течения флюида $Re \leq 2200$

С целью уменьшения погрешности аппроксимации экспериментальных данных в зависимости от степени влияния термогравитационных сил на ламинарное течение теплоносителей в трубах выделяют два подрежима течения [5, 13, 51]:

- ламинарный *вязкостный* режим;
- ламинарный *вязкостно-гравитационный* режим.

При ламинарном *вязкостном* режиме влиянием сил гравитации в переменном температурном поле можно пренебречь в силу их малости. Наоборот, при *вязкостно-гравитационном* режиме на интенсивность теплоотдачи существенное влияние оказывает неоднородное распределение плотности флюида, что приводит к появлению свободной конвекции при вынужденном ламинарном течении в трубах и каналах.

По данным Б.С. Петухова [5], ламинарный *вязкостный* режим течения существует при числах Рэлея $Ra < Ra_{kp} = 8 \cdot 10^5$, а ламинарный *вязкостно-гравитационный* режим – при числах Рэлея $Ra \geq Ra_{kp} = 8 \cdot 10^5$. По данным Ф.Ф. Цветкова [13], критическое число Рэлея, характеризующее окончание вязкостного режима, равно $Ra_{kp} = 3 \cdot 10^5$, поэтому вязкостный режим течения, согласно исследованиям Ф.Ф. Цветкова, наблюдают при $Ra < Ra_{kp} = 3 \cdot 10^5$, а ламинарный *вязкостно-гравитационный* режим – при условии $Ra \geq Ra_{kp} = 3 \cdot 10^5$.

Определяющие параметры для расчета критерия Рэлея $Ra = Gr \cdot Pr = \frac{gR_0^3}{v^2} \beta \Delta T \cdot \frac{v}{a}$ находят по формулам [5, 13]:

- а) $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + \bar{T}_f)$, где $\bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя арифметическая температура флюида в трубе; T_{f1} и T_{f2} – температура флюида на входе в трубу и выходе из трубы;
- б) $R_0 = d_{bh}$ – внутренний диаметр трубы.

Внимание! Определяющая температура, рассчитанная по формуле $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + \bar{T}_f)$, используется только для выбора физических свойств флюида из справочных таблиц и расчета коэффициента объемного расширения для газов по формуле (7.73). При вычислении критерия Грасгофа $Gr = [(gR_0^3) / v^2] \cdot \beta \Delta T$ перепад температур рассчитывают по формуле $\Delta T = |T_w - \bar{T}_f|$, где T_w – температура стенки (поверхности теплообмена), \bar{T}_f – средняя температура флюида (не определяющая температура T_0). В зависимости от соотношения перепадов температур между стенкой и флюидом на входе в трубу и на выходе из трубы (см. § 7.7.2.1) среднюю температуру теплоносителя в трубе \bar{T}_f рассчитывают как среднелогарифмическую по формуле (7.162) или как среднедарифметическую – по формуле (7.163). Если температура внутренней стенки трубы заранее неизвестна (задан тепловой поток), то в этом случае необходимо применять метод последовательных приближений (метод итераций).

Теплоотдача при ламинарном вязкостном режиме движения текучей среды в трубах ($Re \leq 2200$; $Ra < 8 \cdot 10^5$)

При ламинарном вязкостном режиме течения флюида интенсивность теплоотдачи (коэффициент теплоотдачи)

зависит от особенностей развития гидродинамического и теплового пограничных слоев – длины начального участка гидродинамической и тепловой стабилизации и сочетания пограничных слоев, которые описаны выше в § 7.7.2.1). Для более логичного изложения материала сначала рассмотрим расчет теплоотдачи для *частных случаев* сочетания гидродинамической и тепловой стабилизации (*второй и третий варианты*), а затем самый общий случай одновременного развития гидродинамического и теплового пограничных слоев на входе в трубу (*первый вариант*).

Второй вариант сочетания гидродинамического и теплового пограничных слоев

Рассмотрим расчет теплоотдачи при формировании теплового пограничного слоя начиная с сечения трубы, в котором течение гидродинамически стабилизировалось и профиль скорости остается неизменным по длине трубы (*второй вариант* сочетания гидродинамического и теплового пограничных слоев, см. § 7.7.2.1). Если дополнительно принять допущение о независимости физических свойств флюида от температуры, то задачу расчета конвективного теплообмена в трубе в такой постановке называют задачей Гретца–Нуссельта [13, 51]. Для решения этой задачи Лео Гретц (Graetz L., 1885 г.) предложил использовать безразмерную продольную координату X , которую потом в своих расчетах применил Вильгельм Нуссельт (Nusselt W., 1910 г.):

$$X = \frac{x}{d_{bh}} \cdot \frac{a}{\bar{w}d_{bh}} = \frac{x}{d_{bh}} \cdot \frac{1}{Pe}, \quad (7.166)$$

где x – продольная координата трубы, отсчитываемая от входной кромки трубы, м; d_{bh} – внутренний диаметр трубы, м; \bar{w} – средняя скорость в данном сечении трубы, м/с; a – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$;

$Pe = Re \cdot Pr = \frac{\bar{w}d_{bh}}{a}$ – критерий Пекле; $Re = \frac{\bar{w}d_{bh}}{v}$ – критерий Рейнольдса; $Pr = \frac{v}{a}$ – критерий Прандтля; v – кинематический коэффициент вязкости, m^2/c .

Длина начального участка тепловой стабилизации (начального термического участка) равна [5, 13]:

– при $T_w = \text{пост}$

$$X_{h.t} = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{\ell_{h.t}}{d_{bh}} = 0,055, \quad (7.167)$$

откуда следует, что

$$\ell_{h.t} = 0,055 \cdot Pe \cdot d_{bh} = 0,055 \cdot (Re \cdot Pr) \cdot d_{bh}; \quad (7.167, a)$$

– при $Q_w = \text{пост}$

$$X_{h.t} = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{\ell_{h.t}}{d_{bh}} = 0,07, \quad (7.168)$$

откуда следует, что

$$\ell_{h.t} = 0,07 \cdot Pe \cdot d_{bh} = 0,07 \cdot (Re \cdot Pr) \cdot d_{bh}, \quad (7.168, a)$$

где $X_{h.t} = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{\ell_{h.t}}{d_{bh}}$ – безразмерная длина начального участка тепловой стабилизации; $\ell_{h.t}$ – длина начального участка тепловой стабилизации, м; Pe – критерий Пекле; d_{bh} – внутренний диаметр трубы, м.

При ламинарном течении в теплообменниках вязких капельных жидкостей с числом Прандтля $Pr = 1 \div 100$ длина начального термического участка $\ell_{h.t}$, рассчитанная по формулам (7.167, a) и (7.168, a), велика и может достигать

несколько тысяч диаметров трубы. Например, при $Pr = 100$ и $Re = 10^3$, получаем:

– при $T_w = \text{пост}$

$$\ell_{\text{нт}} = 0,055 \cdot Re \cdot Pr = 0,055 \cdot 10^3 \cdot 100 = 5500 \cdot d_{\text{вн}};$$

– при $Q_w = \text{пост}$

$$\ell_{\text{нт}} = 0,07 \cdot Re \cdot Pr = 0,07 \cdot 10^3 \cdot 100 = 7000 \cdot d_{\text{вн}}.$$

Такая большая длина начального участка тепловой (термической) стабилизации означает, что в теплообменных аппаратах, в которых в качестве теплоносителей используют вязкие капельные флюиды, конвективная теплоотдача не стабилизируется и полностью происходит на начальном термическом участке *при ламинарном течении*.

Определяющие параметры в формулах (7.166) – (7.168):

а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя арифметическая температура флюида в трубе, где T_{f1} и T_{f2} – температура флюида на входе в трубу и выходе из трубы;

б) $R_0 = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы.

При *вязкостном* режиме течения ($Re < Re_{kp1}$ и $Ra < Ra_{kp}$) на поле скорости, и поле температуры в потоке флюида в основном влияет зависимость вязкости капельных жидкостей от температуры. При этом влияние свободной конвекции на скорость и температуру незначительно. Такие условия теплообмена соответствуют вязким капельным жидкостям (маслам), у которых $Pr \gg 1$ при течении в трубах малого диаметра. В этом случае длина начального участка тепловой стабилизации может превышать длину труб теплообменного аппарата [13], то есть теплоотдача

происходит при непрерывном увеличении толщины теплового пограничного слоя.

Расчет теплоотдачи при вязкостном режиме течения также зависит от граничных условий на внутренней стенке трубы – задана температура $T_w = \text{пост}$ (граничные условия первого рода) или задан тепловой поток $Q_w = \text{пост}$ (граничные условия второго рода).

I. Расчет теплоотдачи при вязкостном стабилизированном течении при $T_w = \text{пост}$

Для гидродинамически стабилизированного течения и при постоянной температуре стенки трубы ($T_w = \text{пост}$) экспериментальные данные удовлетворительно аппроксимируются зависимостью Б.С. Петухова, Е.А. Краснощекова, Л.Д. Нольде, которая справедлива при $X = (1 / \text{Pe}) \cdot (x / d) \leq 0,03$ и $0,07 \leq \mu_w / \mu_f \leq 1500$ [13]:

$$Nu_x = 1,03 \cdot \left(\frac{1}{\text{Pe}} \cdot \frac{x}{d} \right)^{-1/3} \cdot \left(\frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{-0,14}, \quad (7.169)$$

где x – координата от входа в трубу; $X = (1 / \text{Pe}) \cdot (x / d)$ – безразмерная координата (приведенная длина трубы); $d = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы; $\text{Pe} = \frac{w_0 R_0}{a}$ – критерий Пекле;

μ_f – динамический коэффициент вязкости флюида при определяющей температуре T_0 ; μ_w – динамический коэффициент вязкости флюида при температуре стенки T_w .

Поскольку в формуле (7.169) $Nu_x \sim x^{-1/3}$, то применяя процедуру осреднения (см. § 7.7.1.1) на участке тепловой

стабилизации $\ell_{\text{н.т}}$, получаем, что средний в пределах начального термического участка безразмерный коэффициент теплоотдачи равен:

$$\overline{\text{Nu}} = \frac{3}{2} \cdot \text{Nu}_{x=\ell_{\text{н.т}}}, \quad (7.170)$$

где $\text{Nu}_{x=\ell_{\text{н.т}}}$ – рассчитывают по формуле (7.169), подставляя вместо координаты x длину начального термического участка $\ell_{\text{н.т}}$ и получая безразмерную координату в виде $X_{\text{н.т}} = (1/\text{Pe}) \cdot (\ell_{\text{н.т}} / d)$.

Поэтому средний на начальном термическом участке ($X = x/(\text{Pe} \cdot d) \leq 0,05$) коэффициент теплоотдачи рассчитывают по формуле Б.С. Петухова [5, 13], которая получена при $0,07 \leq \mu_w / \mu_f \leq 1500$:

$$\overline{\text{Nu}} = 1,55 \cdot \left(\frac{1}{\text{Pe}} \cdot \frac{\ell_{\text{н.т}}}{d} \right)^{-1/3} \cdot \left(\frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{-0,14}, \quad (7.171)$$

где коэффициент $1,55 = (3/2) \cdot 1,03$; $d = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы; $\text{Pe} = \frac{w_0 R_0}{a}$ – критерий Пекле; μ_f – динамический коэффициент вязкости флюида при определяющей температуре T_0 ; μ_w – динамический коэффициент вязкости флюида при температуре стенки T_w .

В формуле (7.171) учет зависимости вязкости от температуры при помощи поправки $(\mu_w / \mu_f)^{-0,14}$ возможен только для капельных жидкостей и неприменим для газов [5]. У газов влияние температурного поля на физические свойства флюида незначительно, поэтому температурную поправку принимают равной единице $(\mu_w / \mu_f)^{-0,14} \approx 1$.

Определяющие параметры в формуле (7.171):

- а) $T_0 = \bar{T}_f = T_w \pm (\Delta T_1 - \Delta T_2) / (\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2))$ – среднелогарифмическая температура флюида (см. формулу (7.162)). По рекомендации [16] для упрощения расчетов на калькуляторе в качестве определяющей температуры в формуле (7.171) можно использовать температуру $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + \bar{T}_f)$, где T_w – температура стенки трубы; $\bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя арифметическая температура флюида в трубе; T_{f1} и T_{f2} – температура флюида на входе в трубу и на выходе из трубы;
- б) $R_0 = d_{bh}$ – внутренний диаметр трубы;
- в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению трубы (канала) скорость движения флюида, где G – массовый расход флюида, кг/с; ρ – плотность флюида, кг/м³; f – площадь поперечного сечения трубы (канала), м².

II. Расчет теплоотдачи при вязкостном стабилизированном течении и $Q_w = \text{пост}$

Для гидродинамически стабилизированного течения и при постоянном тепловом потоке, поступающем на стенку трубы ($Q_w = \text{пост}$) экспериментальные данные удовлетворительно аппроксимируются зависимостью М.А. Михеева, С.С. Филимонова, Б.С. Хрусталева [4], которая справедлива

при $X = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{x}{d} \leq 0,04$ и $0,04 \leq \mu_w / \mu_f \leq 1$:

$$Nu_x = 1,31 \left(\frac{1}{Pe} \cdot \frac{x}{d} \right)^{-1/3} \cdot \left(1 + \frac{2}{Pe} \cdot \frac{x}{d} \right) \cdot \left(\frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{-1/6}. \quad (7.172)$$

При тех же условиях ($Q_w = \text{пост}$ и течение гидродинамически стабилизировано) на начальном термическом участке в [13] предлагаю критериальную зависимость для $X = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{x}{d} \leq 0,01$ в виде:

$$Nu_x = 1,31 \left(\frac{1}{Pe} \cdot \frac{x}{d} \right)^{-1/3} \cdot \left(\frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{-1/6}. \quad (7.173)$$

В формулах (7.172) и (7.173) приняты обозначения: x – координата от входа в трубу; $X = (1 / Pe) \cdot (x / d)$ – безразмерная координата (приведенная длина трубы); $d = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы; $Pe = Re \cdot Pr = (w_0 R_0 / v) \cdot Pr$ – критерий Пекле; μ_f – динамический коэффициент вязкости флюида при определяющей температуре T_0 ; μ_w – динамический коэффициент вязкости флюида при температуре стенки T_w .

Замечание. В формуле (7.172) по сравнению с формулой (7.173) присутствует второй сомножитель $\left(1 + \frac{2}{Pe} \cdot \frac{x}{d}\right)$ и поэтому, по утверждению авторов [4], формула (7.172) применима на большем участке теплообмена $X = 0 \div 0,04$ по сравнению с формулой (1.173), которая справедлива на более узком участке при $X = 0 \div 0,01$ [13].

При любых значениях $X = (1 / Pe) \cdot (x / d) \leq 0,07$ в пределах начального термического участка местный коэффициент теплоотдачи можно рассчитать по формуле [13, 44]:

$$Nu_x = \left[4,36 + 1,31 \cdot X \cdot \exp(-13 \cdot X) \right] \cdot \left(\frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{-1/6}, \quad (7.174)$$

где x – координата, отсчитываемая от входной кромки трубы; $X = (1 / Pe) \cdot (x / d)$ – безразмерная координата.

Поскольку в формулах (7.172) и (7.173) $Nu_x \sim x^{-1/3}$, то, применяя процедуру осреднения (см. § 7.7.1.1) на участке тепловой стабилизации ℓ_{ht} , получаем, что средний в пределах начального термического участка безразмерный коэффициент теплоотдачи равен:

$$\overline{Nu} = \frac{3}{2} \cdot Nu_{x=\ell_{ht}}, \quad (7.175)$$

где $Nu_{x=\ell_{ht}}$ – рассчитывают по формуле (7.174), подставляя вместо координаты x длину начального термического участка ℓ_{ht} и получая безразмерную координату в виде $X_{ht} = (1 / Pe) \cdot (\ell_{ht} / d)$.

Подставляя в формулу (7.175) значение $Nu_{x=\ell_{ht}}$, окончательно получаем среднее число безразмерного коэффициента теплоотдачи на начальном участке тепловой стабилизации при ГУ II рода при вязкостном стабилизированном течении:

$$\begin{aligned} \overline{Nu} &= 1,5 \cdot [4,36 + 1,31 \cdot X_{ht} \cdot \exp(-13 \cdot X_{ht})] \cdot \left(\frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{-1/6} = \\ &= [6,54 + 1,965 \cdot X_{ht} \cdot \exp(-13 \cdot X_{ht})] \cdot \left(\frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{-1/6}. \end{aligned} \quad (7.176)$$

В формулах (7.172) – (7.174) и (7.176) температурная поправка в виде $(\mu_w / \mu_f)^{-1/6}$ справедлива только для капельных жидкостей. Для газов температурную поправку принимают равной единице $(\mu_w / \mu_f)^{-1/6} \approx 1$.

Определяющие параметры в формулах (7.172) – (7.176):

- a) $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + \bar{T}_f)$, где T_w – температура стенки трубы; $\bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя арифметическая температура флюида в трубе; T_{f1} и T_{f2} – температура флюида на входе в трубу и на выходе из трубы;
- б) $R_0 = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы;
- в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению трубы (канала) скорость движения флюида, где G – массовый расход флюида, кг/с; ρ – плотность флюида, кг/м³; f – площадь поперечного сечения трубы (канала), м².

Третий вариант сочетания гидродинамического и теплового пограничных слоев

Рассмотрим расчет теплоотдачи при вязкостном гидродинамически и термически стабилизированном течении флюида (третий вариант сочетания гидродинамического и теплового пограничных слоев, см. § 7.7.2.1).

Если тепловая стабилизация (тепловой пограничный слой заполняет всё сечение трубы) произошла на участке с неизменным профилем скорости (гидродинамическая стабилизация потока наступила до начала теплообмена), то теплоотдачу в трубах при вязкостном гидродинамически стабилизированном течении за пределами начального участка тепловой стабилизации рассчитывают по формулам [5, 13]:

– при постоянной температуре внутренней поверхности ($T_w = \text{пост}$) для всех сечений трубы с координатой

$$X = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{\ell}{d_{\text{вн}}} > 0,055$$

$$\overline{Nu} = Nu_{\text{стаб}} \cdot \varepsilon_t = 3,66 \cdot \varepsilon_t, \quad (7.177)$$

где $Nu_{\text{стаб}} = \overline{Nu}_{\text{стаб}} = 3,66$ – теоретическое значение безразмерного коэффициента теплоотдачи на участке стабилизированного течения и стабилизированного теплообмена при граничных условиях I рода $T_w = \text{пост}$;

– при постоянном тепловом потоке, поступающем на стенку трубы или уходящем от стенки ($Q_w = \text{пост}$) для всех сечений трубы с координатой

$$X = \frac{1}{Pe} \cdot \frac{\ell}{d_{\text{вн}}} > 0,07$$

$$\overline{Nu} = Nu_{\text{стаб}} \cdot \varepsilon_t = 4,36 \cdot \varepsilon_t, \quad (7.178)$$

где $Nu_{\text{стаб}} = \overline{Nu}_{\text{стаб}} = 4,36$ – теоретическое значение безразмерного коэффициента теплоотдачи на участке стабилизированного течения и стабилизированного теплообмена при граничных условиях II рода $Q_w = \text{пост}$.

Сравнивая выражения (7.177) и (7.178)), можно сделать вывод о том, что теплоотдача при заданном тепловом потоке ($Q_w = \text{пост}$) на стенке трубы выше примерно на 20%, чем при заданной температуре стенки ($T_w = \text{пост}$).

Для учета зависимости вязкости капельных теплоносителей от температуры в формулы (7.177) и (7.178) вводят температурную поправку [13, 48]:

$$\varepsilon_t = (\mu_w / \mu_f)^{-0,14} = (\mu_f / \mu_w)^{0,14}, \quad (7.179)$$

где μ_f – динамический коэффициент вязкости флюида при определяющей температуре T_0 ; μ_w – динамический коэффициент вязкости флюида при температуре стенки T_w .

В формулах (7.177) и (7.178) температурная поправка в виде $\varepsilon_t = (\mu_w / \mu_f)^{-0,14} = (\mu_f / \mu_w)^{0,14}$ справедлива только для капельных жидкостей. Для газов температурную поправку принимают равной единице $\varepsilon_t \approx 1$.

Если гидродинамическая и тепловая стабилизация произошла *после одновременного развития* гидродинамического и теплового пограничных слоев на входе в трубу (*первый вариант* сочетания пограничных слоев), то в этом случае в инженерных расчетах при стабилизированном течении и за пределами участка тепловой стабилизации И.М. Михеева [6] рекомендует для расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи приближенную формулу для любого рода граничных условий ($T_w = \text{пост}$ и $Q_w = \text{пост}$):

$$\overline{Nu} = 4 \cdot \varepsilon_t, \quad (7.180)$$

где $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ поправка М.А. Михеева, учитывающая изменение физических свойств текучей среды (капельные жидкости) в зависимости от температуры. Для газов $\varepsilon_t = 1$.

Определяющие параметры в формулах (7.177) – (7.180):

- $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя арифметическая температура флюида в трубе; T_{f1} и T_{f2} – температура флюида на входе в трубу и на выходе из трубы;
- $R_0 = d_{bh}$ – внутренний диаметр трубы;
- $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению трубы (канала) скорость движения флюида, где G – массовый расход флюида, кг/с; ρ – плотность флюида, кг/м³; f – площадь поперечного сечения трубы (канала), м².

Первый вариант сочетания гидродинамического и теплового пограничных слоев

Для определения интенсивности теплоотдачи при вязкостном режиме течения для случая, когда развитие гидродинамического и теплового пограничных слоев *происходит одновременно* на входе в трубу, существуют две апробированные методики расчета – методика Б.С. Петухова [5, 16, 48] и методика Д.А. Лабунцова [51].

III. Расчет по методике Б.С. Петухова

Для гидродинамически стабилизированного течения поправка на начальный участок гидродинамической стабилизации $\bar{\varepsilon}_\ell = 1$. Если динамический и тепловой пограничные слои развиваются одновременно, то в этом случае увеличение теплоотдачи за счет перестройки профиля скорости учитывают поправкой на начальный участок $\bar{\varepsilon}_\ell > 1$ в формуле (7.171), которая справедлива на начальном термическом участке $X = x / (Pe \cdot d) \leq 0,05$ при $0,07 \leq \mu_w / \mu_f \leq 1500$ и условии $x / (Re \cdot d) < 0,1$ [5, 16]:

$$\overline{Nu} = 1,55 \cdot \left(\frac{1}{Pe} \cdot \frac{\ell_{h.t.}}{d} \right)^{-1/3} \cdot \left(\frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{-0,14} \cdot \bar{\varepsilon}_\ell, \quad (7.181)$$

$\bar{\varepsilon}_\ell$ – поправка на начальный участок гидродинамической стабилизации:

$$\bar{\varepsilon}_\ell = 0,6 \cdot [\ell / (Re \cdot d)]^{-1/7} \cdot [1 + 2,5 \cdot \ell / (Re \cdot d)], \quad (7.182)$$

где $Re = \frac{w_0 R_0}{\nu}$ – критерий Рейнольдса; $d = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы; $\ell = \ell_{\text{н.т}}$ – длина начального термического участка.

Замечание. В приближенных инженерных расчетах вместо длины начального участка тепловой стабилизации $\ell_{\text{н.т}}$ в формулы (7.181) и (7.182) подставляют длину трубы $L_{\text{тр}}$, априори считая, что длина начального участка термической стабилизации больше длины трубы [16]. Также поступают, если расчетом получено, что $\ell_{\text{н.т}} > L_{\text{тр}}$, то в этом случае принимают $\ell_{\text{н.т}} = L_{\text{тр}}$.

При $x/(Re \cdot d) \geq 0,1$ влияние на теплоотдачу перестройки профиля скорости незначительно и поэтому $\bar{\epsilon}_\ell \approx 1$.

Определяющие параметры в формулах (7.181) – (7.182):

а) $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + \bar{T}_f)$, где T_w – температура стенки трубы; $\bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя арифметическая температура флюида в трубе; T_{f1} и T_{f2} – температура флюида на входе в трубу и на выходе из трубы;

б) $R_0 = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы;

в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению трубы (канала) скорость движения флюида, где G – массовый расход флюида, кг/с; ρ – плотность флюида, кг/м³; f – площадь поперечного сечения трубы (канала), м².

Замечание. Формулы (7.181) и (7.182) получены при условии $T_w = \text{пост.}$. Если заданы граничные условия II рода $Q_w = \text{пост.}$, то в этом случае необходимо применить метод последовательных приближений (метод итераций), задавая и уточняя температуру стенки до совпадения теплового потока на предыдущей и последующей итерациях.

IV. Расчет по методике Д.А. Лабунцова

Если гидродинамическая и тепловая стабилизация зависят от одновременного развития гидродинамического и теплового пограничных слоев, начиная от входа в трубу (канал), Д.А. Лабунцов предложил интерполяционную формулу на основе своего анализа «теоретических решений и экспериментальных данных» [51], которая применима с точностью 10% при $x/d > 1$ и критерии Прандтля $Pr \geq 0,6$:

$$Nu = Nu_{\text{стаб}} \left(1 + c \frac{d}{x} Re Pr^{5/6} \right)^{2/5}.$$

Пренебрегая «1» (первое слагаемое в скобках) в силу малости по сравнению со вторым слагаемым в скобках, получим:

$$Nu = Nu_{\text{стаб}} \left(c \frac{d}{x} Re Pr^{5/6} \right)^{2/5}, \quad (7.183)$$

где x – координата, отсчитываемая от входной кромки трубы; $d = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы.

Числовые значения эмпирического коэффициента c и критерия Нуссельта при стабилизированном течении и стабилизированном теплообмене $Nu_{\text{стаб}}$ зависят граничных условий:

– при $T_w = \text{пост}$

$$c = 0,025; \quad Nu_{\text{стаб}} = 3,66;$$

– при $Q_w = \text{пост}$

$$c = 0,032; \quad Nu_{\text{стаб}} = 4,36.$$

Замечание. В инженерных расчетах длину трубы иногда измеряют в относительных единицах – калибрах. Принимая при этом, что калибр – это длина трубы, равная внутреннему диаметру

трубы $x = d_{\text{вн}}$ или $x / d_{\text{вн}} = 1$. Поэтому формула (7.183) справедлива начиная с сечения, отстоящего от входа в трубу на один калибр $x / d > 1$.

Для удобства чтения перепишем формулу (7.183) в следующем виде:

$$Nu = A \left(\frac{d}{x} Re \right)^{2/5} Pr^{1/3}, \quad (7.184)$$

где $A = Nu_{\text{стаб}} \cdot c^{2/5}$, поэтому при $T_w = \text{пост}$ коэффициент $A = 3,66 \cdot 0,025^{2/5} = 0,84$, а при $Q_w = \text{пост}$ – $A = 4,36 \cdot 0,032^{2/5} = 1,1$.

Поскольку из формулы (7.184) следует, что $Nu \sim x^{-2/5}$, то, применяя понятие о среднем коэффициенте теплоотдачи на начальном термическом участке ($x = 0 \div \ell_{\text{н.т}}$), получим:

$$\overline{Nu} = \frac{5}{3} \cdot Nu_{x=\ell_{\text{н.т}}}, \quad (7.185)$$

где $Nu_{x=\ell_{\text{н.т}}}$ – рассчитывают по формуле (7.184), подставляя вместо координаты x длину начального термического участка $\ell_{\text{н.т}}$.

Подставляя в формулу (7.185) значение $Nu_{x=\ell_{\text{н.т}}}$ из формулы (7.184), окончательно получим средний безразмерный коэффициент теплоотдачи на начальном участке тепловой стабилизации при одновременном развитии гидродинамического и теплового пограничных слоев начиная от входа в трубу:

$$\overline{Nu} = B \left(\frac{d}{\ell_{\text{н.т}}} Re \right)^{2/5} Pr^{1/3} \cdot \varepsilon_t, \quad (7.186)$$

где коэффициент $B = \frac{5}{3} \cdot 0,84 = 1,4$ при $T_w = \text{пост}$; коэффициент $B = \frac{5}{3} \cdot 1,1 = 1,83$ при $Q_w = \text{пост}$; $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – температурная поправка М.А. Михеева, справедливая для капельных флюидов, а для газов следует принимать $\varepsilon_t = 1$.

Замечание. При заданном по условию задачи тепловом потоке $Q_w = \text{пост}$ для расчета коэффициента теплоотдачи можно также использовать формулы, полученные при заданной температуре внутренней стенки трубы $T_w = \text{пост}$, применяя метод итераций, задавая и уточняя температуру стенки трубы добиваясь достижения заданного теплового потока Q_w .

Длину начального участка тепловой стабилизации рассчитывают по формулам:

– при $T_w = \text{пост}$

$$\frac{\ell_{\text{н.т}}}{d} = 0,05 Re Pr^{5/6}; \quad (7.187)$$

– при $Q_w = \text{пост}$

$$\frac{\ell_{\text{н.т}}}{d} = 0,07 Re Pr^{5/6}. \quad (7.188)$$

Замечание. Если расчетная длина начального участка тепловой стабилизации превышает длину трубы $\ell_{\text{н.т}} > L_{\text{тр}}$, то в этом случае принимают, что $\ell_{\text{н.т}} = L_{\text{тр}}$.

Определяющие параметры в формулах (7.183) – (7.188):

а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя арифметическая температура флюида в трубе; T_{f1} и T_{f2} – температура флюида на входе в трубу и на выходе из трубы;

б) $R_0 = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы;

в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению трубы (канала) скорость движения флюида, где G – массовый расход флюида, кг/с; ρ – плотность флюида, кг/м³; f – площадь поперечного сечения трубы (канала), м².

Внимание! При отсутствии информации об особенностях развития гидродинамического и теплового пограничных слоев при *вязкостном* режиме течения флюидов для расчета среднего коэффициента теплоотдачи рекомендуется применять формулу Б.С. Петухова (7.181) или формулу Д.А. Лабунцова (7.186), которые дают близкие результаты.

Теплоотдача при ламинарном вязкостно-гравитационном режиме движения текущей среды в трубах
($Re \leq 2200$; $Ra \geq 8 \cdot 10^5$)

По информации [5, 48], при числах Рэлея $Ra \geq 8 \cdot 10^5$ (по данным [13], при $Ra \geq 3 \cdot 10^5$) во время течения флюида в трубе в объеме теплоносителя появляется неоднородное поле плотности и возникает свободная конвекция, которая существенно влияет на теплоотдачу в трубах большого диаметра и при больших температурных напорах. В этом случае характер течения и теплообмена зависит от расположения трубы в пространстве (вертикальное, наклонное, горизонтальное) и от направления теплового потока (от стенки к флюиду или наоборот). Одновременное существование вынужденного ламинарного течения и свободно конвективного течения приводит к деформации профиля скорости и возникновению вторичных течений в трубе. Особенности гидродинамики и теплообмена при вязкостно-гравитационном режиме течения подробно описаны в литературе [13, 48 – 50].

Например, при совпадении направлений вынужденного и свободного течения флюида, которое существует при вынужденном движении в трубе снизу вверх при нагревании

или при вынужденном движении в трубе сверху вниз при охлаждении флюида, коэффициент теплоотдачи слабо повышается с ростом безразмерной координаты $X = (1 / Pe) \cdot (x / d)$. При достижении критического числа Рейнольдса, которое не является постоянным, а зависит от числа Рэлея ($Re_{kp1} = f(Ra)$) начинается турбулентный режим течения и коэффициент теплоотдачи резко возрастает [49].

И, наоборот, при противоположных направлениях вынужденного и свободного движения флюида у стенки вертикальной трубы (течение в вертикальной трубе снизу вверх при охлаждении или сверху вниз при нагревании) или, когда вынужденное и свободное течения взаимно перпендикулярны (при вязкостно-гравитационном течении в горизонтальных трубах), то при этих сочетаниях вынужденного и свободного течения возникает сильное перемешивание флюида в замкнутом пространстве и турбулентный режим наступает уже при $Re_{kp1} > 250$ [49]. В горизонтальных трубах в условиях вязкостно-гравитационного течения коэффициент теплоотдачи также существенно изменяется и по периметру трубы.

Коэффициент теплоотдачи при *вязкостно-гравитационном* режиме течения при определенных условиях может превышать коэффициент теплоотдачи при *вязкостном* течении в несколько раз [5].

Расчетные зависимости для безразмерного коэффициента теплоотдачи \overline{Nu} , критического числа Рэлея Re_{kp} , характеризующего переход вязкостного течения в вязкостно-гравитационное и критического числа Рейнольдса Re_{kp1} приведены в литературе [2, 5, 6, 13, 48 – 50].

Для расчета конвективной теплоотдачи при ламинарном вязкостно-гравитационном режиме течения для всех случаев ламинарного течения *без детального* учета влияния

свободной конвекции на теплоотдачу (независимо от ориентации трубы в пространстве) и независимо от направления вынужденного и свободного течения для капельных и газообразных теплоносителей академик М.А. Михеев предложил критериальную формулу, которая является *весьма приближенной* [2, 6]:

$$\overline{Nu}_f = 0,15 \cdot (Re_f \cdot Pr_f)^{0,33} \cdot (Gr_f \cdot Pr_f)^{0,1} \cdot \varepsilon_t \cdot \overline{\varepsilon}_\ell. \quad (7.189)$$

Определяющие параметры в формуле (7.189):

- а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя температура флюида в трубе (канале), где T_{f1} – температура флюида на входе в трубу; T_{f2} – температура флюида на выходе из трубы;
- б) $R_0 = d_{bh}$ – внутренний диаметр трубы;
- в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению трубы (канала) скорость движения флюида, где G – массовый расход флюида, кг/с; ρ – плотность флюида, кг/м³; f – площадь поперечного сечения трубы (канала), м².

Температурную поправку, учитывающую изменение физических свойств текучей среды в зависимости от температуры, рассчитывают по формуле М.А. Михеева $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ [2].

Поправочный коэффициент, учитывающий влияние на теплоотдачу процесса гидродинамической стабилизации потока на начальном участке теплообмена, зависит от отношения длины участка трубы в точке с координатой x , отсчитываемой от входа в трубу, к внутреннему диаметру трубы $\overline{\varepsilon}_\ell = f(x / d)$ равен [2]:

- а) при $x/d < 50$ значение $\overline{\varepsilon}_\ell$ находят по данным табл. 7.5;
- б) при $x/d \geq 50$ – $\overline{\varepsilon}_\ell = 1$.

Таблица 7.5

Поправка $\bar{\varepsilon}_\ell$ при вязкостно-гравитационном режиме
течения флюида

x/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$\bar{\varepsilon}_\ell$	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1,0

В литературе [13, 48-50] доказано, что для ламинарного течения поправка на начальный участок может быть больше единицы $\bar{\varepsilon}_\ell > 1$ и при условии $x/d > 50$, а также отмечено, что переменность свойств газообразных теплоносителей существенно влияет на интенсивность теплообмена. Однако в формуле (7.189) для газов поправка на зависимость свойств газов от температуры равна единице $\varepsilon_t = (\Pr_f / \Pr_w)^{0,25} \approx 1$ и поэтому не учитывает влияние переменности физических свойств флюида на теплоотдачу.

Указанные замечания [13, 48-50] ещё раз доказывают, что безразмерный коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по критериальной формуле (7.189), обладает низкой точностью и может служить только ориентиром для выполнения более точных расчетов, методика которых подробно изложена в литературе [13, 48-50].

Б. Ту́рбулентный режим течения флюида $Re \geq 10^4$

Впервые обширные исследования теплоотдачи при турбулентном движении в трубах выполнил Нуссельт, результаты которых он обработал в соответствии с требованиями теории подобия и опубликовал в период с 1910 по 1930 год [1, 2]. В настоящее время для расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи при турбулентном течении в трубах и каналах применяют критериальную формулу, которая была получена на основе гидродинамической аналогии

Рейнольдса (см. § 7.4.2). Согласно гидродинамической аналогии переноса импульса и теплоты в трубах выполняется равенство $St = \xi / 8$ (см. формулу (7.60)). Подставляя значение критерия Стантона из формулы (7.60) в формулу (7.61), которая определяет функциональную связь двух безразмерных коэффициентов теплоотдачи критерия Нуссельта (Nu) и критерия Стантона (St), получим:

$$Nu = St \cdot Re \cdot Pr = \frac{\xi}{8} \cdot Re \cdot Pr. \quad (7.190)$$

Заметим, что формула (7.190) получена при введении ряда допущений (она справедлива только для газов, у которых $Pr \approx 1$, физические свойства флюида не зависят от температуры и от направления теплового потока и ряда других допущений [2, 4, 5, 13, 51]).

Уточняя критериальную формулу (7.190) для условий стабилизированного течения и теплообмена в трубах, в 1958 году Б.С. Петухов и В.В. Кириллов предложили формулу, которую в дальнейшем Б.С. Петухов, Г.А. Дрейцер, В.А. Курганов, А.И. Гладунцов, Ф.Ф. Цветков уточнили введением поправки для учета зависимости свойств теплоносителя от температуры ε_t и распространили для расчета теплоотдачи на участке гидродинамической стабилизации при помощи поправки ε_ℓ :

$$Nu = \frac{\xi}{8} \cdot Re \cdot Pr \cdot \frac{1}{K + 12,7\sqrt{\xi/8} \left(Pr^{2/3} - 1 \right)} \cdot \varepsilon_t \cdot \varepsilon_\ell, \quad (7.191)$$

где ξ – коэффициент гидравлического сопротивления; K – эмпирический коэффициент; ε_t – температурная поправка; ε_ℓ – поправка на начальный участок гидродинамической стабилизации.

Эмпирический коэффициент можно принять равным $K = 1,07$ [50] или рассчитать по эмпирической формуле Б.С. Петухова $K = 1 + 900 / Re$ [50] или по эмпирической формуле Г.А. Дрейцера $K = 1,07 + 900 / Re - 0,63(1 + 10 Pr)$ [49].

Коэффициент гидравлического сопротивления рассчитывают по формуле Г.К. Филоненко [5]:

$$\xi = (1,82 \cdot \lg Re - 1,64)^{-2} = [0,79 \cdot \ln(Re/8)]^{-2}. \quad (7.192)$$

Замечание. Для понимания записи гидравлического сопротивления ξ в виде формулы (7.192) вспомним соотношение десятичного и натурального логарифмов $\lg Re = 0,43 \cdot \ln Re$ и свойство логарифмов $\ln(Re/8) = \ln Re - \ln 8$.

Температурная поправка для капельных жидкостей равна [13]:

$$\varepsilon_t = \left(\frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{-n}, \quad (7.193)$$

где μ_w – динамический коэффициент вязкости капельной жидкости при температуре стенки; μ_f – динамический коэффициент вязкости капельной жидкости при определяющей температуре флюида.

В диапазоне значений $\mu_w / \mu_f = 0,08 \div 40$ показатель степени в формуле (7.193) равен $n = 0,11$ при нагревании капельной жидкости ($T_w > T_f$) и $n = 0,25$ при ее охлаждении ($T_w < T_f$).

Температурную поправку для газов рассчитывают по формуле [13]:

$$\varepsilon_t = \left(\frac{T_w}{T_f} \right)^{-n}, \quad (7.194)$$

где T_w – температура стенки; T_f – определяющая температура флюида.

В диапазоне значений $T_w / T_f = 0,4 \div 4$ показатель степени в формуле (7.194) равен $n = 0,5$ при нагревании газа ($T_w > T_f$) и $n = 0,36$ при его охлаждении ($T_w < T_f$).

Длина начального участка гидродинамической стабилизации зависит от условий входа потока флюида в трубу. При резком сужении диаметра трубы толщина гидродинамического пограничного слоя быстро растет и уже при $x / d > 20$ профиль скорости потока по сечению трубы не изменяется и наступает гидродинамическая стабилизация течения. В этом случае поправку на начальный участок рассчитывают по эмпирической формуле [13]:

$$\varepsilon_\ell = 1 + 1,2 \cdot \frac{d}{x}, \quad (7.195)$$

где $d = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы; x – координата, которую отсчитывают от входной кромки трубы.

Критериальная формула (7.191) применима для расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи в широком диапазоне изменения параметров для *газов и капельных жидкостей* $Pr = 0,5 \div 200$ и $Re = 4 \cdot 10^3 \div 10 \cdot 10^6$ [13].

При турбулентном течении теплоносителей с числами Прандтля $Pr > 200$ (технические масла при невысоких температурах до 100°C) безразмерный коэффициент теплоотдачи рассчитывают по формуле Кутателадзе [13, 50]:

$$Nu = 0,115 \sqrt{\xi / 8} \cdot Re^{1/4} \cdot Pr^{1/4}. \quad (7.196)$$

Определяющие параметры в формулах (7.191), (7.192) и (7.196):

а) формула (7.191) может быть использована для расчета и локального и среднего коэффициента теплоотдачи.

Поэтому если рассчитывают локальную (местную) теплоотдачу, то за определяющую температуру принимают среднюю температуру в данном сечении трубы $T_0 = T_f$. Если находят средний коэффициент теплоотдачи, то принимают в качестве определяющей среднюю температуру флюида в трубе (канале) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$, где T_{f1} – температура флюида на входе в трубу; T_{f2} – температура флюида на выходе из трубы;

- б) $R_0 = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы;
- в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению трубы (канала) скорость движения флюида, где G – массовый расход флюида, кг/с; ρ – плотность флюида, кг/м³; f – площадь поперечного сечения трубы (канала), м².

Для более узкого диапазона изменения критерия Рейнольдса $Re = 10^4 \div 5 \cdot 10^6$ и для флюидов с критерием Прандтля $Pr = 0,6 \div 2500$ на основе анализа и обобщения результатов экспериментальных исследований М.А. Михеев (1947 г., 1951 г.) предложил для расчета среднего коэффициента теплоотдачи при турбулентном течении флюида в прямых гладких трубах формулу, которую широко используют в инженерных расчетах [2, 6]:

$$\overline{Nu}_{f,d} = 0,021 \cdot Re_{f,d}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \varepsilon_t \cdot \bar{\varepsilon}_\ell. \quad (7.197)$$

Определяющие параметры в формуле (7.197):

- а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя температура флюида в трубе, где T_{f1} – температура флюида на входе в трубу; T_{f2} – температура флюида на выходе из трубы;
- б) $R_0 = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы;
- в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению трубы (канала) скорость движения флюида, где G – массовый расход

флюида, кг/с; ρ – плотность флюида, кг/м³; f – площадь по-перечного сечения трубы (канала), м².

Температурную поправку ε_t , учитывающую изменение физических свойств капельных флюидов в зависимости от температуры, рассчитывают по формуле Михеева $\varepsilon_t = (\Pr_f / \Pr_w)^{0,25}$ [2].

Поправочный коэффициент $\bar{\varepsilon}_\ell$, учитывающий влияние на теплоотдачу процесса гидродинамической стабилизации потока на начальном участке теплообмена, равен [5]:

$$\text{а) при } x/d < 50 - \bar{\varepsilon}_\ell \approx 1 + 2d/x; \quad (7.198)$$

$$\text{б) при } x/d \geq 50 - \bar{\varepsilon}_\ell = 1. \quad (7.199)$$

Более точные значения поправки на начальный участок гидродинамической стабилизации $\bar{\varepsilon}_\ell$ в зависимости от критерия Рейнольдса приведены в табл. 7.6.

Таблица 7.6

Поправка $\bar{\varepsilon}_\ell$ при турбулентном режиме течения флюида

Re	x/d							
	1	2	5	10	15	20	30	40
$1 \cdot 10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02
$10 \cdot 10^4$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02
$10 \cdot 10^5$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01

Анализ данных табл. 7.6 показывает, что с увеличением турбулентности потока (увеличением числа Рейнольдса)

влияние начального участка гидродинамической стабилизации на теплоотдачу уменьшается.

Замечание. В учебнике [5] показано, что формула М.А. Михеева (7.187) является частным случаем более общей формулы (7.181) и поэтому менее надежна в диапазоне чисел Рейнольдса $Re = 4 \cdot 10^3 \div 10^4$ [44]. В книге [49] Г.А. Дрейцер отмечает, что формула Михеева (7.187) не применима для газов, потому что температурная поправка для газов $\varepsilon_t \approx 1$ и не учитывает влияние зависимости физических свойств газов на теплоотдачу. Кроме того, по утверждению Г.А. Дрейцера формула (7.187) практически справедлива только для охлаждения капельной жидкости. При нагреве капельных флюидов поправка на изотермичность значительно меньше и составляет $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0.06}$.

В. Переходный режим течения флюида $2200 < Re < 10^4$

Переходный режим течения флюида характеризуется *перемежаемостью* течения флюида [2]. В этом случае в каждом сечении трубы попаременно наблюдается ламинарный и турбулентный режимы течения. Поэтому рассчитать точно коэффициент теплоотдачи при переходном режиме течения не представляется возможным, а можно только оценить максимальные и минимальные значения $\bar{\alpha}$, соответствующие турбулентному и ламинарному режимам течения. Например, по методике МЭИ, изложенной в [9, 14], средний коэффициент теплоотдачи при переходном режиме течения флюида в прямых гладких трубах можно вычислить по формуле:

$$\overline{Nu} = \gamma \cdot \overline{Nu}_{турб} + (1 - \gamma) \cdot \overline{Nu}_{лам}, \quad (7.200)$$

где $\overline{Nu}_{лам}$ – число Нуссельта, рассчитанное для ламинарного режима течения, например, по формуле (7.181) или (7.189); $\overline{Nu}_{турб}$ – число Нуссельта, рассчитанное для турбулентного

режима течения по формулам (7.191) или по формуле (7.197); $\gamma = \tau_{\text{турб}} / (\tau_{\text{лам}} + \tau_{\text{турб}})$ – коэффициент перемежаемости; $\tau_{\text{лам}}$ – время в течение которого поток ламинарный; $\tau_{\text{турб}}$ – время в течение которого поток турбулентный. При этом в ламинарном потоке коэффициент перемежаемости равен $\gamma = 0$, а в турбулентном – $\gamma = 1$.

Коэффициент перемежаемости также можно найти линейной интерполяцией в диапазоне чисел $Re = 2200 \div 10000$ или по формуле, предложенной в [14]:

$$\gamma = 1 - \exp(1 - Re / 2200). \quad (7.201)$$

При числах Рейнольдса $Re = 2200$ коэффициент перемежаемости равен нулю $\gamma = 0$ и число Нуссельта $\overline{Nu} = \overline{Nu}_{\text{лам}}$. При числах Рейнольдса $Re \geq 10000$ коэффициент перемежаемости приблизительно равен единице $\gamma \approx 1$ и число Нуссельта $\overline{Nu} = \overline{Nu}_{\text{турб}}$.

Средний коэффициент теплоотдачи при переходном режиме течения можно также рассчитать по формуле М.А. Михеева, которая получена путем обработки многочисленных экспериментов [2]:

$$\overline{Nu} = K_0 \cdot Pr^{0,43} \cdot \varepsilon_t \cdot \overline{\varepsilon}_\ell, \quad (7.202)$$

где комплекс $K_0 = f(Re)$ в зависимости от числа Рейнольдса принимают по данным табл. 7.7; поправку $\overline{\varepsilon}_\ell$ рассчитывают так же, как и при турбулентном режиме течения флюида по формулам (7.198) и (7.199); $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – поправка Михеева на неизотермичность теплоносителя [2].

Определяющие параметры в формуле (7.202):

- а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя температура флюида в трубе (канале), где T_{f1} – температура флюида на входе в трубу; T_{f2} – температура флюида на выходе из трубы;
- б) $R_0 = d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы;
- в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению трубы (канала) скорость движения флюида, где G – массовый расход флюида, кг/с; ρ – плотность флюида, кг/м³; f – площадь поперечного сечения трубы (канала), м².

Таблица 7.7
Зависимость комплекса K_0 от числа Рейнольдса

$Re \cdot 10^{-3}$	2,2	2,3	2,5	3,0	3,5	4,0	5	6	7	8	9	10
K_0	2,2	3,6	4,9	7,5	10	12,2	16,5	20	24	27	30	33

§ 7.7.2.3. Теплоотдача при движении флюида в каналах произвольного поперечного сечения

Все вышеприведенные критериальные формулы для расчета теплоотдачи в круглой трубе применимы и для расчета коэффициента теплоотдачи при течении жидкостей и газов в каналах другой (не круглой) формы поперечного сечения (прямоугольной, треугольной, кольцевой и т.д.), а также и при продольном омывании пучков труб, заключенных в канал произвольного поперечного сечения [1, 2]. При этом в качестве определяющего (характерного) размера в расчетах следует применять эквивалентный (гидравлический) диаметр канала:

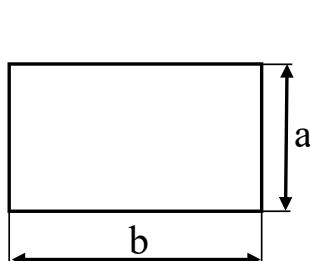
$$R_0 = d_{\text{экв}} = d_{\Gamma} = 4 \frac{f}{P}, \quad (7.203)$$

где f – площадь поперечного сечения потока флюида («живое» сечение канала), м^2 ; P – смоченный периметр канала, м.

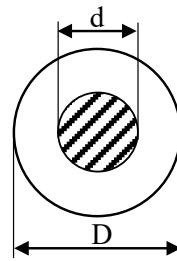
Рассмотрим пример расчета эквивалентного (гидравлического) диаметра каналов некруглой формы, изображенных на рис. 7.9.

Эквивалентный диаметр прямоугольного канала с размерами $a \times b$ (рис. 7.9, а) равен:

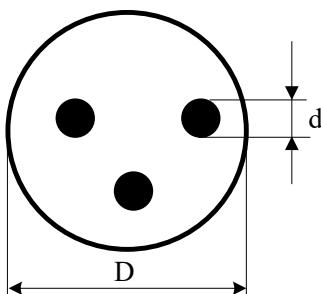
$$d_{\text{экв}} = 4 \frac{f}{P} = 4 \cdot \frac{ab}{2(a+b)} = 2 \frac{ab}{a+b}. \quad (7.204)$$



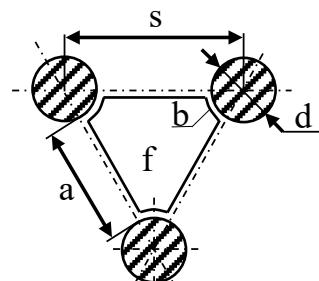
а)



б)



в)



г)

Рис. 7.9. Каналы некруглой формы

Эквивалентный диаметр кольцевого канала – канала круглого поперечного сечения с внутренним диаметром D , в котором расположен круглый стержень диаметром d или труба с наружным диаметром d (рис. 7.9, б), равен:

$$d_{\text{екв}} = 4 \frac{f}{P} = 4 \cdot \frac{\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}}{\frac{\pi D + \pi d}{4}} = \frac{D^2 - d^2}{D + d} = \frac{(D - d)(D + d)}{D + d} = D - d. \quad (7.205)$$

Эквивалентный диаметр канала круглого поперечного сечения диаметром D , в котором расположены три круглых стержня диаметром d (рис. 7.9, в), равен:

$$d_{\text{екв}} = 4 \frac{f}{P} = 4 \cdot \frac{\frac{\pi D^2}{4} - 3 \frac{\pi d^2}{4}}{\frac{\pi D + 3\pi d}{4}} = \frac{D^2 - 3d^2}{D + 3d}. \quad (7.206)$$

На рис. 7.9, г показан «канал», находящийся внутри ячейки между тремя стержнями, расположенными в вершинах треугольной решетки (фрагмент тепловыделяющей сборки активной зоны ядерного реактора). «Канал» образован тремя дугами длиной $b = \pi d / 6$, образующими смоченный периметр, и тремя проницаемыми границами длиной $a = s - d$, где s – шаг пучка. В этом случае эквивалентный диаметр «канала» для прохода теплоносителя равен:

$$d_{\text{екв}} = 4 \frac{f}{P} = 4 \cdot \frac{\frac{s^2 \sqrt{3}}{4} - \frac{\pi d^2}{8}}{\frac{3 \cdot \pi d}{6}} = \frac{2 \cdot s^2 \sqrt{3} - \pi d^2}{\pi d} = d \left[\left(2\sqrt{3} / \pi \right) \cdot \bar{s}^2 - 1 \right], \quad (7.207)$$

где $\bar{s} = s / d$ – относительный шаг расположения стержней в решетке (шаг решетки).

Рассуждая аналогично, получим, что для квадратной решетки расположения твэлов в тепловыделяющей сборке (ТВС), эквивалентный (гидравлический) диаметр равен:

$$d_{\text{экв}} = d \left[(4 / \pi) \cdot \bar{s}^2 - 1 \right]. \quad (7.208)$$

По мере накопления экспериментальных данных по теплоотдаче в каналах некруглого сечения было доказано [4, 13, 49], что расчет теплоотдачи в таких каналах по критериальным формулам для круглой трубы с заменой диаметра трубы на эквивалентный (гидравлический) диаметр может привести к значительным отклонениям расчетного значения коэффициента теплоотдачи от полученного в эксперименте.

Например, по данным Г.А. Дрейцера [49] при *плотной упаковке* труб ($s/d < 1,2$) и **ламинарном** течении в продольно омываемых пучках труб средний коэффициент теплоотдачи может быть в 4 – 5 раз ниже $\bar{\alpha}$, рассчитанного по формуле для круглой трубы с эквивалентным диаметром, а при **турбулентном** течении в *плотных* пучках – коэффициент теплоотдачи может быть в 2 – 3 раза ниже коэффициента теплоотдачи, рассчитанного для круглой трубы с эквивалентным диаметром. В раздвинутых пучках ($s/d > 1,4 \div 1,6$), наоборот, экспериментальный коэффициент теплоотдачи может быть в 2,5 – 3 раза *выше* при **ламинарном** режиме и в 1,5 – 1,6 раза *выше* при **турбулентном** режиме, чем значение $\bar{\alpha}$, рассчитанного по формулам для круглой трубы с использованием эквивалентного диаметра. Отличаются результаты расчета коэффициента теплоотдачи по методике, использующей эквивалентный диаметр, от эксперимента и для других каналов (плоских, треугольных, кольцевых) [49]. Поэтому для расчета теплоотдачи в *некруглых* каналах рекомендуется использовать критериальные формулы, полученные в результате обработки опытных данных по

теплообмену для каждого конкретного канала, которые приведены в специальной литературе.

В качестве примера расчета теплоотдачи в *некруглом* канале рассмотрим расчет коэффициента теплоотдачи на внутренней стенке кольцевого канала при турбулентном течении газов и капельных жидкостей, у которого внешняя стенка теплоизолирована (формула Исаченко – Галина) [5, 13]:

$$\overline{Nu} = 0,017 Re^{0,8} Pr^{0,4} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^{0,18} \cdot \varepsilon_t, \quad (7.209)$$

где d_1 – внутренний диаметр кольцевого канала; d_2 – внешний диаметр кольцевого канала; $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – поправка Михеева на неизотермичность флюида [2].

Формула (7.209) справедлива при $d_2 / d_1 = 1,2 \div 14$ и для теплоносителей, у которых число Прандтля равно $Pr = 0,7 \div 100$.

Определяющие параметры в формуле (7.209):

а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя температура флюида в канале, где T_{f1} – температура флюида на входе в трубу; T_{f2} – температура флюида на выходе из трубы;

б) $R_0 = d_{\text{экв}} = d_2 - d_1$ – эквивалентный диаметр кольцевого канала (см. формулу (7.205));

в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению кольцевого канала скорость флюида, где f – площадь поперечного сечения кольцевого канала.

Замечание. В общем случае при решении задачи о конвективном теплообмене в кольцевом канале необходимо рассчитывать два числа Нуссельта – для внутренней и внешней поверхностей кольцевого канала и для разных условий обогрева (охлаждения) стенок [12, 13].

§ 7.7.2.4. Теплоотдача при турбулентном движении флюида в изогнутых трубах

При движении флюида в изогнутых трубах (коленах, змеевиках) происходит дополнительная турбулизация течения из-за закрутки потока и появления вторичных течений в виде вихрей, что приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи. Переход ламинарного течения в турбулентное происходит при критическом числе Рейнольдса [13]:

$$Re_{kp,iz} = 2 \cdot 10^4 \left(\frac{r_{bh}}{R_{iz}} \right)^{0,32} = 2 \cdot 10^4 \left(\frac{d_{bh}}{D_{iz}} \right)^{0,32}, \quad (7.210)$$

где r_{bh} и d_{bh} – внутренний радиус и внутренний диаметр трубы; R_{iz} и D_{iz} – радиус и диаметр изгиба трубы (радиус закругления) или радиус и диаметр круглого змеевика.

При теплоотдаче в изогнутых трубах безразмерный коэффициент теплоотдачи \overline{Nu}_{iz} рассчитывают по формулам для турбулентного течения в прямых трубах \overline{Nu} и умножают на поправочный коэффициент ε_{iz} , учитывающий увеличение коэффициента теплоотдачи [1, 2]:

$$\overline{Nu}_{iz} = \overline{Nu} \cdot \varepsilon_{iz}, \quad (7.211)$$

где

$$\varepsilon_{iz} = 1 + 1,77 \cdot \frac{d_{bh}}{R_{iz}} = 1 + 3,54 \cdot \frac{r_{bh}}{R_{iz}}, \quad (7.212)$$

где \overline{Nu} – число Нуссельта для турбулентного течения в прямых трубах, которое рассчитывают по формуле (7.191) или по формуле (7.197); d_{bh} (r_{bh}) – внутренний диаметр (радиус) трубы; R_{iz} – радиус гиба (изгиба) трубы.

Замечание. Формула (7.211) получена немецким ученым Иешке (H. Jeschke) в 1925 году и приведена в учебнике [1]. В настоящее время для расчета коэффициента теплоотдачи при турбулентном режиме течения в изогнутых трубах (гибах) и круглых змеевиках $Re > Re_{kp,iz}$ и числах Дина $Dn = 41 \div 7 \cdot 10^3$ получена формула [12]:

$$\overline{Nu} = 0,0575 Re^{0,75} Pr^{0,43} \cdot \left(\frac{d_{bh}}{D_{iz}} \right)^{0,21} \cdot \varepsilon_t, \quad (7.213)$$

где $Dn = Re \sqrt{r_{bh} / R_{iz}}$ – критерий Дина, который характеризует отношение поперечного потока капельной жидкости, возникающего из-за кривизны трубы, к продольному потоку; $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – поправка Михеева на неизотермичность флюида [2]; определяющие параметры (T_0, R_0, w_0) для расчета критериев в формуле (7.213) такие же, как и для расчета критериев в формулах (7.191) и (7.197).

§ 7.7.3. Конвективная теплоотдача при вынужденном внешнем обтекании тел

При вынужденном обтекании твердых тел разной геометрической формы безразмерный коэффициент теплоотдачи – критерий (число) Нуссельта зависит от критерия Рейнольдса и критерия Прандтля:

$$Nu = f(Re, Pr), \quad (7.214)$$

где $Re = \frac{w_0 R_0}{v}$ – критерий Рейнольдса; $Pr = \frac{v}{a}$ – критерий Прандтля.

Рассмотрим расчет коэффициента теплоотдачи при вынужденном обтекании плоской пластины, поперечном

обтекании одиночной трубы и поперечном обтекании пучков труб.

§ 7.7.3.1. Продольное обтекание пластины

Схема формирования гидродинамического пограничного слоя при обтекании плоской пластины с острой кромкой показана на рис. 7.10. Область пограничного слоя – область, в которой скорость потока изменяется от нуля на стенке до скорости невозмущенного потока W_0 за пределами пограничного слоя.

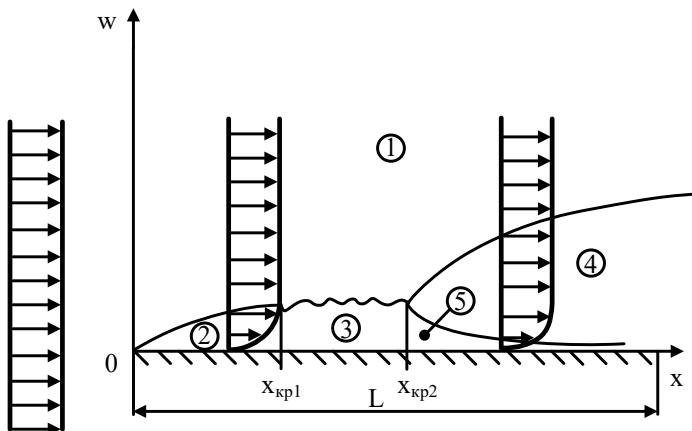


Рис. 7.10. Гидродинамический пограничный слой при продольном обтекании пластины:

1 – область невозмущенного потока; 2 – ламинарный пограничный слой; 3 – переходная область пограничного слоя; 4 – турбулентное ядро пограничного слоя; 5 – вязкий подслой турбулентного пограничного слоя

В начале расчета теплообмена при вынужденном обтекании плоской поверхности необходимо найти критерий Рейнольдса $Re = \frac{w_0 R_0}{v}$.

Определяющие параметры для вычисления критерия Рейнольдса:

- а) $T_0 = T_f$ – температура текучей среды в области невозмущенного потока (за пределами теплового пограничного слоя);
- в) $R_0 = L$ – длина пластины;
- г) w_0 – скорость невозмущенного потока (скорость за пределами гидродинамического пограничного слоя).

Экспериментально установлено, что ламинарный режим течения в пограничном слое существует при числах Рейнольдса $Re < 10^4$, турбулентный режим – при $Re > 4 \cdot 10^6$, а переходный от ламинарного к турбулентному режим – при $Re = 10^4 \div 4 \cdot 10^6$ [5]. Заметим, что численные значения критических чисел Рейнольдса $Re_{kp,1} = 10^4$ и $Re_{kp,2} = 4 \cdot 10^6$ – весьма условные величины, поскольку зависят от степени турбулентности набегающего потока, от формы передней кромки (острая или закругленная) и состояния поверхности пластины (гладкая или шероховатая). При этом для шероховатых поверхностей критические числа Рейнольдса меньше, чем для гладких, а при недостаточно острой кромке на поверхности пластины может сразу начинаться турбулентный пограничный слой (ламинарный и переходный режим течения отсутствуют) [13].

В инженерных расчетах конвективной теплоотдачи при продольном обтекании плоской пластины переходный режим течения *не рассматривают* и принимают допущение о

том, что ламинарный режим течения сразу сменяется турбулентным при критерии Рейнольдса $Re_{kp} = 5 \cdot 10^5$ [5, 6].

Замечание. Задавая значение критического числа Рейнольдса Re_{kp} , можно найти координаты перехода от ламинарного режима течения к турбулентному. Например, при $Re_{kp} = 5 \cdot 10^5$ получаем, что $x_{kp} = Re_{kp} \cdot v / w_0 = 5 \cdot 10^5 v / w_0$.

На рис. 7.10 показана простейшая двухслойная модель турбулентного пограничного слоя, включающая в себя турбулентное ядро и вязкий подслой, прилегающий к твердой поверхности. Подробная структура пограничного слоя рассматривается в специальной литературе, например в учебнике [10].

Формулы для расчета коэффициента теплоотдачи при вынужденном внешнем обтекании плоской поверхности (ламинарном и турбулентном течении) получены аналитическим методом на основе теории пограничного слоя и адаптированы к реальным условиям теплообмена путем введения поправок, которые найдены экспериментальным путем.

A. Ламинарный режим течения флюида $Re < 5 \cdot 10^5$

Формулы для расчета местного (локального) и среднего по поверхности коэффициента теплоотдачи при *ламинарном течении* флюида вдоль поверхности плоской пластины рассчитывают по формулам [5, 13, 15, 44]:

а) при $T_w = \text{пост}$

$$Nu_x = 0,332 \cdot Re_x^{0.5} \cdot Pr^{1/3} \cdot \varepsilon_t; \quad (7.215)$$

$$\overline{Nu} = 0,664 \cdot Re^{0.5} \cdot Pr^{1/3} \cdot \varepsilon_t; \quad (7.216)$$

б) при $Q_w = \text{пост}$

$$Nu_x = 0,46 \cdot Re_x^{0,5} \cdot Pr^{1/3} \cdot \varepsilon_t; \quad (7.217)$$

$$\overline{Nu} = 0,69 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{1/3} \cdot \varepsilon_t. \quad (7.218)$$

Анализ критериального уравнения (7.215) показывает, что коэффициент теплоотдачи при *ламинарном* течении вдоль плоской пластины изменяется по закону $\alpha \sim x^{-0,5}$:

$$\frac{\alpha \cdot x}{\lambda} = 0,332 \left(\frac{w_0 \cdot x}{v} \right)^{0,5} Pr^{1/3} \varepsilon_t \Rightarrow \alpha = A \frac{x^{0,5}}{x} = Ax^{-0,5}, \quad (7.219)$$

где $A = 0,332 (w_0 / v)^{0,5} Pr^{1/3} \varepsilon_t \cdot \lambda \neq f(x)$ – комплекс, не зависящий от продольной координаты x .

Тогда средний на участке ламинарного течения $0 \div L_{\text{лам}}$, где $L_{\text{лам}}$ – длина участка ламинарного течения, коэффициент теплоотдачи по определению о среднем равен:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= \frac{1}{L_{\text{лам}}} \int_0^{L_{\text{лам}}} \alpha dx = \frac{1}{L_{\text{лам}}} \int_0^{L_{\text{лам}}} Ax^{-0,5} dx = \\ &= \frac{1}{L_{\text{лам}}} \cdot 2 \cdot AL_{\text{лам}}^{0,5} = 2 \cdot AL_{\text{лам}}^{-0,5} = 2 \cdot \alpha_{x=L_{\text{лам}}}, \end{aligned}$$

где $\alpha_{x=L_{\text{лам}}} = AL_{\text{лам}}^{-0,5}$ – коэффициент теплоотдачи в точке пластины с координатой $x = L$, в которой заканчивается ламинарный режим течения.

Поэтому средний коэффициент теплоотдачи при ламинарном течении на плоской пластине при условии $T_w = \text{пост}$ в два раза выше локального коэффициента теплоотдачи $\overline{Nu} = 2 \cdot Nu_{x=L_{\text{лам}}}$ (см. формулу (7.216)).

Б. Ту́рбулентный режим течения флюида $Re \geq 5 \cdot 10^5$

Местный (локальный) коэффициент теплоотдачи при *турбулентном течении* флюида вдоль пластины или внешней поверхности трубы рассчитывают по формулам [5, 13, 15, 44]:

$$Nu_x = 0,0296 \cdot Re_x^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \cdot \varepsilon_t. \quad (7.220)$$

Анализ критериального уравнения (7.220) показывает, что коэффициент теплоотдачи при *турбулентном* течении вдоль плоской пластины изменяется по закону $\alpha \sim x^{-0,2}$. Тогда среднее значение критерия Нуссельта на участке турбулентного течения равно (см. вывод для ламинарного течения):

$$\overline{Nu} = \frac{5}{4} \cdot Nu_{x=L_{\text{турб}}} = 0,037 \cdot Re^{0,8} Pr^{0,43} \varepsilon_t, \quad (7.221)$$

где $Nu_{x=L_{\text{турб}}}$ – значение критерия Нуссельта при $x = L_{\text{турб}}$;
 $L_{\text{турб}}$ – длина турбулентного участка на плоской поверхности.

Для турбулентного пограничного слоя при числах Прандтля $Pr > 0,5$ граничное условие слабо влияет на значение коэффициента теплоотдачи, поэтому формулы (7.220) и (7.221) справедливы при $T_w = \text{пост}$ и при $Q_w = \text{пост}$.

Температурную поправку ε_t , учитывающую неизотермичность флюида в формулах (7.215) – (7.218) рассчитывают для капельных жидкостей и газов отдельно. При нагреве и охлаждении капельных жидкостей в [5, 51] рекомендуют температурную поправку Михеева $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$. В учебнике [9] для нагрева капельных

жидкостей рекомендуют поправку Михеева, а для охлаждения поправку в виде $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,17}$, которая была экспериментально получена М.А. Михеевым, А.А. Жукаускасом и А.А. Шланчяускасом и отличается меньшим показателем степени у отношения критериев Прандтля (0,17 вместо 0,25).

В формулах, полученных под руководством Ф.Ф. Цветкова [13, 44], для учета зависимости физических свойств капельных жидкостей от температуры использована поправка в виде $\varepsilon_t = (\mu_f / \mu_w)^n$, где $n = 0,11$ при нагревании флюида и $n = 0,25$ при его охлаждении.

Температурную поправку для газовых теплоносителей предлагают использовать в виде [9, 12, 13, 51]:

$$\varepsilon_t = \left(\frac{T_f}{T_w} \right)^m, \quad (7.222)$$

где T_f – средняя температура газа за пределами пограничного слоя, К; T_w – средняя температура пластины, К; $m = 0,4$ при нагревании газа ($T_w > T_f$) и $m = 0$ при его охлаждении ($T_w < T_f$) [9].

В других источниках значения показателя m в формуле (7.222) иные и равны: $m = 0,5$ при нагреве и $m = 0,36$ при охлаждении [13]; $m = 0,12$ при нагреве и охлаждении [12]; $m = 0,4 \div 0,5$ [51] при нагреве и охлаждении. В задачнике Ф.Ф. Цветкова [44] предложено температурную поправку для газов принять равной $\varepsilon_t = 1$, а в качестве определяющей температуры при расчете критериев п принять – при нагреве газа температуру стенки $T_0 = T_w$, а при охлаждении газа $T_0 = T_f$, где T_f – температура набегающего потока за пределами пограничного слоя.

Такой разброс значений температурной поправки для газов ε_t у разных авторов свидетельствует о том, что температурная поправка, очевидно, зависит не только от температуры газа, но и от внутренней структуры газа. Численное значение показателя степени m зависит также от качества проведения эксперимента и точности аппроксимации опытных данных.

Замечание. Затруднительно дать оценку точности вышеуказанных формул для расчета температурной поправки. Однако можно утверждать, что погрешность расчета коэффициента теплоотдачи по всем методикам, основанным на обработке опытных данных по методу теории подобия, не превышает величину 15÷20%.

График изменения коэффициента теплоотдачи по длине пластины в ламинарном и в турбулентном пограничных слоях с учетом области переходного режима между координатами x_{kp1} и x_{kp2} показан на рис. 7.11. В этом случае по аналогии с расчетом теплоотдачи при переходном режиме в трубах коэффициент теплоотдачи на участке переходного режима можно рассчитать по формуле (см. формулу (7.200)):

$$Nu = \gamma \cdot Nu_{турб} + (1 - \gamma) \cdot Nu_{лам},$$

где $Nu_{лам}$ – число Нуссельта, рассчитанное для ламинарного режима течения по формуле (7.215) или формуле (7.217) в точке x_{kp1} ; $Nu_{турб}$ – число Нуссельта, рассчитанное для турбулентного режима течения по формуле (7.220) в точке x_{kp2} ; $\gamma = \tau_{турб} / (\tau_{лам} + \tau_{турб})$ – коэффициент перемежаемости; $\tau_{лам}$ – время в течение которого поток ламинарный; $\tau_{турб}$ – время в течение которого поток

турбулентный. В ламинарном потоке коэффициент перемежаемости $\gamma = 0$, а в турбулентном $\gamma = 1$.

Положение точек x_{kp1} и x_{kp2} находят по известным (заданным в зависимости от степени турбулентности набегающего потока и состояния передней кромки и поверхности пластины) критическим числам Рейнольдса Re_{kp1} и Re_{kp2} . Зная x_{kp1} и x_{kp2} , коэффициент перемежаемости находят линейной интерполяцией:

$$\gamma = \frac{x - x_{kp1}}{x_{kp2} - x_{kp1}}. \quad (7.223)$$

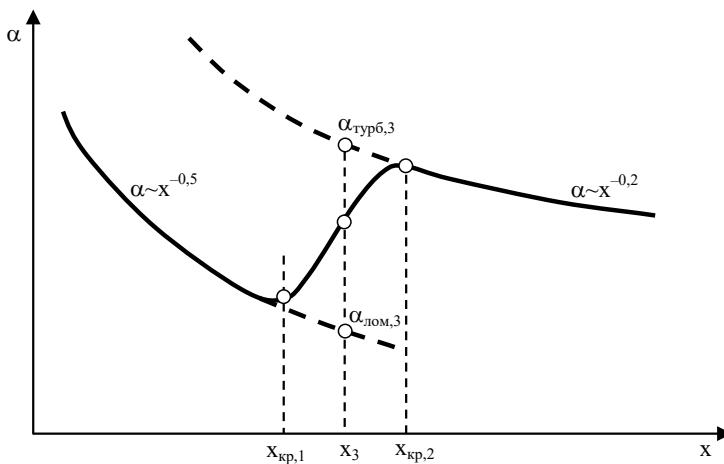


Рис. 7.11 Изменение локального коэффициента теплоотдачи по длине пластины

Средний коэффициент теплоотдачи при переходном режиме течения флюида вдоль плоской поверхности можно приближенно рассчитать по формуле [44]:

$$\overline{\text{Nu}} = \sqrt{\overline{\text{Nu}}_{\text{лам}}^2 + \overline{\text{Nu}}_{\text{турб}}^2}, \quad (7.224)$$

где $\overline{\text{Nu}}_{\text{лам}}$ рассчитывают по формуле (7.216) или (7.218), а $\overline{\text{Nu}}_{\text{турб}}$ – по формуле (7.220).

Определяющие параметры в формулах (7.215) – (7.218), (7.220) и (7.221):

- а) $T_0 = T_f$ – температура текучей среды в области невозмущенного потока (за пределами теплового пограничного слоя);
- б) $R_0 = x$ – продольная координата в формулах (7.215), (7.217) и (7.220);
- в) $R_0 = L$ – длина пластины в формулах (7.216), (7.218) и (7.221);
- г) w_0 – скорость невозмущенного потока (скорость за пределами гидродинамического пограничного слоя).

Замечание. На поверхности всей пластины длиной L существует ламинарный режим течения, если расчетное число Рейнольдса $Re = w_0 L / v$ меньше критического числа Рейнольдса $Re < Re_{kp}$ без учета переходного режима или $Re < Re_{kp1}$ с учетом переходного режима течения в интервале $Re = Re_{kp1} \div Re_{kp2}$. И в этом случае расчет коэффициента теплоотдачи выполняют по формулам (7.215) – (7.218) для ламинарного течения флюида.

Если расчетное число Рейнольдса $Re = w_0 L / v$ превышает принятое критическое число Рейнольдса (Re_{kp} или Re_{kp1} и Re_{kp2}), то в этом случае, пренебрегая ламинарным участком течения, можно выполнить приближенный расчет коэффициента теплоотдачи по формулам (7.220) и (7.221). Для более точного расчета необходимо найти координаты точек смены режима течения (x_{kp} или x_{kp1} и x_{kp2}) и найти длину ламинарного $L_{\text{лам}}$ и

турбулентного $L_{\text{турб}}$ участков пластины, которые надо использовать в качестве определяющего размера и затем рассчитывать α для каждого участка по отдельности. Коэффициент теплоотдачи в переходном режиме на участке $x_{\text{кр1}} \div x_{\text{кр2}}$ вычисляют по формулам (7.200) и (7.223) или по формуле (7.224).

В. Расчет толщины гидродинамического пограничного слоя

Толщина гидродинамического пограничного слоя на расстоянии x от передней кромки горизонтальной пластины при течении жидкости или газа с постоянными физическими свойствами вдоль пластины равна [5]:

а) при $Re_x \leq 5 \cdot 10^5$

$$\delta / x = 4,64 / Re_x^{0,5}; \quad (7.225)$$

б) при $Re_x > 5 \cdot 10^5$

$$\delta / x = 0,376 / Re_x^{0,2}. \quad (7.226)$$

Определяющие параметры в формулах (7.225) и (7.226):

а) $T_0 = T_f$ – температура текучей среды вдали от поверхности теплообмена (за пределами теплового пограничного слоя);

б) $R_0 = x$ – продольная координата;

в) w_0 – скорость невозмущенного потока (скорость за пределами гидродинамического пограничного слоя).

Замечание. Критериальные формулы для расчета теплоотдачи при продольном обтекании плоской поверхности можно использовать и для определения коэффициента теплоотдачи при

продольном обтекании внешней поверхности трубы, у которой диаметр существенно больше толщин пограничного слоя.

Теплоотдачу при вынужденном обтекании протяженных тел, у которых омываемая торцевая поверхность поперек потока не плоская (волнистая, изогнутая и т.п.) приближенно можно оценить по формулам, определяющим теплоотдачу при вынужденном омывании плоской поверхности.

§ 7.7.3.2. Теплоотдача при поперечном обтекании одиночной трубы и при обтекании шара

Гидродинамика потока при поперечном обтекании одиночной трубы (цилиндра) в зависимости от критерия Рейнольдса показана на рис. 7.12 [9]. Критерий Рейнольдса в этом случае рассчитывают по формуле:

$$Re = \frac{w_0 R_0}{v} = \frac{w_0 d_h}{v}, \quad (7.227)$$

где w_0 – скорость набегающего потока; $R_0 = d_h$ – определяющий размер, равный наружному диаметру трубы (цилиндра); v – кинематический коэффициент вязкости флюида при определяющей температуре $T_0 = T_f$ за пределами теплового пограничного слоя (вдали от трубы).

Область течения флюида за трубой называют *следом*. При числах Рейнольдса $Re \approx 1$ (см. рис. 7.12,а) наблюдается ламинарное обтекание цилиндра с минимальной застойной зоной на корме цилиндра. При числах Рейнольдса $Re < 40$ (см. рис. 7.12,б) за цилиндром образуется застоечная зона без отрыва потока от цилиндра. При числах Рейнольдса $Re = 40 \div 150$ (см. рис. 7.12,в,г) на кормовой части трубы образуются два симметричных вихря, растущих с увеличением критерия Рейнольдса. При $Re > 150$ (см. рис. 7.12,д) происходит периодический отрыв вихрей от кормовой части трубы и перемещение их вниз по потоку. При

числах $Re \geq 10^4$ след становится полностью турбулентным (см. рис. 7.12, е) и начинается непосредственно на поверхности трубы. При значениях $Re \geq Re_{kp} = 10^5$ турбулентным становится течение на большей поверхности цилиндра.

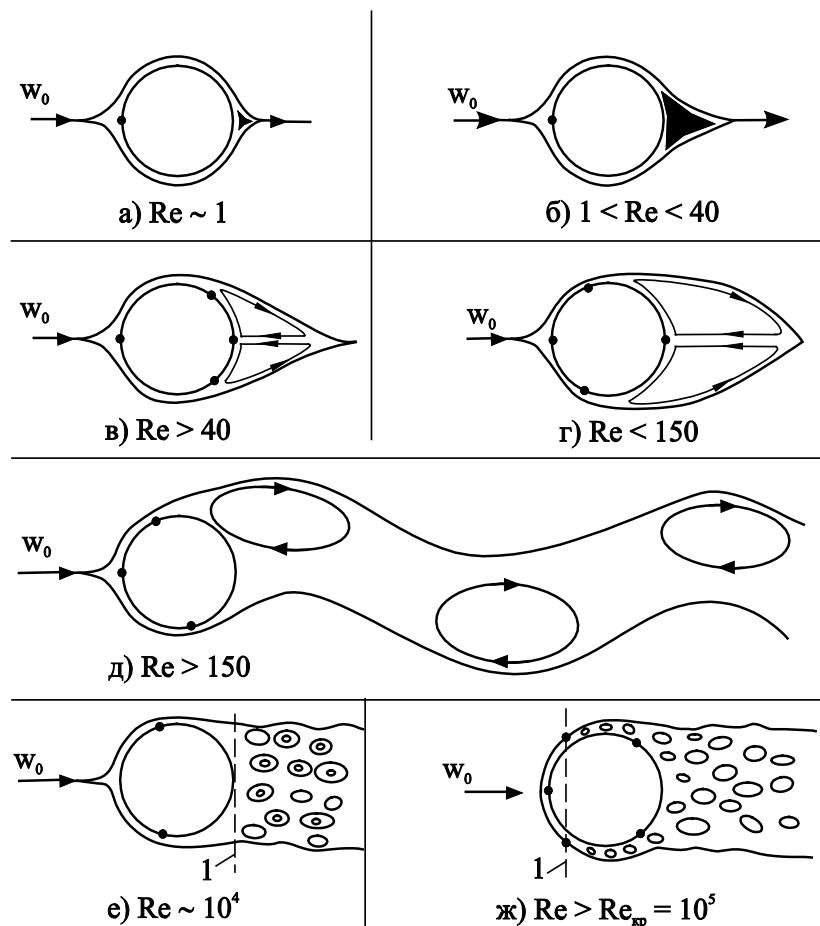


Рис. 7.12. Гидродинамика потока при поперечном обтекании одиночной трубы

Анализ рис. 7.12 показывает, что во всем диапазоне изменения чисел Рейнольдса омывание флюидом поверхности цилиндра имеет различный характер и поэтому интенсивность локальной теплоотдачи зависит от расположения точки на его поверхности. Однако в инженерных расчетах теплообмена достаточно знать средний по поверхности коэффициент теплоотдачи.

Средний по поверхности трубы (цилиндра) коэффициент теплоотдачи по данным [9] равен:

а) при $1 < \text{Re} < 40$

$$\overline{\text{Nu}} = 0,76 \cdot \text{Re}^{0,4} \text{Pr}^{0,37} \varepsilon_t \cdot \varepsilon_q \cdot \varepsilon_\varphi; \quad (7.228)$$

б) $40 \leq \text{Re} < 10^3$

$$\overline{\text{Nu}} = 0,52 \cdot \text{Re}^{0,5} \text{Pr}^{0,37} \varepsilon_t \cdot \varepsilon_q \cdot \varepsilon_\varphi; \quad (7.229)$$

в) $10^3 \leq \text{Re} < 2 \cdot 10^5$

$$\overline{\text{Nu}} = 0,26 \cdot \text{Re}^{0,6} \text{Pr}^{0,37} \varepsilon_t \cdot \varepsilon_q \cdot \varepsilon_\varphi; \quad (7.230)$$

г) $2 \cdot 10^5 \leq \text{Re} < 10^7$

$$\overline{\text{Nu}} = 0,023 \cdot \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,4} \varepsilon_t \cdot \varepsilon_q \cdot \varepsilon_\varphi. \quad (7.231)$$

Для расчета теплоотдачи в окрестности лобовой (передней) точки цилиндра справедлива формула [13]:

$$\text{Nu} = 1,14 \text{Pr}^{0,364} \sqrt{\text{Re}} \cdot \varepsilon_t, \quad (7.232)$$

Определяющие параметры в формулах (7.228) – (7.232):

а) определяющая температура:

– для капельных жидкостей $T_0 = T_f$ – температура капельной жидкости в области невозмущенного потока (за пределами теплового пограничного слоя);

– для газов $T_0 = 0,5(T_f + T_w)$, где T_f – температура газа в области невозмущенного потока, а T_w – температура стенки трубы (цилиндра) [15];

б) $R_0 = d_h$ – наружный диаметр трубы;

в) $w_0 = w_{\max} = G / (\rho \cdot f_{\min})$ – максимальная скорость потока в самом узком поперечном сечении канала в ограниченном потоке (рис. 7.13,а) или скорость набегания неограниченного потока (рис. 7.13,б). Для расчета теплоотдачи в окрестности лобовой точки цилиндра в качестве определяющей скорости принимают скорость набегания потока флюида.

Температурную поправку, учитывающую изменение физических свойств среды (капельные жидкости) в зависимости от температуры, рассчитывают по формуле Михеева $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$. Для газов температурная поправка Михеева не применима, потому что $Pr_f \approx Pr_w$ и $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25} \approx 1$. В этом случае учет зависимости физических свойств газа от температуры выполняют, принимая в качестве определяющей температуры среднюю температуру между температурой невозмущенного потока и стенкой трубы $T_0 = 0,5(T_f + T_w)$ [15].

Поправку ε_q , учитывающую сужение потока в самом узком сечении канала (рис. 7.13,а), рассчитывают по формуле [9]:

$$\varepsilon_q = \left[1 - \left(\frac{d_h}{H} \right)^2 \right]^{0,8}, \quad (7.233)$$

где d_h – наружный диаметр трубы (цилиндра); H – поперечный размер канала.

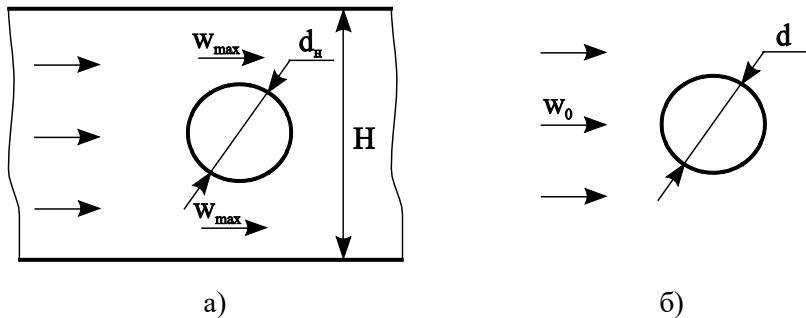


Рис. 7.13. Поперечное обтекание одиночной трубы:
а – в ограниченном потоке; б – в неограниченном потоке

Поправка ε_φ , учитывающая влияние угла атаки φ набегающего потока на интенсивность теплоотдачи, где φ – угол между вектором скорости и осью трубы, приведена в табл. 7.8 [16].

Таблица 7.8
Поправка на угол атаки набегающего потока

φ°	90	80	70	60	50	40	30
ε_φ	1,0	1,0	0,99	0,93	0,87	0,76	0,66

Для приближенного расчета поправки на угол атаки ε_φ предложены формулы, аппроксимирующие экспериментальные данные:

а) по данным [4, 5]

$$\varepsilon_\varphi = 1 - 0,54 \cos^2 \varphi; \quad (7.234)$$

б) по данным [9, 13]

$$\varepsilon_\varphi = \sqrt{\sin \varphi}. \quad (7.235)$$

Развитие пограничного слоя на поверхности поперечно обтекаемой трубы, а следовательно, и интенсивность теплоотдачи зависят от *шероховатости* поверхности и от *степени турбулентности* набегающего потока [5, 9, 12]. При этом повышение шероховатости и рост степени турбулентности набегающего на трубу флюида увеличивают коэффициент теплоотдачи. Например, относительная шероховатость $\delta_{ш} / d_h = 0,004 \div 0,008$, где $\delta_{ш}$ – высота выступов шероховатости, увеличивает коэффициент теплоотдачи почти в два раза (на $80 \div 100\%$) [9, 13]. Для гладких поверхностей влияние шероховатости на теплоотдачу не учитывают.

Учет турбулизации набегающего потока на интенсивность теплоотдачи выполняют введением в расчётные формулы поправки ε_{Tu} – поправки на степень турбулентности набегающего потока:

$$\varepsilon_{Tu} = Tu^{0,15}, \quad (7.236)$$

где Tu – степень турбулентности набегающего потока, %.

Степень турбулентности потока флюида выражают формулой [5, 9, 13]:

$$Tu = \frac{1}{w_0} \sqrt{\frac{w_x'^2 + w_y'^2 + w_z'^2}{3}}, \quad (7.237)$$

где $w_x'^2$, $w_y'^2$ и $w_z'^2$ – пульсации составляющих вектора скорости w_0 ; w_0 – усреднённая по времени скорость потока.

Замечание. Из формулы (7.237) следует, что для расчета критерия Tu необходимо измерить спектр турбулентности (пульсации скорости по координатам) современными анемометрами различного принципа действия. Лабораторное оборудование такого класса не всегда доступно инженерам, поэтому в технических

расчетах можно ориентироваться следующими экспериментальными данными [5]. При создании искусственной турбулизации потока путем установки цилиндра за вентилятором или насосом средний коэффициент теплоотдачи при поперечном обтекании цилиндра увеличивается почти в два раза. Действительно, если принять степень турбулентности $Tu = 100\%$, то поправка на степень турбулентности будет равна $\varepsilon_{Tu} = Tu^{0,15} = 100^{0,15} \approx 2$.

Для создания искусственной турбулизации потока также используют неудобообтекаемые решетки различной конструкции.

Если требуется уменьшить степень турбулентности набегающего потока, то в этом случае применяют детурбулизаторы течения – мелкоячеистые решетки (сетки или сита), после которых мелкие вихри быстро затухают и можно принять $\varepsilon_{Tu} = 1$.

Если нет информации о степени турбулизации набегающего потока, то можно воспользоваться экспериментально установленным фактом – при увеличении критерия Tu от 1 до 7% коэффициент теплоотдачи возрастает приблизительно на 10 – 15% и в расчет критерия Нуссельта ввести поправку $\varepsilon_{Tu} = 1,1 \div 1,15$.

В учебнике П.Л. Кириллова [12] для расчета теплоотдачи при обтекании одиночного цилиндра рекомендована формула, в которой зависимость физических свойств флюида (капельного и газообразного) от температуры учтена выбором определяющей температуры, как средней температуры пограничного слоя $T_0 = T_m = 0,5(T_f + T_w)$, где T_f – температура газа в области невозмущенного потока, а T_w – температура стенки трубы (цилиндра) [12]. Критериальная формула П.Л. Кириллова, которая пригодна для чисел Прандтля $Pr = 0,7 \div 350$ имеет вид:

$$\overline{Nu} = C \cdot Re_m^n \cdot Pr^{1/3} \cdot \varepsilon_q \cdot \varepsilon_\varphi, \quad (7.238)$$

где эмпирические коэффициенты **C** и **n** приведены в табл. 7.9; определяющие параметры R_0 и w_0 такие же как при расчете критериев в формулах (7.228) – (7.232); поправочные

коэффициенты на сужение потока ε_q и на угол атаки ε_φ рассчитывают по формулам (7.233) и (7.234) или (7.235) соответственно.

Таблица 7.9
Значения коэффициентов **C** и **m** в формуле (7.238)

Re_m	C	n
$0,1 \div 4$	0,989	0,330
$4 \div 40$	0,911	0,385
$40 \div 4 \cdot 10^3$	0,683	0,466
$4 \cdot 10^3 \div 4 \cdot 10^4$	0,193	0,618
$> 4 \cdot 10^4$	0,0266	0,805

Замечание. Обратим внимание, что при задании определяющей температуры по методу П.Л. Кириллова [12] в виде средней температуры пограничного слоя $T_0 = T_m$ критические числа Рейнольдса, определяющие смену характера гидродинамики потока при поперечном обтекании одиночного цилиндра (см. рис. 7.11), для капельных жидкостей не совпадают с числовыми значениями Re в формулах (7.228) – (7.232).

Теплоотдача при обтекании шара и сферических частиц

Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи на поверхности шара и частиц сферической формы в тепло-техническом справочнике [15] приведена критериальная формула:

$$\overline{Nu} = 2 + 0,03 Re^{0,54} Pr^{0,33} + 0,35 Re^{0,84} Pr^{0,356}, \quad (7.239)$$

которая справедлива в диапазоне изменения критерия Рейнольдса $Re = 0,3 \div 3 \cdot 10^5$ и для флюидов с критерием Прандтля $Pr = 0,6 \div 8 \cdot 10^3$.

Определяющие параметры в формуле (7.239) принимают такими же, как в расчете критериев по формулам (7.228) – (7.232) при поперечном обтекании одиночной трубы.

§ 7.7.3.3. Теплоотдача при поперечном обтекании трубного пучка

Для увеличения поверхности теплообмена трубы собирают в пучки. Расположение труб в пучке относительно друг друга может быть в общем случае произвольным, однако в технике чаще всего применяют два типа пучков труб с коридорным (рис. 7.14,а) и шахматным (рис. 7.14,б) расположением. Пучок труб круглого сечения с постоянным наружным диаметром d_h можно охарактеризовать следующими параметрами:

- а) поперечный шаг s_1 – расстояние между осями соседних рядов труб поперек (перпендикулярно) потоку теплоносителя и относительный поперечный шаг $\bar{s}_1 = s_1 / d_h$;
- б) продольный шаг s_2 – расстояние между осями соседних рядов труб вдоль потока теплоносителя и относительный продольный шаг $\bar{s}_2 = s_2 / d_h$;
- в) число рядов труб поперек потока n_1 ;
- г) число рядов труб вдоль потока n_2 ;
- д) форма и размеры труб, которые в общем случае могут быть круглыми, овальными, треугольными, квадратными и т.д. Для труб круглого сечения задают наружный диаметр труб обозначают d_h .

В теплообменниках применяют пучки с небольшими поперечными и продольными относительными шагами в интервале $\bar{s} = 1,1 \div 2,5$ [5, 12, 13]. Пучки с относительными шагами $\bar{s} < 1,2 \div 1,25$ называют *плотными* или *тесными* [5, 12, 49]. Пучки, у которых $\bar{s} > 1,4 \div 1,6$, называют

раздвинутыми [49]. Предельным вариантом *тесного* коридорного пучка является пучок, у которого продольный шаг равен диаметру $s_2 = d_h$ ($\bar{s}_2 = 1$). В этом случае сверхтесного пучка течение флюида представляет собой течение в канале с переменным проходным сечением. Предельным случаем *раздвинутого* пучка с любым расположением труб является система труб с большим продольным шагом $s_2 \gg d_h$. В этом случае сильно раздвинутого пучка гидродинамика потока аналогична обтеканию одиночной трубы, которая находится в стеснённых условиях (см. § 7.7.3.2).

Замечание. В зависимости от технологического назначения теплообменного аппарата трубы в пучке имеют разное сечение (не только окружность). В промышленности используют широкий перечень поперечных сечений труб: круглое, полукруглое, квадратное, треугольное, шатровое, банкетное, овоидальное (яйцевидное), эллиптическое, пятиугольное, трапецеидальное и в общем случае произвольное сечение. Например, трубы с эллиптическим сечением (овальные трубы) применяют при возможном кратковременном замерзании теплоносителя (воды) для предотвращения их разрыва. Наибольшее распространение получили трубы круглого сечения, которое обеспечивает оптимальные прочностные условия работы стенок. В качестве материала для изготовления труб применяют металлы, огнеупоры и любые непроницаемые синтетические материалы.

Для интенсификации теплообмена применяют трубы с различной искусственной шероховатостью наружной поверхности, включая оребрение. С этой же целью интенсификации теплоотдачи применяют компоновку труб в пучках, при которой трубы располагают по s – образной кривой. Существуют следующие конструктивные варианты поперечно обтекаемых пучков труб переменного сечения с разной конфигурацией:

– пучок цилиндрических труб с разными диаметрами d_1 и d_2 ($d_1 > d_2$);

- пучок труб с чередующимися по длине трубы одинаковыми цилиндрическими участками с разными диаметрами d_1 и d_2 ($d_1 > d_2$);
- пучок труб конической формы с разными концевыми диаметрами d_1 и d_2 ($d_1 > d_2$);
- пучок труб с коническо – цилиндрическими участками ($d_1 > d_2$);
- пучки с переменным шагом по фронту $s_1 = \text{var}$ и по глубине пучка $s_2 = \text{var}$.

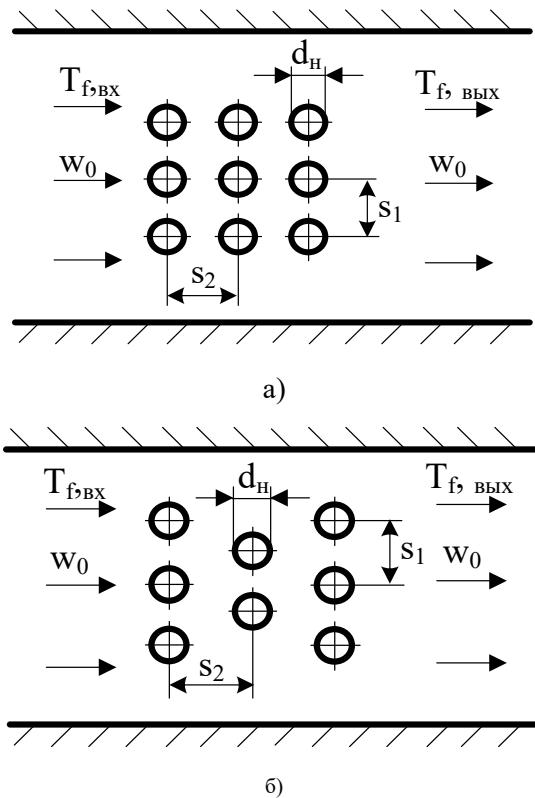


Рис. 7.14. Геометрические параметры коридорного (а) и шахматного (б) пучков

Соседние трубы в пучке оказывают влияние на гидродинамику и теплообмен друг друга, поэтому конвективная теплоотдача в пучках труб отличается от теплоотдачи около одиночной трубы. В пучке трубы второго, третьего и дальнейших рядов находятся в следе за предыдущими рядами. Экспериментально установлено, что начиная с третьего ряда средний коэффициент теплоотдачи труб пучка не зависит от номера ряда – происходит стабилизация теплообмена, потому что гидродинамическая структура потока перестает зависеть от режима набегающего на пучок потока. Интенсивность теплоотдачи в первых двух рядах труб пучка ниже, чем в глубинных рядах, что учитывается эмпирическими коэффициентами, приведенными ниже.

Режим течения флюида в пучках круглых труб зависит от уровня турбулентности набегающего потока и критерия Рейнольдса:

$$Re = \frac{w_0 R_0}{v} = \frac{w_{\max} d_h}{v},$$

где $w_0 = w_{\max}$ – максимальная скорость в самом узком сечении пучка; $R_0 = d_h$ – определяющий размер, равный наружному диаметру трубы (цилиндра); v – кинематический коэффициент вязкости флюида при определяющей температуре $T_0 = \bar{T}_f$, равной средней температуре флюида в пучке.

В зависимости от критерия Рейнольдса при поперечном омывании пучков труб различают:

- при $Re \leq 10^3$ – ламинарный режим течения;
- при $Re \geq 2 \cdot 10^5$ – турбулентный режим течения;

в) при $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$ – смешанный режим течения – режим, при котором передняя (лобовая) часть трубы омывается ламинарным пограничным слоем, а задняя (кормовая) часть трубы омывается турбулентным потоком.

**Расчет среднего коэффициента теплоотдачи
при смешанном течении флюида в пучках труб**
 $(10^3 < Re < 2 \cdot 10^5)$

Смешанный режим омывания пучков труб теплоносителем наиболее часто встречается в технических устройствах. Ламинарный и турбулентный режимы течения теплоносителей в трубных пучках теплообменных аппаратов встречаются значительно реже.

Средний коэффициент теплоотдачи для третьего ряда пучка труб и всех последующих рядов труб в пучке по направлению движения флюида при смешанном режиме течения $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$ по данным [5] равен:

$$\overline{Nu}_3 = C \cdot Re^n \cdot Pr^{1/3} \cdot \varepsilon_t \cdot \varepsilon_\varphi \cdot \varepsilon_s, \quad (7.240)$$

где $C = 0,26$ и $n = 0,65$ – при коридорном расположении труб в пучке (рис. 7.13,а); $C = 0,41$ и $n = 0,60$ – при шахматном расположении труб в пучке (рис. 7.11,б).

Определяющие параметры в формуле (7.240):

а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя температура флюида в пучке, где T_{f1} – температура флюида на входе в пучок труб; T_{f2} – температура флюида на выходе из пучка труб;

б) $R_0 = d_h$ – наружный диаметр трубы;

в) $w_0 = w_{max} = G / (\rho \cdot f_{min})$ – максимальная скорость потока в самом узком поперечном сечении пучка.

Температурную поправку, учитывающую изменение физических свойств текучей среды в виде капельной жидкости в зависимости от температуры, рассчитывают по формуле Михеева $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$. Поправку Михеева $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ для газов применять нельзя (см. § 7.7.3.2).

Поэтому для расчета теплоотдачи от газовых теплоносителей в пучках труб по предложению Б.С. Петухова [15] в формуле (7.240) температурную поправку принимают равной единице $\varepsilon_t = 1$, а учет зависимости физических свойств газа от температуры выполняют заданием определяющей температуры в виде средней температуры $T_0 = T_m = 0,5(\bar{T}_f + T_w)$, в которой $\bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя температура газа в пучке, где T_{f1} – температура флюида на входе в трубный пучок; T_{f2} – температура флюида на выходе из пучка труб.

Поправку ε_φ , учитывающую влияние угла атаки φ набегающего потока на коэффициент теплоотдачи, где φ угол между вектором скорости и осью труб в пучке, рассчитывают по формуле (7.234) или по формуле (7.235). Более точные значения поправки ε_φ для пучка труб в зависимости от угла атаки φ приведены в табл. 7.10 [15].

Таблица 7.10

Поправка на угол атаки набегающего потока в трубном пучке

φ°	90	80	70	60	50	40	30	20	10
ε_φ	1,0	1,0	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42

Поправку ε_s , учитывающую взаимное расположение труб в пучке, рассчитывают по формулам:

а) для глубинных рядов труб коридорного пучка

$$\varepsilon_s = (d_h/s_2)^{0,15}; \quad (7.241)$$

б) для глубинных рядов труб шахматного пучка:

– при $s_1/s_2 < 2$

$$\varepsilon_s = (s_1/s_2)^{1/6}; \quad (7.242)$$

– при $s_1 / s_2 \geq 2$

$$\varepsilon_s = 1,12, \quad (7.243)$$

где s_1 – поперечный шаг труб в пучке (по фронту трубного пучка); s_2 – продольный шаг труб в пучке (по глубине пучка).

Средний коэффициент теплоотдачи для труб первого ряда по направлению потока в коридорных и шахматных пучках равен:

$$\alpha_1 = 0,6 \cdot \alpha_3. \quad (7.244)$$

Средний коэффициент теплоотдачи для труб второго ряда в коридорных и шахматных пучках равен:

а) коридорный пучок

$$\alpha_2 = 0,9 \cdot \alpha_3; \quad (7.245)$$

б) шахматный пучок

$$\alpha_2 = 0,7 \cdot \alpha_3, \quad (7.246)$$

где α_3 – коэффициент теплоотдачи для труб третьего ряда пучка.

Средний коэффициент теплоотдачи для всего пучка при его обтекании жидкостью или газом при смешанном режиме течения в зависимости от числа рядов по ходу движения флюида ($n \geq 3$) равен:

$$\bar{\alpha} = [\alpha_1 + \alpha_2 + (n_2 - 2) \cdot \alpha_3] / n_2, \quad (7.247)$$

где n_2 – число рядов труб по направлению движения флюида (жидкости или газа).

***Расчет среднего коэффициента теплоотдачи
при ламинарном течении флюида в пучках труб
($Re \leq 10^3$)***

Для ламинарного режима течения *капельных жидкостей* при $Re \leq 10^3$ в коридорных и шахматных трубных пучках М.А. Михеев в 1966 году опубликовал критериальную формулу, полученную на основе статистического анализа опытных данных для расчета среднего коэффициента теплоотдачи в глубинных рядах труб ($i \geq 3$) [6]:

$$\overline{Nu}_3 = 0,56 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,36} \varepsilon_t, \quad (7.248)$$

где i – номер ряда по ходу течения флюида; определяющие параметры точно такие же, как и для *смешанного* режима течения в пучках труб; $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – температурная поправка, которая справедлива только для капельных жидкостей.

Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи около труб, расположенных в рядах пучка, начиная с третьего ($i \geq 3$) в коридорных и шахматных пучках при ламинарном течении $Re \leq 10^3$ *двуатомных газов и воздуха* в [11] предложена формула:

$$\overline{Nu}_3 = 0,49 \cdot Re^{0,5}, \quad (7.249)$$

где определяющие параметры точно такие же, как и для *смешанного* режима течения в пучках труб.

***Расчет среднего коэффициента теплоотдачи при
турбулентном течении флюида в пучках труб
($Re > 2 \cdot 10^5$)***

Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи около труб, расположенных в рядах пучка, начиная с

третьего ($i \geq 3$) в коридорных и шахматных пучках при турбулентном режиме течения $Re > 2 \cdot 10^5$ А. Жукаускас предложил критериальную формулу [5]:

$$\overline{Nu}_3 = 0,021 \cdot Re^{0,84} \cdot Pr^{0,36} \varepsilon_t, \quad (7.250)$$

где определяющие параметры точно такие же, как и для смешанного режима течения в пучках труб; $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – температурная поправка, которая справедлива только для капельных жидкостей.

Замечание. Как и в других системах расчета теплоотдачи, рассмотренных выше, смена режима течения флюида в пучках зависит от многих факторов, включая структуру самого пучка (размеры поперечных и продольных шагов), и происходит не при строго определенной величине критерия Рейнольдса (Re), а в некотором интервале его значений.

§ 7.8. Конвективная теплоотдача жидких металлов [4 – 6, 9 – 15, 42 – 44, 50, 52 – 54]

Жидкометаллические теплоносители применяют для организации интенсивного теплосъема в ядерных реакторах, потому что в силу их физических свойств коэффициент теплоотдачи от поверхности тепловыделяющего элемента (ТВЭЛ) к теплоносителю имеет большие числовые значения (десятки тысяч $\text{Bt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$). Жидкие металлы обладают высоким коэффициентом теплопроводности ($\lambda_{ж.Ме.} = 6 \div 85 \text{ Bt}/(\text{m} \cdot \text{K})$ см. § 7.2) и характеризуются более интенсивным переносом теплоты по сравнению с переносом импульса ($a \gg v \Rightarrow Pr = 0,0013 \div 0,057$), что приводит к выравниваю профиля температур в каналах, потому что молекулярный (за счет теплопроводности) и молярный (за счет турбулентного перемешивания) перенос теплоты сопоставимы (имеют величину одного порядка). При вынужденном

течении в трубах и каналах и внешнем обтекании твердых тел у жидкого металла переход от ламинарного к турбулентному режиму течения происходит без резкого изменения интенсивности теплоотдачи.

При расчете теплоотдачи жидкокометаллических теплоносителей температурную поправку не учитывают из-за ее малости.

Теплоотдача при свободной конвекции жидкого металла

В результате обработки многочисленных экспериментов по исследованию теплоотдачи жидкого металла при свободном движении около вертикальных плоских поверхностей и горизонтальных труб, выполненных М.А. Михеевым и О.С. Федынским в Энергетическом институте имени Г.М. Кржижановского (ЭНИН) [5, 6], получена критериальная зависимость в виде:

$$\overline{Nu} = c \cdot Gr^n \cdot Pr^m, \quad (7.251)$$

где эмпирические коэффициенты **c** и **n** зависят от режима течения жидкокометаллического флюида:

– ламинарный режим при $Gr = 10^2 \div 10^9$

$$c = 0,52; \quad n = 0,25;$$

– турбулентный режим при $Gr = 10^9 \div 10^{13}$ ($Gr > 10^9$)

$$c = 0,106; \quad n = 0,33.$$

Показатель степени **m** у критерия Прандтля по данным [5] зависит от критерия Прандтля $m = f(Pr)$, и эта зависимость аппроксимирована формулой:

$$m = 0,3 + 0,02 / Pr^{1/3}.$$

В учебнике [6] предложено не учитывать зависимость $m = f(Pr)$ и принять показатель степени равным $m = 0,4$. Тогда критериальная формула (7.251) принимает вид:

$$\overline{Nu} = c \cdot Gr^n \cdot Pr^{0,4} . \quad (7.252)$$

В учебнике П.Л. Кирилова [12] для расчета теплоотдачи жидким металлом ($Pr \ll 1$) при свободной конвекции приведена формула, справедливая в диапазоне чисел Рэлея $Ra = Gr \cdot Pr = 10 \div 10^4$:

$$\overline{Nu} = 0,7 \cdot (Gr \cdot Pr^2)^{0,25} = 0,7 \cdot (Bq)^{0,25} , \quad (7.253)$$

где Bq – критерий Буссинеска, определяемый по выражению (см. § 7.4.4)

$$Bq = Gr \cdot Pr^2 = Ra \cdot Pr = \frac{gR_0^3}{a^2} \beta \Delta T .$$

Определяющие параметры в формулах (7.251) – (7.253):

а) $T_0 = T_m = 0,5 \cdot (T_f + T_w)$ – средняя температура пограничного слоя, где T_w – температура стенки; T_f – температура флюида вдали от стенки (за пределами теплового пограничного слоя);

б) $R_0 = d_h$ – наружный диаметр горизонтальной трубы;

в) $R_0 = h$ – высота вертикальной пластины или высота вертикальной трубы.

Теплоотдача при вынужденном движении жидким металлом в круглых трубах

Интенсивность теплоотдачи при вынужденном течении в трубах и каналах существенно зависит от наличия или отсутствия примесей в жидкокометаллическом теплоносителе – степени чистоты металла. Присутствие примесей (оксиды металла, кислород и др.) в жидкоком металле приводит к

образованию на твердой поверхности теплообмена пленки, которая создает дополнительное термическое сопротивление теплопередаче и влияет на интенсивность теплоотдачи. Механизм образования контактного слоя, его толщина и свойства зависят от совокупности физико-химических процессов, гидродинамики и теплообмена на твердой поверхности и теоретически не изучены [5], поэтому уменьшение интенсивности теплоотдачи зафиксировано экспериментально с аппроксимацией опытных данных в виде критериальных зависимостей. При постоянном тепловом потоке от поверхности ТВЭла к жидкому металлу дополнительное термическое сопротивление контактного слоя приводит к уменьшению температуры теплоносителя, а уменьшение интенсивности теплоотдачи (уменьшение коэффициента теплоотдачи) связано, очевидно, с уменьшением теплопроводных свойств загрязнённого жидкокометаллического теплоносителя.

Для расчета теплоотдачи в круглых трубах при условии гидродинамически и термически стабилизированного течения и $Q = \text{пост}$ в литературе [5, 52, 53] предложена формула:

$$\overline{Nu} = 7 + 0,025 \cdot (Re \cdot Pr)^{0,8} = 7 + 0,025 \cdot Re^{0,8}. \quad (7.254)$$

При аналогичных условиях течения и теплообмена, но постоянной температуре поверхности $T_w = \text{пост}$ в литературе [5, 12, 50, 53] приведена критериальная формула:

$$\overline{Nu} = 5 + 0,025 \cdot (Re \cdot Pr)^{0,8} = 5 + 0,025 \cdot Re^{0,8}. \quad (7.255)$$

При условии гидродинамически и термически стабилизированного течения и $T_w = \text{пост}$ вместо формулы (7.255) можно для расчета среднего коэффициента теплоотдачи использовать следующую формулу, опубликованную в [50]:

$$\overline{Nu} = 4,82 + 0,0185 \cdot Re^{0,8}. \quad (7.256)$$

При вынужденном течении жидкокометаллических теплоносителей, содержащих примеси, с учетом контактного термического сопротивления для расчета среднего коэффициента теплоотдачи в литературе [12, 53] приведены формулы:

$$\overline{Nu} = 3 + 0,014 \cdot (Re \cdot Pr)^{0,8} = 3 + 0,014 \cdot Re^{0,8}; \quad (7.257)$$

или

$$\overline{Nu} = 5 + 0,0021 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,8} = 5 + 0,0021 \cdot Re^{0,8}. \quad (7.258)$$

В книге А.В. Жукова [53] для расчета теплоотдачи в трубах приведена формула для более широкого, чем у жидкокометаллов, диапазона изменения критерия Прандтля $Pr = 0,01 \div 1,0$, который включает в себя и газы с числом Прандтля $Pr \approx 1,0$:

$$\overline{Nu} = 2,5 + 1,3 \cdot \lg(1 + 1/Pr) + 4,16(Re \cdot 10^{-3})^m \cdot Pr^{0,66}, \quad (7.259)$$

где $m = 0,865 - 0,051 \cdot \lg(1 + 1/Pr)$.

Определяющие параметры в формулах (7.254) – (7.259):

а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя температура жидкого металла, где T_{f1} – температура флюида на входе в трубу; T_{f2} – температура флюида на выходе из трубы;

б) $R_0 = d_{bh}$ – внутренний диаметр трубы;

в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению трубы скорость жидкого металла, где G – массовый расход теплоносителя, кг/с; ρ – плотность жидкокометаллического теплоносителя, кг/м³; $f = \pi d_{bh}^2 / 4$ – площадь поперечного сечения трубы.

Замечание. Вместо первого слагаемого «5» в формуле (7.255) для расчета также используют значения «4,36» [5, 6], «4,8» [52], «5,5» [42], а в формуле (7.257) вместо первого слагаемого

«3» используют коэффициенты «3,3» [6], «3,4» [52], что свидетельствует о разной точности проведения эксперимента разными учеными и о погрешности аппроксимации экспериментальных данных.

Теплоотдача при продольном обтекании стержневых твэлов

Как было отмечено в разделе § 7.7.3.1, теплоотдачу при продольном обтекании одиночного цилиндра можно рассчитывать по формулам продольного обтекания плоской пластины. При продольном обтекании пучка круглых цилиндров на теплоотдачу оказывает влияние расположение цилиндров в пучке (квадратное, треугольное) и относительные шаги пучка.

На участке стабилизированного течения и теплообмена при продольном *турбулентном* обтекании круглых цилиндров (твэлов), расположенных в треугольной решетке, жидкими металлами, очищенными от примесей, в книге [54] приведена критериальная формула:

$$\overline{Nu} = 6 + 0,006 \cdot Re, \quad (7.260)$$

которая справедлива, если критерий Рейнольдса $Re > 10^4$, критерий Пекле лежит в интервале $Re = 70 \div 1500$ и относительный шаг решетки равен $\bar{s} = 1,2 \div 1,5$.

Для учета относительного шага пучка стержней в треугольной решетке для диапазона значений относительного шага $\bar{s} = 1,1 \div 1,5$ и чисел Пекле $Re = 80 \div 4000$ в книге В.М. Боришанского [54] рекомендована формула В.И. Субботина:

$$\overline{Nu} = 0,58 \left(\frac{d_{\text{экв}}}{d_h} \right)^{0,55} \cdot Re^{0,45}, \quad (7.261)$$

где d_h – наружный диаметр стержня; $d_{экв}$ – эквивалентный (гидравлический) диаметр канала, который для треугольной решетки рассчитывают по формуле (7.207)

$$d_{экв} = d_h \left[\left(2\sqrt{3} / \pi \right) \cdot \bar{s}^2 - 1 \right] = d_h \left[1,1 \cdot \bar{s}^2 - 1 \right],$$

где $\bar{s} = s / d_h$ – относительный шаг решетки.

С учетом формулы для расчета эквивалентного диаметра для треугольного пучка (7.207) формула В.И. Субботина приобретает окончательный вид:

$$\overline{Nu} = 0,58 \left(1,1 \cdot \bar{s}^2 - 1 \right)^{0,55} \cdot Re^{0,45}. \quad (7.262)$$

Для упрощенных расчетов влияние относительного шага решетки на теплоотдачу не учитывают и тогда формула (7.262) принимает вид [9, 52]:

$$\overline{Nu} = 0,58 \cdot Re^{0,45}. \quad (7.263)$$

Определяющие параметры в формулах (7.260) – (7.263):

а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя температура жидкого металла, где T_{f1} – температура флюида на входе в пучок; T_{f2} – температура флюида на выходе из пучка;

б) $R_0 = d_h$ – наружный диаметр трубы (стержня, цилиндра);

в) $w_0 = \bar{w} = G / (\rho f)$ – средняя по сечению канала скорость жидкого металла, где G – массовый расход теплоносителя, кг/с; ρ – плотность жидкокометаллического теплоносителя, кг/м³; f – площадь проходного сечения канала, м².

Теплоотдача при поперечном обтекании стержневых твэлов

Для расчета теплоотдачи при поперечном обтекании шахматных и коридорных пучков труб чистыми жидкокометаллическими теплоносителями В.М. Боришанским предложена критериальная формула [54]:

$$\overline{\text{Nu}} = 1,0 \cdot \sqrt{\text{Pe}_1} \pm 30\%, \quad (7.264)$$

где $\text{Pe}_1 = \frac{w_1 \cdot d_h}{a}$ – критерий Пекле, рассчитанный по скорости $w_1 = w_{\max}$, равной скорости в самом узком сечении пучка; $w_{\max} = G / (\rho \cdot f_{\min})$; G – расход теплоносителя, кг/с; ρ – плотность жидкого металла, кг/м³; f_{\min} – минимальное поперечное сечение пучка, м²; d_h – наружный диаметр трубы (стержня), м; a – коэффициент температуропроводности чистого жидкокометаллического теплоносителя, м²/с.

Формула (7.264) получена при относительном поперечном шаге (по фронту пучка), равном $\bar{s}_1 = s_1 / d_h = 1,2$ и относительном продольном шаге (по глубине пучка) $\bar{s}_2 = s_2 / d_h = 1,1 \div 1,5$ и справедлива для чисел Пекле $\text{Pe} = 50 \div 5000$ и чисел Прандтля $\text{Pr} = 0,007 \div 0,02$.

При поперечном обтекании чистыми жидкими металлами шахматных и коридорных пучков труб с *малым* относительным шагом по фронту и глубине $\bar{s}_1 = s_1 / d_h = 1,13$ и $\bar{s}_2 = s_2 / d_h = 1,13$ при критерии Прандтля равном $\text{Pr} = 0,3$ коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по формуле (7.264), превышает погрешность 30%. Поэтому В.М. Боришанский с коллегами обработал данные опытов в виде зависимости [54]:

$$\overline{\text{Nu}} = 2,0 \cdot \sqrt{\text{Pe}_2} \pm 30\%, \quad (7.255)$$

где $Pe_2 = \frac{w_2 \cdot d_h}{a}$ – критерий Пекле, рассчитанный по скорости $w_2 = w_0$, равной скорости набегающего потока.

Определяющие параметры в формулах (7.264) и (7.265):

- а) $T_0 = \bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f1} + T_{f2})$ – средняя температура жидкого металла, где T_{f1} – температура флюида на входе в пучок; T_{f2} – температура флюида на выходе из пучка;
- б) $R_0 = d_h$ – наружный диаметр трубы (стержня, цилиндра).

Контрольные вопросы по материалам седьмой главы

1. Назовите отличие терминов «конвективный теплообмен» и «конвекция теплоты».
2. Напишите формулу для расчета плотности теплового потока при конвективном теплообмене в потоке флюида.
3. Напишите формулу для расчета плотности теплового потока при конвективной теплоотдаче между стенкой и флюидом.
4. Назовите классификацию задач конвективного теплообмена.
5. Назовите виды конвекции в зависимости от причины движения флюида.
6. Назовите режимы течения флюидов и их главные характеристики.
7. Перечислите основные физические свойства текучих сред, которые влияют на теплообмен.
8. Назовите параметры, которые характеризуют теплообмен при движении капельных жидкостей и газов.
9. Какой закон природы выражает дифференциальной уравнение переноса тепловой энергии в текучей среде? Напишите дифференциальное уравнение Фурье–Кирхгофа.
10. Какой закон природы выражает дифференциальное уравнение Навье–Стокса? Напишите это дифференциальное уравнение.
11. Какие способы переноса теплоты понимают под термином «внешний теплообмен».

12. Напишите уравнение неразрывности в дифференциальном и интегральном виде и поясните его физический смысл.
13. Перечислите уравнения, которые входят в систему дифференциальных уравнений конвективного теплообмена.
14. Назовите условия однозначности, необходимые для решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена.
15. Назовите методы решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена.
16. Назовите идею метода аналогии для решения задач гидродинамики и теплообмена.
17. Назовите идею метода теории подобия для решения задач гидродинамики и теплообмена.
18. Назовите физический смысл критерия подобия. Назовите классификацию критериев подобия.
19. Назовите отличие определяющих и определяемых критериев подобия.
20. Перечислите основные положения теоремы Кирпичева–Гухмана.
21. Перечислите основные критерии гидродинамического подобия и назовите их физический смысл.
22. Перечислите основные критерии теплового подобия и назовите их физический смысл.
23. Назовите определяющие параметры для расчета критериев при свободной и вынужденной конвекции.
24. Напишите в общем виде критериальное уравнение для расчета числа Нуссельта при свободной конвекции газов и капельных жидкостей.
25. Напишите в общем виде критериальное уравнение для расчета числа Нуссельта при вынужденной конвекции газов и капельных жидкостей.
26. Напишите в общем виде критериальное уравнение для расчета числа Нуссельта при свободной и вынужденной конвекции жидких металлов.
27. Назовите ограничения при использовании критериальных уравнений.
28. Назовите алгоритм расчета коэффициента теплоотдачи по критериальным формулам.

29. Покажите закон изменения коэффициента теплоотдачи около нагретой вертикальной стенки в условиях свободной конвекции.
30. Назовите особенности расчета коэффициента теплоотдачи свободной конвекцией около наклонных поверхностей.
31. Назовите особенности расчета коэффициента теплоотдачи свободной конвекцией около горизонтальных труб (цилиндров, стержней).
30. Назовите особенности расчета коэффициента теплоотдачи свободной конвекцией в ограниченном пространстве.
31. Назовите особенности расчета коэффициента теплоотдачи при вынужденном течении в трубах и каналах.
32. Назовите особенности расчета коэффициента теплоотдачи при вынужденном течении в трубах и каналах при вязкостном и вязкостно-гравитационном режимах течения.
33. Назовите особенности расчета коэффициента теплоотдачи при вынужденном течении в трубах и каналах при переходном режиме течения. Что такое «перемежаемость течения»?
34. Назовите особенности расчета коэффициента теплоотдачи при вынужденном течении в изогнутых трубах.
35. Назовите особенности расчета коэффициента теплоотдачи при продольном обтекании плоской поверхности.
36. Назовите особенности расчета коэффициента теплоотдачи при продольном обтекании плоской поверхности.
37. Назовите особенности гидродинамики течения при поперечном обтекании одиночной трубы.
38. Назовите особенности расчета коэффициента теплоотдачи при поперечном обтекании одиночной трубы.
39. Дайте характеристику смешанного режима течения при поперечном обтекании одиночной трубы.
40. Дайте характеристику пучков труб.
41. Назовите особенности расчета коэффициента теплоотдачи при поперечном обтекании трубных пучков.
42. Назовите особенности расчета конвективного теплообмена при течении жидкокометаллических теплоносителей.
43. Напишите формулу для расчета определяющего размера при вынужденном течении флюида в каналах.

ГЛАВА 8. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ И КИПЕНИИ

Практически все теплоносители, используемые в технике, могут существовать в трех фазовых состояниях: в твердой фазе, в жидкой фазе и в газообразной или паровой фазе [17]. На рис. 8.1 изображена фазовая р-Т (давление-температура) диаграмма воды, на которой показаны линии равновесия фаз (кривые фазовых переходов):

- линия равновесия жидкой и газовой фаз (кривая 1);
- линия равновесия твердой и жидкой фаз (кривая 2);
- линия равновесия твердой и газовой фаз (кривая 3).

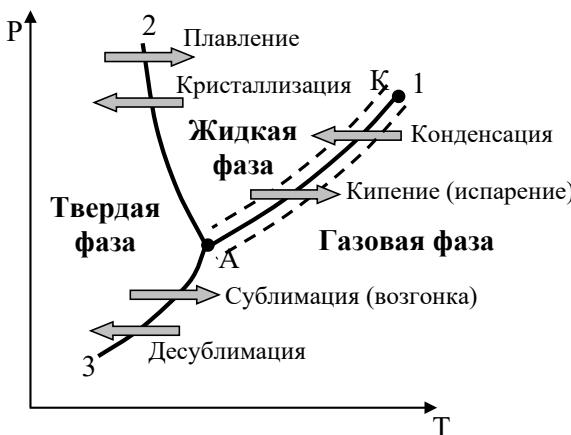


Рис. 8.1. Диаграмма фазовых переходов вещества

Линии равновесия фаз делят поле р-Т диаграммы на *три* зоны: левее линии 2-3 находится область твердого кристаллического состояния вещества, правее линии 1-3 расположена зона газа (пара) и между кривыми 1 и 2 – область жидкого состояния вещества. Линии равновесия фаз смыкаются в одной, так называемой *тройной* точке (точка А на рис.8.1), в которой физические условия (р и Т) позволяют

всем трем фазам вещества находится одновременно в термодинамическом равновесии.

Параметры тройной точки и расположение граничных кривых 1, 2 и 3 зависят от природы конкретного вещества. Например, в тройной точке для воды: $p = 611,7$ Па и $T = 273,16$ К = $0,01^\circ\text{C}$.

Линия равновесия жидкой и газовой фазы вещества (кривая 1) на p - T диаграмме заканчивается в критической точке K , выше которой нет видимого фазового перехода жидкости в пар. Для каждого вещества параметры критической точки находят опытным путем. Например, для воды параметры критической точки составляют следующие значения [43]:

- критическое давление $p_{kp} = 22,064$ МПа;
- критическая температура $T_{kp} = 647,096$ К = $373,946^\circ\text{C}$;
- критическая плотность $\rho_{kp} = 322$ кг/м³.

Замечание. Фаза – это равновесное состояние вещества, у которого физические свойства существенно отличаются от других состояний того же вещества. При этом фаза является более узким понятием, чем агрегатное состояние, потому что одно агрегатное состояние может иметь несколько фаз. Например, твердый углерод может быть в виде угля, графита и алмаза [17].

Из анализа рис. 8.1 можно сделать вывод о том, что для вещества, которое может существовать в твердом, жидком и газообразном состоянии, возможны *шесть* переходов из одного агрегатного состояния в другое:

– вдоль линии равновесия жидкой и паровой (газовой) фаз (кривая 1) происходит переход жидкости в газ (пар) при *испарении (кипении)* и обратный переход газа (пара) в жидкость при *конденсации*. Кипение и конденсация вещества происходят при постоянной *температуре насыщения* при данном давлении;

– вдоль линии равновесия твердой и жидкой фаз (кривая 2) наблюдаются переход твердого тела в жидкость при *плавлении*

и обратный переход жидкости в твердую фазу при *кристаллизации* (затвердевании). Плавление и конденсация вещества происходят при постоянной температуре плавления;

— вдоль линии равновесия твердой и газовой фаз (кривая 3) наблюдают переход вещества из твердого состояния в газообразное (парообразное), минуя плавление и кипение, в процессе *сублимации* (возгонки) и обратный переход газа (пара) в твердую фазу, минуя жидкое состояние, в процессе *десублимации* (конденсации пара в твердое состояние).

Все шесть фазовых переходов из одного агрегатного состояния в другое происходят при нарушении термодинамического равновесия фаз в процессе *теплообмена* между твердыми телами и флюидами в виде газа и жидкости. При этом скачкообразно изменяются физические свойства вещества (механические, тепловые, электрические и магнитные).

Плавлением называют процесс перехода вещества из кристаллического твердого состояния в жидкое состояние, которое происходит с подводом теплоты (теплоты плавления) при постоянной температуре плавления. Температура плавления зависит от давления в заданной термодинамической системе. Обратный переход вещества из жидкого состояния в кристаллическое называют *кристаллизацией* (затвердеванием) и происходит с выделением теплоты при постоянной температуре затвердевания.

Переход вещества из твердого состояния в газообразное, минуя плавление и испарение, называют *возгонкой* или *сублимацией* (от лат. *sublimo* «возносить»). Процесс сублимации происходит с *поглощением* теплоты сублимации при постоянной температуре, которая зависит от давления в термодинамической системе. Обратный переход вещества из газообразного (парообразного) состояния называют *десублимацией* (кристаллизацией из пара). При десублимации теплота *выделяется* при постоянной температуре. Десублимация может происходить на холодных твердых

поверхностях и при смешении пара вещества с газами с более низкой температурой.

Сублимация и десублимация воды в виде льда происходят при температурах и давлениях ниже тройной точки A (см. рис. 8.1). Заметим, что состояние тройной точки имеет место только для чистого вещества, то есть для моносреды без других веществ. Поэтому сублимация и десублимация льда может происходить и в воздушной среде при атмосферном давлении воздуха $p \approx 10^5$ Па, потому что в этом случае парциальное давление водяного пара может быть ниже парциального давления в тройной точке воды ($p < 611,7$ Па), а температура ниже нуля градусов по Цельсию.

Замечание. Поскольку твердую фазу и жидкую фазу вещества можно получить в процессе конденсации из газовой фазы, то твердые тела (кристаллические и аморфные) и капельные жидкости объединяют в одну группу, противопоставляя газу, и называют *конденсированными* средами или *конденсированными* телами.

Процессы плавления и кристаллизации, сублимации и десублимации широко применяются в технологических процессах различного назначения. Расчет теплообмена при плавлении, кристаллизации, сублимации и десублимации рассматривают в специальной литературе.

Замечание. При медленном нагревании жидкости или медленном охлаждении пара расслоение фаз может отсутствовать при переходе через линию фазового равновесия AK (кривая 1) и вещество остается однородным в первоначальном фазовом состоянии. Такие состояния *перегретой* жидкости и *переохлажденного* водяного пара являются неустойчивыми (метастабильными) и не существуют длительное время [17].

Метастабильное состояние (переохлаждение) существует и при фазовом переходе жидкости в твердое состояние (кривая 2), и при фазовом переходе газа в твердое состояние (кривая 3). При обратном переходе твердая фаза – жидкость и твердая фаза – газ

метастабильных состояний не наблюдается, так как кристаллическое твердое тело при определенной температуре всегда переходит в жидкую или газовую фазу [17]. Область метастабильных состояний невелика и на рис. 8.1 показана штриховыми линиями около линии равновесия жидкость – газ (кривая 1).

В учебнике, в зависимости от фазового состояния флюида, различают конвективный теплообмен в однофазной среде (см. главу 7) и конвективный теплообмен при фазовых превращениях, к которому относят теплообмен при *конденсации* (переход пара в жидкость) и теплообмен при *кипении* (переход жидкости в пар). Поэтому процесс теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества (при конденсации и кипении) рассчитывают по закону теплоотдачи Ньютона (7.3):

$$Q = \alpha \Delta T F = \alpha |T_w - T_h| F \quad \text{или} \quad q = \alpha \Delta T,$$

где α – коэффициент теплоотдачи при конденсации или кипении, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; ΔT – разность температур (температуры перепад) между флюидом и стенкой, $^{\circ}\text{C}$ (К); T_w – температура стенки, $^{\circ}\text{C}$ (К); T_h – температура насыщения пара при данном давлении, $^{\circ}\text{C}$ (К); F – площадь поверхности теплообмена, м^2 ; Q – тепловой поток, Вт ; q – поверхностная плотность теплового потока, $\text{Вт}/\text{м}^2$.

Замечание. Изучение теплообмена при конденсации и кипении будем рассматривать на примере одного из самых распространённых теплоносителей – воды в капельном (жидком) состоянии и в виде пара (газообразном состоянии). Однако все основные выводы и расчетные формулы, приведенные ниже, справедливы и для других теплоносителей с отличающейся от воды физической природой.

При заданных геометрических размерах системы теплообмена, заданной температуре стенки (T_w) и известной температуре флюида (T_h), задача расчета теплового потока

при конденсации и кипении сводится к определению коэффициента теплоотдачи α .

Процесс конденсации возможен при условии $T_w < T_h$, поэтому при конденсации перепад температур рассчитывают по формуле:

$$\Delta T = T_h - T_w. \quad (8.1)$$

При кипении, наоборот, температура стенки должна быть перегрета относительно температуры насыщения при данном давлении ($T_w > T_h$), и в этом случае:

$$\Delta T = T_w - T_h. \quad (8.2)$$

Изменение агрегатного состояния вещества происходит при постоянной температуре (см. T - s диаграмму на рис. 8.2) и характеризуется выделением при конденсации или поглощением при кипении теплоты фазового перехода (скрытой теплоты парообразования для воды) r , Дж/кг.

При стационарном процессе конденсации или кипения теплоту фазового перехода (тепловой поток) рассчитывают по формуле:

$$Q = G \cdot r, \quad (8.3)$$

где Q – тепловой поток от пара к стенке при конденсации или от стенки к кипящей жидкости при кипении, Вт; G – расход конденсата или паровой фазы, кг/с.

Приравнивая правую часть закона Ньютона $Q = \alpha \Delta T F$ и правую часть формулы (8.3), получаем основное уравнение для расчета теплообмена при фазовых превращениях вещества – уравнение теплового баланса:

$$Q = G \cdot r = \alpha \cdot \Delta T \cdot F. \quad (8.4)$$

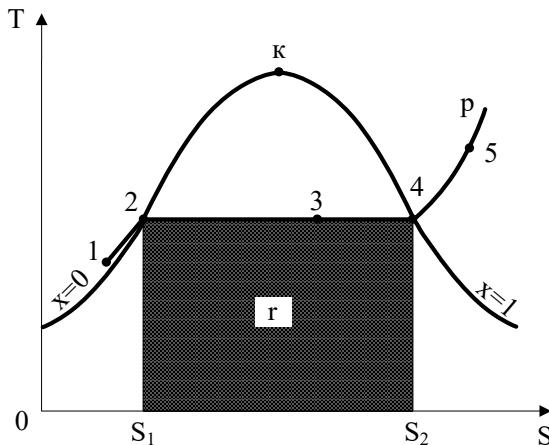


Рис. 8.2. Фазовая (T, s)-диаграмма водяного пара:
 1 – вода при температуре ниже температуры насыщения;
 2 – вода в состоянии насыщения (кипят); 3 – влажный насыщенный водяной пар;
 4 – сухой насыщенный водяной пар;
 5 – перегретый водяной пар; К – критическая точка

При известном коэффициенте теплоотдачи α , в зависимости от постановки задачи расчета теплообмена при конденсации и кипении, по уравнению теплового баланса (8.4) находят расход (G), разность температур ΔT или температуру стенки T_w , площадь поверхности теплообмена F и тепловой поток Q . Таким образом, расчет теплоотдачи при конденсации и кипении сводится к определению коэффициента теплоотдачи α , так как входящие в уравнение теплового баланса скрытая теплота парообразования (r) и температура насыщения при данном давлении (T_h) – величины, принимаемые по справочным данным [21, 43].

§ 8.1. Теплоотдача при конденсации паров

§ 8.1.1. Основные понятия и определения

Конденсация – процесс перехода пара (газа) в жидкое состояние.

Замечание. Как отмечено выше во введении к главе 8, конденсацией также называют переход пара в твердое состояние, минуя жидкое. Такой вид конденсации называют *десублимацией* и рассматривают в специальной технической литературе.

При конденсации пара выделяется теплота фазового перехода (скрытая теплота парообразования), поэтому процесс конденсации неразрывно связан с теплообменом.

Условия протекания *стационарного* процесса конденсации:

- а) температура стенки должна быть ниже температуры насыщения пара при данном давлении ($T_w < T_h$);
- б) для выполнения условия $T_w < T_h$ необходимо организовать отвод теплоты от поверхности, на которой образуется конденсат.

Существуют три вида конденсации: *пленочная*, *капельная* и *смешанная*, которые обусловлены *поверхностным натяжением* на границе раздела данной капельной жидкости с твердым телом (см. § 7.2). *Пленочная* конденсация возможна при условии смачивания конденсирующейся жидкостью поверхности теплообмена. При этом конденсат стекает с поверхности теплообмена в виде пленки. На плохо смачивающихся (загрязненных) поверхностях наблюдается *капельная* конденсация, при которой конденсат образуется в виде капель. При *смешанной* конденсации на разных участках поверхности теплообмена одновременно происходит и *капельная* и *пленочная* конденсация. Интенсивность теплоотдачи при пленочной конденсации ниже, чем при

капельной конденсации из-за наличия пленки конденсата, которая создает дополнительное термическое сопротивление теплообмену. Например, в книге [55] С.С. Кутателадзе отмечает, что коэффициенты теплоотдачи при пленочной конденсации водяного пара при атмосферном давлении имеют порядок $\alpha_{\text{пл}} = 7000 \div 12000 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К})$, а при капельной конденсации – $\alpha_{\text{кап}} = 46500 \div 116500 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К})$. В теплообменных устройствах, как правило, происходит пленочная конденсация паров и значительно реже капельная конденсация.

§ 8.1.2. Критерий Рейнольдса при конденсации на вертикальной поверхности и на поверхности горизонтальной трубы

Вертикальная плоская поверхность

Интенсивность теплоотдачи при пленочной конденсации зависит от *режима течения* пленки конденсата, который определяется по значению критерия Рейнольдса – *определяющему* критерию гидродинамического подобия [5, 56]:

$$Re = \frac{\bar{w} \cdot R_0}{v_{\text{пл}}} = \frac{\bar{w} \cdot \delta}{v_{\text{пл}}}, \quad (8.5)$$

где \bar{w} – средняя скорость течения пленки в данном сечении, $\text{м}/\text{с}$; $R_0 = \delta$ – толщина конденсатной пленки, м ; $v_{\text{пл}}$ – кинематический коэффициент вязкости пленки, $\text{м}^2/\text{с}$.

При течении пленки конденсата различают три режима: *ламинарный*, *волновой* и *турбулентный*. Волновой режим течения характеризуется наличием волн на поверхности ламинарной конденсатной пленки. Экспериментально установлено критическое число Рейнольдса при течении пленки конденсата на вертикальной поверхности $Re \approx 400$. При $Re < Re_{\text{кр}}$ наблюдается ламинарный режим течения пленки,

а при $Re \geq Re_{kp}$ – волновой и турбулентный режимы течения.

Замечание. В расчетах теплообмена при конденсации в качестве определяющего размера также принимают эквивалентный диаметр пленки конденсата [13, 51], который для единицы ширины пленки $\ell_z = 1$ (см. рис. 8.3) равен:

$$R_0 = d_{\text{экв}} = \frac{4f}{P} = \frac{4 \cdot (\delta \cdot 1)}{1} = 4\delta, \quad (8.6)$$

где $f = \delta \cdot 1$ – площадь поперечного сечения пленки единичной ширины, м^2 ; $P = \ell_z = 1$ – смоченный периметр пленки единичной ширины.

Тогда критерий Рейнольдса записывают в виде:

$$Re = \frac{\bar{w} \cdot R_0}{v_{\text{пл}}} = \frac{\bar{w} \cdot 4\delta}{v_{\text{пл}}}. \quad (8.7)$$

И в этом случае при $R_0 = d_{\text{экв}} = 4\delta$ критическое число Рейнольдса будет равно $Re_{kp} \approx 1600$.

Так как средняя скорость течения пленки конденсата \bar{w} и толщина пленки δ заранее неизвестны, то по формулам (8.5) или (8.7) нельзя рассчитать критерий Re и определить режим течения. Для решения этой задачи преобразуем критерий Рейнольдса, используя уравнение теплового баланса (8.4) и интегральное уравнение неразрывности (7.32). Уравнение теплового баланса (8.4) для конденсации на вертикальной плоскости высотой H и шириной ℓ_z (см. рис. 8.3) имеет вид:

$$Q = G \cdot r = \bar{\alpha} \cdot (T_h - T_w) \cdot F, \quad (8.8)$$

где G – расход конденсата, $\text{кг}/\text{с}$; r – теплота фазового перехода, $\text{Дж}/\text{кг}$; $\bar{\alpha}$ – средний коэффициент теплоотдачи при конденсации, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; T_h – температура насыщения пара

при заданном давлении, $^{\circ}\text{C}$ (К); T_w – температура стенки, $^{\circ}\text{C}$ (К); $F = H \cdot \ell_z$ – площадь поверхности теплообмена, м^2 .

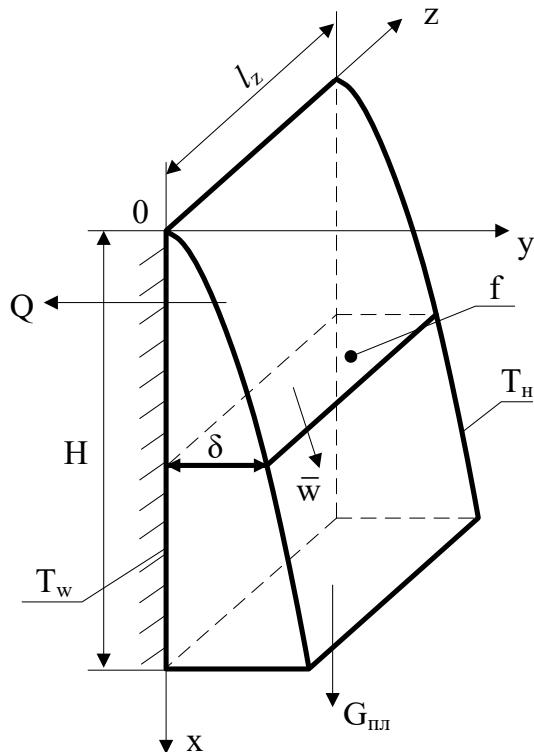


Рис. 8.3. Пленочная конденсация пара на вертикальной плоской поверхности

Расход конденсата найдем по уравнению неразрывности (7.32):

$$G = \rho_{\text{пл}} \bar{w} \cdot f = \rho_{\text{пл}} \bar{w} \cdot (\delta \ell_z), \quad (8.9)$$

где $\rho_{\text{пл}}$ – плотность пленки, $\text{кг}/\text{м}^3$; δ – толщина пленки, м; $f = \delta \cdot \ell_z$ – площадь поперечного сечения конденсатной пленки, м^2 .

Подставляя значение расхода конденсата G в уравнение теплового баланса (8.8), получим:

$$\rho_{\text{пл}} \bar{w} \cdot (\delta \ell_z) \cdot r = \bar{\alpha} \cdot (T_h - T_w) \cdot \ell_z H,$$

откуда следует, что

$$\bar{w} \delta = \frac{\bar{\alpha} (T_h - T_w) H}{\rho_{\text{пл}} r}. \quad (8.10)$$

Заменив произведение ($\bar{w} \delta$) в формуле критерия Рейнольдса (8.5) выражением (8.10), окончательно находим:

$$Re = \frac{\bar{\alpha} (T_h - T_w) H}{\nu_{\text{пл}} \rho_{\text{пл}} r} = \frac{\bar{\alpha} \Delta T H}{\mu_{\text{пл}} r}, \quad (8.11)$$

где H – протяженность (высота) поверхности конденсации (определяющий размер для расчета теплообмена), м; $\mu_{\text{пл}} = \rho_{\text{пл}} \nu_{\text{пл}}$ – динамический коэффициент вязкости конденсатной пленки, Па·с; $\rho_{\text{пл}}$ – плотность пленки, кг/м³; $\nu_{\text{пл}}$ – кинематический коэффициент вязкости конденсата, м²/с.

Анализируя формулы (8.5) и (8.11), можем сделать вывод о том, что при пленочной конденсации пара критерий Рейнольдса является *и определяющим* критерием – он определяет режим течения пленки конденсата, и *определяемым* критерием, так как по его значению можно найти коэффициент теплоотдачи от пара к пленке.

Замечание. Формула для расчета критерия Рейнольдса (8.11) справедлива и для расчета пленочной конденсации на вертикальной трубе высотой H .

Горизонтальная труба

Запишем уравнение теплового баланса (8.8) при конденсации пара на горизонтальной трубе с наружным диаметром d_h и длиной $L_{\text{тр}}$:

$$\rho_{\text{пл}} \bar{w} \cdot (\delta L_{\text{tp}}) \cdot r = \bar{\alpha} \cdot (T_h - T_w) \cdot (\pi d_h L_{\text{tp}}), \quad (8.12)$$

где $f = \delta L_{\text{tp}}$ – площадь поперечного сечения пленки конденсата, м^2 ; δ – толщина пленки, м ; $F = \pi d_h L_{\text{tp}}$ – площадь поверхности трубы (площадь поверхности теплообмена), м^2 .

Исключая из левой и правой частей уравнения (8.12) длину трубы L_{tp} , получим

$$\rho_{\text{пл}} \bar{w} \delta \cdot r = \bar{\alpha} \cdot (T_h - T_w) \cdot (\pi d_h),$$

откуда следует, что

$$\bar{w} \delta = \frac{\bar{\alpha} \cdot (T_h - T_w) \cdot (\pi d_h)}{\rho_{\text{пл}} \cdot r}. \quad (8.13)$$

Подставляя (8.13) в формулу критерия Рейнольдса (8.5), окончательно получаем:

$$Re = \frac{\bar{\alpha} \Delta T \cdot (\pi d_h)}{\mu_{\text{пл}} r}, \quad (8.14)$$

где $\Delta T = T_h - T_w$ – перепад температур в пленке конденсата, $^{\circ}\text{C}$ (К); πd_h – протяженность поверхности конденсации (определяющий размер для расчета теплообмена), равная длине окружности горизонтальной трубы вдоль которой течет конденсат (аналог высоты для вертикальной поверхности), м ; d_h – наружный диаметр трубы, м ; $\mu_{\text{пл}} = \rho_{\text{пл}} v_{\text{пл}}$ – динамический коэффициент вязкости конденсатной пленки, $\text{Па}\cdot\text{с}$; $\rho_{\text{пл}}$ – плотность пленки, $\text{кг}/\text{м}^3$; $v_{\text{пл}}$ – кинематический коэффициент вязкости конденсата, $\text{м}^2/\text{с}$.

§ 8.1.3. Пленочная конденсация на вертикальной поверхности

Рассмотрим пленочную конденсацию сухого насыщенного водяного пара с температурой насыщения T_h на вертикальной плоской поверхности с заданной и постоянной температурой $T_w = \text{пост}$ при условии $T_w < T_h$. Ламинарное течение пленки вдоль пластины происходит под действием силы тяжести. Схема движения пленки и теплоотдачи при пленочной конденсации пара на вертикальной поверхности показана на рис. 8.3.

Запишем математическую формулировку задачи *стационарного* конвективного теплообмена в процессе конденсации неподвижного пара при следующих допущениях [4, 5, 11, 13, 55]:

- силы инерции в пленке конденсата из-за ее ускорения можно не учитывать, потому что они много меньше сил вязкости и сил тяжести;
- перенос теплоты происходит только теплопроводностью (конвективный теплообмен в пленке пренебрежимо мал) и только в направлении перпендикулярном течению пленки (продольная теплопроводность не учитывается);
- температуру поверхности пленки можно принять равной температуре насыщения $T_{пл} = T_h$, потому что на границе фазового перехода «пленка–пар» отсутствует трение и термическое сопротивление фазового перехода мало;
- силы поверхностного натяжения на свободной поверхности пленки не влияют на режим ее течения;
- изменением давления по высоте вертикальной стенки можно пренебречь в силу его малости $\partial p / \partial x = 0$;
- физические свойства конденсата ($\rho_{пл}$, $\lambda_{пл}$ и $\mu_{пл}$) не зависят от температуры;

– плотность пара мала по сравнению с плотностью конденсата ($\rho_{\text{п}} \ll \rho_{\text{пл}}$), поэтому сила тяжести равна $f_g = g\rho_{\text{пл}}$.

Замечание. По данным [55] при конденсации чистого водяного пара при атмосферном давлении переохлаждение поверхности конденсатной пленки по сравнению с температурой насыщения мало и составляет величину порядка $0,02 \div 0,05$ К, поэтому и принимают равенство $T_{\text{пл}} = T_{\text{н}}$.

Если плотность пара составляет величину одного порядка с плотностью конденсата, то в этом случае силу тяжести рассчитывают по формуле:

$$f_g = g(\rho_{\text{пл}} - \rho_{\text{п}}), \quad (8.15)$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; $\rho_{\text{пл}}$ – плотность конденсата, кг/м^3 ; $\rho_{\text{п}}$ – плотность пара, кг/м^3 .

При указанных допущениях систему дифференциальных уравнений конвективного теплообмена при конденсации записывают в виде:

– дифференциальное уравнение Фурье–Кирхгофа переходит в уравнение дифференциальное Фурье

$$\frac{d^2T}{dy^2} = 0; \quad (8.16)$$

– дифференциальное уравнение Навье–Стокса учитывает только силу трения и силу тяжести

$$\mu_{\text{пл}} \frac{d^2w_x}{dy^2} = -g\rho_{\text{пл}}. \quad (8.17)$$

Анализ дифференциальных уравнений (8.16) и (8.17) показывает, что при принятых допущениях уравнение (8.16) моделирует перенос теплоты через плоскую стенку, а уравнение (8.17) показывает, что сила тяжести единичного объема конденсата [$g\rho_{\text{пл}}$] уравновешивается силой вязкости

$[\mu_{\text{пл}}(d^2w_x / dy^2)]$, действующей со стороны соседних слоев капельной жидкости.

Границные условия для решения системы уравнений (8.16) и (8.17):

– при $y = 0$ (на стенке) $T = T_w$ и $w_x = 0$ в силу условия прилипания;

– при $y = \delta$ (на внешней поверхности пленки) $T = T_h$ и $dw_x / dy = 0$, потому что принято допущение об отсутствии трения на границе раздела фаз $\sigma_{y=\delta} = \mu_{\text{пл}} \cdot dw_x / dy = 0$. Так как динамический коэффициент вязкости не может быть равен нулю $\mu_{\text{пл}} \neq 0$, то следует, что $dw_x / dy = 0$.

Решение дифференциального уравнения теплопроводности (8.16) с заданными граничными условиями приведено в § 4.3.1 первого тома учебника [45]:

– температурное поле в пленке конденсата

$$T(y) = T_h - \frac{T_h - T_w}{\delta} \cdot y; \quad (8.18)$$

– плотность теплового потока отводимого от конденсата в стенку

$$q = \lambda_{\text{пл}} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{\lambda_{\text{пл}}}{\delta} \cdot (T_h - T_w). \quad (8.19)$$

С другой стороны, плотность теплового потока при конденсации пара можно записать в виде закона теплоотдачи Ньютона:

$$q = \alpha \cdot (T_h - T_w). \quad (8.20)$$

Сравнивая формулы (8.19) и (8.20), можно сделать вывод о том, что если теплота попрек пленки переносится

только теплопроводностью, то в этом случае коэффициент теплоотдачи равен:

$$\alpha = \frac{\lambda_{\text{пл}}}{\delta}. \quad (8.21)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение течения пленки (8.17) с заданными граничными условиями, получаем параболический закон распределения скорости течения пленки w_x по толщине пленки [5, 13, 51]:

$$w_x = \frac{g\rho_{\text{пл}}}{\mu_{\text{пл}}} \delta \cdot y - \frac{g\rho_{\text{пл}}}{2\mu_{\text{пл}}} \cdot y^2. \quad (8.22)$$

На поверхности пленки при $y = \delta$ продольная скорость достигает максимума:

$$w_{x,\text{макс}} = \frac{g\rho_{\text{пл}}}{\mu_{\text{пл}}} \delta \cdot \delta - \frac{1}{2} \cdot \frac{g\rho_{\text{пл}}}{\mu_{\text{пл}}} \cdot \delta^2 = \frac{g\rho_{\text{пл}}}{2\mu_{\text{пл}}} \cdot \delta^2. \quad (8.23)$$

Средняя в данном сечении скорость движения пленки равна [5, 13]:

$$\bar{w}(x) = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta w_x(y) dy = \frac{g\rho_{\text{пл}}}{3\mu_{\text{пл}}} \cdot [\delta(x)]^2, \quad (8.24)$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; x – координата, отсчитываемая от верхней точки поверхности, м; $\delta(x)$ – толщина пленки конденсата в данном сечении [5, 51]:

$$\delta(x) = \sqrt[4]{\frac{4\lambda_{\text{пл}}\mu_{\text{пл}}(T_h - T_w)}{g\rho_{\text{пл}}^2 \cdot r}} \cdot x. \quad (8.25)$$

Локальный коэффициент теплоотдачи находят по формуле (8.21):

$$\alpha(x) = \frac{\lambda_{\text{пл}}}{\delta(x)} = \frac{\lambda_{\text{пл}}}{\sqrt[4]{\frac{4\lambda_{\text{пл}}\mu_{\text{пл}}(T_h - T_w)}{g\rho_{\text{пл}}^2 \cdot r} \cdot x}} =$$

(8.26)

$$= \sqrt[4]{\frac{r \cdot g\rho_{\text{пл}}^2 \lambda_{\text{пл}}^3}{4\mu_{\text{пл}}(T_h - T_w) \cdot x}},$$

где $\lambda_{\text{пл}}$ – коэффициент теплопроводности пленки конденсата, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$.

Замечание. В ряде источников, например [13, 51], учитывая соотношение динамического μ и кинематического ν коэффициентов вязкости ($\mu = \rho\nu$), формулу для расчета коэффициента теплоотдачи (8.26) записывают в виде:

$$\alpha(x) = \sqrt[4]{\frac{r \cdot g\rho_{\text{пл}}^2 \lambda_{\text{пл}}^3}{4\nu_{\text{пл}}(T_h - T_w) \cdot x}}. \quad (8.27)$$

Анализ формул (8.25) и (8.26) показывает, что толщина конденсатной пленки увеличивается вниз по течению по за-

кону $\delta \sim x^{\frac{1}{4}}$, а коэффициент теплоотдачи уменьшается по закону $\alpha \sim x^{-\frac{1}{4}}$.

Найдем средний по всей поверхности коэффициент теплоотдачи при пленочной конденсации по формуле:

$$\begin{aligned}
\bar{\alpha} &= \frac{1}{H} \int_0^H \alpha(x) dx = \frac{1}{H} \int_0^H \sqrt[4]{\frac{r \cdot g \rho_{\text{пл}}^2 \lambda_{\text{пл}}^3}{4 \mu_{\text{пл}} (T_h - T_w) \cdot x}} dx = \\
&= \frac{4}{3} \cdot \sqrt[4]{\frac{r \cdot g \rho_{\text{пл}}^2 \lambda_{\text{пл}}^3}{4 \mu_{\text{пл}} (T_h - T_w) \cdot H}}.
\end{aligned} \tag{8.28}$$

Вычислив в формуле (8.28) значение числового коэффициента $4/3 \cdot \sqrt[4]{1/4}$, окончательно получим:

$$\bar{\alpha} = 0,943 \cdot \sqrt[4]{\frac{r g \rho_{\text{пл}}^2 \lambda_{\text{пл}}^3}{\mu_{\text{пл}} (T_h - T_w) \cdot H}}, \tag{8.29}$$

или с учетом $\mu = \rho v$ последнее уравнение можно записать в виде

$$\bar{\alpha} = 0,943 \cdot \sqrt[4]{\frac{r g \rho_{\text{пл}}^2 \lambda_{\text{пл}}^3}{v_{\text{пл}} (T_h - T_w) \cdot H}}, \tag{8.30}$$

где $\bar{\alpha}$ – средний коэффициент теплоотдачи при конденсации, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $g = 9,8 \text{ м}/\text{с}^2$ – ускорение свободного падения; r – теплота фазового перехода, $\text{Дж}/\text{кг}$; T_h – температура насыщения пара при заданном давлении, $^{\circ}\text{C}$ (К); T_w – температура стенки, $^{\circ}\text{C}$ (К); $\rho_{\text{пл}}$ – плотность конденсата, $\text{кг}/\text{м}^3$; $\lambda_{\text{пл}}$ – коэффициент теплопроводности конденсата, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; $\mu_{\text{пл}}$ – динамический коэффициент вязкости конденсата, $\text{Па} \cdot \text{с}$; $v_{\text{пл}}$ – кинематический коэффициент вязкости конденсата, $\text{м}^2/\text{с}$; H – высота плоской стенки, м .

Физические свойства конденсата ($\rho_{\text{пл}}, \lambda_{\text{пл}}, v_{\text{пл}}, \mu_{\text{пл}}$) принимают из справочных таблиц при температуре насыщения $T_{\text{пл}} = T_h$ при заданном давлении.

Формула (8.29) предложена немецким ученым Нуссельтом в 1916 году и поэтому носит его имя.

Из анализа формулы (8.29) видно, что коэффициент теплоотдачи уменьшается с увеличением температурного перепада по закону $\bar{\alpha} \sim \Delta T^{-0,25}$. Однако при этом тепловой поток растет с увеличением разности температур $\Delta T = T_h - T_w$, хотя и более медленно, чем при конвективной теплоотдаче в однофазных средах:

$$q = \bar{\alpha} \cdot \Delta T \sim \Delta T^{-0,25} \cdot \Delta T = \Delta T^{0,75}. \quad (8.31)$$

Формула для расчета коэффициента теплоотдачи при конденсации (8.29) получена при постоянной температуре стенки $T_w = \text{пост.}$ В литературе [4, 5, 13, 51] представлены результаты исследования Д.А. Лабунцова, который доказал, что переменность температуры поверхности *не влияет* на средний коэффициент теплоотдачи, если коэффициент теплоотдачи рассчитывают по уравнению $\bar{\alpha} = \bar{q} / \Delta T$.

Вследствие принятых допущений при выводе формулы Нуссельта, расчет коэффициента теплоотдачи при конденсации на вертикальной поверхности по формулам (8.29) и (8.30) носит приближенный характер. Российские ученые Г.Н. Кружилин (1937 г.) и Д.А. Лабунцов (1956 г.) получили решение задачи расчета теплообмена при конденсации на вертикальной поверхности с учетом сил инерции и конвективного переноса теплоты в конденсатной пленке, на основании которого был сделан вывод о том, что при значении критерия Кутателадзе (критерий фазового перехода)

$$K = \frac{r}{c_p(T_h - T_w)} > 5 \text{ и при критерии Прандтля в интервале}$$

значений $1 \leq Pr \leq 100$ принятые Нуссельтом допущения практически не влияют на результаты решения. Коэффициенты теплоотдачи, рассчитанные по формуле Нуссельта и

по методике Кружилина–Лабунцова, отличаются незначительно (всего на несколько процентов [5]) и в инженерных расчетах это отличие можно не учитывать. Однако при условии $K < 5$ для флюидов, у которых Прандтль лежит в интервале значений $Pr < 1$, $Pr > 100$, коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по методике Кружилина–Лабунцова, значительно больше $\bar{\alpha}$, вычисленного по формуле Нуссельта (8.29), особенно при больших температурных напорах и в области критических параметров пара [4].

При конденсации жидкых металлов, у которых критерий Прандтля $Pr \ll 1$, расчет $\bar{\alpha}$ по формуле Нуссельта существенно отличается от эксперимента. При этом погрешность может достигать 50% [4], потому что в этом случае температура на поверхности конденсатной пленки не равна температуре насыщения пара при заданном давлении, а также потому что при конденсации жидких металлов необходимо учитывать термическое сопротивление фазового перехода [4].

Для учета влияния на теплоотдачу зависимости физических свойств конденсата от температуры и наличия волнового течения пленки в расчет вводят соответствующие поправки ε_t и ε_b :

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_{Nu} \cdot \varepsilon_t \cdot \varepsilon_b, \quad (8.32)$$

где $\bar{\alpha}_{Nu}$ – коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по формуле Нуссельта (8.29) или (8.30).

Поправку, учитывающую зависимость физических свойств пленки от температуры, вычисляют по формуле Д.А. Лабунцова [5, 51]:

$$\varepsilon_t = \left[\left(\frac{\lambda_w}{\lambda_h} \right)^3 \cdot \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right) \right]^{\frac{1}{8}}, \quad (8.33)$$

где λ_h и λ_w – коэффициент теплопроводности конденсата при температуре насыщения T_h и при температуре стенки T_w ; μ_h и μ_w – динамический коэффициент вязкости при температуре насыщения T_h и при температуре стенки T_w . Для воды температурная поправка на зависимость физических свойств конденсатной пленки от температуры составляет величину $\varepsilon_t = 0,9 \div 1,0$ [51].

Поправку на волновое течение находят по формуле Д.А. Лабунцова [5, 51]:

$$\varepsilon_B = Re^{0,04}. \quad (8.34)$$

Однако число Рейнольдса в формуле (8.34) заранее не известно, поэтому Д.А. Лабунцов предлагает следующий итерационный алгоритм учета интенсивности теплообмена при волновом течении конденсатной пленки [51]:

– принимая предварительно поправку на волновое течение $\varepsilon_B = 1$, рассчитывают средний коэффициент теплоотдачи по формуле:

$$\bar{\alpha}^* = \bar{\alpha}_{Nu} \cdot \varepsilon_t,$$

где $\bar{\alpha}_{Nu}$ находят по формуле Нуссельта (8.29) или (8.30), а температурную поправку – по формуле (8.33);

– зная $\bar{\alpha}^*$, определяют критерий Рейнольдса для конденсата по формуле (8.11);

– далее рассчитывают поправку на волновой режим течения ε_B по формуле (8.34) и уточняют значение коэффициента теплоотдачи:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}^* \cdot \varepsilon_B.$$

Значение поправки ε_B можно уточнить, выполнив ещё одну итерацию. Для этого с вновь найденным значением $\bar{\alpha}$ необходимо снова рассчитать критерий Рейнольдса по формуле (8.11) и определить новое значение поправки ε_B по формуле (8.34). При проведении инженерных расчетов достаточно выполнить 1 – 2 итерации [51].

При малых значениях критерия Рейнольдса поправка на волновое число мала и ее можно принять равной единице $\varepsilon_B \approx 1$. С увеличением критерия Re поправка ε_B растет и при критическом числе Рейнольдса $Re_{kp} = 400$ она равна $\varepsilon_B = Re_{kp}^{0,04} = 400^{0,04} \approx 1,27$. При расчете критерия Рейнольдса при конденсации в качестве определяющего размера принимают нижнее значение толщины пленки конденсата [5, 51].

Если давление конденсирующего пара велико, то в этом случае плотность пара и плотность конденсата составляют величину одного порядка (соизмеримы) и силу тяжести находят по формуле (8.15). Тогда коэффициент теплоотдачи при конденсации на вертикальной поверхности рассчитывают по формулам:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= 0,943 \cdot 4 \sqrt{\frac{rg\rho_{пл}(\rho_{пл} - \rho_{п})\lambda_{пл}^3}{\mu_{пл}(T_h - T_w) \cdot H}} = \\ &= 0,943 \cdot 4 \sqrt{\frac{rg(\rho_{пл} - \rho_{п})\lambda_{пл}^3}{v_{пл}(T_h - T_w) \cdot H}}, \end{aligned} \quad (8.35)$$

где $\rho_{пл}$ – плотность конденсата, $\text{кг}/\text{м}^3$; $\rho_{п}$ – плотность пара, $\text{кг}/\text{м}^3$; $\mu_{пл}$ – динамический коэффициент вязкости конденсата, $\text{Па}\cdot\text{с}$; $v_{пл}$ – кинематический коэффициент вязкости конденсата, $\text{м}^2/\text{с}$.

§ 8.1.4. Пленочная конденсация на наклонной поверхности

Средний коэффициент теплоотдачи на наклонной поверхности (рис. 8.3) рассчитывают по формуле [5]:

$$\bar{\alpha}_{\text{накл}} = \bar{\alpha}_{\text{вертик}} \cdot \sqrt[4]{\cos \varphi}, \quad (8.36)$$

где $\bar{\alpha}_{\text{вертик}}$ – коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по формуле Нуссельта для вертикальной поверхности; φ – угол между направлением силы тяжести и осью Ох, направленной вдоль поверхности теплообмена (рис.8.4).

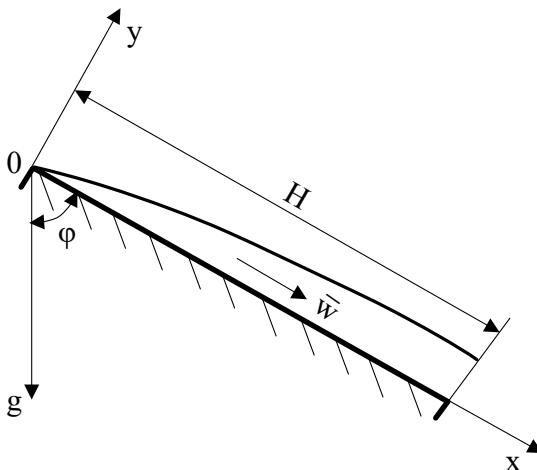


Рис. 8.4. Пленочная конденсация пара на наклонной поверхности

§ 8.1.5. Пленочная конденсация на горизонтальной трубе

Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи при заданной температуре стенки ($T_w = \text{пост}$) и ламинарном

течении пленки конденсата на горизонтальной трубе (рис. 8.5) Нуссельт получил формулу [5]:

$$\bar{\alpha} = 0,728 \cdot 4 \sqrt{\frac{rg \rho_{\text{пл}}^2 \lambda_{\text{пл}}^3}{\mu_{\text{пл}} (T_h - T_w) \cdot d_h}} = 0,728 \cdot 4 \sqrt{\frac{rg \rho_{\text{пл}} \lambda_{\text{пл}}^3}{\nu_{\text{пл}} (T_h - T_w) \cdot d_h}}; \quad (8.37)$$

или с учетом значительной величины плотности пара, которой нельзя пренебречь, получим:

$$\bar{\alpha} = 0,728 \cdot 4 \sqrt{\frac{rg \rho_{\text{пл}} (\rho_{\text{пл}} - \rho_{\text{п}}) \lambda_{\text{пл}}^3}{\mu_{\text{пл}} (T_h - T_w) \cdot d_h}} = 0,728 \cdot 4 \sqrt{\frac{rg (\rho_{\text{пл}} - \rho_{\text{п}}) \lambda_{\text{пл}}^3}{\nu_{\text{пл}} (T_h - T_w) \cdot d_h}}, \quad (8.38)$$

где r – теплота фазового перехода, Дж/кг; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; T_h – температура насыщения пара при заданном давлении, $^{\circ}\text{C}$ (К); T_w – температура стенки, $^{\circ}\text{C}$ (К); $\rho_{\text{пл}}$ – плотность конденсата, кг/м^3 ; $\rho_{\text{п}}$ – плотность пара, кг/м^3 ; $\lambda_{\text{пл}}$ – коэффициент теплопроводности пленки конденсата, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; $\mu_{\text{пл}}$ – динамический коэффициент вязкости конденсата, $\text{Па}\cdot\text{с}$; $\nu_{\text{пл}}$ – кинематический коэффициент вязкости конденсата, $\text{м}^2/\text{с}$; d_h – наружный диаметр трубы, м.

Замечание. Формула (8.37) была получена Нуссельтом с коэффициентом 0,725, который в дальнейшем был уточнен и составил 0,728 [13].

Физические свойства конденсата и сухого (перегретого) пара находят по справочным таблицам при температуре

фазового перехода (температуре насыщения) при заданном давлении.

Формула (8.37) справедлива для ламинарного режима течения пленки, который существует, если выполняется условие:

$$d_h < 20 \cdot \left(\frac{\sigma_{пл}}{g \cdot \rho_{пл}} \right)^{0,5}, \quad (8.39)$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; $\rho_{пл}$ – плотность конденсата, кг/м^3 ; $\sigma_{пл}$ – сила поверхностного натяжения пленки конденсата, Н/м . Определяющая температура в формуле (8.39) равна температуре насыщения.

Если условие (8.39) не выполняется, то в этом случае необходимо учитывать поправку на волновое течение пленки ε_B , рассчитанную по формуле (8.34).

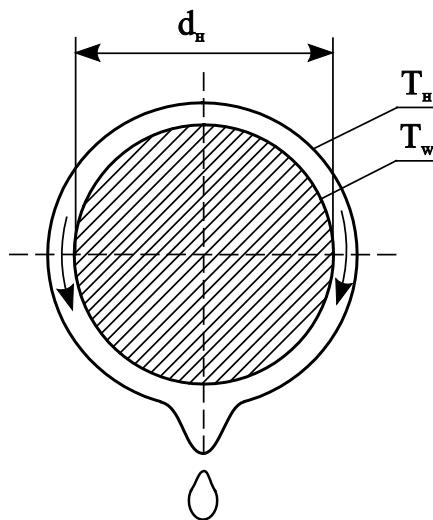


Рис. 8.5. Пленочная конденсация пара на горизонтальной трубе

Зависимость физических свойств конденсата от температуры учитывают, используя поправку Лабунцова (8.33).

Формула (8.39) справедлива для конденсации паров при значениях критерия Кутателадзе $K > 5$ и критерии Прандтля $Pr > 1$ [5].

При условии заданного постоянного теплоотвода от поверхности трубы $q_w = \text{пост. температура поверхности трубы}$ изменяется по периметру ($T_w = \text{var}$). В этом случае расчет коэффициента теплоотдачи на горизонтальной трубе по рекомендации Д.А. Лабунцова (1965г.) выполняют по формуле идентичной формуле (8.37) или (8.38) с коэффициентом равным 0,693 [5, 51]:

$$\bar{\alpha} = 0,693 \cdot 4 \sqrt{\frac{rg \rho_{пл}^2 \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} (T_h - T_w) \cdot d_h}} ; \quad (8.40)$$

$$\bar{\alpha} = 0,693 \cdot 4 \sqrt{\frac{rg \rho_{пл} (\rho_{пл} - \rho_{н}) \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} (T_h - T_w) \cdot d_h}} \quad (8.40, a)$$

Однако в этом случае коэффициент теплоотдачи можно найти только методом итераций, потому что неизвестна средняя температура стенки T_w , по следующему алгоритму:

– задавая значение $\bar{\alpha}$ рассчитать по закону теплоотдачи Ньютона перепад температур в пленке конденсата

$$\Delta T = (T_h - T_w) = q_w / \bar{\alpha} ;$$

– зная перепад температур в пленке ΔT рассчитать по формуле (8.40) или (8.40, a) коэффициент теплоотдачи $\bar{\alpha}$ и сравнить его с принятым до расчета значением;

– если отличие заданного $\bar{\alpha}$ и рассчитанного $\bar{\alpha}$ по формуле (8.40) или (8.40, a) превышает наперед заданную погрешность, то расчет перепада температур ΔT и

коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ необходимо повторить до момента сходимости итерационного процесса (до достижения заданной погрешности расчета).

Чтобы исключить из расчета $\bar{\alpha}$ итерационный процесс, получим формулу для определения коэффициента теплоотдачи на горизонтальной трубе, в которую плотность теплового потока q_w , отводимого от стенки трубы, входит в явном виде. Для этого в формуле (8.40) заменим перепад температур в пленке по закону теплоотдачи Ньютона $\Delta T = q_w / \bar{\alpha}$ и решим полученное уравнение относительно $\bar{\alpha}$:

$$\bar{\alpha} = 0,728 \cdot 4 \sqrt{\frac{rg \rho_{пл}^2 \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} (q_w / \bar{\alpha}) \cdot d_h}} = 0,728 \left(\frac{rg \rho_{пл}^2 \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} (q_w / \bar{\alpha}) \cdot d_h} \right)^{1/4}.$$

Получим

$$(\bar{\alpha})^{3/4} = 0,728 \left(\frac{rg \rho_{пл}^2 \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} q_w \cdot d_h} \right)^{1/4}$$

или

$$\bar{\alpha} = \left[0,728 \left(\frac{rg \rho_{пл}^2 \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} q_w \cdot d_h} \right)^{1/4} \right]^{4/3} = 0,728^{4/3} \left(\frac{rg \rho_{пл}^2 \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} q_w \cdot d_h} \right)^{1/3}.$$

Окончательно найдем:

$$\bar{\alpha} = 0,655 \cdot \left(\frac{rg \rho_{пл}^2 \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} \cdot q_w \cdot d_h} \right)^{1/3} = 0,655 \cdot \left(\frac{rg \rho_{пл}^2 \lambda_{пл}^3}{\nu_{пл} \cdot q_w \cdot d_h} \right)^{1/3}, \quad (8.41)$$

где коэффициент $0,728^{4/3} = 0,655$; q_w – поверхностная плотность теплового потока, отводимого от поверхности трубы, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Если плотность конденсата $\rho_{\text{пл}}$ и плотность пара $\rho_{\text{п}}$ составляют величину одного порядка (соизмеримы), то в этом случае формула (8.41) принимает вид:

$$\begin{aligned}\bar{\alpha} &= 0,655 \cdot \left(\frac{rg \rho_{\text{пл}} (\rho_{\text{пл}} - \rho_{\text{п}}) \lambda_{\text{пл}}^3}{\mu_{\text{пл}} \cdot q_w \cdot d_h} \right)^{1/3} = \\ &= 0,655 \cdot \left(\frac{rg (\rho_{\text{пл}} - \rho_{\text{п}}) \lambda_{\text{пл}}^3}{v_{\text{пл}} \cdot q_w \cdot d_h} \right)^{1/3}.\end{aligned}\quad (8.41, a)$$

§ 8.1.6. Критериальные уравнения теплоотдачи при пленочной конденсации

Для расчета пленочной конденсации при заданной температуре стенки ($T_w = \text{пост}$) в качестве *определенного* критерия выступает критерий Рейнольдса (Re), а в качестве определяющего критерия выступает безразмерный параметр Z , который характеризует относительную протяженность поверхности конденсации. При конденсации на вертикальной поверхности (плоская стенка или вертикальная труба) параметр Z называют приведенной высотой стенки, а при конденсации на горизонтальной трубе – приведенным диаметром или приведенным радиусом трубы в зависимости от принятого в расчетах определяющего размера в формуле критерия Рейнольдса. Поэтому критериальное уравнение теплоотдачи при конденсации имеет вид [4, 5, 13, 51]:

$$Re = f(Z), \quad (8.42)$$

где Re – число Рейнольдса – определяемый критерий при конденсации; Z – относительная протяженность поверхности, на которой происходит конденсация – определяемый критерий.

§ 8.1.6.1. Пленочная конденсация на вертикальной поверхности

Получим критериальное уравнение вида (8.42) для вертикальной поверхности высотой H умножением левой и правой части формулы Нуссельта (8.29) на комплекс $[\Delta T H / \mu_{пл} r]$:

$$\bar{\alpha} \cdot \left[\frac{\Delta T H}{\mu_{пл} r} \right] = 0,9434 \sqrt{\frac{rg\mu_{пл}^2 \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} (T_n - T_w) \cdot H}} \cdot \left[\frac{\Delta T H}{\mu_{пл} r} \right].$$

После несложных алгебраических преобразований последнего уравнения получим:

$$Re = 0,9434 \sqrt{\frac{gH^3}{v^2} \cdot \frac{\lambda_{пл}^3 \Delta T^3}{(\mu_{пл} r)^3}} = 0,9434 \sqrt{Ga \cdot \frac{\lambda_{пл}^3 \Delta T^3}{(\mu_{пл} r)^3}},$$

где $Ga = \frac{gH^3}{v^2}$ – критерий Галилея

или окончательно:

$$Re = 0,9434 \sqrt{Ga \cdot \frac{\lambda_{пл}^3 \Delta T^3}{(\mu_{пл} r)^3}} = 0,9434 Z^{0,75}, \quad (8.43)$$

где приведенная высота вертикальной поверхности равна

$$Z = Ga^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\lambda_{пл} \Delta T}{\mu_{пл} r} = Ga^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{Pr \cdot K}, \quad (8.44)$$

$$\text{где } \frac{\lambda_{\text{пл}} \Delta T}{\mu_{\text{пл}} r} = \frac{1}{Pr \cdot K}; \quad Pr = \frac{v_{\text{пл}}}{a_{\text{пл}}} = \left(\frac{\rho_{\text{пл}} c_p}{\lambda_{\text{пл}}} \right) \cdot v_{\text{пл}} \quad - \text{ критерий}$$

Прандтля; $a_{\text{пл}} = \frac{\lambda_{\text{пл}}}{\rho_{\text{пл}} c_p}$ – коэффициент температуропроводности конденсата, $\text{м}^2/\text{с}$; $v_{\text{пл}}$ – кинематический коэффициент вязкости конденсата, $\text{м}^2/\text{с}$; $\rho_{\text{пл}}$ – плотность конденсата, $\text{кг}/\text{м}^3$; c_p – удельная изобарная массовая теплоемкость конденсата, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$; $\lambda_{\text{пл}}$ – коэффициент теплопроводности конденсата, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; $K = \frac{r}{c_p \Delta T}$ – критерий Кутателадзе

r – теплота фазового перехода, $\text{Дж}/\text{кг}$; $\Delta T = T_h - T_w$ – перепад температур в конденсатной пленке, $^{\circ}\text{C}$ (К).

Замечание. При выводе формулы (8.44) необходимо дробь в правой части умножить и разделить на удельную теплоемкость c_p и сгруппировать безразмерные комплексы – критерии подобия:

$$\frac{c_p \cdot \lambda_{\text{пл}} \Delta T}{c_p \cdot \mu_{\text{пл}} r} = \left[\left(\frac{\lambda_{\text{пл}}}{\rho_{\text{пл}} c_p} \right) \cdot \frac{1}{v_{\text{пл}}} \right] \frac{c_p \Delta T}{r} = \frac{a_{\text{пл}}}{v_{\text{пл}}} \cdot \frac{c_p \Delta T}{r} = \frac{1}{Pr} \cdot \frac{1}{K}.$$

Запишем критериальную формулу (8.43) с учетом зависимости физических свойств конденсата от температуры (температурная поправка ε_t) и с учетом повышения интенсивности теплоотдачи при волновом течении конденсатной пленки (поправка $\varepsilon_B = Re^{0,04}$):

$$Re = 0,943 Z^{0,75} \cdot \varepsilon_t \cdot Re^{0,04}.$$

Решая последнее уравнение относительно критерия Re , получим:

$$Re^{0,96} = 0,943Z^{0,75} \cdot \varepsilon_t$$

или

$$Re = (0,943)^{1/0,96} Z^{0,75/0,96} \cdot (\varepsilon_t)^{1/0,96} = 0,94 \cdot Z^{0,78} \cdot (\varepsilon_t)^{1,04}.$$

Принимая допущение о том, что $(\varepsilon_t)^{1,04} \approx \varepsilon_t$, окончательно запишем критериальное уравнение в виде:

$$Re = 0,94 \cdot Z^{0,78} \cdot \varepsilon_t. \quad (8.45)$$

Замечание. Уравнение (8.45), но с коэффициентом 0,95, а не 0,94 получил Д.А. Лабунцов в 1957 году. Очевидно, расчет выполнялся на логарифмической линейке, поэтому числовой коэффициент был рассчитан не совсем точно. Заметим, что на точность расчета коэффициента теплоотдачи минимальное различие числовых коэффициентов в уравнении (8.45) практически не влияет.

Если за определяющий размер в расчетах принять эквивалентный гидравлический диаметр конденсатной пленки $R_0 = 4\delta$, то тогда критерий Рейнольдса рассчитывают по формуле (8.7) и критериальное уравнение (8.45) принимает вид:

$$Re = (0,94 \cdot 4) \cdot Z^{0,78} \cdot \varepsilon_t = 3,76 \cdot Z^{0,78} \cdot \varepsilon_t. \quad (8.46)$$

После округления числового коэффициента в формуле (8.46) получаем критериальное уравнение Д.А. Лабунцова, которое цитируют во многих учебниках, например в [16, 51]:

$$Re = 3,8 \cdot Z^{0,78} \cdot \varepsilon_t. \quad (8.47)$$

Расчет теплоотдачи при конденсации на вертикальных поверхностях большой высоты, на которых существуют участки с ламинарным и турбулентным течением конденсатной пленки, в литературе [5, 15] рекомендуют формулу:

$$Re = \left[89 + 0,024 \left(\frac{Pr_H}{Pr_W} \right)^{0,25} Pr_H^{0,5} \cdot (Z - 2300) \right]^{\frac{4}{3}}, \quad (8.48)$$

где Pr_H и Pr_W критерии Прандтля для конденсата при температуре насыщения и при температуре стенки соответственно.

При $Z = 2300$ из формулы (8.48) получаем $Re = 89^{4/3} \approx 400$ – критическое число Рейнольдса. При $Z < 2300$ по формуле (8.48) рассчитывают коэффициент теплоотдачи при пленочной конденсации для ламинарного режима течения пленки, а при $Z \geq 2300$ – для волнового и турбулентного режимов течения пленки конденсата.

Если плотность пара составляет величину одного порядка с плотность конденсата, тогда приведенную высоту вертикальной поверхности рассчитывают, используя вместо критерия Галилея (Ga) критерий Архимеда (Ar):

$$Z = Ar^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\lambda_{пл} \Delta T}{\mu_{пл} r} = \left[\frac{gH^3}{v^2} \cdot \left(1 - \frac{\rho_{пл}}{\rho_{пар}} \right) \right]^{1/3} \cdot \frac{\lambda_{пл} \Delta T}{\mu_{пл} r}$$

или

$$Z = \frac{Ar^{\frac{1}{3}}}{Pr \cdot K}, \quad (8.49)$$

где $Ar = \left[\frac{gH^3}{v^2} \cdot \left(1 - \frac{\rho_{пл}}{\rho_{пар}} \right) \right]$ – критерий Архимеда; $\rho_{пл}$ – плотность конденсата, $\text{кг}/\text{м}^3$; $\rho_{пар}$ – плотность пара, $\text{кг}/\text{м}^3$.

**Расчет среднего коэффициента теплоотдачи
при конденсации на вертикальной поверхности,
при заданном теплоотводе от стенки**

$$q_w = \text{пост}$$

Формула Нуссельта (8.29) для расчета коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации неподвижного пара на вертикальной поверхности для ламинарного течения конденсатной пленки получена при заданной и постоянной по высоте температуре стенки ($T_w = \text{пост}$). Поскольку температура на внешней поверхности пленки тоже не изменяется по высоте и равна температуре насыщения при заданном давлении пара ($T_h = \text{пост}$), то перепад температур в пленке, тоже величина постоянная ($\Delta T = T_h - T_w = \text{пост}$). При этих условиях получены и критериальные формулы (8.43), (8.45) и (8.48), в которых критерий Рейнольдса является определяемым критерием, а *определяющим* критерием служит комплекс Z (см. формулы (8.44) и (8.49)).

При заданной плотности теплового потока $q_w = \text{пост}$, отводимого от стенки, на которой происходит процесс конденсации, критерий Рейнольдса в расчетах удобно применять как *определяющий* критерий, а *определяемым* критерием использовать аналог числа Нуссельта. Докажем это утверждение.

Запишем формулу критерия Рейнольдса (8.11), используя закон теплоотдачи Ньютона $q_w = \bar{\alpha} \Delta T$:

$$Re = \frac{\bar{\alpha} \Delta T H}{\mu_{пл} r} = \frac{q_w H}{\mu_{пл} r}. \quad (8.50)$$

Заменим в формуле Нуссельта (8.29) для расчета коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации на вертикальной поверхности перепад температур в пленке по

закону теплоотдачи Ньютона $\Delta T = q_w / \bar{\alpha}$ и решим полученное уравнение относительно $\bar{\alpha}$:

$$\bar{\alpha} = 0,943 \cdot \sqrt[4]{\frac{rg\mu_{\text{пл}}^2 \lambda_{\text{пл}}^3}{\mu_{\text{пл}} \Delta T \cdot H}} = 0,943 \left(\frac{rg\mu_{\text{пл}}^2 \lambda_{\text{пл}}^3}{\mu_{\text{пл}} (q_w / \bar{\alpha}) H} \right)^{1/4}.$$

Группируя параметры, получим:

$$(\bar{\alpha})^{3/4} = 0,943 \left[\frac{g\mu_{\text{пл}}^2 \lambda_{\text{пл}}^3}{\mu_{\text{пл}}^2} \cdot \left(\frac{\mu_{\text{пл}} r}{q_w H} \right) \right]^{1/4} = 0,943 \left[\frac{g\lambda_{\text{пл}}^3}{v_{\text{пл}}^2} \cdot \left(\frac{1}{Re} \right) \right]^{1/4}.$$

Откуда коэффициент теплоотдачи равен:

$$\bar{\alpha} = 0,943^{4/3} \left\{ \left[\frac{g\lambda_{\text{пл}}^3}{v_{\text{пл}}^2} \cdot \left(\frac{1}{Re} \right) \right]^{1/4} \right\}^{4/3} = 0,925 \left(\frac{g\lambda_{\text{пл}}^3}{v_{\text{пл}}^2} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{Re} \right)^{1/3}$$

или

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda_{\text{пл}}} \left(\frac{v_{\text{пл}}^2}{g} \right)^{1/3} = 0,925 (Re)^{-1/3}, \quad (8.51)$$

где $0,943^{4/3} = 0,925$ – числовой коэффициент; $Re = \frac{q_w H}{\mu_{\text{пл}} r} -$

определяющий критерий Рейнольдса; $\left[\frac{\bar{\alpha}}{\lambda_{\text{пл}}} \left(\frac{v_{\text{пл}}^2}{g} \right)^{1/3} \right] -$ комплекс, который является аналогом числа Нуссельта, если в качестве определяющего размера принять симплекс $R_0 = (v_{\text{пл}}^2 / g)^{1/3}$.

Замечание. Критериальную формулу (8.51) можно переписать в более привычном для восприятия виде, если левую часть умножить и разделить на высоту вертикальной поверхности:

$$\frac{H}{H} \cdot \frac{\bar{\alpha}}{\lambda_{\text{пл}}} \left(\frac{v_{\text{пл}}^2}{g} \right)^{1/3} = 0,925 (\text{Re})^{-1/3} \Rightarrow \frac{\bar{\alpha}H}{\lambda_{\text{пл}}} \left(\frac{v_{\text{пл}}^2}{gH^3} \right)^{1/3} = 0,925 (\text{Re})^{-1/3}.$$

Учитывая, что $\text{Nu} = \frac{\bar{\alpha}H}{\lambda_{\text{пл}}}$ – число Нуссельта, а $\text{Ga} = \frac{gH^3}{v_{\text{пл}}^2} =$ –

критерий Галилея, окончательно получим:

$$\text{Nu} \cdot \text{Ga}^{-1/3} = 0,925 (\text{Re})^{-1/3} \Rightarrow \text{Nu} = 0,925 (\text{Re})^{-1/3} \cdot \text{Ga}^{1/3}. \quad (8.52)$$

Формула (8.52) справедлива при условии $\rho_{\text{п}} \ll \rho_{\text{пл}}$. Если условие $\rho_{\text{п}} \ll \rho_{\text{пл}}$ не выполняется (плотность пара и плотность конденсата соизмеримы по величине), тогда в формуле (8.52) вместо критерия Галилея необходимо применять критерий Архимеда:

$$\text{Nu} \cdot \text{Ar}^{-1/3} = 0,925 (\text{Re})^{-1/3} \Rightarrow \text{Nu} = 0,925 (\text{Re})^{-1/3} \cdot \text{Ar}^{1/3}, \quad (8.53)$$

где $\text{Ar} = \text{Ga} \cdot \frac{\rho_{\text{пл}} - \rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{пл}}}$ – критерий Архимеда; $\rho_{\text{пл}}$ – плотность конденсата; $\rho_{\text{п}}$ – плотность пара.

Формулы (8.51) – (8.53) справедливы для ламинарного режима течения конденсатной пленки. Если на вертикальных поверхностях большой высоты существуют участки с ламинарным и турбулентным течением конденсатной пленки, то при заданном теплоотводе от стенки ($q_w = \text{пост}$) в учебнике [5] для расчета коэффициента теплоотдачи рекомендуют применять критериальную формулу:

$$\left[\frac{\bar{\alpha}}{\lambda_{\text{пл}}} \cdot \left(\frac{v_{\text{пл}}^2}{g} \right)^{1/3} \right] = \frac{\text{Re}}{2300 + 41 \cdot \text{Pr}^{-0,5} (\text{Re}^{3/4} - 89) \cdot \varepsilon_t}, \quad (8.54)$$

где $\varepsilon_t = (Pr_h / Pr_w)^{0,25}$ – температурная поправка Михеева; Pr_h и Pr_w – критерии Прандтля для конденсата при температуре насыщения и при температуре стенки соответственно.

В качестве определяющей температуры принята температура насыщения при данном давлении $T_0 = T_h$.

Если плотность пара ρ_p и плотность конденсата ρ_{pl} при заданном давлении соизмеримы, тогда левую часть уравнений (8.51) и (8.53) $\left[\left(\bar{\alpha} / \lambda_{pl} \right) \cdot \left(v_{pl}^2 / g \right)^{1/3} \right]$ необходимо записать так [5]:

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda_{pl}} \cdot \left[\frac{v_{pl}^2}{g \left(1 - \frac{\rho_p}{\rho_{pl}} \right)} \right]^{1/3}. \quad (8.55)$$

§ 8.1.6.2. Пленочная конденсация на горизонтальной трубе

Получим критериальное уравнение вида (8.42) для горизонтальной трубы диаметром d_h , для которой критерий Рейнольдса рассчитывают по формуле (8.14) умножением левой и правой части формулы Нуссельта (8.37) на комплекс $[(\Delta T \pi d_h) / (\mu_{pl} r)]$:

$$\bar{\alpha} \cdot \left[\frac{\Delta T \pi d_h}{\mu_{pl} r} \right] = 0,7284 \sqrt{\frac{rg \rho_{pl}^2 \lambda_{pl}^3}{\mu_{pl} (T_h - T_w) \cdot d_h}} \cdot \left[\frac{\Delta T \pi d_h}{\mu_{pl} r} \right].$$

После несложных алгебраических преобразований последнего уравнения получим:

$$Re = (0,728 \cdot \pi^{1/4})_4 \sqrt{\frac{g(\pi d_h)^3}{v^2} \cdot \frac{\lambda_{пл}^3 \Delta T^3}{(\mu_{пл} r)^3}} = 0,969_4 \sqrt{Ga \cdot \frac{\lambda_{пл}^3 \Delta T^3}{(\mu_{пл} r)^3}},$$

$$\text{где } Re = \frac{\bar{\alpha} \Delta T \cdot (\pi d_h)}{\mu_{пл} r} - \text{критерий Рейнольдса; } Ga = \frac{g(\pi d_h)^3}{v^2}$$

– критерий Галилея; $R_0 = \pi d_h$ – протяженность поверхности конденсации равная длине окружности горизонтальной трубы (определяющий размер для расчета критериев подобия).

Или окончательно:

$$Re = 0,969_4 \sqrt{Ga \cdot \frac{\lambda_{пл}^3 \Delta T^3}{(\mu_{пл} r)^3}} = 0,969 Z^{0,75}, \quad (8.56)$$

где приведенный диаметр горизонтальной трубы равен

$$Z = Ga^3 \cdot \frac{\lambda_{пл} \Delta T}{\mu_{пл} r} = Ga^3 \cdot \frac{1}{Pr \cdot K}, \quad (8.57)$$

$$\text{где } \frac{\lambda_{пл} \Delta T}{\mu_{пл} r} = \frac{1}{Pr \cdot K}; \quad Pr = \frac{v_{пл}}{a_{пл}} = \left(\frac{\rho_{пл} c_p}{\lambda_{пл}} \right) \cdot v_{пл} - \text{критерий}$$

Прандтля; $a_{пл} = \frac{\lambda_{пл}}{\rho_{пл} c_p}$ – коэффициент температуропроводности конденсата, $\text{м}^2/\text{с}$; $v_{пл}$ – кинематический коэффициент вязкости конденсата, $\text{м}^2/\text{с}$; $\rho_{пл}$ – плотность конденсата, $\text{кг}/\text{м}^3$; c_p – удельная изобарная массовая теплоемкость конденсата, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $\lambda_{пл}$ – коэффициент теплопроводности конденсата, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; $K = \frac{r}{c_p \Delta T}$ – критерий Кутателадзе;

нестабильности конденсации, $\text{м}^2/\text{с}$; $v_{пл}$ – кинематический коэффициент вязкости конденсата, $\text{м}^2/\text{с}$; $\rho_{пл}$ – плотность конденсата, $\text{кг}/\text{м}^3$; c_p – удельная изобарная массовая теплоемкость конденсата, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $\lambda_{пл}$ – коэффициент теплопроводности конденсата, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; $K = \frac{r}{c_p \Delta T}$ – критерий Кутателадзе;

r – теплота фазового перехода, Дж/кг; $\Delta T = T_h - T_w$ – перепад температур в конденсатной пленке, °С (К).

Если плотность пара ρ_p и плотность конденсата ρ_{pl} при заданном давлении соизмеримы, тогда при расчете безразмерного комплекса Z в формуле (8.57) необходимо критерий Галлилея (Ga) заменить на критерий Архимеда (Ar):

$$Z = Ar^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\lambda_{pl} \Delta T}{\mu_{pl} r} = Ar^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{Pr \cdot K}. \quad (8.58)$$

Критериальная формула (8.56) справедлива для ламинарного течения, которое имеет место при $Z < 2300$.

Замечание 1. Если при выводе критерия Рейнольдса в качестве определяющего размера принять эквивалентный диаметр конденсатной пленки, равный 4δ , а протяженность поверхности конденсации (определяющий размер для расчета теплообмена) принять равным (πR_{tp}) , где $R_{tp} = d_h / 2$ – радиус трубы, то получим критериальное уравнение Д.А. Лабунцова для расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации пара на горизонтальной трубе для ламинарного режима течения, которое часто цитируется в учебных изданиях, например, в [16]:

$$Re = 3,25 \cdot Z^{0,75}, \quad (8.59)$$

где $Re = \frac{\bar{\alpha} \Delta T \cdot 4\pi R_{tp}}{\mu_{pl} r}$ – критерий Рейнольдса; R_{tp} – наружный радиус трубы; Z – приведенный радиус трубы:

$$Z = \pi R_{tp} \left(\frac{g}{v_{pl}^2} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\lambda_{pl} \Delta T}{\mu_{pl} r}. \quad (8.60)$$

Для критериального уравнения Д.А. Лабунцова критическое число равно $Z_{kp} = 3900$ и поэтому формулу (8.59),

справедливую для ламинарного течения конденсата, можно применять только при условии $Z < 3900$.

Для удобства расчетов на калькуляторе в задачнике [16] формулу (8.59) предложено записать в виде:

$$\alpha = 3,25 \cdot \frac{A^{0,75}}{B} \cdot \frac{1}{(\Delta T \pi R_{tp})^{0,25}}, \quad (8.61)$$

где $A = \left(\frac{g}{v_{pl}^2} \right)^{1/3} \cdot \frac{\lambda_{pl}}{\mu_{pl} r}; \quad B = \frac{4}{\mu_{pl} r}.$

Значения комплексов A , $[1/(m \cdot K)]$ и B , $[m/Bt]$ зависят только от физических свойств конденсата при заданной температуре насыщения. Для воды значения комплексов A и B табулированы в интервале температуры насыщения $T_h = 20 \div 300^\circ C$ с шагом $\Delta T_h = 20^\circ C$ и приведены в [16].

Замечание 2. Если в формуле Нуссельта в качестве определяющего размера принять не наружный диаметр d_h , а протяженность поверхности конденсации равную длине окружности горизонтальной трубы πd_h , то тогда формула Нуссельта (8.37) примет вид:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= 0,969 \cdot 4 \sqrt{\frac{rg \rho_{pl}^2 \lambda_{pl}^3}{\mu_{pl} (T_h - T_w) \cdot \pi d_h}} = \\ &= 0,969 \cdot 4 \sqrt{\frac{rg \rho_{pl} \lambda_{pl}^3}{v_{pl} (T_h - T_w) \cdot \pi d_h}}, \end{aligned} \quad (8.62)$$

в которой коэффициент 0,969 совпадает с коэффициентом в критериальном уравнении (8.56), что подтверждает единство подхода при выводе критериальных уравнений для конденсации на вертикальной поверхности (формулы (8.29) и (8.43)) и на поверхности горизонтальной трубы (формулы (8.56) и (8.62)).

**Расчет среднего коэффициента теплоотдачи
при конденсации на горизонтальной трубе
при заданном теплоотводе от стенки**

$$q_w = \text{пост}$$

Формула Нуссельта (8.37) для расчета коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации неподвижного пара на поверхности горизонтальной трубы для ламинарного течения конденсатной пленки получена при заданной и постоянной температуре стенки трубы ($T_w = \text{пост}$). Поскольку температура на внешней поверхности пленки тоже не изменяется по высоте и равна температуре насыщения при заданном давлении пара ($T_h = \text{пост}$), то перепад температур в пленке, тоже величина постоянная ($\Delta T = T_h - T_w = \text{пост}$). При этих условиях получена также и критериальная формула (8.56), в которой критерий Рейнольдса является *определенным* критерием, а *определяющим* критерием является комплекс Z (см. формулы (8.57) и (8.58)).

При заданной плотности теплового потока $q_w = \text{пост}$, отводимого от поверхности горизонтальной трубы, на которой происходит процесс конденсации, критерий Рейнольдса в расчетах удобно применять как *определяющий* критерий, а *определенным* критерием использовать аналог числа Нуссельта.

Для доказательства запишем формулу критерия Рейнольдса (8.14), используя закон теплоотдачи Ньютона $q_w = \bar{\alpha} \Delta T$:

$$Re = \frac{\bar{\alpha} \Delta T \cdot (\pi d_h)}{\mu_{пл} r} = \frac{q_w \cdot (\pi d_h)}{\mu_{пл} r}. \quad (8.63)$$

Заменяя в формуле (8.37) перепад температур в пленке на $\Delta T = q_w / \bar{\alpha}$, умножая числитель и знаменатель под

корнем $\sqrt[4]{\cdot}$ на число π и решая полученное уравнение относительно $\bar{\alpha}$, получим формулу, аналогичную формуле (8.51) для вертикальной поверхности:

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda_{\text{пл}}} \left(\frac{v_{\text{пл}}^2}{g} \right)^{1/3} = 0,959 (\text{Re})^{-1/3}, \quad (8.64)$$

где $(0,728 \cdot \pi^{1/4})^{4/3} = 0,959$ – числовой коэффициент; $\text{Re} = \frac{q_w (\pi d_h)}{\mu_{\text{пл}} r}$ – определяющий критерий Рейнольдса;

$\left[\frac{\bar{\alpha}}{\lambda_{\text{пл}}} \left(\frac{v_{\text{пл}}^2}{g} \right)^{1/3} \right]$ – комплекс, который является аналогом

числа Нуссельта, если в качестве определяющего размера принять симплекс $R_0 = \left(v_{\text{пл}}^2 / g \right)^{1/3}$.

§ 8.1.7. Факторы, влияющие на процесс пленочной конденсации неподвижного пара

Формулы расчета коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации на вертикальной поверхности и на поверхности горизонтальной трубы были получены для «идеальных» условий теплообмена, которые при эксплуатации теплообменных устройств выполняются далеко не всегда. Рассмотрим методику учета в инженерных расчетах четырех, наиболее часто встречающихся в технике факторов, влияющих на теплоотдачу при пленочной конденсации неподвижного пара.

§ 8.1.7.1. Влияние скорости движения пара

Все формулы, приведенные в § 8.1, для расчета теплоотдачи при пленочной конденсации пара получены при допущении малой скорости движения пара в теплообменном устройстве. В этом случае пар можно считать неподвижным.

Замечание. Процесс конденсации пара происходит со скоростью $W_{\text{п}}$, направленной перпендикулярно поверхности конденсации, величину которой можно оценить по формуле, которая следует из уравнения теплового баланса [25]:

$$Q = G \cdot r = q_w \cdot F_w \Rightarrow \rho_{\text{п}} w_{\text{п}} F_w \cdot r = q_w \cdot F_w \Rightarrow \rho_{\text{п}} w_{\text{п}} r = q_w,$$

откуда следует, что «скорость» движения молекул пара к пленке

$$w_{\text{п}} = \frac{q_w}{\rho_{\text{п}} r}, \quad (8.65)$$

где q_w – плотность теплового потока, отводимого от поверхности конденсации, $\text{Вт}/\text{м}^2$; $\rho_{\text{п}}$ – плотность пара, $\text{кг}/\text{м}^3$; r – теплота фазового перехода, $\text{Дж}/\text{кг}$.

Например, при конденсации насыщенного водяного пара при $T_{\text{h}} = 373 \text{ К}$ и плотности теплового потока $100 \text{ кВт}/\text{м}^2$ скорость движения пара к поверхности конденсации, рассчитанная по формуле (8.65), равна $w_{\text{п}} = 0,074 \text{ м}/\text{с}$.

Если скорость пара достаточно велика и поток пара оказывает влияние на течение конденсатной пленки, то это явление учитывают при помощи поправочного коэффициента на движение пара:

$$\alpha_w = \alpha_{w=0} \cdot \varepsilon_w, \quad (8.66)$$

где α_w – коэффициент теплоотдачи при конденсации в движущемся потоке пара; $\alpha_{w=0}$ – коэффициент теплоотдачи

при конденсации *неподвижного* пара; $\varepsilon_w = f(w)$ – поправочный коэффициент, расчет которого приводится в справочной литературе, например [15], для конкретного типа теплообменного устройства. Например, при входе пара в горизонтальный пучок труб с заданной (известной) скоростью поправку на скорость пара рассчитывают по формулам (8.83) и (8.84) (см. § 8.1.8.2).

§ 8.1.7.2. Влияние влажности и перегрева пара

Все формулы, приведенные в § 8.1, для расчета теплоотдачи при пленочной конденсации пара получены для расчета теплоотдачи при пленочной конденсации сухого насыщенного водяного пара (точка 4 на рис. 8.2). В теплообменнике пар может поступать как в перегретом (точка 5 на рис. 8.2), так и во влажном насыщенном состоянии (точка 3 на рис. 8.2). В этом случае коэффициент теплоотдачи при конденсации рассчитывают по формулам для сухого насыщенного водяного пара при неизменном перепаде температур в пленке конденсата $\Delta T = T_h - T_w = \text{пост.}$, которые приведены в данном разделе учебника, а отличие состояния влажного или перегретого пара от сухого насыщенного водяного пара учитывают при расчете теплоты фазового перехода, входящего в уравнение теплового баланса:

а) для влажного насыщенного водяного пара

$$Q = G \cdot r \cdot x, \quad (8.67)$$

где Q – тепловой поток от пара к стенке при конденсации, Вт; G – расход конденсата, кг/с; r – скрытая теплота парообразования, Дж/кг; x – степень сухости пара;

б) для перегретого пара

$$Q = G(r + q_{\text{пер}}) = G(r + c_{\text{п}} \cdot \Delta T_{\text{пер}}) = \\ = G[r + (h_5 - h_4)], \quad (8.68)$$

где $q_{\text{пер}}$ – удельная теплота перегрева, Дж/кг; $c_{\text{п}}$ – теплоемкость перегретого пара, Дж/(кг·К); h_5 и h_4 – удельные энталпии перегретого пара (точка 5 на рис. 8.2) и сухого насыщенного водяного пара (точка 4 на рис. 8.2)), Дж/кг.

Замечание. В монографии С.С. Кутателадзе [55] выполнена оценка влияния влажности и перегрева пара, на величину коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$.

Влияние влажности пара на коэффициент теплоотдачи при конденсации

При ламинарном течении пленки конденсата влажность конденсирующегося пара со степенью сухости x *незначительно* ухудшает теплоотдачу при конденсации [55]. Экспериментально получено выражение [55]:

$$1 > \frac{\bar{\alpha}_x}{\bar{\alpha}_h} > x^{0,25}, \quad (8.69)$$

где верхняя граница неравенства показывает, что $\bar{\alpha}_x = \bar{\alpha}_h$.

Или, ориентируясь на нижнюю границу неравенства (8.69), получим:

$$\bar{\alpha}_x = \bar{\alpha}_h \cdot x^{0,25}, \quad (8.70)$$

где $\bar{\alpha}_x$ – коэффициент теплоотдачи при конденсации влажного пара со степенью сухости x ; $\bar{\alpha}_h$ – коэффициент теплоотдачи при конденсации сухого насыщенного пара со степенью сухости $x=1$; x – степень сухости пара.

При конденсации сухого насыщенного пара ($\bar{\alpha}_x = \bar{\alpha}_h$), что соответствует верхней границе неравенства (8.69). Расчет по формуле (8.70) показывает, что величина уменьшения

коэффициента теплоотдачи при конденсации влажного насыщенного водяного пара небольшая и, например, при степени сухости влажного пара $x = 0,85$ теплоотдача может максимально уменьшиться на 4% ($\bar{\alpha}_x = \bar{\alpha}_h \cdot 0,85^{0,25} = \bar{\alpha}_h \cdot 0,96$).

Влияние перегрева пара на коэффициент теплоотдачи при конденсации

Коэффициент теплоотдачи при конденсации перегретого пара $\bar{\alpha}_{\text{пер}}$ при ламинарном течении конденсатной пленки и при условии полной конденсации пара можно рассчитать по формуле С.С. Кутателадзе [55]:

$$\bar{\alpha}_{\text{пер}} = \bar{\alpha}_h \cdot \left[1 + \frac{c_p}{r} (T_{\text{пер}} - T_h) \right]^{0,25}, \quad (8.71)$$

где $\bar{\alpha}_{\text{пер}}$ – коэффициент теплоотдачи при конденсации перегретого пара; $\bar{\alpha}_h$ – коэффициент теплоотдачи при конденсации сухого насыщенного пара со степенью сухости $x = 1$; $T_{\text{пер}}$ – температура перегретого пара; c_p – удельная массовая изобарная теплоемкость перегретого пара; r – теплопота фазового перехода.

§ 8.1.7.3. Влияние неконденсирующихся газов в паре

Если в водяном паре присутствуют неконденсирующиеся газы (например, воздух), то интенсивность теплоотдачи при конденсации резко снижается. В этом случае воздух на поверхности пленки конденсата создает воздушную прослойку, препятствующую конденсации пара (см. рис. 8.6). Экспериментально получено [1], что присутствие в паре 1% воздуха уменьшает теплоотдачу приблизительно в два раза (см. рис. 8.7). Поэтому воздух необходимо удалять из конденсаторов пара.

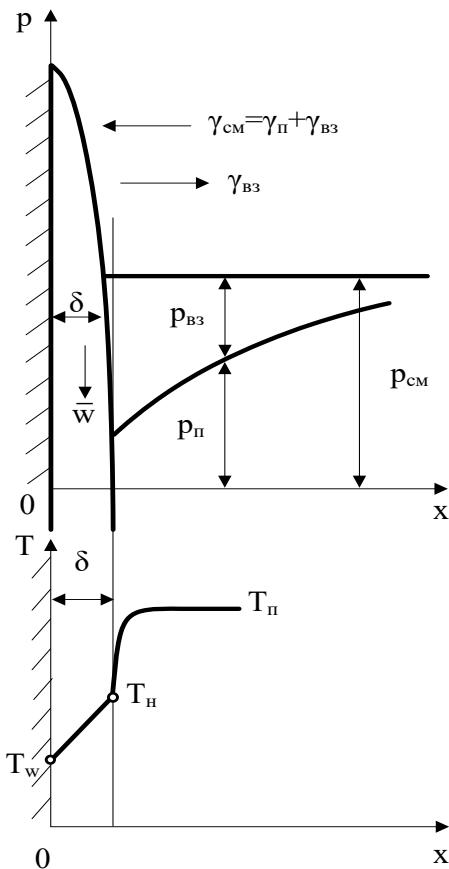


Рис. 8.6. Схема конденсации смеси пар-воздух:
 γ_{cm} – поток смеси; γ_{B3} – поток воздуха; γ_n – поток пара;
 p_{cm} – давление смеси; p_{B3} – давление воздуха; p_n – давле-
 ние пара

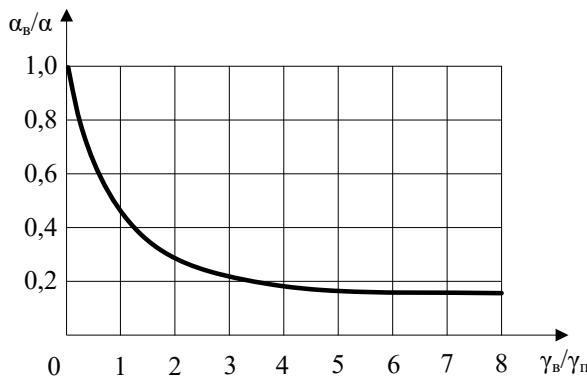


Рис. 8.7. Относительное изменение коэффициента теплоотдачи при конденсации в зависимости от содержания воздуха в паре [1]

§ 8.1.7.4. Влияние состояния поверхности на теплоотдачу при конденсации пара

При загрязнении поверхности (отложения и оксидные пленки), на которой происходит конденсация пара, способствует увеличению толщины пленки конденсата и появлению дополнительного термического сопротивления теплоизменения, поэтому интенсивность теплоотдачи при конденсации неподвижного пара на загрязненных поверхностях уменьшается. Снижение коэффициента теплоотдачи при конденсации на загрязненных поверхностях учитывают поправкой $\varepsilon_{\text{заг}}$, полученной экспериментально:

$$\alpha_{\text{заг}} = \alpha_{\text{Nu}} \cdot \varepsilon_{\text{заг}}, \quad (8.72)$$

где $\alpha_{\text{заг}}$ – коэффициент теплоотдачи при конденсации на загрязненной поверхности; α_{Nu} – коэффициент теплоотдачи при конденсации, рассчитанный по формуле Нуссельта; $\varepsilon_{\text{заг}}$ – поправка на загрязнение поверхности.

Поправочный коэффициент в теплотехническом справочнике рекомендуют принимать в интервале значений $\varepsilon_{\text{заг}} = 0,75 \div 0,85$ [15].

Значения коэффициента загрязнения, в зависимости от материала и состояния поверхности, получены опытным путем В.М. Боришанским и С.С. Кутателадзе и приведены в табл. 8.1. [25].

Таблица 8.1
Коэффициент загрязнения поверхности конденсации $\varepsilon_{\text{заг}}$

Характеристика поверхности	Коэффициент загрязнения
Чистые трубы из нержавеющей стали (новые)	1,0
Цельнотянутые трубы из углеродистой стали (новые)	0,75 \div 0,85
Окисленные свинцовые трубы	0,69 \div 0,88
Стальные трубы с сильно окисленной шероховатой поверхностью	0,75
Трубы с полированной до зеркального блеска поверхностью	1,3

Анализ данных табл. 8.1 показывает, что для не очень загрязненных окисленных поверхностей теплоотдача снижается на 15 \div 20% относительно теплоотдачи на чистых поверхностях, а для сильно окисленных и шероховатых поверхностей – приблизительно на 30%. Увеличение теплоотдачи на 30% при конденсации на зеркальных трубах можно объяснить большой скоростью стекания пленки по поверхности теплоотвода и уменьшением толщины конденсатной пленки, а также возможным переходом от режима пленочной конденсации к конденсации капельной.

§ 8.1.8. Отдельные задачи конденсации пара

В природе и технике существуют разные виды конденсации пара. Конденсация может происходить *на твердых поверхностях* и в *объеме* пара или парогазовой смеси.

Для осуществления объемной конденсации необходимо чтобы плотность пара была больше плотности насыщенного пара при данном давлении. Такой пар называют *перенасыщенным*. Примером объемной конденсации водяного пара из влажного воздуха является образование тумана и дождя. Для того чтобы происходил процесс объемной конденсации, в паре должны быть центры конденсации (аэрозоли, ионизированные частицы и др.), которые можно создавать и искусственно.

Процесс конденсации происходит и при прямом контакте холодной жидкости и пара – либо струя пара поступает в жидкость, либо холодная жидкость распыляется в объеме пара.

Конденсацией также называют и процесс *десублимации* – процесс перехода газа в твердое состояние. Десублимация – это процесс обратный *сублимации* (возгонке), при которой происходит переход твердого вещества в газообразное, минуя жидкую фазу.

Моделирование и расчет объемной конденсации, конденсации при контакте холодной жидкости и пара, процесса десублимации не входят в стандартную программу курса тепломассообмена и поэтому не рассмотрены в учебнике.

Процесс пленочной конденсации на вертикальных поверхностях плоской и цилиндрической формы и поверхности одиночной горизонтальной трубы при известной температуре стенки ($T_w = \text{пост}$) и заданном теплоотводе ($q_w = \text{пост}$) рассмотрен выше.

Однако при расчете теплообменных аппаратов также возникают специальные задачи, решение которых рассмотрим кратко:

- расчет протекания капельной конденсации;
- расчет конденсации при движении пара в трубах и каналах (в ограниченном пространстве);
- расчет теплоотдачи при конденсации в горизонтальных трубных пучках.

§ 8.1.8.1. Капельная конденсация пара

Капельная конденсация происходит, если жидкость плохо смачивает поверхность конденсации (поверхность охлаждения). Смачиваемость зависит от соотношения сил поверхностного натяжения в системе тел «жидкость–пар–твердая поверхность охлаждения». Сила поверхностного натяжения не является свойством жидкости, потому что зависит от свойств контакта между жидкостью и твердым телом или газом (паром) (см. § 7.2). Смачиваемость характеризуют величиной краевого угла β между основанием поверхности капли жидкости и твердой поверхностью конденсации. При этом, если краевой угол острый ($\beta < 90^\circ$), то происходит смачивание данной жидкостью поверхности, если тупой – жидкость не смачивает поверхность. Абсолютная смачиваемость характеризуется краевым углом $\beta = 0^\circ$ и абсолютная несмачиваемость – краевым углом $\beta = 180^\circ$.

Для расчета теплоотдачи при капельной конденсации используют методику В.П. Исаченко, которую он разработал, на основе опыта при помощи теории подобия [5]. На рис. 8.8 в логарифмической системе координат представлены значения коэффициента теплоотдачи при капельной конденсации водяного пара в зависимости от температуры

насыщения T_h и температурного напора $\Delta T = T_h - T_w$, полученные В.П. Исаченко экспериментально.

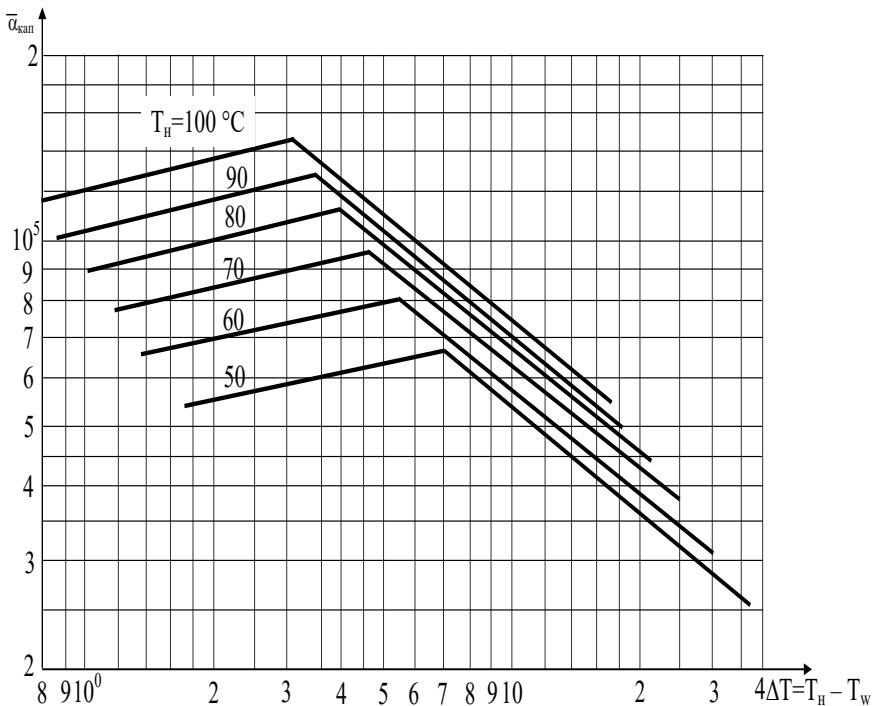


Рис. 8.8. Теплоотдача при капельной конденсации водяного пара в зависимости от T_h и $\Delta T = T_h - T_w$ [5]

Анализ рис. 8.8 показывает, что зависимость коэффициента теплоотдачи от температурного напора $\bar{\alpha} = f(\Delta T)$ имеет экстремальный характер. При этом с уменьшением температуры насыщения T_h максимум $\bar{\alpha}$ уменьшается и смещается в сторону больших температурных напоров. В учебнике [5] приведены формулы для расчета коэффициента теплоотдачи для капельной конденсации при

положительной зависимости $\bar{\alpha}_{\text{кап}} = f(\Delta T)$ – левая часть графика и при отрицательной зависимости $\bar{\alpha}_{\text{кап}} = f(\Delta T)$ – правая часть графика:

– положительная зависимость $\bar{\alpha}_{\text{кап}} = f(\Delta T)$

$$\bar{\alpha}_{\text{кап}} = 2,61 \cdot 10^2 \cdot T_{\text{h}}^{4/3} \cdot \Delta T^{0,16}; \quad (8.73)$$

– отрицательная зависимость $\bar{\alpha}_{\text{кап}} = f(\Delta T)$

$$\bar{\alpha}_{\text{кап}} = 2,79 \cdot 10^4 \cdot T_{\text{h}}^{0,5} \cdot \Delta T^{-0,57}. \quad (8.74)$$

Анализ графиков на рис. 8.8 и формул (8.73) и (8.74) показывает, что при малых температурных напорах $\Delta T = T_{\text{h}} - T_{\text{w}}$ коэффициент теплоотдачи при капельной конденсации $\bar{\alpha}_{\text{кап}}$ возрастает по закону $\bar{\alpha}_{\text{кап}} \sim \Delta T^{0,16}$, а при больших $\Delta T = T_{\text{h}} - T_{\text{w}}$ – убывает по закону $\bar{\alpha}_{\text{кап}} \sim \Delta T^{-0,57}$.

При малых температурных напорах (левая часть графика) интенсивность теплоотдачи растет за счет увеличения количества капель конденсата с ростом $\Delta T = T_{\text{h}} - T_{\text{w}}$, а при больших ΔT (правая часть графика) – происходит насыщение поверхности конденсации центрами конденсации за счет увеличения количества капель, что приводит к росту термического сопротивления и уменьшению коэффициента теплоотдачи [5, 51].

При критическом температурном напоре $\Delta T_{\text{кр}}$ коэффициент теплоотдачи при капельной конденсации имеет максимальное значение. Величину $\Delta T_{\text{кр}}$ можно найти из графика на рис.8.8 для заданной температуры насыщения или расчетом по формуле, которую получим, приравнивая выражения (8.73) и (8.74) и решая полученное уравнение относительно температурного напора ΔT :

$$2,61 \cdot 10^2 \cdot T_h^{4/3} \cdot \Delta T^{0,16} = 2,79 \cdot 10^4 \cdot T_h^{0,5} \cdot \Delta T^{-0,57},$$

откуда получаем, что

$$\Delta T_{kp} = 601 \cdot T_h^{-1,14}. \quad (8.75)$$

Вычисляя по формуле (8.75) критический температурный напор при температуре насыщения $T_h = 100^\circ\text{C}$ получим значение $\Delta T_{kp} = 3,15^\circ\text{C}$, а при $T_h = 50^\circ\text{C}$ – $\Delta T_{kp} = 6,95^\circ\text{C}$. Рассчитанные по формуле (8.75) значения критического температурного напора ΔT_{kp} , полностью совпадают с точками экстремума на графике на рис. 8.8.

Для сравнения интенсивности теплоотдачи при капельной и при пленочной конденсации на рис. 8.9 показаны зависимости коэффициента теплоотдачи при капельной $\bar{\alpha}_{\text{кап}} = f(\Delta T)$ (кривые 1 и 2) и при пленочной конденсации водяного пара $\bar{\alpha}_{\text{пл}} = f(\Delta T)$ (кривые 3 и 4). Кривые 1 и 2 – это перестроенные из логарифмических координат на рис. 8.8 в координаты с равномерной шкалой на рис. 8.9 зависимости $\bar{\alpha}_{\text{кап}} = f(\Delta T)$ при $T_h = 100^\circ\text{C}$ и $T_h = 50^\circ\text{C}$ соответственно (эксперимент В.П. Исаченко). Кривые 3 и 4 получены расчетом по формуле Нуссельта (8.29) для вертикальной стенки высотой $H = 1\text{ м}$ при $T_h = 100^\circ\text{C}$ и $T_h = 50^\circ\text{C}$ соответственно. Анализ графиков на рис. 8.9 показывает, что интенсивность теплоотдачи при капельной конденсации превышает интенсивность пленочной конденсации при ламинарном течении конденсата в $10 \div 15$ раз при температуре насыщения $T_h = 100^\circ\text{C}$ и в $5 \div 10$ раз при $T_h = 50^\circ\text{C}$. Поэтому для увеличения коэффициента теплоотдачи при конденсации паров жидкостей (не только водяного пара!) целесообразно от пленочного режима перейти к капельному режиму конденсации

путем уменьшения смачиваемости (увеличения несмачиваемости) поверхности конденсации. На величину смачиваемости (несмачиваемости) можно влиять, изменяя свойства конденсата введением непосредственно в пар специальных веществ, которые при конденсации делают твердую поверхность *гидрофобной* или путем нанесения на поверхность конденсации специальных покрытий, например, тefлона [5, 13].

В книге [13] для приближенной оценки интенсивности теплоотдачи при капельной конденсации чистого водяного пара на медной поверхности при температуре насыщения $T_h = 100^\circ\text{C}$ можно принять $\bar{\alpha}_{\text{кап}} = 250000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. При температуре насыщения в интервале $T_h = 20 \div 100^\circ\text{C}$ коэффициент теплоотдачи можно рассчитать по формуле $\bar{\alpha}_{\text{кап}} = 50000 + 2000 \cdot T_h \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ [13].

Заметим, что при расчете рекуперативных теплообменных аппаратов теплопередача через стенку от горячего теплоносителя при его конденсации к холодному теплоносителю лимитируется меньшим коэффициентом теплоотдачи со стороны нагреваемого теплоносителя, а также термическим сопротивлением стенки и отложений (см. § 4.4.5.2 в первом томе учебника [45]). Поэтому принимать дополнительные меры для увеличения коэффициента теплоотдачи путем перехода от пленочной конденсации к капельной не всегда целесообразно.

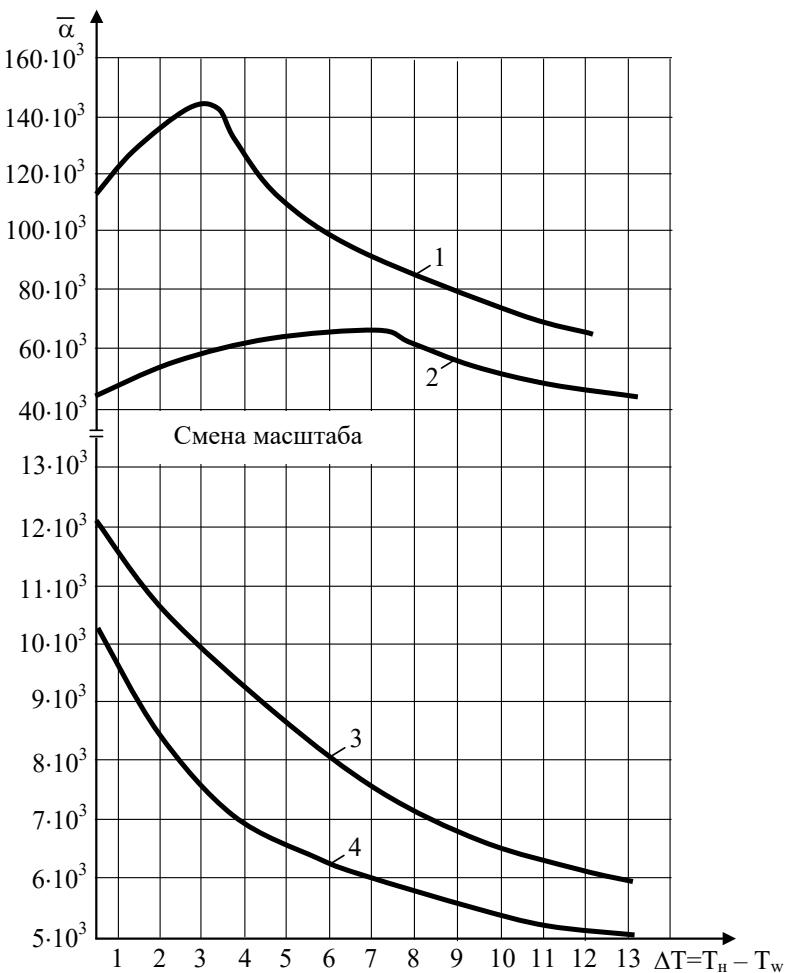


Рис. 8.9. Теплоотдача при капельной и пленочной конденсации водяного пара в зависимости от T_h и $\Delta T = T_h - T_w$:
 1, 2 – капельная конденсация; 3, 4 – пленочная конденсация;
 1, 3 – капельная и пленочная конденсация при $T_h = 100^\circ\text{C}$;
 2, 4 – капельная и пленочная конденсация при $T_h = 50^\circ\text{C}$

§ 8.1.8.2. Конденсация пара в горизонтальных пучках труб

При конденсации паров жидкостей в трубных пучках конденсат стекает в виде капель и струек с верхних труб на нижние, что приводит, с одной стороны, к росту толщины конденсатной пленки ($\delta_{\text{пл}} \uparrow$) и, как следствие, – к увеличению термического сопротивления теплоотдаче ($R_t = \delta_{\text{пл}} / \lambda_{\text{пл}} \uparrow$), а следовательно и к уменьшению интенсивности теплоотдачи ($\alpha_{\text{пл}} = \Delta T / R_{t,\alpha} \downarrow$). С другой стороны, конденсат, стекающий с верхних труб на нижние, турбулизирует течение конденсатной пленки на нижних трубах, что, несомненно, интенсифицирует теплоотдачу за счет смены ламинарного режима течения пленки на турбулентный ($\alpha_{\text{пл}} \uparrow$). Экспериментально установлено, что увеличение термического сопротивления пленки играет решающую роль в интенсификации теплоотдачи и поэтому коэффициент теплоотдачи на нижних трубах ниже, чем на верхних (первых по ходу движения пара) трубах. При этом коэффициент теплоотдачи на нижних трубах шахматного пучка выше по сравнению с трубами, расположенными одна под другой (коридорные пучки), что объясняется большей турбулизацией конденсатной пленки в случае шахматного расположения труб в пучке.

Расчет среднего коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации в горизонтальных трубных пучках $\bar{\alpha}_{\text{пуч}}$ выполняют по формуле:

$$\bar{\alpha}_{\text{пуч}} = \bar{\alpha}_1 \cdot \varepsilon_{\text{пуч}}, \quad (8.76)$$

где $\bar{\alpha}_1$ – коэффициент при конденсации на трубах первого ряда по ходу поступления пара в горизонтальный пучок (верхний ряд); $\varepsilon_{\text{пуч}}$ – поправочный коэффициент,

учитывающий уменьшение коэффициента теплоотдачи (поправочный коэффициент пучка).

Поправочный коэффициент пучка зависит от числа рядов труб N по высоте *коридорного* пучка $\varepsilon_{\text{пуч}} = f(N)$. Для *шахматного* пучка в качестве N принимают половину числа рядов труб по высоте. Экспериментальные значения $\varepsilon_{\text{пуч}}$, в зависимости от параметра N , приведены в табл. 8.2.

Таблица 8.2

Поправочный коэффициент пучка $\varepsilon_{\text{пуч}} = f(N)$

N	1	2	3	4	5	6	7
к.п.	1	0,92	0,86	0,800	0,74	0,7	0,66
ш.п.	1	0,99	0,96	0,92	0,89	0,86	0,82
[56]	1	0,89	0,83	0,79	0,76	0,74	0,72

N	8	9	10	11	12	13	14
к.п.	0,62	0,59	0,57	0,53	0,51	–	–
ш.п.	0,8	0,76	0,73	0,71	0,69	–	–
[56]	0,71	0,69	0,68	0,67	0,66	0,652	0,644

В табл. 8.2 приведены также значения поправочного коэффициента $\varepsilon_{\text{пуч}}$, рассчитанные по формуле Д.Б. Сп coldинга [56]:

$$\varepsilon_{\text{пуч}} = N^{-1/6}, \quad (8.77)$$

где N – число рядов труб, отсчитываемое по вертикали от первого омываемого ряда.

При этом Д.Б. Сп coldинг отмечает, что эффекты влияния на теплоотдачу при стекании конденсата с верхних труб на нижние трубы в горизонтальном пучке «не исследованы в полной мере» поэтому формула (8.77) является приближенной.

Коэффициент теплоотдачи при конденсации для первого ряда труб в горизонтальном пучке рассчитывают по

формуле (8.66) с учетом поправки на скорость набегающего потока пара:

$$\bar{\alpha}_1 = \bar{\alpha}_{w=0} \cdot \varepsilon_w, \quad (8.78)$$

где $\bar{\alpha}_{w=0}$ – коэффициент теплоотдачи при пленочной конденсации неподвижного пара на горизонтальной трубе, который рассчитывают по формуле Нуссельта (8.37).

При малых скоростях пара «поправка на скорость» равна $\varepsilon_w = 1$. При больших скоростях пара в конденсаторах турбин, которые могут достигать 150 – 200 м/с [57], поправку ε_w рассчитывают по формуле Л.Д. Бермана [55]:

$$\varepsilon_w = 33,2 \cdot \left(\frac{\rho_{\text{п}} w_{\text{п}}^2}{g \rho_{\text{пл}} d_{\text{п}}} \right)^{0,08} \cdot \left(\frac{r \cdot \rho_{\text{пл}} g d_{\text{п}}^3}{\lambda_{\text{пл}} v_{\text{пл}} \Delta T} \right)^{-0,125} = \\ = 33,2 \cdot \Pi^{0,08} \cdot (Ga \cdot Pr \cdot K)^{-0,125}, \quad (8.79)$$

где $\Pi = \frac{\rho_{\text{п}} w_{\text{п}}^2}{g \rho_{\text{пл}} d_{\text{п}}}$ – безразмерный комплекс, который характеризует отношение кинетической энергии потока пара к потенциальной энергии стекающей с трубы конденсатной

пленки; $Ga = \frac{gd_{\text{п}}^3}{v_{\text{пл}}^2}$ – критерий Галилея;

$Pr = \frac{v_{\text{пл}}}{a_{\text{пл}}} = \left(\frac{\rho_{\text{пл}} c_p}{\lambda_{\text{пл}}} \right) \cdot v_{\text{пл}}$ – критерий Прандтля; $a_{\text{пл}} = \frac{\lambda_{\text{пл}}}{\rho_{\text{пл}} c_p}$ –

коэффициент температуропроводности конденсата, $\text{м}^2/\text{с}$; $v_{\text{пл}}$ – кинематический коэффициент вязкости конденсата, $\text{м}^2/\text{с}$; $\rho_{\text{пл}}$ – плотность конденсата, $\text{кг}/\text{м}^3$; c_p – удельная изобарная массовая теплоемкость конденсата, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$; $\lambda_{\text{пл}}$ – коэффициент теплопроводности конденсата,

$\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; $K = \frac{r}{c_p \Delta T}$ – критерий Кутателадзе; r – теплота фазового перехода, $\text{Дж}/\text{кг}$; $\Delta T = T_h - T_w$ – перепад температур в конденсатной пленке, $^{\circ}\text{C}$ (К); g – ускорение свободного падения, $\text{м}/\text{с}^2$; d_h – наружный диаметр трубы, м.

Для записи формулы (8.79) в более компактном виде перепишем формулу Нуссельта при пленочной конденсации на горизонтальной трубе, умножая левую и правую части формулы (8.37) на симплекс ($d_h / \lambda_{\text{пл}}$):

$$\bar{\alpha} \cdot \frac{d_h}{\lambda_{\text{пл}}} = 0,728 \cdot \sqrt{4 \frac{rg\rho_{\text{пл}}\lambda_{\text{пл}}^3}{v_{\text{пл}}(T_h - T_w) \cdot d_h} \cdot \frac{d_h}{\lambda_{\text{пл}}}} \quad (8.80)$$

и после несложных преобразований получим [4]

$$\overline{\text{Nu}} = 0,728 \cdot (Ga \cdot Pr \cdot K)^{0,25}. \quad (8.81)$$

Выражая из (8.81) произведение критериев ($Ga \cdot Pr \cdot K$), получим:

$$Ga \cdot Pr \cdot K = (\text{Nu} / 0,728)^4; \quad (8.82)$$

Далее, подставляя выражение (8.82) в формулу Л.Д. Бермана (8.79), получим окончательную формулу для расчета поправки на скорость движения пара ε_w при входе в конденсатор:

$$\begin{aligned} \varepsilon_w &= 33,2 \cdot \Pi^{0,08} \cdot \left(\overline{\text{Nu}} / 0,728 \right)^{-0,125} = \\ &= 33,2 \cdot \Pi^{0,08} \cdot \left(\overline{\text{Nu}} / 0,728 \right)^{-0,5} = \\ &= 28,3 \cdot \Pi^{0,08} \cdot \overline{\text{Nu}}^{-0,5}, \end{aligned} \quad (8.83)$$

где коэффициент $28,3 = 33,2 / 0,728^{-0,5}$; $\overline{\text{Nu}} = \overline{\alpha} \cdot \frac{d_h}{\lambda_{\text{пл}}}$ –

число Нуссельта при конденсации на горизонтальной трубе; $\overline{\alpha}$ – коэффициент теплоотдачи при пленочной конденсации на горизонтальной трубе.

Формула (8.83) для расчета поправки на скорость пара при входе в конденсатор паровой турбины ε_w приведена в справочниках [15, 57] и в нормативных документах.

Замечание. В книге Ф.Ф. Цветкова и Б.А. Григорьева [13] для расчета поправки на скорость пара, входящего в теплообменный аппарат, предложена формула:

$$\varepsilon_w = 1,4 \left[\frac{w_n^2 (T_h - T_w) \lambda_{\text{пл}}}{g d_h r \mu_{\text{пл}}} \right]. \quad (8.84)$$

Тестовые расчеты показывают, что значения «поправки на скорость», рассчитанные по формулам (8.83) и (8.84), коррелируют между собой с достаточной для инженерных расчетов точностью.

§ 8.1.8.3. Теплообмен при пленочной конденсации движущегося пара в трубах и каналах

При течении паров любых жидкостей, включая и водяной пар, в трубах и каналах с температурой стенки меньшей, чем температура насыщения ($T_w < T_h$), происходит образование конденсатной пленки на стенках каналов, толщина которой увеличивается по длине канала. Гидродинамика двухфазного потока «пар-жидкость» зависит от соотношения силы тяжести (гравитационной силы) и силы трения на границе между паром и конденсатом, величина которой определяется интенсивностью динамического воздействия потока пара на конденсатную пленку. При значительном преобладании гравитационной силы над силой трения

динамическим воздействием потока пара на пленку можно пренебречь и расчет теплоотдачи при конденсации в этом случае можно вести по формулам для неподвижного пара [5, 6, 13].

При движении парожидкостной смеси по каналу происходит уменьшение паровой фазы и увеличение жидкой, поэтому расход и скорость пара уменьшаются.

Если на наружной поверхности трубы задана средняя поверхностная плотность теплового потока q_w , отводимого от стенки трубы (мощность теплоотвода), то задача расчета конденсации в трубах сводится к определению расхода пара, конденсирующегося в трубе, из уравнения теплового баланса:

$$q_w \pi d_h L = r G_{cm} (X_{bx} - X_{vykh}), \quad (8.85)$$

где $X = G_{\pi} / G_{cm}$ – расходное массовое паросодержание; X_{bx} и X_{vykh} – паросодержание на входе и на выходе из трубы (канала); d_h – наружный диаметр трубы, L – длина трубы; r – теплota фазового перехода.

Из анализа формулы (8.85) можно сделать вывод о том, что суммарный массовый расход теплоносителя в виде пара и конденсата зависит от тепловой нагрузки (q_w), геометрических размеров трубы (d_h , L) и значений расходного массового паросодержания на входе и выходе из трубы или канала (X_{bx} и X_{vykh}).

Если на вход в трубу (канал) поступает сухой насыщенный пар, то $X_{bx} = 1$. При полной конденсации пара ($G_{\pi} = 0$) массовое паросодержание на выходе из трубы $X_{vykh} = 0$. Поэтому при полной конденсации сухого насыщенного пара уравнение теплового баланса при конденсации в трубах и каналах принимает вид:

$$q_w \pi d_h L = r G_{cm} . \quad (8.86)$$

Однако при расчетах теплообменных аппаратов заранее не известны мощность теплоотвода от наружной стенки трубы к охладителю q_w и температура внутренней стенки трубы T_w . Поэтому для выполнения теплового расчёта такого рекуперативного теплообменника необходимо рассмотреть процесс теплопередачи, который включает в себя теплоотдачу от движущегося и конденсирующегося в трубе пара к внутренней стенке трубы, теплопроводность в стенке трубы и теплоотдачу от наружной стенки трубы к «холодному» теплоносителю. Расчет коэффициента теплоотдачи при конденсации пара в трубе (канале) выполняют по формуле:

$$\alpha_X = \alpha_{tp} \cdot \varepsilon_X , \quad (8.87)$$

где α_X – локальное значение коэффициента теплоотдачи в сечении трубы с известным расходным массовым паросодержанием X ; α_{tp} – коэффициент теплоотдачи в трубе (канале), рассчитанные по формуле, аналогичной формуле М.А. Михеева (7.197) при турбулентном течении однофазного теплоносителя в трубах и каналах с расходом конденсата равным расходу смеси $G_{pl} = G_{cm}$; ε_X – локальная поправка «на двухфазность потока», конденсирующегося теплоносителя.

При допущении, что весь пар в трубе конденсируется, коэффициент теплоотдачи при течении однофазного теплоносителя на выходе из трубы предложено рассчитывать по формуле [5]:

$$Nu_{d,h} = C \cdot Re_{d,h}^{0.8} \cdot Pr_{pl,h}^{0.43} , \quad (8.88)$$

где $Nu_{d,h} = \frac{\alpha_{tp} \cdot d_{bh}}{\lambda_{pl}}$ – критерий Нуссельта при течении конденсата в трубе; $\alpha_{tp} = \alpha_{vых}$ – коэффициент теплоотдачи в выходном сечении трубы; C – эмпирический коэффициент, который равен для стальных труб $C = 0,024$, для латунных – $C = 0,026$, для медных – $C = 0,032$ [5]; d_{bh} – внутренний диаметр трубы; $Re_{d,h} = \frac{w_{pl} d_{bh}}{v_{pl}}$ – критерий Рейнольдса для конденсата; $w_{pl} = \frac{G_{pl}}{\rho_{pl} \cdot f} = \frac{4G_{pl}}{\rho_{pl} \cdot \pi d_{bh}^2}$ – скорость конденсата в выходном сечении трубы; $G_{pl} = G_{cm}$ – расход конденсата в выходном сечении трубы; ρ_{pl} – плотность конденсата; $f = \pi d_{bh}^2 / 4$ – площадь поперечного сечения трубы; $Pr_{pl,h}$ – критерий Прандтля для конденсата.

Рассчитав критерий Нуссельта по формуле (8.88), находят коэффициент теплоотдачи в выходном сечении трубы:

$$\alpha_{tp} = Nu_{d,h} \cdot \frac{\lambda_{pl}}{d_{bh}}.$$

Нижние индексы у критериев в уравнении (8.88) показывают, что физические свойства конденсата необходимо принимать при температуре насыщения пара T_h при заданном давлении.

Поправку «на двухфазность потока» рассчитывают по полуэмпирической формуле Л.Д. Бойко и Г.Н. Кружилина (1966г.), которая была получена на основе аналогии Рейнольдса при отсутствии влияния гравитационной силы на турбулентное течение пара и конденсата:

$$\varepsilon_X = \sqrt{\frac{\rho_{\text{пл}}}{\rho_{\text{см}}}}, \quad (8.89)$$

где $\rho_{\text{пл}}$ – плотность конденсата; $\rho_{\text{см}}$ – плотность парожидкостной смеси.

Если в трубу входит сухой насыщенный пар со степенью сухости $X=1$, а выходит конденсат, у которого $X=0$, то в этом случае расходное массовое паросодержание X аналогично по физическому смыслу степени сухости пара ($X \equiv x$). Поэтому, используя понятие влажного насыщенного пара (смесь сухого пара и жидкости) [17], удельный объем смеси пара и жидкости равен:

$$v_{\text{см}} = \frac{1}{\rho_{\text{см}}} = v''x + v'(1-x) = \frac{x}{\rho''} + \frac{1-x}{\rho'}, \quad (8.90)$$

где x – степень сухости пара; v'' – удельный объем сухого насыщенного пара; v' – удельный объем жидкости; $\rho'' \equiv \rho_{\text{пл}}$ – плотность пара; $\rho' \equiv \rho_{\text{пл}}$ – плотность конденсата.

Подставляя значение $(1/\rho_{\text{см}})$ из формулы (8.90) в выражение для расчета поправки «на двухфазность» (8.89), получим:

$$\varepsilon_X = \sqrt{\rho_{\text{пл}} \cdot \left(\frac{x}{\rho_{\text{пл}}} + \frac{1-x}{\rho_{\text{пл}}} \right)} = \sqrt{1 + \frac{\rho_{\text{пл}} - \rho_{\text{пл}}}{\rho_{\text{пл}}} \cdot x}. \quad (8.91)$$

По формулам (8.87) – (8.91) можно рассчитать локальное значение коэффициента теплоотдачи в сечении трубы с известным расходным массовым паросодержанием X . Средний по всей длине трубы коэффициент теплоотдачи рассчитывают как среднее арифметическое $\bar{\alpha}_X$ вначале и в конце трубы (канала):

$$\bar{\alpha}_X = \alpha_{\text{тр}} \cdot \bar{\varepsilon}_X, \quad (8.92)$$

где $\alpha_{\text{тр}}$ – коэффициент теплоотдачи при турбулентном течении однофазного флюида в трубе (канале) с расходом конденсата равным расходу смеси.

Средняя поправка $\bar{\varepsilon}_X$ в трубе равна:

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_X &= \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\varepsilon_X \right)_{\text{вх}} + \left(\varepsilon_X \right)_{\text{вых}} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\sqrt{\frac{\rho_{\text{пл}}}{\rho_{\text{см}}}} \right)_{\text{вх}} + \left(\sqrt{\frac{\rho_{\text{пл}}}{\rho_{\text{см}}}} \right)_{\text{вых}} \right].\end{aligned}\quad (8.93)$$

Или, заменяя отношение $\rho_{\text{пл}} / \rho_{\text{см}}$ в формуле (8.93) на его значение, взятое из формулы (8.91) для степени сухости пара $X = 1$ при входе пара в трубу и для степени сухости пара $X = 0$ при выходе конденсата из трубы, получим:

$$\bar{\varepsilon}_X = \frac{1}{2} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{\rho_{\text{пл}}}{\rho_{\text{п}}} - 1} + \sqrt{1} \right] = \frac{\sqrt{\rho_{\text{пл}} / \rho_{\text{п}}} + 1}{2}. \quad (8.94)$$

Замечание. Из формулы (8.94) следует, что «поправка на двухфазность» всегда больше единицы ($\bar{\varepsilon}_X > 1$), поэтому коэффициент теплоотдачи при движении и конденсации пара в трубах (каналах) больше, чем коэффициент теплоотдачи при турбулентном течении конденсата на выходе из трубы. Например, для паров воды при давлении $p = 100$ бар отношение $\rho_{\text{пл}} / \rho_{\text{п}} = 12,414$ ($\rho' / \rho'' = v'' / v' = 0,018034 / 0,0014526 = 12,414$ [58]) и тогда:

$$\bar{\varepsilon}_X = \frac{\sqrt{\rho_{\text{пл}} / \rho_{\text{п}}} + 1}{2} = \frac{\sqrt{12,414} + 1}{2} = 2,3. \quad (8.95)$$

§ 8.2. Теплоотдача при кипении жидкостей

§ 8.2.1. Основные понятия и определения

Кипение – это процесс интенсивного парообразования (процесс фазового перехода жидкость – пар) в виде пузырьков или паровой прослойки (паровой пленки) в жидкости при температуре насыщения или выше этой температуры.

Кипение может происходить внутри жидкости (объёмное кипение) или на поверхности нагрева, находящейся под уровнем жидкости (поверхностное кипение). В этом заключается *принципиальное* отличие кипения от испарения жидкости в пар, которое происходит при любой температуре до состояния насыщения пара над поверхностью жидкости.

Кипение возможно во всем интервале температур между тройной точкой и критическими точками для конкретного вещества (см. рис. 8.1).

Перечислим основные признаки, по которым выполняют классификацию процесса кипения [4, 5, 6, 13, 51, 55, 59, 60].

По *типу конвекции* кипящего флюида различают:

– кипение при *свободном* движении флюида, которое происходит в большом объеме, размеры которого не влияют на процесс кипения;

– кипение при *вынужденном* движении флюида, которое наблюдают в ограниченном пространстве, размеры которого оказывают существенное влияние на формирование гидродинамической структуры пароводяной смеси. В этом случае должны быть заданы скорость или расход кипящего флюида.

По *термодинамическому* состоянию флюида (жидкости) различают:

– кипение *насыщенной* жидкости, у которой температура равна температуре насыщения (T_h) при заданном давлении (p) во всем объеме $T_h = f(p)$;

– кипение *недогретой* (*ненасыщенной*) жидкости, у которой температура меньше температуры насыщения при заданном давлении в рассматриваемом объеме ($T_f < T_h$), за исключением локальной области, в которой температура флюида перегрета ($T_f > T_h$).

По *области* кипения различают:

– кипение на твердой поверхности или *поверхностное* кипение;

– кипение в объеме жидкости или *объемное* кипение. Объемное кипение жидкости встречается достаточно редко (например, при резком уменьшении давления) и в этом случае температура жидкости становится больше температуры насыщения при данном давлении. В учебнике будем рассматривать теплообмен при кипении на твердых поверхностях или *поверхностное* кипение.

По *тепловым условиям* осуществления кипения различают:

– кипение при заданной температуре поверхности T_w , на которой происходит кипение (границные условия I рода);

– кипение при заданном тепловом потоке на поверхности (поверхностной плотности теплового потока q_w , $\text{Вт}/\text{м}^2$) или заданном тепловом потоке в объеме жидкости (объемной плотности теплового потока q_v , $\text{Вт}/\text{м}^3$), например, радиационный обогрев, ядерные и экзотермические реакции (границные условия II рода).

По *зависимости параметров кипения от времени* различают:

– кипение в стационарных условиях;

– кипение в нестационарных условиях.

По механизму процесса кипения различают три режима кипения:

- *пузырьковое* (пузырчатое) кипение;
- *пленочное* кипение;
- *переходное* от пузырькового к пленочному (и наоборот) кипение.

Кипение, при котором пар образуется в виде отдельных периодически зарождающихся, растущих и отрывающихся паровых пузырей называют *пузырьковым*. С увеличением подвода теплоты и перепада температур между стенкой и кипящей жидкостью отдельные паровые пузырьки сливаются между собой, образуя у поверхности теплообмена сплошной паровой слой (пленку пара), которая периодически вслыхивает в объем жидкости – наступает *пленочный* режим кипения пара.

При *переходном* режиме кипения одновременно, но на разных участках поверхности теплообмена, существуют и пузырьковый и пленочный режимы кипения.

По *расположению поверхности*, на которой происходит кипение, различают:

- кипение у *вертикальной* поверхности;
- кипение у *горизонтальной* поверхности;
- кипение у *наклонной* поверхности.

По *характеру* пузырькового кипения различают:

- *неразвитое* (*неустойчивое*) кипение;
- *развитое* пузырьковое кипение;
- *пузырьковое кипение в области кризиса кипения* (*предкризисное* кипение).

Теплообмен при пузырьковом кипении отличается от других видов теплообмена большой интенсивностью. В этом случае от поверхности нагрева кипящие жидкости отводят большие тепловые потоки при малых температурных напорах без затрат или при незначительных затратах механической энергии на транспорт жидкости [50, 63]. Поэтому

пузырьковое кипение используют для охлаждения теплонапряженных поверхностей, работающих при высоких температурах, в технических установках, используемых в промышленности и энергетике (металлургия, машиностроение, ядерная энергетика и т.п.).

Схема пузырькового кипения на твердой поверхности и температурное поле в объеме *насыщенной* кипящей жидкости показаны на рис. 8.10 [3, 6, 61]. Для существования стационарного процесса кипения температура стенки должна быть выше температуры насыщения при данном давлении, поэтому жидкость оказывается перегретой относительно температуры насыщения, соответствующей давлению в жидкости (рис. 8.10,б).

При кипении на твердых поверхностях можно выделить две области с разным по характеру изменением температурного поля: тепловой пограничный слой и тепловое ядро в жидкости.

Тепловой пограничный слой – весьма тонкий слой жидкости, прилегающий непосредственно к поверхности стенки, в пределах которого происходит практически все изменение температуры жидкости – от температуры твердой поверхности до температуры в ядре потока (см. рис. 8.10).

Тепловое ядро жидкости – вся остальная жидкость за пределами теплового пограничного слоя.

При кипении поглощается теплота фазового перехода, (скрытая теплота парообразования), поэтому процесс кипения неразрывно связан с теплообменом.

Условия протекания *стационарного* процесса кипения:

а) температура стенки должна быть выше температуры насыщения при данном давлении ($T_w > T_h$);

б) для выполнения условия $T_w > T_h$ необходимо организовать подвод теплоты к поверхности, потому что при изменении агрегатного состояния жидкости происходит поглощение теплоты фазового перехода;

в) наличие центров парообразования (микрошероховатости, пузырьки воздуха, царапины, микропадины и т.п.).

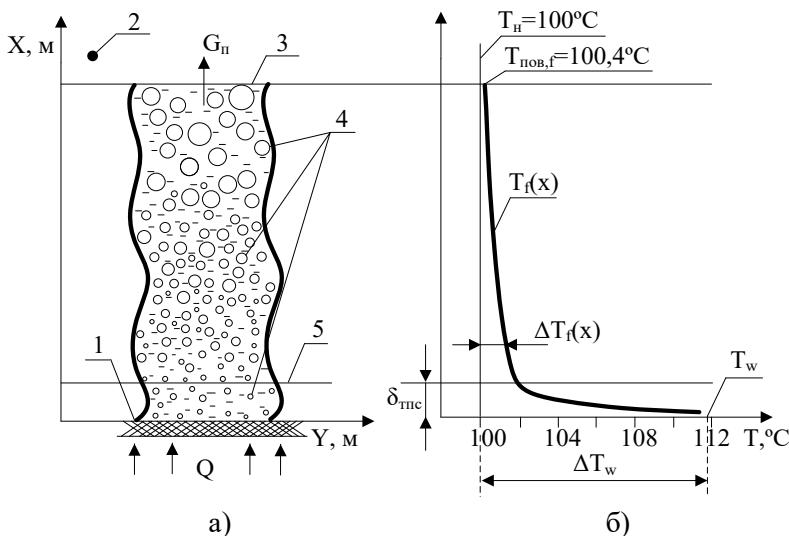


Рис. 8.10. Пример распределения температуры в объеме кипящей воды ($T_w = 111,8^\circ\text{C}$, $p_h = 1$ бар) [3]:

а – схема процесса кипения; б – распределение температуры;
 1 – поверхность теплообмена (стенка); 2 – насыщенный водяной пар;
 3 – поверхность воды; 4 – всплывающие паровые пузыри; 5 – внеш-
 ная граница теплового пограничного слоя; $T_{\text{пов,}f}$ – температура по-
 верхности жидкости; T_w – температура поверхности теплообмена
 (стенки); T_n – температура насыщения жидкости при заданном дав-
 лении; p_n – давление насыщения; $\delta_{\text{ппс}}$ – толщина теплового погранич-
 ного слоя; Q – тепловой поток от стенки к воде; G_n – массовый рас-
 ход пара

Выделяют три фазы пузырькового кипения – зарождение пузырьков пара, рост и отрыв паровых пузырьков от поверхности нагрева. Поэтому на интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении влияет количество центров

парообразования и частота отрыва пузырьков пара от твердой поверхности [2].

В зависимости от конкретных условий теплообмена перегрев жидкости вблизи стенки или перегрев стенки может составлять величину от нескольких градусов (технические поверхности) до десятков градусов (гладкие полированные поверхности) [4, 5, 11]. Это явление объясняется тем, что паровые пузырьки зарождаются не в любой точке поверхности теплообмена, а только в так называемых центрах парообразования – микропадинах (трещинах, кавернах и т.п.), в которых сила поверхностного натяжения жидкости минимальна.

Процесс кипения зависит от граничных условий теплообмена (граничные условия I рода или II рода), давления среды, физических свойств жидкости, пара и твердой стенки, состояния твердой поверхности (шероховатости), геометрии системы, режима движения жидкости и т.д. Поэтому разработать математическую модель процесса кипения в настоящее время не представляется возможным и практически вся информация о механизме кипения получена опытным путем.

§ 8.2.2. Критический радиус парового пузырька

Для образования парового пузыря в микропадине необходимо, чтобы ее размеры были больше некоторого минимального или критического радиуса пузырька [5, 51]:

$$R_{kp} = \frac{2\sigma}{\Delta p} \quad (8.96)$$

или

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R_{kp}}, \quad (8.97)$$

где σ – сила поверхностного натяжения жидкости при температуре насыщения, Н/м; $\Delta p = p_{\text{н}} - p_{\text{h}}$ – перепад давления между паром в пузыре ($p_{\text{н}}$) и окружающей его жидкостью (p_{h}), Па.

Паровой пузырек существует при условии $\Delta p > \frac{2\sigma}{R_{\text{кр}}}$ и исчезает при условии $\Delta p < \frac{2\sigma}{R_{\text{кр}}}$.

С другой стороны, перепад давления $\Delta p = p_{\text{н}} - p_{\text{h}}$ и перепад температур $\Delta T = T_{\text{f}} - T_{\text{h}}$ связаны выражением [17]:

$$\Delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_h \Delta T. \quad (8.98)$$

С учетом зависимости давления от кривизны поверхности раздела фаз (пар-жидкость) формула (8.98) принимает вид [5, 51]:

$$\Delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_h \Delta T \cdot \frac{\rho' - \rho''}{\rho'}, \quad (8.99)$$

где ρ' – плотность жидкости, кг/м³; ρ'' – плотность пара, кг/м³.

Производную $\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_h$ на линии насыщения найдем, используя уравнение Клапейрона–Клаузиуса, которое устанавливает связь между давлением p , температурой насыщения T_h , изменением объема ($\Delta v = v'' - v'$) и теплотой фазового перехода r [17]:

$$\frac{r}{v'' - v'} = T_h \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_h, \quad (8.100)$$

где $v = 1/\rho$ – удельный объем, $\text{м}^3/\text{кг}$; ρ – плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Замечание. Уравнение Клапейрона–Клаузиуса – это термодинамическое уравнение, которое характеризует все фазовые превращения, сопровождающиеся выделением или поглощением теплоты (испарение, плавление, сублимация и др.). Уравнение (8.100) справедливо только для равновесных (квазистатических) процессов перехода вещества из одной фазы в другую. Клапейрон установил пропорциональность левой части уравнения (8.100) и производной $(\partial p / \partial T)_h$, а позднее Клаузиус определил, что коэффициент пропорциональности равен абсолютной температуре насыщения T_h при данном давлении [17].

Заменяя удельный объем v на плотность $\rho = 1/v$ в формуле (8.100) и выражая производную $(\partial p / \partial T)_h$ получаем:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_h = \frac{r\rho'\rho''}{T_h(\rho' - \rho'')}, \quad (8.101)$$

Подставляя значение производной $(\partial p / \partial T)_h$ в формулу (8.99), получаем:

$$\Delta p = \frac{r\rho'\rho''}{T_h(\rho' - \rho'')} \cdot \Delta T \cdot \frac{\rho' - \rho''}{\rho'} = \frac{r\rho''\Delta T}{T_h}. \quad (8.102)$$

Подставляя (8.102) в формулу (8.96), окончательно находим:

$$R_{kp} = \frac{2\sigma T_h}{r\rho''\Delta T} = \frac{2\sigma T_h}{r\rho''(T_f - T_h)}, \quad (8.103)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости при температуре насыщения, $\text{Н}/\text{м}$; T_h – температура насыщения пара, К ; r – скрытая теплота парообразования, $\text{Дж}/\text{кг}$; ρ'' – плотность пара, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Отметим, что возникающий в жидкости пузырек с радиусом R будет существовать только при условии $R > R_{kp}$. В противном случае пузырек исчезает (схлопывается). Поэтому размер пузырька, найденный по формуле (8.103), является чисто расчетной величиной и наблюдать в опыте пузырьки с критическим радиусом не представляется возможным.

Формула (8.103) справедлива для условий образования пузырька в объеме жидкости. Слои жидкости, примыкающие к стенке, имеют температуру, равную температуре стенки, поэтому в формуле (8.103) можно принять $T_f = T_w$.

Анализ формулы (8.103) показывает, что с увеличением перегрева стенки $\Delta T = T_w - T_h$ и ростом давления насыщения p (ростом температуры насыщения T_h) критический радиус парового пузыря уменьшается и микровпадины меньших размеров могут служить центрами парообразования, что в итоге приводит к интенсификации процесса кипения.

Замечание. Для моделирования механизма кипения на твердой поверхности наряду с критическим радиусом парового пузырька также используют ещё ряд внутренних характеристик процесса кипения (скорость роста пузырька, отрывной диаметр пузырька, частота образования и отрыва пузырьков, число действующих на поверхности нагревателя центров парообразования) рассмотрение которых выходит за рамки учебника.

§ 8.2.3. Режимы кипения в большом объеме (кривая кипения)

§ 8.2.3.1. Описание кривой кипения воды в большом объеме при атмосферном давлении

Для анализа интенсивности теплоотдачи при кипении в расчетах используют три зависимости, которые наиболее полно отражают особенности теплообмена при кипении:

$$q = f_1(\Delta T); \quad \alpha = f_2(\Delta T); \quad \alpha = f_3(q), \quad (8.104)$$

где q – плотность теплового потока, поступающая к жидкости от стенки (тепловая нагрузка), $\text{Вт}/\text{м}^2$; $\Delta T = T_w - T_f \approx T_w - T_h$ – перегрев стенки относительно температуры жидкости, равный перепаду температур между стенкой и жидкостью (при допущении равенства $T_f \approx T_h$); $\alpha = q / (T_w - T_h)$ – коэффициент теплоотдачи при кипении, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Замечание. Поверхностную плотность теплового потока, уходящего от стенки q_w , в расчетах теплоотдачи при кипении в научно-технической литературе называют «тепловая нагрузка» стенки. В дальнейшем изложении материала нижний индекс «w» (wand – стенка) будем опускать и примем, что $q \equiv q_w$, где знак \equiv обозначает соответствие двух физических величин.

Для анализа процесса кипения широко используют экспериментально полученную зависимость плотности теплового потока q , отводимого от обогреваемой поверхности, от температурного перепада $\Delta T = T_w - T_h = q = f_1(\Delta T)$, график которой для воды при атмосферном давлении в логарифмических координатах показан на рис. 8.11 и рис. 8.12. График зависимости $q = f_1(\Delta T)$ в научно-технической литературе называют «кривая кипения». Логарифмические координаты при построении графика кривой кипения используют для наглядности восприятия графической информации, потому что кривая кипения охватывает большой диапазон изменения тепловой нагрузки q и перепада температур ΔT . На рис. 8.12 также изображена и зависимость коэффициента теплоотдачи от перегрева стенки $\alpha = f_2(\Delta T)$. График зависимости коэффициента теплоотдачи от тепловой нагрузки $\alpha = f_3(q)$ приведен на рис. 8.18. Кривая кипения в общем

случае характеризует все три режима кипения – пузырьковый, пленочный и переходный от пузырькового к пленочному режиму.

Замечание. Несмотря на то, что процессы испарения и кипения являются древнейшими процессами, которые используют в теплотехнике и в быту, понимание физических особенностей этих процессов и накопление экспериментального материала шло довольно медленно до 30-х годов прошлого столетия. Следует отметить опыты Лейденфроста (1756 г.) по изучению пленочного кипения и исследования Лэнга (1888 г.), в результате которых он установил, что существуют разные режимы кипения. Однако автором открытия разных режимов кипения (фактически кривой кипения) считают японского теплофизика Нукияму, который в 1934 году опубликовал результаты эксперимента по кипению воды на платиновой проволоке, через которую пропускал электрический ток и впервые построил кривую кипения в логарифмических координатах. Тепловой поток, поступающий от проволоки, рассчитывался по электрической мощности нагревателя, а температура проволоки была найдена по ее электрическому сопротивлению [59]. Однако Нукияма не смог дать объяснение процессу кипения между пузырьковым и пленочным режимами, который теперь называют переходным процессом. Эксперименты Нукиямы несколько позже в 1937 году подтвердили английские ученые Дрю и Миллер при исследовании кипения органических жидкостей. В 1948 году Э. Фарбер и Р. Скорах построили кривую $\alpha = f_2(\Delta T)$, чисто формально пересчитав кривую Нукиямы по закону теплоотдачи Ньютона $\alpha = q / \Delta T$ [11]. Часто в научной литературе оба графика $q = f_1(\Delta T)$ и $\alpha = f_2(\Delta T)$ совмещают, как это показано, например, на рис. 8.12.

Кривая кипения Нукиямы (рис. 8.11), заимствованная из книги Мак-Адамса [59], получена при постоянной плотности теплового потока ($q = \text{пост}$) и будет проанализирована ниже.

Предваряя описание кривой кипения отметим следующее:

– кривую кипения получают для каждой жидкости в отдельности и для разных давлений опытным путем, поэтому ее точность зависит от условий проведения эксперимента и точности измерительных приборов;

– кривые кипения разных жидкостей подобны друг другу и отличаются только числовыми значениями тепловых нагрузок q и значениями перегревов ΔT для характерных точек графика $q = f_1(\Delta T)$.

– перенос теплоты вблизи стенки в системе твердых, жидких и газообразных тел «стенка – жидкость – пар» зависит от теплофизических свойств стенки, жидкости и пара (удельной теплоемкости и коэффициента теплопроводности) и от *структуре двухфазного флюида* (жидкость – пар), которая непрерывно изменяется при увеличении перегрева поверхности стенки;

– каждая точка на графике $q = f_1(\Delta T)$ соответствует *равновесному* состоянию системы «стенка – пар – жидкость». Иными словами, непрерывная кривая кипения $q = f_1(\Delta T)$, показанная на графике, получена в результате аппроксимации дискретных точек, каждая из которых получена при достижении стационарного состояния при дискретном изменении тепловой нагрузки [63];

– кривая кипения построена при отсутствии вынужденной конвекции и допущении о том, что кипение происходит на изотермической поверхности, то есть при условии $T_w = \text{пост}$ (границные условия I рода);

– у кривой кипения, полученной при условии постоянного теплового потока $q = \text{пост}$ (границные условия II рода), отсутствует режим переходного кипения.

Замечание. Для реализации граничного условия I рода ($T_w = \text{пост}$) высокотеплопроводную стенку с обратной стороны от поверхности на которой изучают теплообмен при кипении,

обогревают либо конденсирующимся паром [50], либо теплоносителем, циркулирующим по замкнутому контуру (вынужденная конвекция). В книге [63], в частности, отмечено, что для реализации всех участков кривой кипения, включая и переходный режим, можно применить и электрообогрев совместно с конвективным охлаждением путем использования системы автоматического поддержания постоянной температуры поверхности теплообмена при кипении.

Границные условия II рода ($q = \text{пост}$) имеют место при электрическом обогреве стенки и при отводе теплоты от ТВЭЛА в ядерном реакторе.

Основными факторами (см. § 8.2.6), влияющими на кипение, являются физические свойства жидкости и ее чистота (отсутствие примесей), температурный напор $\Delta T = T_w - T_h$ (или плотность теплового потока q), давление и физические свойства твердой поверхности нагрева и ее состояние (шероховатость и смачиваемость).

Кривая кипения для воды при атмосферном давлении, представленная на рис. 8.12, изображена на основе экспериментальных данных, приведенных в литературе [3 – 6, 9, 13, 25, 46, 51, 55, 56, 59 – 61], которые коррелируют между собой в пределах указанной в литературе погрешности (не более 35%). Иными словами, экспериментальные значения тепловой нагрузки q и коэффициента теплоотдачи α для конкретных значений перегрева стенки ΔT , а также величина перегрева стенки в особых точках кривой кипения B, C и D, где точка B – точка начала кипения $\Delta T|_B = \Delta T|_{\text{нк}}$, точка C – точка, в которой наблюдают максимум тепловой нагрузки $\Delta T|_C = \Delta T|_{\text{кр1}}$ и точка D – точка, в которой тепловая нагрузка имеет минимальное значение $\Delta T|_D = \Delta T|_{\text{кр2}}$ отличаются в опытах исследователей разных научных школ на величину не превышающей 35% от некоторой условно

средней величины данного параметра, потому что условия эксперимента были различны.

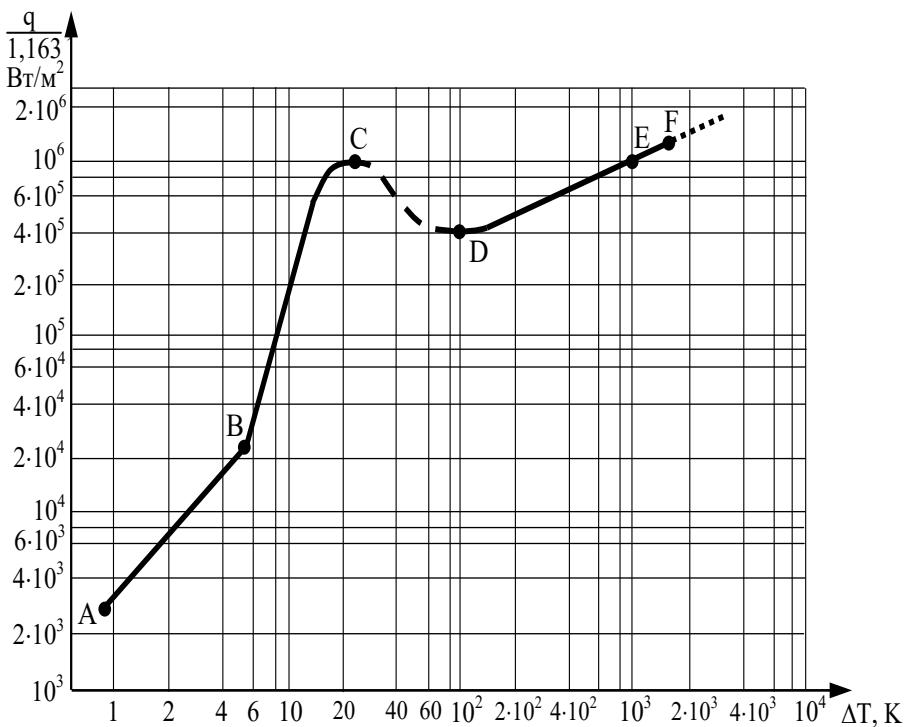


Рис. 8.11. Кривая кипения Нукиямы (1934 г.) [59]

Кривая кипения, показанная на рис. 8.12, получена для горизонтальной *технической* поверхности, обращенной вверх, при свободной конвекции жидкости в большом объеме.

Замечание. Кипение жидкостей существенно зависит от теплофизических свойств поверхности нагрева в начальный период теплообмена при кипении. Однако в процессе кипения на поверхности образуются отложения и окислы, которые нивелируют влияние теплофизических свойств материала. Для известных в

литературе экспериментально полученных зависимостей $q = f_l(\Delta T)$ не всегда приведены характеристики состояния поверхности теплообмена, которые могут изменяться в широких пределах. Поэтому в случае, когда отсутствует информация о шероховатости твердой поверхности нагрева, можно предположить, что, режимы кипения получены на *технических* поверхностях нагрева (обработка по 6 – 7 классу чистоты с абсолютной шероховатостью $\Delta \approx 5 \div 7 \text{ мкм}$), как наиболее распространенные в промышленности [51].

Для экспериментального получения кривой кипения при граничных условиях I рода необходимо регулировать температуру стенки T_w , при изменении которой изменяется ее перегрев $\Delta T = T_w - T_h$ и, соответственно, тепловая нагрузка q . Для каждого режима обогрева при достижении *стационарного* состояния стенку можно считать изотермической ($T_w = \text{пост} \Rightarrow \Delta T = T_w - T_h = \text{пост}$).

На рис. 8.12 можно выделить четыре основные области теплообмена по ходу увеличения перегрева поверхности:

- область I – это конвективная область без кипения (участок АВ кривой кипения);
- область II – это область пузырькового кипения (участок ВС кривой кипения);
- область III – это область переходного от пузырькового кипения к пленочному (участок CD кривой кипения);
- область IV – это область пленочного кипения (участок CEF кривой кипения).

Область пузырькового кипения II включает в себя подобласть II' – подобласть неразвитого пузырькового кипение (участок ВВ' кривой кипения) и подобласть II'' – подобласть предкризисного пузырькового кипения (участок С'С кривой кипения). Область пленочного кипения IV начинается с подобласти IV', на которой наблюдают

неустойчивое пленочное кипение (на кривой кипения рис. 8.12 этот участок специально не выделен).

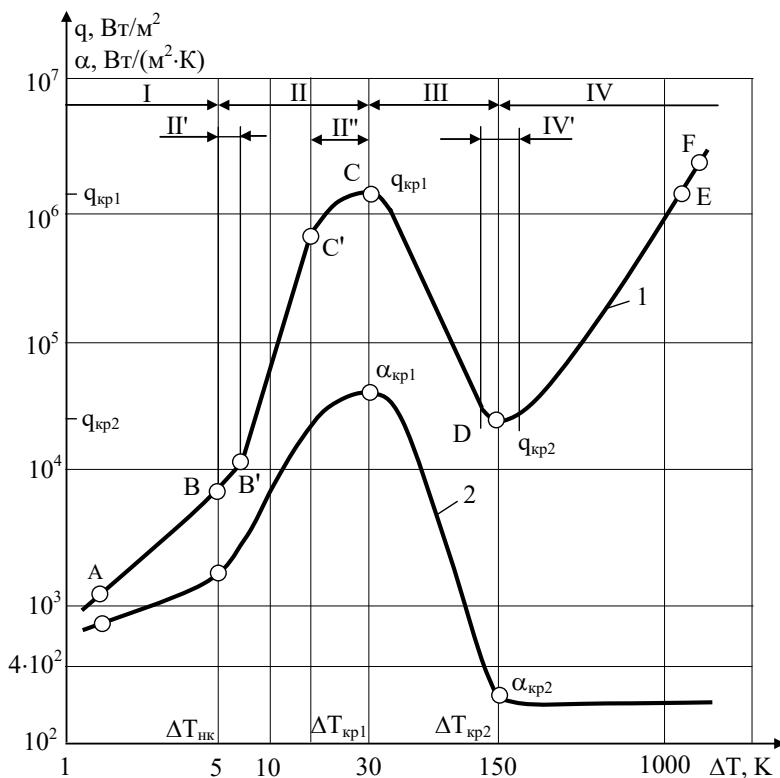


Рис. 8.12. Изменение плотности теплового потока и коэффициента теплоотдачи от перегрева жидкости в пограничном слое:

I – конвективная область без кипения; II – область пузырькового кипения; III – переходная область; IV – область пленочного кипения; кр1, кр2 – соответственно точки первого и второго кризисов кипения

Выполним анализ кривой кипения $q = f_1(\Delta T)$ при постепенном увеличении перегрева стенки ΔT и рассмотрим особенности физической картины процесса кипения в большом

объеме для всех режимов теплообмена при кипении (рис. 8.12). На всех участках теплообмена (I ÷ IV) наблюдается разная интенсивность теплоотдачи, которая изображена на графике $\alpha = f_2(\Delta T)$ рис. 8.12 и на графике $\alpha = f_3(q)$ рис. 8.18.

На участке АВ кривой $q = f_1(\Delta T)$ значения температурного напора невелики (перегрев в точке В кривой кипения равен $\Delta T|_B = 4 \div 6$ К) и поэтому теплота от стенки к жидкости передается за счет свободной конвекции, потому что энергии недостаточно для образования пузырьков пара. Свободное движение текучей среды схематично показано на рис. 8.13, а. При свободной конвекции коэффициент теплоотдачи около поверхности горизонтальной пластины при турбулентном режиме $\alpha \sim \Delta T^{1/3}$, поэтому плотность теплового потока $q = \alpha \cdot \Delta T \sim \Delta T^{1/3} \cdot \Delta T \sim \Delta T^{4/3}$.

Экспериментально полученные разными авторами значения тепловой нагрузки и коэффициента теплоотдачи перед началом закипания воды в точке В кривой кипения при перегреве стенки $\Delta T \approx 5$ К лежат в интервале $q_B = (6 \div 9) \cdot 10^3$ Вт/м² и $\alpha_B = 1200 \div 1800$ Вт/(м²·К) [2, 4, 60].

В точке В начинается процесс пузырькового кипения. Радиус межфазной поверхности пузырька-зародыши пропорционален размеру образующей его микропадины на поверхности стенки. Например, для воды при атмосферном давлении начальными центрами парообразования служат микропадины размером несколько микрометров [63]. В начале пузырькового режима кипения, при незначительном перегреве жидкости, «работают» лишь крупные центры парообразования, поскольку пузырьки-зародыши малых центров парообразования имеют размеры меньше критического радиуса. В этом случае на участке ВВ' кривой кипения

происходит *неустойчивое* или *слаборазвитое* пузырьковое кипение (см. рис. 8.13, б).

Замечание. Схема подвода теплоты к паровому пузырьку показана на рис. 8.14. Следуя гипотезе Д.А. Лабунцова [51], основное испарение, вследствие которого растет пузырек, происходит только вблизи его основания (см. рис. 8.14), потому что поступление теплоты к пузырьку от стенки через пристенный слой жидкости теплопроводностью q_1 (см. рис. 8.14) намного выше, чем приток теплоты q_2 из объема «холодной» жидкости ($T_h < T_w$). Обратим внимание, что экспериментально доказано, что на поверхности нагрева под растущими пузырями существует тонкий слой жидкости (на рис. 8.14, б, в, г, д это выделенная серым цветом область), из которого и происходит испарение в пузырек. Толщина этой пленки всего несколько десятков микрометров и лежит в пределах $2 \cdot 10^{-5} \div 3 \cdot 10^{-4}$ м (менее 0,1 мм) [63].

С увеличением перегрева жидкости активизируются более мелкие центры парообразования, поэтому количество образующихся пузырьков и частота их отрыва возрастают. В результате интенсивность теплоотдачи быстро увеличивается на участке ВВ' (рис. 8.12). Перепад температур в точке В' – точке начала *развитого* пузырькового кипения – приближенно равен $\Delta T_{B'} = 7,5 \div 8,5$ К. В точке В' наблюдается резкий рост тепловой нагрузки, а параметры кривой кипения, например, по данным Гребера, в начале развитого пузырькового кипения равны: $\Delta T_{B'} = 7,9$ К, $q_{B'} \approx 17500$ Вт/м² и $\alpha_{B'} = 2200$ Вт/(м²·К) [60].

В области развитого пузырькового кипения на участке кривой кипения В'С' наблюдаются вертикальные струйки (цепочки) паровых пузырьков, которые отрываются от стабильных центров парообразования (рис. 8.14, в). При этом интенсивность теплоотдачи резко возрастает. Интенсивность теплоотдачи обусловлена термическим сопротивлением теплопроводности тонкой жидкой пленки, которая смачивает

твердую поверхность и находится под областью паровых пузырей. С увеличением количества и частоты отрыва пузырей жидккая прослойка разрушается (турбулизируется), ее термическое сопротивление уменьшается и интенсивность теплоотдачи *резко возрастает*. Опытным путем получено, что при развитом пузырьковом кипении коэффициент теплоотдачи $\alpha \sim \Delta T^m$, где $m = 2 \div 3$. И, соответственно, $q \sim \Delta T^{m+1}$, где $m+1 = 3 \div 4$. Такой высокий показатель степени у перегрева стенки и определяет резкий рост тепловой нагрузки в области пузырькового кипения.

В точке C' гидродинамика двухфазного потока начинает кардинально изменяться (см. рис. 8.13,г). Пузырьки пара увеличиваются в размерах и начинается их слияние в вертикальном и боковом направлениях. Появляются вертикальные сплошные струи пара, пузырьки пара объединяются друг с другом, образуя «паровые колонны», которые возникают и отрываются от стенки. Межфазная поверхность имеет нерегулярную форму и пульсирует во времени. На поверхности теплообмена образуются «сухие» пятна без жидкости. Однако в экспериментах обнаружено [63], что под паровыми конгломератами на твердой поверхности существует тонкая пленка жидкости, которая на рис. 8.12,г выделена серым цветом. Изменение структуры двухфазного потока в точке C' приводит к уменьшению интенсивности теплоотдачи при пузырьковом кипении и замедлению роста тепловой нагрузки с увеличением перегрева стенки. Точку C' – точку, в которой скорость роста тепловой нагрузки уменьшается, – называют *точкой инверсии*. Координаты этой точки можно определить из следующих соображений. Если, по рекомендации Б.С. Петухова [50], принять, что в точке инверсии C' тепловая нагрузка составляет 70% от максимально возможной в данной системе теплообмена плотности теплового потока ($q_{C'} = 0,7 \cdot q_C$), тогда,

используя эмпирическую зависимость $\Delta T = (1/C_1) \cdot q^{1-n}$, где эмпирический показатель степени $n = 0,5 \div 0,75$ [23], получим $\Delta T_{C'} = (0,84 \div 0,9) \cdot \Delta T_C = (0,84 \div 0,9) \cdot \Delta T_{kp1}$. Например, для кривой кипения на рис. 8.12, у которой максимальная тепловая нагрузка в точке С равна $q_C = 1,2 \cdot 10^6$ Вт/м² при перегреве стенки относительно температуры насыщения воды $\Delta T_C = 30$ К получим, следующие координаты точки инверсии: $q_{C'} = 0,84 \cdot 10^6$ Вт/(м²·К) и $\Delta T_{C'} \approx 26$ К. Таким образом, интервал перегрева стенки, при котором наблюдается резкий рост интенсивности пузырькового кипения, небольшой и равен $\Delta T_{B'C'} = \Delta T_{C'} - \Delta T_{B'} = 26 - 8 = 18$ К. Расчет координаты точки инверсии для известных в литературе кривых кипения, позволяют сделать вывод о том, что зона чисто пузырькового кипения для воды при атмосферном давлении невелика и лежит в интервале значений $\Delta T_{B'C'} \approx 15 \div 25$ К. Данное обстоятельство надо учитывать при проектировании теплообменных аппаратов с кипением.

Процесс пузырькового кипения завершается в точке С, в которой наблюдается при перегреве стенки ΔT_{kp1} максимум плотности теплового потока $q_C = q_{kp1}$ и максимум коэффициента теплоотдачи $\alpha_C = \alpha_{kp1}$. При дальнейшем подводе тепловой энергии к поверхности нагрева в точке С происходит плавный (при $T_w = \text{пост} - \text{граничные условия первого рода}$) или скачкообразный (при $q = \text{пост} \text{ граничных условиях второго рода}$) переход от пузырькового кипения к пленочному кипению, который называют *первым кризисом кипения*. В этом случае кардинально изменяется структура двухфазного потока кипящей жидкости и поэтому точку С на графике кривой кипения называют *первой критической*

точкой, а параметры в этой точке называют *критическими параметрами* и обозначают q_{kp1} , α_{kp1} и ΔT_{kp1} . Наиболее вероятные критические параметры для воды при атмосферном давлении приведены в научно-технической литературе и лежат в интервале $q_{kp1} = (0,8 \div 1,5) \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2$, $\alpha_{kp1} = (40 \div 60) \cdot 10^3 \text{ Вт/}(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ и $\Delta T_{kp1} = (22 \div 40) \text{ К}$. Высокие значения q_{kp1} и α_{kp1} обусловлены большой удельной теплотой фазового перехода воды, интенсивным массообменом пара и жидкости и турбулизацией пароводяной смеси в тепловом пограничном слое растущими и отрывающимися пузырьками пара.

При этом все параметры, включая и параметры в критической точке С, подчиняются закону теплоотдачи Ньютона $q_{kp1} = \alpha_{kp1} \cdot \Delta T_{kp1}$.

Продолжим анализ кривой кипения при постепенном повышении перепада температур между стенкой и жидкостью (граничные условия I рода) на участке CD кривой кипения. В этом случае происходит постепенный переход от пузырькового режима кипения к пленочному, поэтому такой режим кипения называют *переходным* режимом кипения или *переходным* кипением. При переходном кипении на поверхности нагрева в разных местах одновременно существует и пузырьковое и пленочное кипение. Жидкость периодически контактирует с поверхностью нагрева и в результате этого образуется неустойчивая паровая прослойка, которая оттесняет жидкость от теплоотдающей поверхности. Затем паровая прослойка разрушается и жидкость вновь соприкасается с поверхностью. Вследствие этого плотность теплового потока и перегрев стенки подвержены колебаниям во времени и по поверхности нагревателя [23]. Структура двухфазной смеси пар-жидкость показана на рис. 8.13. В местах, где жидкость не смачивает твердую поверхность,

образуются «сухие» пятна. С увеличением перепада температур ΔT количество паровых пятен возрастает вследствие уменьшения времени контакта жидкости с поверхностью нагрева, которые в итоге и занимают всю поверхность теплообмена, сливаясь в сплошную паровую пленку, плохо проводящую теплоту. Интенсивность теплоотдачи снижается из-за роста термического сопротивления паровой пленки. Таким образом, происходит постепенный переход от *пузырькового* режима кипения к *пленочному* режиму кипения, который сопровождается снижением интенсивности теплоотдачи из-за роста термического сопротивления паровой пленки.

Однако на площади пузырькового кипения под пузырьками еще существует тонкая жидккая пленка, которая на рис. 8.13 выделена серым цветом. Паровая прослойка нестабильна, периодически разрушается, позволяя жидкости со-прикасаться с твердой поверхностью. При этом с увеличением перепада температур $\Delta T = T_w - T_h$ неустойчивая паровая пленка увеличивается в размерах и в точке D при $\Delta T_D = \Delta T_{kp2}$ контакт жидкости с твердой поверхностью полностью отсутствует и тепловая нагрузка достигает своего минимального значения q_{kp2} – наступает *второй кризис кипения*. Второй кризис кипения назван так, потому что он характеризует не начало пленочного кипения, а наоборот, разрушение пленки пара при условии ($\Delta T < \Delta T_{kp2}$), когда при обратном обходе кривой кипения перегрев стенки становится меньше второго критического перегрева. При этом все характеристики теплообмена (тепловая нагрузка, коэффициент теплоотдачи и перегрев стенки относительно температуры жидкости) в точке D называют *критическими параметрами второго кризиса кипения*, которые также подчиняются закону теплоотдачи

Ньютона $q_{kp2} = \alpha_{kp21} \cdot \Delta T_{kp2}$. Точку D на графике кривой кипения – точку, в которой начинается устойчивое пленочное кипение, – называют точкой Лейденфроста в честь немецкого ученого Иоганна Готлиба Лейденфроста, который один из первых, еще в середине восемнадцатого века (1756 г.), дал описание пленочного кипения.

В расчетах конвективной теплоотдачи однофазных текучих теплоносителей с ростом перепада температур между стенкой и флюидом плотность теплового потока увеличивается ($\Delta T \uparrow \Rightarrow q \uparrow$). При переходном кипении наблюдается весьма нелогичная «отрицательная» зависимость $q = f_1(\Delta T)$, потому что с увеличением перегрева стенки тепловая нагрузка уменьшается ($\Delta T \uparrow \Rightarrow q \downarrow$). Это обстоятельство может пояснить график зависимости эмпирической зависимости $\alpha = f_3(q)$ (см. рис. 8.18), из анализа которого можно наблюдать уменьшение коэффициента теплоотдачи при увеличении тепловой нагрузки ($q \uparrow \Rightarrow \alpha \downarrow$).

В настоящее время отсутствует достоверное математическое описание переходного кипения, поэтому в первом приближении график $q = f_1(\Delta T)$ на участке максимальной q_{kp1} и минимальной тепловой нагрузки q_{kp2} в интервале перегрева стенки ($\Delta T_{kp1} \div \Delta T_{kp2}$) аппроксимируют линейной зависимостью [23].

Перегрев стенки в точке второго кризиса кипения воды при атмосферном давлении в экспериментах ученых разных научных школ лежит в интервале $\Delta T_{kp2} = (111 \div 150)$ К. Величина q_{kp2} и α_{kp2} в точке *второго кризиса* кипения меньше аналогичных значений q_{kp1} и α_{kp1} в точке *первого кризиса* кипения, по оценкам разных авторов, меньше в 2 – 5 раз при кипении воды на чистых поверхностях нагрева

и меньше в 20 – 50 раз при кипении воды на технических поверхностях. При этом параметры кипения в первой критической точке слабо зависят от состояния поверхности нагрева, а во второй критической точке – отличаются на порядок. Например, критический коэффициент теплоотдачи при пленочном кипении в точке *второго кризиса* кипения на технических поверхностях оценивают величиной, лежащей в интервале значений $\alpha_{kp2} = 100 \div 300 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ [6]. А при кипении на чистых поверхностях нагрева коэффициент теплоотдачи при пленочном кипении на порядок выше и приблизительно равен $\alpha_{kp2} = 900 \div 2900 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ [55].

В теплообменных аппаратах режима переходного кипения в силу его малой эффективности пытаются избегать. Однако переходное кипение встречается в нестационарных режимах кипения при закалке металлических изделий и аварийном охлаждении активной зоны реактора [50].

При температурных напорах больше ΔT_{kp2} происходит пленочное кипение жидкости на участке DEF кривой кипения, при котором сплошная пленка пара оттесняет жидкость от поверхности, и условия теплообмена стабилизируются, а коэффициент теплоотдачи перестает снижаться, оставаясь практически постоянным. Гидродинамическая структура пленочного кипения схематично показана на рис. 8.13,е. В этом случае теплота от поверхности нагрева к пульсирующей поверхности пленки передается через паровую прослойку, очевидно, всеми известными механизмами теплообмена – теплопроводностью, конвекцией и излучением. Порядок толщины паровой пленки оценивают величиной в несколько миллиметров. Пузырьки пара зарождаются не на поверхности нагрева, а на поверхности паровой пленки, увеличиваются в размерах, отрываются и периодически всплывают на свободную поверхность насыщенной жидкости. Эксперименты показывают, что во всем диапазоне

перегревов стенки $\Delta T = \Delta T_D \div \Delta T_F$ при плёночном режиме кипения коэффициент теплоотдачи остается постоянным и практически не зависит от перегрева стенки $\alpha_D \approx \alpha_E \approx \alpha_F = \text{пост.}$ Поэтому на участке пленочного кипения тепловая нагрузка линейно увеличивается с ростом перегрева стенки $q \sim \Delta T$. Пленочное кипение заканчивается при температуре поверхности нагрева, при которой происходит ее термическое разрушение (потеря механической прочности) вследствие превышения допустимых термических напряжений для данного материала стенки – наблюдается пережог стенки. Пережог стенки может произойти как в точке кривой кипения E, в которой тепловая нагрузка равна первой критической ($q_E = q_C = q_{kp1}$), так и, в зависимости от механических свойств материала, при более высокой температуре стенки в точке F ($T_w|_F = \Delta T_F + T_h$).

Замечание. Наблюдая большой перепад температур в паровой пленке, достигающей величины более 1000 градусов, ряд учебных предполагают [5, 12, 13, 23], что в этом случае преобладает радиационный перенос теплоты в пленке, который должен приводить к интенсификации теплообмена при пленочном кипении в области высоких температур. Однако данное предположение экспериментально не подтверждается [2, 6].

Кривую кипения можно реализовать не только путем увеличения перегрева стенки, но и постепенно уменьшая температуру поверхности нагрева T_w , а соответственно, и перегрев стенки $\Delta T = T_w - T_h$. При таком прохождении графика на рис. 8.12 «справа налево» через точки F, E, D, C, B реализуются все возможные и ранее рассмотренные режимы кипения. Поэтому кривая кипения имеет один и тот же вид, как при увеличении, так и при уменьшении перегрева стенки.

При постепенном изменении тепловой нагрузки смена режимов кипения имеет другой вид. В этом случае отсутствует участок переходного кипения. Рассмотрим это явление более детально.

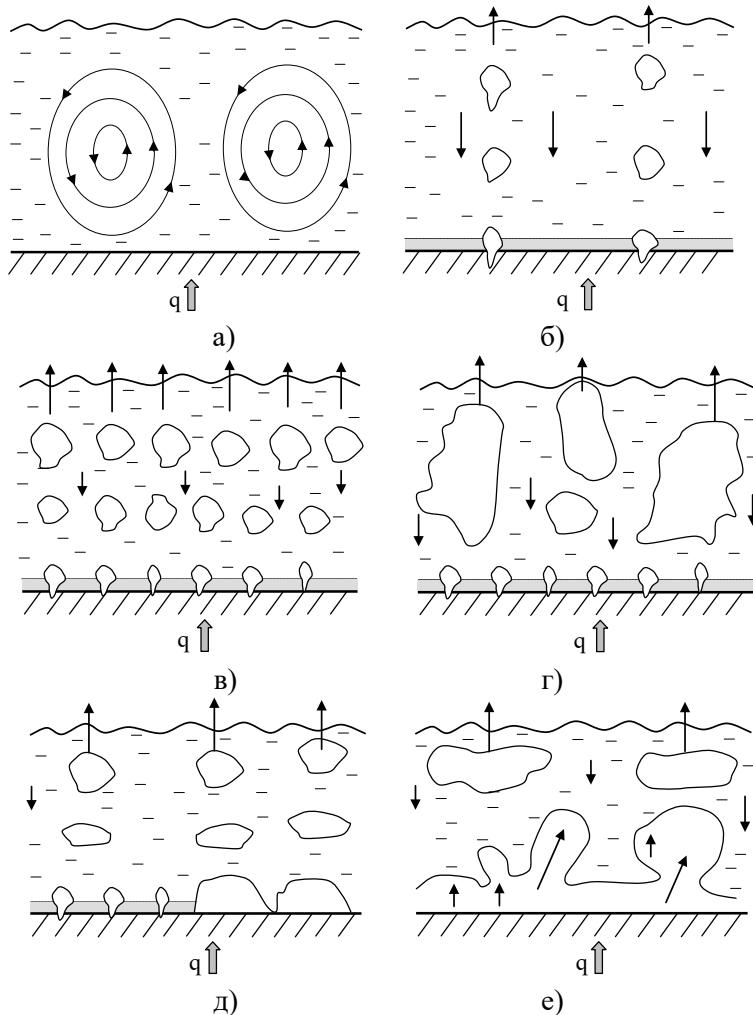


Рис. 8.13. Схема гидродинамики двухфазного потока вблизи поверхности нагрева

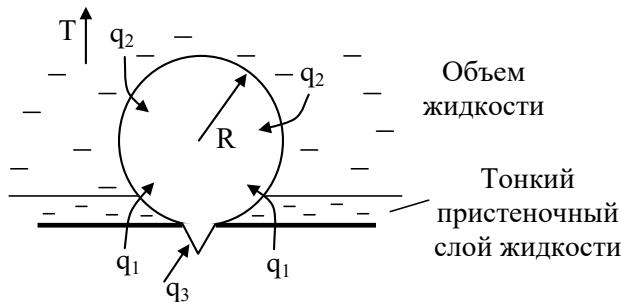


Рис. 8.14. Схема подвода теплоты к пузырьку пара [51]

§ 8.2.3.2. Смена режимов кипения жидкости

На рис. 8.15 схематично показаны два возможных варианта смены пузырькового и пленочного режимов кипения – постепенный (рис. 8.15,а) и скачкообразный (рис. 8.15,б), – которые зависят от способа обогрева теплоотдающей поверхности.

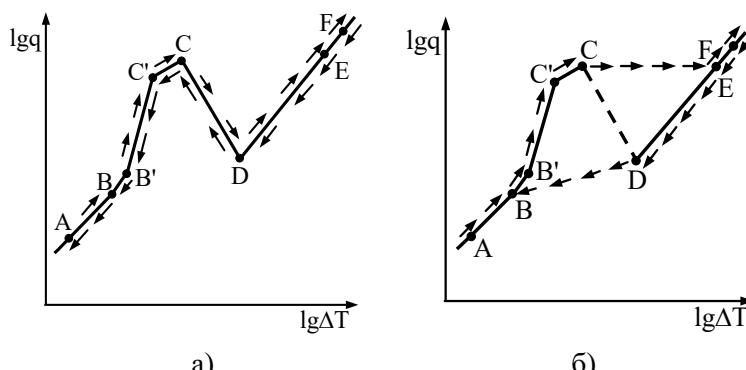


Рис. 8.15. Два вида перехода от пузырькового режима кипения к пленочному:
а – T_w = пост (ГУ I рода); б – q_w = пост (ГУ II рода)

Постепенный переход от развитого пузырькового кипения к пленочному имеет место при регулируемой

температуре стенки (граничные условия I рода) и подробно рассмотрен выше, а скачкообразный – при постоянном тепловом потоке, поступающем от стенки к жидкости (граничные условия II рода). При ГУ I рода зависимой величиной является тепловая нагрузка q , а при ГУ II рода зависимой величиной, наоборот, является перегрев стенки ΔT .

На участке кривой кипения ABC режимы кипения при повышении тепловой нагрузки и режимы кипения при росте перегрева стенки совпадают. Вспомним, что кривая кипения представляет собой совокупность экспериментально полученных точек при ступенчатом изменении тепловой нагрузки, в каждой из которых существует стационарный режим теплообмена, то есть q и ΔT в каждой точке не изменяются во времени.

Однако при подводе теплоты к поверхности нагрева в районе критической точки C (в точке максимума тепловой нагрузки) стационарный режим теплообмена резко нарушается, потому что нарушается баланс подвода и отвода теплоты – теплоты подводится больше, чем отводится. Избыток теплоты приводит к увеличению перегрева стенки и флюида в области пограничного слоя, которое кардинально изменяет гидродинамику пограничного слоя на поверхности нагрева. В пограничном слое лавинообразно появляются «сухие» пятна за счет оттеснения жидкости от поверхности нагрева и происходит скачкообразный переход к пленочному кипению. В этом случае даже незначительное (по данным В.В. Ягова на 2–3% [63]) увеличение q в окрестности критической тепловой нагрузки q_{kp1} приводит к практически мгновенному увеличению перегрева стенки и новое стационарное состояние теплообмена наступает в точке E кривой кипения, в которой тепловая нагрузка равна первой критической $q_E = q_C = q_{kp1}$. При этом температура стенки T_w при атмосферном кипении воды в большом объеме

достигает температуры не менее 1150 °C [23], при которой в зависимости от физических свойств материала стенки возможно значительное ухудшение ее механических свойств и возникновению пережога стенки. Поэтому в англоязычной литературе [59, 61] кризис пузырькового кипения (первый кризис кипения) также называют *пережогом* или *выгоранием* (*burnout*) стенки.

Для объяснения постепенного или скачкообразного перехода от пузырькового кипения к пленочному запишем формулу для расчета плотности теплового потока через тепловой пограничный слой (см. рис. 8.10):

$$q = \frac{\Delta T}{R_{t,pc}} = \frac{\Delta T}{\delta_{pc} / \lambda_{pc}}, \quad (8.105)$$

где $\Delta T = T_w - T_h$ – перепад температур в пограничном слое, равный перегреву стенки; $R_{t,pc}$ – термическое сопротивление пограничного слоя; δ_{pc} – толщина пограничного слоя (рис. 8.10); λ_{pc} – коэффициент теплопроводности пограничного слоя.

При заданной постоянной температуре стенки T_w перепад температур $\Delta T = T_w - T_h$ не зависит от процесса теплообмена. В этом случае при увеличении термического сопротивления пограничного слоя в переходной области (область III на рис. 8.12) из-за ухудшения теплопроводных свойств пристенного слоя (увеличения количества «сухих» пятен на поверхности нагрева) растет его термическое сопротивление ($\lambda_{pc} \downarrow \Rightarrow R_{t,pc} \uparrow$) и поэтому при $\Delta T = \text{пост}$ в каждой точке кривой кипения на участке CD тепловой поток начинает уменьшаться ($R_{t,pc} \uparrow \Rightarrow q \downarrow$) (см. рис. 8.15,а).

При заданном постоянном тепловом потоке ($q = \text{пост}$) происходит резкое увеличение термического сопротивления

из-за существенного уменьшения коэффициента теплопроводности ($\lambda_{\text{пс}} \downarrow \Rightarrow R_{t,\text{пс}} \uparrow$), что и приводит к скачкообразному росту перепада температур (перегреву стенки) в пограничном слое ($R_{t,\text{пс}} \uparrow \Rightarrow \Delta T \uparrow$) (см. рис. 8.15,б) и, следовательно, к резкому повышению температуры стенки ($T_w \uparrow$), который может привести к разрушению конструкции теплообменного аппарата. Резкое изменение перегрева стенки («скачок» перегрева стенки) происходит из точки С в точку Е температуры стенки, и далее если стенка сохранила свою прочность, то пленочное кипение сохраняется на участке EF кривой кипения.

Уменьшая тепловую нагрузку и достигая стационарного режима при $q = \text{пост}$ в каждой точке кривой кипения, можно пройти участок пленочного кипения FED аналогично кривой кипения при уменьшении перегрева стенки ($\Delta T = T_w - T_h$). В точке D наступает кризис пленочного кипения (кризис второго рода) и при дальнейшем уменьшении плотности теплового потока резко сменяется гидродинамическая структура пограничного слоя – происходит практически мгновенное (скачкообразное) уменьшение температуры паровой пленки и ее разрушение (конденсация) на твердой поверхности. При этом полное смачивание поверхности нагрева и возврат к пузырьковому кипению происходит в точке В, в которой тепловая нагрузка значительно меньше второй критической плотности теплового потока ($q_B \ll q_{\text{кр2}} = q_D$). Таким образом, у кривой кипения, полученной при условии обогрева поверхности нагрева постоянным тепловым потоком, отсутствует участок переходного кипения и наблюдается своеобразный гистерезис при переходе от пузырькового к пленочному режиму кипения и, наоборот, – от пленочного к пузырьковому режиму кипения.

Замечание. Анализируя кривую кипения на рис. 8.11, полученную Нукимой при электрическом обогреве платиновой проволоки ($q = \text{пост}$), можно предположить, что разрушение платиновой проволоки в эксперименте Нукимы произошло не в точке пережога Е, как считают многие ученые, а в точке F на участке пленочного кипения при перегреве стенки, равном приблизительно $\Delta T = T_w - T_h = 1760 - 100 = 1660$ К (см. рис. 8.11), потому что температура плавления платины равна 1760 °C [21].

В технике кроме двух переходов от *пузырькового* режима кипения к *пленочному*, рассмотренных выше, наблюдают также еще два особенных перехода от *конвективного* режима к *пленочному*, которые показаны на рис. 8.16 без масштаба!

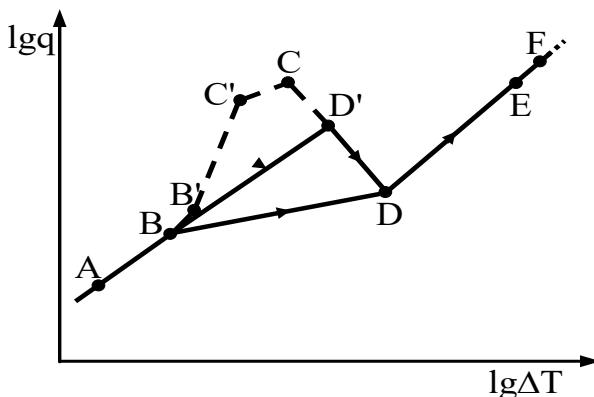


Рис. 8.16. Нестандартные переходы от конвекции к кипению

В условиях затрудненного образования зародышей паровых пузырьков, которые имеют место при тщательной дегазации жидкости, при пониженном давлении (давление меньше атмосферного), при хорошей смачиваемости поверхности нагрева и при очень низкой шероховатости режим конвективного теплообмена удлиняется до высоких перегревов стенки и закачивается мгновенным вскипанием в

области переходного кипения в точке D' (линия BD' на рис. 8.16). По предложению С.С. Кутателадзе, прямой переход конвективного теплообмена к пленочному кипению, минуя пузырьковое кипение, называют *третьим кризисом кипения*, а тепловатую нагрузку в точке D' называют *третьей критической плотностью теплового потока* $q_{D'} = q_{kp3}$.

При этом выполняется условие $q_{kp1} < q_{kp3} < q_{kp2}$, которое свидетельствует о том, что точка третьего кризиса кипения лежит на участке CD переходного кипения (см. рис. 8.12) [5, 13]. Однако при этом следует иметь ввиду, что перегрев стенки в точке D' может превышать перегрев в точке Лейденфроста для обычных технических жидкостей $\Delta T_{D'} > \Delta T_D$, то есть кривая переходного кипения CD смещается вправо.

Кривая кипения для несмачивающих жидкостей, жидкостей, у которых угол смачивания $\theta > 90^\circ$, где θ – угол между плоской поверхностью твердого тела и плоскостью касательной к поверхности жидкости тоже имеет свои особенности. В этом случае уже при *малых* перегревах стенки сразу, минуя пузырьковое кипение, начинается пленочный режим кипения (линия BD на рис. 8.16), где точка D является точкой начала второго кризиса кипения [5]. В этом случае точка Лейденфроста D смещается влево и ее координата меньше перегрева первого кризиса кипения обычных технических жидкостей $\Delta T_D < \Delta T_C$.

Замечание. Координаты *третьего* кризиса кипения для всех капельных жидкостей и *второго* кризиса кипения для несмачивающих жидкостей приведены в специальной литературе.

В заключение раздела про кривую кипения кратко рассмотрим ещё две кривые кипения, заимствованные из монографии С.С. Кутателадзе [55]. На рис. 8.17 и рис. 8.18 изображены кривые кипения воды при атмосферном давлении

$\alpha = f_2(\Delta T)$ и $\alpha = f_3(q)$ в координатах с линейной шкалой. На этих рисунках стрелками показаны и переходы между режимами кипения при обогреве поверхности нагрева постоянным тепловым потоком. Анализируя графики на рис. 8.17 и на рис. 8.18, можно сделать вывод о том, что на рис. 8.12, на котором изображена кривая кипения в координатах с логарифмической шкалой, все режимы кипения и два способа перехода между пузырьковым и пленочным режимами показаны более наглядно. Однако на рис. 8.17 и рис. 8.18 с линейной шкалой значительно проще оценить критические параметры кипения. Поэтому рис. 8.12, рис. 8.17 и рис. 8.18 дополняют друг друга.

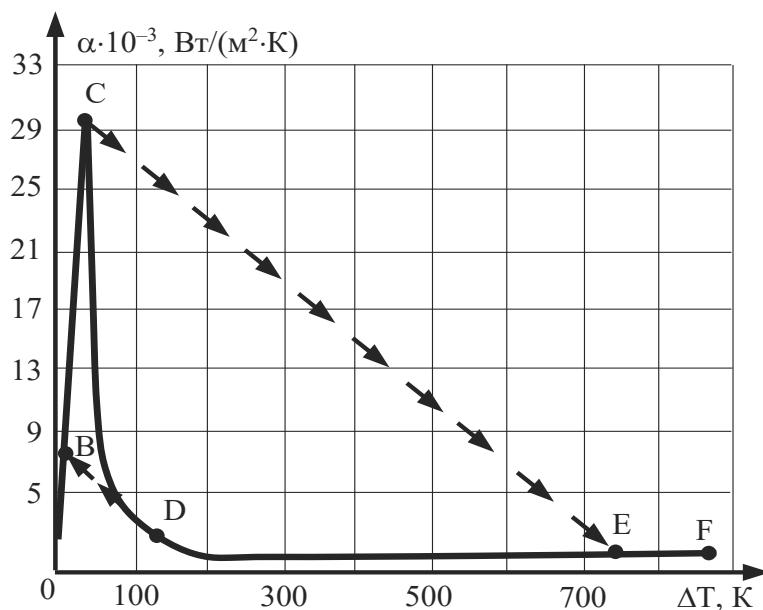


Рис. 8.17. Зависимость $\alpha = f_2(\Delta T)$ в координатах с линейной шкалой [55]

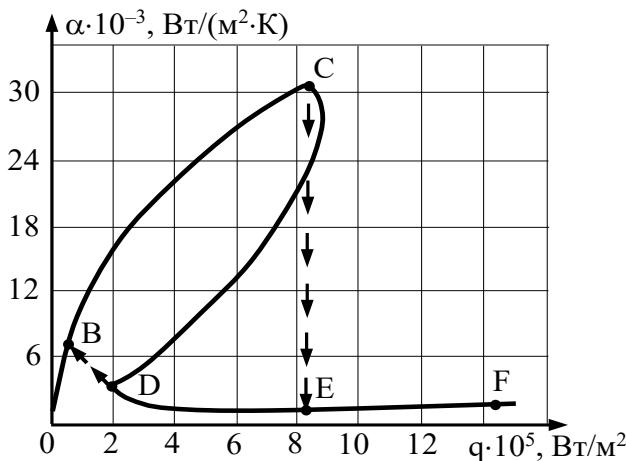


Рис. 8.18. Зависимость $\alpha = f_2(q)$ в координатах с линейной шкалой [55]

§ 8.2.4. Расчет теплоотдачи при кипении

В расчетах тепломассообмена существуют две постановки задачи – прямая и обратная [45]. В инженерных расчетах кипения, основанных на законе теплоотдачи Ньютона, при *прямой* постановке задачи известна температура теплоотдающей поверхности T_w и, соответственно, перегрев стенки $\Delta T = T_w - T_h$, где T_h температура насыщения жидкости, которую находят по справочным таблицам в зависимости от давления, а требуется найти плотность теплового потока $q = \alpha \Delta T$. При *обратной* постановке задачи плотность теплового потока q задана, а требуется рассчитать температуру стенки T_w по формуле, следующей из закона Ньютона:

$$\Delta T = \frac{q}{\alpha} \Rightarrow T_w = T_h + \frac{q}{\alpha}. \quad (8.106)$$

В прямой (при граничных условиях I рода) и обратной (при граничных условиях II рода) задачах расчета теплоотдачи при кипении ключевым параметром достижения поставленной цели является величина коэффициента теплоотдачи α при всех возможных режимах кипения, наглядно показанных на кривой кипения (см. рис. 8.12), и в точках кризисов пузырькового и пленочного режимов кипения – в точках максимума и минимума тепловой нагрузки.

Все существующие в настоящее время формулы расчета теплоотдачи при кипении получены на основе обработки многочисленных экспериментальных данных учеными разных научных школ. При этом следует отметить, что задача обобщения опытных данных является весьма нетривиальной из-за сложного статистического характера процесса кипения и сильного влияния поверхностных условий на теплоотдачу. Поскольку условия проведения опыта у разных экспериментаторов точно не совпадали, то и коэффициенты теплоотдачи α , рассчитанные по формулам разных авторов, могут существенно отличаться. Тестовые расчеты показывают, что точность расчета известных в литературе алгоритмов определения коэффициента теплоотдачи при кипении, полученных в результате обработки опытных данных, невелика и не превышает $30 \div 35\%$. Поэтому рассмотрим простые по форме, но весьма апробированные формулы расчета теплоотдачи при кипении, которые позволяют находить α в явном виде. Существуют и критериальные формулы, предложенные Д.А. Лабунцовым [5, 16, 51, 62], использование которых требует выполнения больше вычислительных операций, по сравнению с простыми инженерными формулами.

При проектировании теплообменных устройств с кипящими теплоносителями наиболее важной является задача расчета интенсивности теплообмена при пузырьковом кипении (расчет коэффициента теплоотдачи) и расчет кризиса

пузырькового кипения (первой критической тепловой нагрузки).

§ 8.2.4.1. Пузырьковое кипение в большом объеме

Пузырьковое кипение является самым важным режимом кипения с практической точки зрения, потому что оно является единственным способом охлаждения теплонапряженных твердых поверхностей, на которые действуют высокоинтенсивные тепловые потоки. При пузырьковом кипении и относительно небольших температурных напорах ($\Delta T = T_w - T_h$) возможно отводить потоки тепловой энергии большой мощности из-за очень сильной зависимости плотности теплового потока от перегрева стенки $q = f(\Delta T)$, которая показана при описании кривой кипения в разделе § 8.2.3.1.

Интенсивность теплоотдачи при пузырьковом режиме кипения прямо пропорциональна количеству действующих центров парообразования и частоте отрыва пузырей от поверхности теплообмена. Число центров парообразования и частота их отрыва от поверхности теплообмена увеличивается с ростом перегрева стенки $\Delta T = T_w - T_h$ и с ростом давления насыщения p_h , что и приводит к росту коэффициента теплоотдачи α . Увеличение тепловой нагрузки q вызывает также увеличение перепада температур ΔT в тепловом пограничном слое жидкости (перегреву стенки), поэтому влияние q на α аналогично влиянию ΔT на α . Особо обратим внимание на то обстоятельство, что рост α с увеличением ΔT и q имеет место только в области пузырькового кипения при $\Delta T < \Delta T_{kp1}$ и $q < q_{kp1}$. Поэтому ограничением величины отводимой мощности является только значение первой критической плотности теплового потока q_{kp1} при кризисе пузырькового кипения. Для увеличения отводимой

тепловой энергии от теплоотдающей поверхности существуют специальные способы, которые будут рассмотрены ниже, в разделе § 8.2.4.3 и § 8.2.6.

Интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении можно характеризовать рядом аппроксимирующих процесс теплообмена зависимостями, основные из которых (без учета влияния давления на теплоотдачу) имеют вид (8.104):

$$q = f_1(\Delta T); \quad \alpha = f_2(\Delta T); \quad \alpha = f_3(q),$$

где $f_1(\dots)$, $f_2(\dots)$ и $f_3(\dots)$ – зависимости, полученные в результате обработки опыта.

Зависимости (8.104) с учетом поправки на давление принимают вид:

$$q = f_1(\Delta T) \cdot \varepsilon_1(p); \quad \alpha = f_2(\Delta T) \cdot \varepsilon_2(p); \quad \alpha = f_3(q) \cdot \varepsilon_3(p), \quad (8.107)$$

где $\varepsilon_1(p)$, $\varepsilon_2(p)$ и $\varepsilon_3(p)$ – поправки, учитывающие влияние давления жидкости p , на плотность теплового потока q и на коэффициент теплоотдачи α , которые рассчитаны через перегрев стенки ΔT и через тепловую нагрузку q .

Конкретный вид формул (8.104) и (8.107) для расчета α и q зависит от физических свойств теплоносителя. В дальнейшем изложении в качестве рабочей жидкости будем рассматривать воду.

Известный немецкий ученый Генрих Гребер [60] отмечает, что уже в 30-х годах прошлого века ученые – теплотехники сделали вывод о том, что для аппроксимации экспериментальных данных по теплоотдаче при развитом пузырьковом кипении (участок В'С' на кривой кипения рис. 8.12) наиболее удобна степенная зависимость вида:

$$\alpha = f_3(q) = C_1 \cdot q^n, \quad (8.108)$$

где C_1 , n – коэффициенты аппроксимации опытных данных.

Для учета влияния давления на интенсивность теплоотдачи также хорошо подходит степенная зависимость:

$$\varepsilon_3(p) = p^k, \quad (8.109)$$

где k – коэффициент аппроксимации опытных данных.

Объединяя (8.108) и (8.109), получим:

$$\alpha = f_3(q) \cdot \varepsilon_3(p) = C_1 \cdot q^n \cdot p^k. \quad (8.110)$$

Заменяя в формуле (8.110) плотность теплового потока по закону теплоотдачи Ньютона $q = \alpha \Delta T$ и выполняя несложные алгебраические преобразования, получим формулу для расчета α при граничных условиях I рода (задан перегрев стенки ΔT):

$$\alpha = f_2(\Delta T) \cdot \varepsilon_2(p) = C_2 \cdot \Delta T^m \cdot p^z, \quad (8.111)$$

где

$$f_2(\Delta T) = C_2 \Delta T^m; \quad \varepsilon_2(p) = p^z. \quad (8.112)$$

Тепловую нагрузку рассчитаем по закону теплоотдачи Ньютона, используя формулу (8.111) для определения коэффициента теплоотдачи:

$$q = f_1(\Delta T) \cdot \varepsilon_1(p) = C_2 \Delta T^m p^z \cdot \Delta T = C_2 \Delta T^{m+1} p^z, \quad (8.113)$$

где

$$f_1(\Delta T) = C_2 \Delta T^{m+1}; \quad \varepsilon_1(p) = \varepsilon_2(p) = p^z. \quad (8.114)$$

Температурный напор (перегрев стенки) и плотность теплового потока можно найти не только используя формулу (8.106) и закон теплоотдачи Ньютона, но и выразить из

аппроксимирующих теплообмен при пузырьковом кипении формул (8.107):

$$\Delta T = \varphi_1(q) \cdot \varepsilon_4(p); \Delta T = \varphi_2(\alpha) \cdot \varepsilon_5(p); q = \varphi_3(\alpha) \cdot \varepsilon_6(p), \quad (8.115)$$

где $\varphi_1(\dots)$, $\varphi_2(\dots)$ и $\varphi_3(\dots)$ – зависимости, которые можно получить в результате обработки опыта или выразить из ранее полученных корреляций $f_1(\dots)$, $f_2(\dots)$ и $f_3(\dots)$; $\varepsilon_4(p)$, $\varepsilon_5(p)$ и $\varepsilon_6(p)$ – поправки, учитывающие влияние давления жидкости p , на интенсивность теплоотдачи, которые также можно получить в результате обработки опыта или выразить из ранее полученных формул $\varepsilon_1(p) = \varepsilon_2(p)$ и $\varepsilon_3(p)$.

Без вывода запишем формулы для расчета функций $\varphi_1(\dots)$, $\varphi_2(\dots)$, $\varphi_3(\dots)$ и формулы для расчета поправок «на давление» $\varepsilon_4(p)$, $\varepsilon_5(p)$ и $\varepsilon_6(p)$, которые подставим в (8.115) и получим:

$$\Delta T = \frac{1}{C_1} \cdot q^{1-n} \cdot p^{-k} \text{ или } \Delta T = \frac{1}{C_1 p^k} \cdot q^{1-n}; \quad (8.116)$$

$$\Delta T = \frac{1}{C_2^{1/m}} \cdot \alpha^{1/m} \cdot p^{-z/m} \text{ или } \Delta T = \frac{1}{C_2^{1/m} p^{z/m}} \cdot \alpha^{1/m}; \quad (8.117)$$

$$q = \frac{1}{C_1^{1/n}} \cdot \alpha^{1/n} \cdot p^{-k/n} \text{ или } q = \frac{1}{C_1^{1/n} p^{k/n}} \cdot \alpha^{1/n}, \quad (8.118)$$

где $\varepsilon_4(p) = p^{-k}$, $\varepsilon_5(p) = p^{-z/m}$ и $\varepsilon_6(p) = p^{-k/n}$ – поправки «на давление» в выражении (8.115).

Формулу (8.116) для расчета перепада температуры при известной плотности теплового потока при атмосферном давлении часто используют в расчетах пузырькового кипения и в отечественной [6] и в зарубежной [23] литературе. В этом случае при $p = 1$ бар формула (8.116) принимает вид:

$$\Delta T = \frac{1}{C_1} \cdot q^{1-n}. \quad (8.119)$$

Заметим, что при помощи формулы (8.119) ранее были определены координаты точки инверсии C' при анализе кривой кипения (см. § 8.2.3.1).

Эмпирические коэффициенты C_2 , m и z в формулах (8.117) и (8.118) являются производными от коэффициентов аппроксимации C_1 , n и k зависимости (8.110). Функциональная связь всех коэффициентов аппроксимации имеет вид:

$$m = \frac{n}{1-n}; \quad m+1 = \frac{1}{1-n}; \quad C_2 = C_1^{m+1}; \quad z = \frac{k}{1-n}; \quad (8.120)$$

$$n = \frac{m}{m+1}; \quad \frac{1}{m+1} = 1-n; \quad C_2^{1/m} = C_1^{1/n}; \quad \frac{z}{m} = \frac{k}{n}. \quad (8.121)$$

Итак, в общем виде задача расчета теплоотдачи при пузырьковом кипении в условиях свободной конвекции описывается уравнениями (8.110), (8.111), (8.113) и (8.116) – (8.118), в которых эмпирические коэффициенты находят по алгебраическим соотношениям (8.120) и (8.121). Определив опытным путем три коэффициента аппроксимации C_1 , n и k , можно получить численные значения коэффициента теплоотдачи α и тепловой нагрузки q . В результате обработки опытов по изучению теплообмена при пузырьковом кипении в большом объеме получены и приведены в научно-технической литературе [2, 4 – 6, 23, 51, 55, 59 – 61, 63 – 65] следующие интервалы числовых значений коэффициентов аппроксимации C_1 , n и k в формуле $\alpha = C_1 \cdot q^n \cdot p^k$ при атмосферном давлении:

– $C_1 = 2,5 \div 5$ и наиболее вероятное значение $C_1 = 3 \div 3,5$;

- $n = 0,5 \div 0,8$ и наиболее вероятное значение
- $n = \frac{2}{3} \div 0,7 = 0,67 \div 0,7$;
- $k = 0,15 \div 0,2$.

Замечание. При этом отметим, что, *во-первых*, несмотря на достаточно узкий интервал значений показателя степени $n = 0,67 \div 0,7$ *неточность* задания показателя степени **n** приводит к значительной погрешности (более 40%) расчетного значения коэффициента теплоотдачи. *Во-вторых*, эмпирические коэффициенты C_1 и **n** связаны между собой в процессе выполнения самой процедуры аппроксимации опыта. Поэтому при использовании эмпирических формул для расчета коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении разных научных школ надо строго использовать рекомендованные значения C_1 и **n**. Например, если указано автором формулы, что $n = 2/3$, то нельзя округлять **n** до значение $n = 0,7$! При аппроксимации эксперимента используют оба значения показателя степени $n = 2/3$ и $n = 0,7$, поэтому необходимо строго выполнить указание автора формулы.

В классических учебниках по тепломассообмену, например в [2, 5, 55], часто используют формулу для расчета коэффициента теплоотдачи по формуле (8.110), которая получена при следующих значениях $C_1 = 3$; $n = 0,7$; $k = 0,15$:

$$\alpha = 3 \cdot q^{0,7} \cdot p^{0,15}, \quad (8.122)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; q – плотность теплового потока (тепловая нагрузка), $\text{Вт}/\text{м}^2$; p – давление насыщения, бар.

Для расчета α по формуле (8.111) и тепловой нагрузки q по формуле (8.112) предварительно определим коэффициенты m , $m+1$, C_2 и z по формулам (8.115):

$$m = \frac{n}{1-n} = \frac{0,7}{1-0,7} = 2,33; \quad m+1 = 2,33+1 = 3,33;$$

$$C_2 = C_1^{m+1} = 3^{3,33} = 38,8; \quad z = \frac{k}{1-n} = \frac{0,15}{1-0,7} = 0,5.$$

Подставляя значения эмпирических коэффициентов в (8.111) и в (8.112), получим:

$$\alpha = 38,8 \cdot \Delta T^{2,33} \cdot p^{0,5}; \quad (8.123)$$

$$q = 38,8 \cdot \Delta T^{3,33} p^{0,5}, \quad (8.124)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; q – плотность теплового потока (тепловая нагрузка), $\text{Вт}/\text{м}^2$; ΔT – перепад температур между нагретой стенкой и теплоносителем за пределами теплового пограничного слоя (перегрев стенки), $\text{K} = {}^\circ\text{C} = \text{град}$; p – давление насыщения, бар.

Замечание. Формулы (8.122) и (8.123) предложил В.М. Борицанский с коллегами на основе экспериментальных данных по исследованию пузырькового кипения на трубах из нержавеющей хромоникелевой стали [55].

Формула (8.116) для расчета перегрева стенки при $C_1 = 3$; $n = 0,7$; $k = 0,15$ принимает вид:

$$\Delta T = T_w - T_h = \frac{1}{3 \cdot p^{0,15}} \cdot q^{0,3}, \quad (8.125)$$

где T_w – температура поверхности нагрева, $\text{K}({}^\circ\text{C})$; T_h – температура насыщения жидкости при данном давлении $\text{K}({}^\circ\text{C})$; p – давление насыщения, бар; q – плотность теплового потока (тепловая нагрузка), $\text{Вт}/\text{м}^2$.

Формулы (8.122) – (8.125) для расчета α , q и ΔT справедливы для диапазона давлений $p = 1 \div 40$ бар.

Замечание. Если принять коэффициенты аппроксимации равными $C_1 = 3$; $n = 2/3$; $k = 0,15$, заменив показатель степени $n = 0,7$ на $n = 2/3 \approx 0,67$, получим:

$$\alpha = 3 \cdot q^{2/3} \cdot p^{0,15}, \quad (8.126)$$

$$\alpha = 27 \cdot \Delta T^2 \cdot p^{0,45}. \quad (8.127)$$

Коэффициент теплоотдачи при заданной тепловой нагрузке q , рассчитанный по формуле (8.126), существенно (в 1,3 \div 1,4 раза) отличается от результата расчета по формуле (8.122). А результаты расчета α по формулам (8.127) и (8.123) при заданном перегреве стенки ΔT могут отличаться в несколько раз. Этот факт еще раз подчеркивает очень сильное влияние значения показателя степени ($n = 0,7$ или $n = 2/3 \approx 0,67$) в формулах (8.110) и (8.111).

Расчет коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении воды в большом объеме для широкого диапазона изменения давления $p = 1 \div 200$ бар ($p_{kp} \approx 220$ бар) можно использовать формулы Н.Г. Рассохина [64]:

– при $p = 0,1 \div 3$ МПа

$$\alpha = 6 \cdot q^{2/3} \cdot p^{0,2}; \quad (8.128)$$

– при $p = 3 \div 20$ МПа

$$\alpha = 3,33 \cdot q^{2/3} \cdot p^{0,75}, \quad (8.129)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К); q – плотность теплового потока (тепловая нагрузка), Вт/м²; p – давление насыщения, МПа.

Замечание. Формулы (8.128) и (8.129) несложно записать для давления, измеряемого в барах. Для этого надо использовать

соотношение $1 \cdot p_{\text{бар}} = 0,1 \cdot p_{\text{МПа}}$, которое надо подставить в формулы (8.128) и (8.129):

– при $p = 1 \div 30$ бар

$$\alpha = 6 \cdot q^{2/3} \cdot (0,1 \cdot p)^{0,2} = 3,8 \cdot q^{2/3} \cdot p^{0,2}; \quad (8.128, \text{a})$$

– при $p = 30 \div 200$ бар

$$\alpha = 3,33 \cdot q^{2/3} \cdot (0,1 \cdot p)^{0,75} = 0,6 \cdot q^{2/3} \cdot p^{0,75}, \quad (8.129, \text{a})$$

где p – давление насыщения, бар.

Для воды в диапазоне давлений $p = 1 \div 200$ бар расчет коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении также рекомендуют выполнять по формуле Д.А. Лабунцова [6, 11, 13, 51], которая является частным случаем более общей формулы и для других теплоносителей:

$$\alpha = 3,4 \cdot q^{2/3} \cdot \varepsilon(p), \quad (8.130)$$

где $\varepsilon(p)$ – поправка, учитывающая увеличение интенсивности теплоотдачи за счет повышения давления:

$$\varepsilon(p) = \frac{p^{0,18}}{1 - 0,0045 \cdot p}. \quad (8.131)$$

В формулах (8.130) и (8.131): α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; q – плотность теплового потока (тепловая нагрузка), $\text{Вт}/\text{м}^2$; p – давление насыщения, бар.

Замечание. Формулы расчета коэффициента теплоотдачи для разных кипящих жидкостей, включая низко- и высококипящие органические жидкости на поверхностях с разными теплофизическими свойствами по форме записи, совпадающие с формулами (8.108) и (8.110) приведены в специальной литературе, например [25].

Для расчета коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении в большом объеме (в условиях свободной

конвекции) низко- и высококипящих жидкостей, включая и воду, в научно-технической литературе опубликовано несколько десятков формул, предложенных отечественными и зарубежными учеными [2 – 6, 12, 13, 11, 15, 23, 25, 50, 51, 55, 59, 60, 63 – 65]. В учебнике для расчета теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении различных жидкостей, включая и воду, рассмотрим только две широко апробированные формулы известных российских ученых Д.А. Лабунцова [6, 51] и С.С. Кутателадзе [4, 55], формулы (корреляции) других ученых приведены в специальной технической литературе.

Замечание. Эмпирические формулы расчета параметров конвективного теплообмена для однофазных теплоносителей и при изменении фазового состояния (критериальные формулы теории подобия, полиноминальные зависимости, полученные методом планирования эксперимента, аппроксимационные зависимости различной структуры при конденсации и кипении) в зарубежной литературе называют *корреляциями*. Смысл этого термина заключается в том, что корреляция устанавливает *неоднозначную* функциональную зависимость между входными и выходными параметрами, а зависимость, которая воспроизводится с определенной погрешностью, зависящей от природы явления и от точности проведения эксперимента.

Общая формула Д.А. Лабунцова для расчета коэффициента теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении различных жидкостей имеет вид [51]:

$$\alpha = C_1 \cdot q^{2/3} \cdot \varepsilon(p), \quad (8.132)$$

где

$$C_1 = 0,075 \cdot \left(\frac{\lambda_f^2}{v_f \sigma T_h} \right)^{1/3}; \quad \varepsilon(p) = \left[1 + 10 \left(\frac{\rho_n}{\rho_f - \rho_n} \right)^{2/3} \right].$$

Подставляя C_1 и $\varepsilon(p)$ в общую формулу (8.132) и меняя сомножители местами, как это сделал автор формулы, окончательно получим:

$$\alpha = 0,075 \cdot \left(\frac{\lambda_f^2}{v_f \sigma T_h} \right)^{1/3} \left[1 + 10 \left(\frac{\rho''}{\rho' - \rho''} \right)^{2/3} \right] q^{2/3}, \quad (8.133)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; λ_f – коэффициент теплопроводности жидкости, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости при температуре насыщения, $\text{Н}/\text{м}$; T_h – температура насыщения, К ; ρ'' – плотность пара, $\text{кг}/\text{м}^3$; ρ' – плотность жидкости, $\text{кг}/\text{м}^3$; q – плотность теплового потока (тепловая нагрузка), $\text{Вт}/\text{м}^2$.

В качестве определяющей температуры для выбора физических свойств двухфазной смеси из справочных таблиц автор формулы Д.А. Лабунцов принял температуру насыщения флюида T_h .

Погрешность расчета α по формуле Лабунцова не превышает 35% [51]. Также Д.А. Лабунцов отмечает, что формула (8.133) плохо описывает результаты эксперимента при кипении жидких металлов, при кипении жидкости под вакуумом ($p \ll 1$ бар) и при кипении криогенных жидкостей [51].

Общую формулу С.С. Кутателадзе, расчет по которой коррелирует с расчетом по формуле Д.А. Лабунцова, записывают в виде [4]:

$$\alpha = 7,0 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\lambda_f}{\sigma^{0,5} [g(\rho' - \rho'')]^{0,2}} \cdot \left[\frac{q \cdot p_h}{r \rho'' a_f} \right]^{0,7} \cdot Pr^{-0,35}, \quad (8.134)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; λ_f – коэффициент теплопроводности жидкости, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; σ –

коэффициент поверхностного натяжения жидкости при температуре насыщения, Н/м; g – ускорение свободного падения, м/с^2 ; ρ' – плотность жидкой фазы, кг/м^3 ; ρ'' – плотность паровой фазы, кг/м^3 ; p_h – давление насыщения, Па; r – скрытая теплота фазового перехода, Дж/кг; a_f – коэффициент температуропроводности жидкости, $\text{м}^2/\text{с}$; Pr – критерий Прандтля; q – плотность теплового потока (тепловая нагрузка), Вт/м^2 .

Кратко формулу Кутателадзе (8.134) можно записать в виде:

$$\alpha = C_1 \cdot q^{0,7} \cdot \varepsilon(p), \quad (8.135)$$

где коэффициент C_1 и поправку на давление $\varepsilon(p)$ рассчитывают по формулам:

$$C_1 = 7,0 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\lambda_f}{\sigma^{0,5} [g(\rho' - \rho'')]^{0,2}} \cdot Pr^{-0,35}; \quad (8.136)$$

$$\varepsilon(p) = \left[\frac{p_h}{r \rho'' a_f} \right]^{0,7}. \quad (8.137)$$

Анализируя рассмотренные выше формулы расчета коэффициента теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении для моножидкостей (в данном случае для воды – (8.122), (8.128) и (8.129), (8.130)) и для разных жидкостей (8.132) и (8.135), можно сделать следующие выводы:

– структура всех формул одинакова и совпадает с выражением (8.108) при атмосферном давлении и с выражением (8.110) с учетом интенсификации теплоотдачи при давлении выше атмосферного. Коэффициент теплоотдачи подчиняется закону $\alpha \sim q^n$, где наиболее вероятное значение показателя степени лежит в интервале $n = 2/3 \div 0,7$. При этом,

чтобы избежать погрешности расчета в десятки процентов, нельзя показатель степени $n = 2/3 \approx 0,67$ округлять до значения $n = 0,7$. Значение коэффициента пропорциональности C_1 для моножидкостей находят из опыта при аппроксимации опытных данных, а для различных жидкостей коэффициент пропорциональности C_1 рассчитывают по эмпирическим формулам с учетом физических свойств кипящих жидкостей;

– в эмпирических формулах В.М. Боришанского (8.122) и Д.А. Лабунцова (8.130) и (8.132) давление необходимо задавать в барах (p , бар), в формуле Н.Г. Рассохина (8.128) и (8.129) – в мегопаскалях (p , МПа), а в формуле С.С. Кутателадзе (8.135) – в паскалях (p , Па). Поэтому при использовании эмпирических формул для расчета теплоотдачи при пузырьковом кипении необходимо контролировать размерность давления, учитывая, что $p = 1 \text{бар} = 10^5 \text{ Па} = 0,1 \text{ МПа}$.

Анализ погрешности расчета параметров теплоотдачи при пузырьковом кипении в большом объеме

Погрешность расчета коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении в большом объеме авторы всех известных в литературе формул оценивают величиной порядка 20 – 35%. Такую весьма значительную погрешность расчета теплообмена при пузырьковом кипении можно объяснить влиянием ряда факторов на экспериментально определяемую величину α . Назовем основные факторы, влияющие на интенсивность теплоотдачи при кипении:

- поверхностные эффекты, связанные со смачиваемостью и микрорельефом (шероховатостью) поверхности;
- наличие примесей в жидкости;
- чистота теплоотдающей поверхности (наличие отложений);

– физические свойства материала стенки.

Однако, поскольку, как правило, целью теплового расчета при пузырьковом кипении является определение перегрева стенки $\Delta T = T_w - T_h$ и, соответственно, температуры ее поверхности T_w , то высокая погрешность расчета коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении *не критично* влияет на величину ΔT и T_w [63]. Поясним данное утверждение. При обычных условиях пузырькового кипения тепловая нагрузка q и коэффициент теплоотдачи α имеют величину порядка сотен тысяч $\text{Вт}/\text{м}^2$ и десятков тысяч $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ соответственно (см. рис. 8.12). Поэтому при расчете ΔT и T_w по формуле (8.106) даже двукратная погрешность в расчете α приводит к погрешности расчета температуры стенки не более чем на 10%, что в абсолютных единицах составляет 10–20 К. А такая погрешность является вполне допустимой в инженерных расчетах пузырькового кипения [63]. Этот вывод можно объяснить анализом формулы для расчета перегрева стенки $\Delta T = q / \alpha$, в которой погрешность определения q и α имеют один порядок. Данное утверждение также подтверждается методическими расчетами.

§ 8.2.4.2. Пленочное кипение в большом объеме

В точке Лейденфроста (точка D на кривой кипения рис. 8.12) начинается процесс пленочного кипения. При пленочном кипении между жидкостью и паром существует пленка пара, размеры которой оценивают величиной в доли миллиметра. От поверхности пленки, внешняя граница которой крайне нестабильна, отрываются паровые пузыри произвольной формы, которые могут сливаться между собой (см. рис. 8.13, e). Переход к пленочному режиму кипения приводит к снижению интенсивности теплообмена за счет

большого термического сопротивления паровой пленки из-за низких теплопроводных свойств газообразной (парообразной) формы вещества. При пленочном кипении жидкостей коэффициент теплоотдачи практически не изменяется с увеличением перегрева стенки (см. рис. 8.12) и для технических поверхностей лежит в интервале $\alpha = 100 \div 300 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ [6, 51]. Значительное влияние на интенсивность теплоотдачи при пленочном кипении оказывает форма и расположение поверхности нагрева. При этом по форме расположения пленки пара наблюдается «аналогия наоборот» с пленкой конденсата при конденсации паров – пленка конденсата стекает вниз, а пленка пара поднимается вверх в поле земного тяготения.

При турбулентном течении пленки пара около вертикальной поверхности трубы или около вертикальной пластины (рис. 8.19), как и при свободной конвекции однофазной жидкости, коэффициент теплоотдачи не зависит от высоты поверхности и рассчитывается по формуле [6, 13]:

$$\alpha = 0,25 \cdot \sqrt[3]{\frac{(\lambda'')^2 \cdot c_p'' \cdot g(\rho' - \rho'')}{v''}}, \quad (8.138)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; λ'' – коэффициент теплопроводности паровой фазы, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; c_p'' – удельная массовая изобарная теплоемкость паровой фазы, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; ρ' – плотность жидкой фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$; ρ'' – плотность паровой фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$; v'' – кинематический коэффициент вязкости пара, $\text{м}^2/\text{с}$.

Для ламинарного течения пленки пара по периметру горизонтальной трубы формула для расчета среднего коэффициента теплоотдачи методом аналогичным методу пленочной конденсации получена формула [6, 13, 23]:

$$\alpha = 0,62 \cdot \sqrt[4]{\frac{(\lambda'')^3 \cdot r^* \cdot g(\rho' - \rho'')}{v'' \cdot \Delta T \cdot d}}, \quad (8.139)$$

α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К); λ'' – коэффициент теплопроводности паровой фазы, Вт/(м·К); ρ' – плотность жидкой фазы, кг/м³; ρ'' – плотность паровой фазы, кг/м³; v'' – кинематический коэффициент вязкости пара, м²/с; $\Delta T = T_w - T_h$ – перегрев стенки относительно температуры насыщения, К; d – наружный диаметр трубы, м; $r^* = r + 0,5 \cdot c_p'' \cdot (T_w - T_h)$ – эффективная теплота фазового перехода, учитывающая перегрев пара в пленке, Дж/кг.

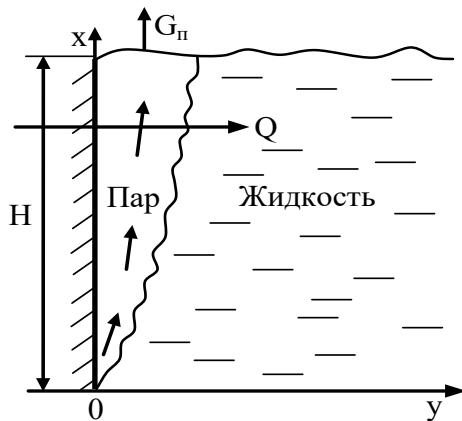


Рис. 8.19. Схема пленочного кипения на вертикальной пластине

В формулах (8.138) и (8.139) в качестве определяющей температуры для выбора физических свойств жидкости из справочных таблиц принимают температуру насыщения

$T_0 = T_h$, а для выбора физических свойств пара – среднюю температуру пара $T_0 = 0,5 \cdot (T_w + T_h)$.

При заданной тепловой нагрузке q для расчета среднего коэффициента теплоотдачи при пленочном кипении на вертикальной поверхности и на поверхности горизонтальной трубы С.С. Кутателадзе предложил формулу [50, 55, 66]:

$$\alpha = \beta \lambda'' \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho'' \cdot g (\rho' - \rho'') \cdot r \cdot \varphi}{\mu'' \cdot q \cdot R_0}}, \quad (8.140)$$

где $0,65 \leq \beta \leq 1,0$ – эмпирический коэффициент; $\varphi = 1 + c_p'' (T_w - T_h) / (2 \cdot r)$ – функция, учитывающая относительную теплоту перегрева паровой прослойки; c_p'' – удельная массовая изобарная теплоемкость паровой фазы, Дж/(кг·К); q – тепловая нагрузка, Вт/м²; R_0 – определяющий размер, м; $R_0 = H$ – высота вертикальной поверхности, м; $R_0 = d$ – диаметр горизонтальной трубы, м; $r \cdot \varphi = r^* = r + 0,5 \cdot c_p'' \cdot (T_w - T_h)$ – эффективная теплота фазового перехода, учитывающая перегрев пара в пленке (см. формулу (8.139)), Дж/кг.

Остальные обозначения и определяющая температура в формуле (8.140) такие же, как в формуле (8.139).

Заметим, что широкий интервал значений эмпирического коэффициента $\beta = 0,65 \div 1,0$ определяет погрешность расчета коэффициента теплоотдачи при пленочном кипении, которая, как и для пузырькового кипения, не превышает величину 30÷35%.

Для расчета теплоотдачи при пленочном кипении различных жидкостей (включая и криогенные) на металлических поверхностях нагрева разной конфигурации и разной

ориентации в пространстве и турбулентном течении паровой пленки Д.А. Лабунцов предложил критериальное уравнение [51]:

$$Nu_L = C \cdot Ra_L^n, \quad (8.141)$$

где $Nu_L = \frac{\alpha \cdot L_{kp}}{\lambda''}$ – критерий Нуссельта (безразмерный коэф-

фициент теплоотдачи), Вт/(м²·К); $L_{kp} = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}$ – кри-

тическая длина волны паровой пленки (приведенный определяющий размер пленки), м; λ'' – коэффициент теплопровод-

ности пара, Вт/(м·К); $Ra_L = \frac{gL_{kp}^3}{(v'')^2} \cdot \frac{v''}{a''} \cdot \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} \left(\frac{r + 0,5c_p''\Delta T}{c_p''\Delta T} \right)$ –

модифицированное число Рэлея; $r + 0,5c_p''\Delta T = r^*$ – эффективная теплота фазового перехода, учитывающая перегрев пара в пленке, c_p'' – удельная массовая изобарная теплоем-

кость паровой фазы, Дж/(кг·К); $\Delta T = T_w - T_h$ – перегрев стенки, К; ρ' – плотность жидкой фазы, кг/м³; ρ'' – плотность паровой фазы, кг/м³; v'' – кинематический коэффициент вязкости пара, м²/с; a'' – коэффициент температуропроводности пара, м²/с.

Значения эмпирических коэффициентов **C** и **n** и определяющая температура T_0 , по которой находят значения физических свойств жидкости и пара, для разных форм поверхности нагрева, приведены в [51, 68]:

– для вертикальной плоской поверхности и поверхности вертикальной трубы

$$C = 0,32 \left(\frac{r}{c_p'' \Delta T} + \frac{1}{2} \right)^{-1/3} \left(\frac{T_h}{T_w} \right)^{0,5}; \quad n = \frac{1}{3};$$

$$T_0 = T_h;$$

– для горизонтальной плоской поверхности

$$C = 0,672; \quad n = 0,25, \text{ если } Ra_L < 10^7;$$

$$C = 0,012; \quad n = 0,5, \text{ если } Ra_L > 10^7;$$

$$T_0 = 0,5(T_h + T_w);$$

– для боковой поверхности горизонтальной трубы с наружным диаметром d и длиной L

$$C = 0,59 + 0,069 \cdot L / d; \quad n = 0,25;$$

$$T_0 = 0,5(T_h + T_w).$$

Замечание. При выводе формулы (8.141) было использовано подобие переноса теплоты и массы при турбулентном течении пассивной пленки и при турбулентной однофазной естественной конвекции, для которой в разделе § 7.7.1 была получена критериальная формула $Nu = C \cdot Ra^n$.

§ 8.2.4.3. Кризисы кипения. Переходное кипение

При кипении жидкости в большом объеме в условиях свободной конвекции при граничных условиях первого рода существуют две критические плотности теплового потока (критические тепловые нагрузки) q_{kp1} и q_{kp2} и соответствующие им два критических температурных напора ΔT_{kp1} и ΔT_{kp2} . При граничных условиях первого рода (задана

температура стенки T_w) наблюдается *переходное* от пузырькового к пленочному кипение на участке CD кривой кипения (см. рис. 8.12). При переходном кипении на теплоотдающей поверхности одновременно, но в разных местах поверхности наблюдают оба режима кипения – пузырьковый и пленочный. В условиях затянутого конвективного режима, который имеет место в случае затрудненного образования зародышей паровых пузырьков (см. § 8.2.3.2), начинается переходное кипение в точке D' (рис. 8.16), минуя пузырьковое кипение. Академик С.С. Кутателадзе предложил такой непосредственный переход от конвективного режима к смешанному режиму кипения (пузырьковому и пленочному) определить, как *третий* кризис кипения, а тепловую нагрузку в точке D' назвать *третьей* критической плотностью теплового потока $q_{D'} = q_{kp3}$. Перегрев стенки в точке третьего кризиса кипения называют *третьим* критическим температурным напором и обозначают – ΔT_{kp3} .

Критические тепловые нагрузки q_{kp1} , q_{kp2} и q_{kp3} связаны с критическими температурными напорами ΔT_{kp1} , ΔT_{kp2} и ΔT_{kp3} законом теплоотдачи Ньютона:

$$q_{kp1} = \alpha_{kp1} \Delta T_{kp1}; \quad q_{kp1} = \alpha_{kp2} \Delta T_{kp2}; \quad q_{kp3} = \alpha_{kp3} \Delta T_{kp3},$$

где α_{kp1} , α_{kp2} и α_{kp3} – коэффициенты теплоотдачи в критических точках на кривой кипения (рис. 8.12 и рис. 8.16).

Кризисы кипения зависят от рода кипящей жидкости, давления, состояния поверхности, условий смачивания, наличия примесей и поверхностно-активных добавок [4, 5].

Первый кризис кипения

В точке С кривой кипения (см. рис. 8.12) наступает кризис пузырькового кипения, который характеризуется резкой

сменой гидродинамики двухфазного потока в пограничном слое около теплоотдающей поверхности. Первая критическая тепловая нагрузка q_{kp1} равна максимальной плотности теплового потока, который можно отвести от поверхности нагрева при развитом пузырьковом кипении, поэтому она определяет верхнюю границу тепловой мощности теплообменника и границу его безаварийно работы. Это обстоятельство является очень важным при проектировании и эксплуатации теплообменных аппаратов с кипящими теплоносителями. Критическое значение тепловой нагрузки можно увеличить, а следовательно, увеличить и теплосъем с поверхности:

- за счет недогрева жидкости;
- путем организации вынужденного движения жидкости около стенки;
- за счет перехода от кипения на *изотермической* поверхности к кипению на *неизотермической* поверхности, например, на оребренной поверхности, у которой температура вдоль поверхности ребра является переменной величиной и вследствие этого у основания ребра происходит пленочное кипение, а на его вершине – кипение пузырьковое.

Анализ опытных данных показал, чем выше коэффициент поверхностного натяжения σ и теплota фазового перехода величина γ , тем выше величина первой критической плотности теплового потока q_{kp1} .

Для объяснения первого кризиса кипения разработано несколько физических моделей, основными из которых являются гидродинамическая модель, термодинамическая модель и тепловая модель [51]. Самой надежной и признанной во всем мире формулой расчета максимальной плотности теплового потока при пузырьковом режиме кипения (первой критической тепловой нагрузки) является формула С.С. Кутателадзе [55, 66], которую автор получил, разработав уникальную гидродинамическую модель кризисов кипения:

$$q_{kp1} = k \cdot r \cdot \sqrt{\rho''} \cdot \sqrt[4]{\sigma \cdot g (\rho' - \rho'')}, \quad (8.141)$$

где q_{kp1} – первая критическая тепловая нагрузка, $\text{Вт}/\text{м}^2$; $k \approx 0,14$ – наиболее вероятное значение эмпирического коэффициента ($k = 0,13 \div 0,16$) [25]; r – скрытая теплота фазового перехода, $\text{Дж}/\text{кг}$; σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости при температуре насыщения, $\text{Н}/\text{м}$; g – ускорение свободного падения, $\text{м}/\text{с}^2$; ρ' – плотность жидкой фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$; ρ'' – плотность паровой фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Результаты расчета по формуле Кутателадзе (8.141) для воды и других капельных жидкостей удовлетворительно коррелируют с результатами эксперимента за исключением области низких давлений при $p / p_{kp} \leq 0,001$, где p_{kp} – критическое давление для данной жидкости (для воды при давлениях $p \leq 0,22$ бар). В этом случае для расчета q_{kp1} применяют формулу В.В. Ягова [13, 50].

Зная первую критическую тепловую нагрузку q_{kp1} и первый критический температурный напор ΔT_{kp1} , коэффициент теплоотдачи в момент первого кризиса кипения (первый критический коэффициент теплоотдачи) находят по закону теплоотдачи Ньютона $\alpha_{kp1} = q_{kp1} / \Delta T_{kp1}$.

Второй кризис кипения

Значение второй критической плотности теплового потока q_{kp2} при кипении насыщенной жидкости в большом объеме значительно меньше, чем первая критическая тепловая нагрузка q_{kp1} . Кризис пленочного кипения характеризует переход от пленочного кипения к пузырьковому. При этом прекратить пленочное кипение можно уменьшая температуру поверхности теплоотдающей стенки до

выполнения условия $\Delta T \leq \Delta T_{kp2}$. В этом случае жидкость начинает смачивать поверхность стенки и происходит возврат к пузырьковому кипению постепенно или скачкообразно в зависимости от граничных условий теплообмена (см. § 8.2.3.2). Поэтому вторая критическая тепловая нагрузка q_{kp2} соответствует точке прекращения пленочного кипения и возврат к пузырьковому кипению. Значения q_{kp2} и ΔT_{kp2} определяются свойствами двухфазной смеси (жидкости и пара), формой и ориентацией поверхности в пространстве, давлением и величиной гравитации [51]. Для определения q_{kp2} и ΔT_{kp2} применяют две модели кризиса пленочного кипения – гидродинамическую и термодинамическую.

Гидродинамическая модель кризиса пленочного кипения

Гидродинамическая модель кризиса пленочного кипения рассматривает условие устойчивости раздела фаз пар – жидкость. Применяя гидродинамическую модель, ученые получили формулы для расчета второй критической тепловой нагрузки:

– формула Зубера для горизонтальной пластины [23, 51]

$$q_{kp2} = C \cdot \rho'' \cdot r \cdot \sqrt{\frac{\sigma \cdot g(\rho' - \rho'')}{(\rho' - \rho'')^2}}, \quad (8.142)$$

где $C = \pi / 24$ – константа, полученная Зубером аналитически и впоследствии экспериментально уточненная Беренсоном, составила близкую величину $C = 0,09$;

– формула С.С. Кутателадзе [5]

$$q_{kp2} = C \cdot \rho'' \cdot r \cdot \sqrt[4]{\sigma \cdot g(\rho' - \rho'') / (\rho')^2}, \quad (8.143)$$

где $C = 0,11 \div 0,14$ – эмпирический коэффициент.

В справочнике [23] приведено выражение, полученное Беренсоном, для расчета перегрева стенки $\Delta T_{kp2} = T_w - T_h$ в точке минимального теплового потока:

$$\Delta T_{kp2} = 0,127 \cdot \frac{\rho'' r}{\lambda''} \cdot \left[\frac{g(\rho' - \rho'')}{\rho' + \rho''} \right]^{2/3} \cdot \left[\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right]^{1/2} \times \times \left[\frac{\mu''}{g(\rho' - \rho'')} \right]^{1/3}, \quad (8.144)$$

где λ'' – коэффициент теплопроводности пара, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$;
 μ'' – динамический коэффициент вязкости, $\text{Па}\cdot\text{с} = \text{кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$.

Значения r , g , σ , ρ' , ρ'' определены в комментариях к формуле (8.141), а в качестве определяющей температуры в формулах (8.141) – (8.144) принята температура насыщения пара при данном давлении.

Термодинамическая модель кризиса пленочного кипения

Термодинамическая модель кризиса пленочного кипения основана на выполнении условия несмачиваемости жидкостью стенки нагревателя, которое наступает при достижении жидкостью так называемой *температуры предельного перегрева*. Температура предельного перегрева – это температура, при которой вещество не может существовать в виде жидкости, а только в виде газа (пара). Таким образом температура предельного перегрева T_{pr} определяет максимальный предельный перегрев жидкости относительно температуры насыщения при данном давлении ΔT_{pr} , выше которого жидкая фаза становится термодинамически неустойчивой и самопроизвольно распадается, и испаряется [6]:

$$\Delta T_{\text{пр}} = \Delta T_{\text{max}} = T_{\text{пр}} - T_{\text{h}}, \quad (8.145)$$

где $T_{\text{пр}}$ – температура предельного перегрева, $^{\circ}\text{C}$ (К); T_{h} – температура насыщения, $^{\circ}\text{C}$ (К).

Температура предельного перегрева, также как и температура насыщения, зависит от давления и для различных жидкостей приведена в специальной литературе и в некоторых учебных изданиях, например [6, 25] для атмосферного давления. В критической точке вещества температура предельного перегрева и температура насыщения равны критической температуре $T_{\text{пр}} = T_{\text{h}} = T_{\text{кр}}$. Поэтому в критической точке предельный перегрев жидкости равен нулю $\Delta T_{\text{пр}} = 0$.

Практически линейную зависимость температуры предельного перегрева от давления $T_{\text{пр}} = f(p)$ в диапазоне давлений $p = 1 \div p_{\text{кр}}$, бар для различных жидкостей аппроксимируют линейной зависимостью [13]:

$$T_{\text{пр}0} = 0,905 + 0,095 \cdot T_{\text{h}0}^8, \quad (8.146)$$

где $T_{\text{пр}0} = T_{\text{пр}} / T_{\text{кр}}$ – относительная температура предельного перегрева; $T_{\text{h}0} = T_{\text{h}} / T_{\text{кр}}$ – относительная температура насыщения; $T_{\text{кр}}$ – критическая температура жидкости, К.

Например, для воды ($T_{\text{кр}} = 647,096$ К) температура предельного перегрева, рассчитанная по формуле (8.146), и предельный перегрев, рассчитанный по формуле (8.145) равны: – при атмосферном давлении ($p = 1$ бар; $T_{\text{h}} = 372,76$ К = $99,61^{\circ}\text{C}$) получим $T_{\text{пр}} \approx 586,4$ К = $313,2^{\circ}\text{C}$ и $\Delta T_{\text{пр}} = 213,6$ К;

- при давлении $p = 10$ бар ($T_h = 453,04\text{ K} = 179,89\text{ }^{\circ}\text{C}$) получим $T_{\text{пр}} \approx 589,2\text{ K} = 316\text{ }^{\circ}\text{C}$ и $\Delta T_{\text{пр}} = 136,2\text{ K}$;
- в критической точке температура предельного перегрева равна $T_{\text{пр}} = T_h = T_{\text{кр}} = 647,096\text{ K}$ и $\Delta T_{\text{пр}} = 0$.

Экспериментально доказано, что пленочное кипение прекращается при условии:

$$\Delta T_{\text{кр2}} \leq \Delta T_{\text{пр}} \text{ или } \Delta T_{\text{кр2}} = c_{\text{пр}} \cdot \Delta T_{\text{пр}}, \quad (8.147)$$

где $c_{\text{пр}} = 0,8 \div 1,0$ (наиболее вероятное значение $c_{\text{пр}} \approx 0,9$) – эмпирический коэффициент [13, 23, 51]; $\Delta T_{\text{кр2}} = T_{\text{кр2}} - T_h$ – перегрев стенки в точке Лейденфроста; $\Delta T_{\text{пр}} = T_{\text{пр}} - T_h$ – температурный напор соответствующий предельному перегреву (предельный перегрев) при данном давлении.

Тогда плотность теплового потока при кризисе пленочного кипения $q_{\text{кр2}}$ можно найти по закону теплоотдачи Ньютона:

$$q_{\text{кр2}} = \alpha_{\text{кр2}} \Delta T_{\text{кр2}}, \quad (8.148)$$

где $\alpha_{\text{кр2}}$ – коэффициент теплоотдачи, который следует находить по формулам для пленочного кипения.

По величине вторая критическая тепловая нагрузка $q_{\text{кр2}}$ и коэффициент теплоотдачи $\alpha_{\text{кр2}}$ значительно меньше первой критической плотности теплового потока $q_{\text{кр1}}$ и $\alpha_{\text{кр1}}$. Например, для воды при атмосферном давлении справедливо соотношение:

- по данным Б.С. Петухова [50] и Д.А. Лабунцова [51],

$$q_{\text{кр1}} / q_{\text{кр2}} = 20 \div 50; \quad (8.149)$$

– по данным Д.А. Лабунцова и В.В. Ягова [63],

$$\alpha_{kp1} / \alpha_{kp2} = 10 \div 50; \quad (8.150)$$

– по данным С.С. Кутателадзе [55],

$$q_{kp2} / q_{kp1} = 0,17 \div 0,22 \text{ или } q_{kp1} / q_{kp2} = 4,5 \div 5,9. \quad (8.151)$$

Отличие отношения q_{kp1} / q_{kp2} на порядок у Кутателадзе по сравнению с другими учеными можно объяснить поверхностными свойствами экспериментальных образцов. Соотношения (8.149) и (8.150) получены на так называемых технических поверхностях из стали, а соотношение (8.151) получено при кипении на чистых и высокотеплопроводных поверхностях.

Переходный режим кипения

Переходное от пузырькового к пленочному кипение (линия CD на кривой кипения рис. 8.12) существует при изменении температуры поверхности нагревателя (граничные условия I рода) в интервале перегревов стенки $\Delta T = \Delta T_{kp1} \div \Delta T_{kp2}$ между максимальным и минимальным значениями тепловой нагрузки. Механизм и особенности существования переходного режима кипения рассмотрены ранее в разделе § 8.2.3. Переходное кипение в теплообменных аппаратах встречается редко. Такой режим кипения имеет место быть при переходных (нестационарных) режимах теплообмена, например, при закалке стальных изделий или аварийном охлаждении активной зоны реактора [50]. Стационарный переходный режим кипения существует на неизотермических поверхностях нагрева.

В настоящее время не существует адекватной теории для расчета параметров теплообмена в области переходного кипения. Для приближенных расчетов кривую кипения на участке CD между точками максимальной и минимальной

тепловой нагрузки на графике с логарифмической шкалой аппроксимируют прямой линией (см. рис. 8.12) [23].

Третий кризис кипения

Как уже было отмечено ранее в § 8.2.3 [5], что, по предложению С.С. Кутателадзе, непосредственный переход от затянутого конвективного режима теплообмена к пленочному кипению (линия BD' на рис. 8.16) называют *третьим кризисом кипения*. Для оценки величины третьей критической плотности теплового потока q_{kp3} используют следующую формулу [9]:

$$q_{kp3} \simeq \alpha_{конв} \Delta T_{kp3}, \quad (8.152)$$

где $\Delta T_{kp3} = T_{w3} - T_h$ – перепад температур в точке D' на линии переходного кипения; T_{w3} – температура поверхности нагревателя в точке третьего кризиса кипения; $\alpha_{конв}$ – коэффициент теплоотдачи, рассчитываемый по формулам свободной конвекции (см. § 7.7.1).

Перегрев теплоотдающей поверхности в точке третьего кризиса кипения ΔT_{kp3} в [9] предложено рассчитывать по эмпирической формуле:

$$\Delta T_{kp3} \approx 400 \left[\frac{g^3 \sigma^7}{(\rho')^3} \right]^{1/16} \left(\frac{T_h}{\lambda' c_p'} \right)^{1/4}, \quad (8.153)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости при температуре насыщения, Н/м; g – ускорение свободного падения, м/с²; ρ' – плотность жидкой фазы, кг/м³; λ' – коэффициент теплопроводности жидкости, Вт/(м·К); c_p' – удельная массовая изобарная теплоемкость жидкой фазы, Дж/(кг·К); T_h – температура насыщения, К.

В формулах (8.148), (8.152) и (8.153) в качестве определяющей температуры принята температура насыщения T_h при данном давлении.

§ 8.2.4.4. Расчет теплоотдачи при кипении в условиях вынужденного движения

Вынужденное движение кипящей жидкости может происходить при внешнем обтекании теплоотдающей поверхности (плоской или криволинейной) и при течении в каналах (круглого и произвольного сечения), когда теплопоток к теплоносителю подводится от внутренней стенки канала. При этом наблюдается аналогия конвективного теплообмена однокомпонентных парожидкостных двухфазных потоков при внешнем обтекании нагревателя и при течении в ограниченном пространстве в области пузырькового кипения при значениях истинного объемного паросодержания $\phi \leq 0,75$ [63], которое равно отношению мгновенных объемов пара V'' и пароводяной смеси V ($\phi = V'' / V$). Поэтому расчет теплоотдачи для обоих случаев вынужденного течения кипящей жидкости в области пузырькового кипения – при внешнем обтекании и при течении в каналах – проводят по одной методике.

Замечание. Двухфазные потоки подразделяют на однокомпонентные – парожидкостные потоки и многокомпонентные – газожидкостные потоки [63]. Однокомпонентные потоки (смеси) состоят из одного и того же вещества, которое находится в разных агрегатных состояниях, например, пар – жидкость, жидкость – лед, пар – лед. Многокомпонентные потоки (смеси) состоят из веществ разной физической природы, например, смесь воздуха и извести, смесь воды и нефти.

На рис. 8.20 и рис. 8.21 показаны экспериментальные результаты исследования пузырькового кипения при

вынужденном движении около горизонтальной пластины и при вынужденном течении в трубах, полученные научным коллективом под руководством Л.С. Стермана [50, 63].

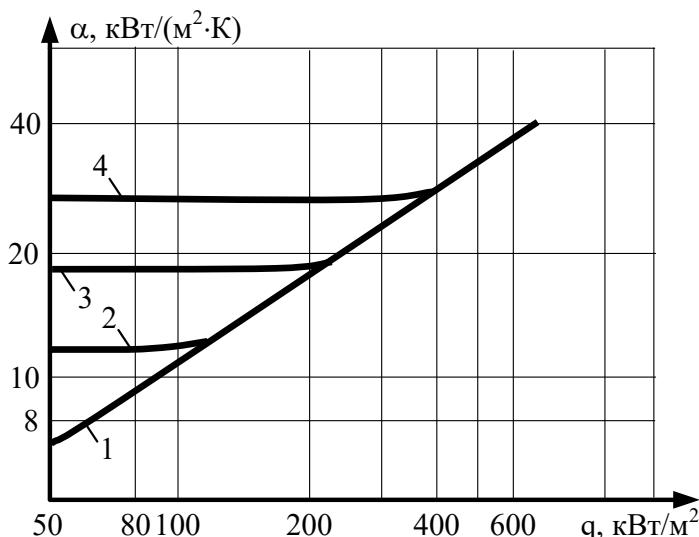


Рис. 8.20. Теплообмен при кипении воды в условиях вынужденного движения на горизонтальной пластине при $p_n = 0,392$ МПа [63]:

$$1 - w_0 = 0; 2 - w_0 = 1,05 \text{ м/с}; 3 - w_0 = 2 \text{ м/с}; 4 - w_0 = 3,1 \text{ м/с}$$

На рис. 8.20 показаны опытные значения зависимости $\alpha = f(q)$ при омывании водой плоской поверхности с разными скоростями течения жидкости w_0 . Прямая линия 1 на графике рис. 8.20, который использует логарифмические шкалы по обеим осям координат, соответствует кипению жидкости в условиях свободной конвекции (кипение в большом объеме). До начала закипания воды коэффициент теплоотдачи при однофазной вынужденной конвекции α_w

увеличивается с ростом скорости течения воды и не зависит от плотности теплового потока, поступающего от нагревателя. При этом анализ рис. 8.20 показывает, что с ростом скорости течения воды начало закипания воды смещается в сторону больших тепловых нагрузок q . С ростом теплового потока при постоянном коэффициенте теплоотдачи растет температура стенки T_w и ее перегрев $\Delta T = T_w - T_h$, что и приводит к закипанию жидкости. Дальнейшее увеличение тепловой нагрузки соответствует режиму кипения жидкости в большом объеме, рассмотренному ранее (см. § 8.2.4.).

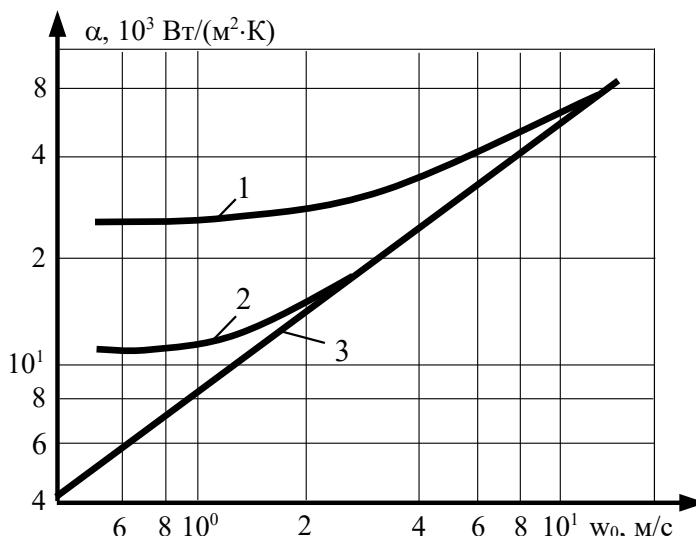


Рис. 8.21. Теплообмен при кипении воды в условиях вынужденного движения в трубах и каналах [50]:

1 – $q = 8,1 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$; 2 – $q = 2,3 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$; 3 – расчет по формуле для вынужденного движения флюида (без кипения)

На рис. 8.21 показана зависимость $\alpha = f(w_0)$ при течении жидкости в трубе при разных тепловых нагрузках q ,

где величину $w_0 = G / (\rho' \cdot f)$ называют *скоростью циркуляции*, которая равна реальной скорости жидкости на входе в канал (G – массовый расход жидкости, кг/с; ρ' – плотность жидкости, кг/м³; f – площадь поперечного сечения канала, м²). Анализ рис. 8.21 показывает, что при малых скоростях циркуляции коэффициент теплоотдачи практически не зависит от скорости течения, а определяется величиной тепловой нагрузки q , с ростом которой интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении увеличивается.

На обоих рис. 8.20 и рис. 8.21 можно выделить *три* области, как это наглядно без масштаба показано на рис. 8.22:

- область 1 – область развитого пузырькового кипения, в которой коэффициент теплоотдачи зависит только от тепловой нагрузки $\alpha = f(q)$ и не зависит от скорости движения;
- область 3 – область однофазной конвекции, в которой коэффициент теплоотдачи зависит только от скорости $\alpha = f(w_0)$ и не зависит от тепловой нагрузки;
- область 2 – переходная область от вынужденной конвекции к развитому пузырьковому кипению, в которой коэффициент теплоотдачи зависит как от скорости, так и от тепловой нагрузки $\alpha = f(q, w_0)$.

При малых скоростях течения коэффициент теплоотдачи не зависит от скорости, а зависит только от теплового потока (тепловой нагрузки), поступающего к пароводяной смеси (участок 1 на рис. 8.22). В этом случае расчет теплоотдачи при пузырьковом кипении в условиях вынужденного движения около внешней поверхности и при кипении в трубах выполняют по формулам теплоотдачи при кипении в большом объеме. При больших скоростях движения жидкости, наоборот, теплоотдача зависит только от скорости течения флюида. При этом происходит турбулентный режим конвективного теплообмена (участок 3 на рис. 8.22). Между режимом пузырькового кипения воды в большом объеме и режимом

конвективного теплообмена при турбулентном течении существует и переходный участок (участок 2 на рис. 8.22).

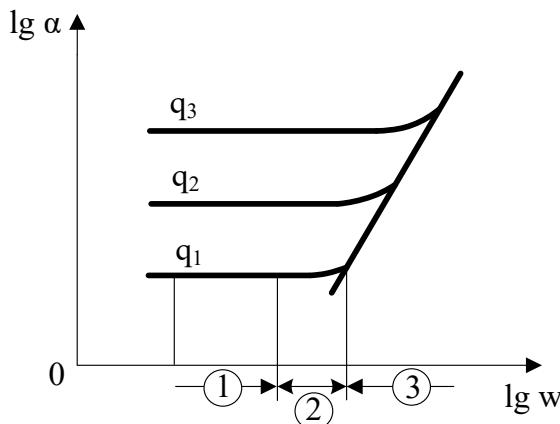


Рис. 8.22. Зависимость коэффициента теплоотдачи при кипении в условиях вынужденного движения около внешней поверхности и при кипении в трубах и каналах

Суть методики расчета коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении в условиях вынужденного движения около внешней поверхности и в трубах (каналах) заключается в расчете α в области 1 по формулам развитого пузырькового кипения в большом объеме, в области 3 – по формулам турбулентного вынужденного движения при внешнем обтекании тел или при турбулентном течении в трубах и каналах. В области 2, в которой на теплоотдачу одновременно влияют процессы пузырькового кипения и вынужденного движения, расчет α выполняют по интерполяционным формулам, предложенным Кутателадзе, Лабунцовым и Яговым [50, 51, 55, 63].

Расчет α в области 1 на рис. 8.22

Коэффициент теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении в пограничном слое при *внешнем обтекании*

теплоотдающей поверхности $\alpha_{\text{кип}}$ можно рассчитывать по формулам для развитого пузырькового кипения в большом объеме, приведенным в разделе § 8.2.4.1.

Коэффициент теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении в трубах и каналах $\alpha_{\text{кип}}$ обычно меньше, чем при пузырьковом кипении в большом объеме [50]:

$$\alpha_{\text{кип}} = k_{\text{тр}} \cdot \alpha_{\text{бо}}, \quad (8.154)$$

где $\alpha_{\text{бо}}$ – коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении в большом объеме; $k_{\text{тр}} = 0,7 \div 1,0$ – опытный коэффициент уменьшения интенсивности теплоотдачи при пузырьковом в ограниченном объеме (трубах и каналах).

Для расчета $\alpha_{\text{кип}}$ при развитом пузырьковом кипении в ограниченном объеме (трубах и каналах) можно также использовать формулы Рассохина [13, 50]:

– при $p = 1 \div 80$ бар

$$\alpha_{\text{кип}} = 3,1 \cdot q^{2/3} \cdot p^{0,25}; \quad (8.155)$$

– при $p = 80 \div 200$ бар

$$\alpha_{\text{кип}} = 0,027 \cdot q^{2/3} \cdot p^{1,33}, \quad (8.156)$$

где $\alpha_{\text{кип}}$ – коэффициент теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении в трубах и каналах, Вт/(м²·К); q – плотность теплового потока (тепловая нагрузка), Вт/м²; p – давление насыщения, бар.

Расчет α в области 3 на рис. 8.22

В области однофазной конвекции (область 3 на рис. 8.22) коэффициент теплоотдачи $\alpha_{\text{конв}}$ рассчитывают по формулам при вынужденном внешнем обтекании тел или

вынужденном движении в трубах и каналах, которые приведены в разделе § 7.7.2 учебника.

Расчет α в области 2 на рис. 8.22

В области переходного кипения (область 2 на рис. 8.22), в которой значения $\alpha_{\text{кип}}$ и $\alpha_{\text{конв}}$ имеют значение одного порядка (соизмеримы между собой), используют интерполяционные формулы:

– формула Кутателадзе

$$\alpha = \alpha_{\text{конв}} \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha_{\text{кип}}}{\alpha_{\text{конв}}} \right)^2}; \quad (8.157)$$

– формула Лабунцова

$$\alpha = \alpha_{\text{конв}} \cdot \frac{4 \cdot \alpha_{\text{конв}} + \alpha_{\text{кип}}}{5 \cdot \alpha_{\text{конв}} - \alpha_{\text{кип}}}; \quad (8.158)$$

– формула Ягова

$$\alpha = \left(\alpha_{\text{конв}}^3 + \alpha_{\text{кип}}^3 \right)^{1/3}, \quad (8.159)$$

где $\alpha_{\text{кип}}$ – коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении в большом объеме (в условиях свободной конвекции); $\alpha_{\text{конв}}$ – коэффициент теплоотдачи при вынужденном движении теплоносителя.

Определив $\alpha_{\text{кип}}$ и $\alpha_{\text{конв}}$, окончательный расчет коэффициента теплоотдачи α при пузырьковом кипении в условиях вынужденного движения (при внешнем обтекании тел или при движении в трубах и каналах) выполняют по алгоритму:

а) при $\alpha_{\text{кип}} / \alpha_{\text{конв}} \geq 2$ принимают $\alpha = \alpha_{\text{кип}}$;

- б) при $\alpha_{\text{кип}} / \alpha_{\text{конв}} \leq 0,5$ принимают $\alpha = \alpha_{\text{конв}}$;
 в) при $0,5 < \alpha_{\text{кип}} / \alpha_{\text{конв}} < 2$ рассчитывают α по одной из интерполяционных формул (8.157), (8.158) или (8.159).

Замечание. Теплообмен при кипении в трубах и каналах отличается от теплообмена при кипении в большом объёме, потому что процесс непрерывного парообразования оказывает существенное влияние на гидродинамику течения, а следовательно, и на теплообмен. При кипении в трубах с постоянным подводом теплоты происходит непрерывное увеличение паровой и уменьшение жидкой фазы. Гидродинамическая структура двухфазного потока также зависит от расположения труб и каналов в пространстве. Например, при входе в трубу недогретой до температуры насыщения жидкости $T_f < T_w < T_h$ и движении жидкости снизу вверх существуют три основные области потока с разной структурой по высоте [5, 50, 51, 63]: I – область подогрева жидкости или экономайзерный участок, который заканчивается в сечении, где $T_w = T_h$; II – область кипения или испарительный участок, который существует от сечения $T_w = T_h$ до сечения, где $T_w > T_h$; III – область подсыхания влажного пара. В области кипения (область II) последовательно происходит: а) догрев жидкости до начала кипения ($T_w = T_{h,k} > T_h$); б) кипение с недогревом ($\bar{T} < T_h$, где \bar{T} – среднемассовая температура жидкости в трубе); в) равновесное течение двухфазной смеси с последовательной сменой всех режимов кипения – пузырькового, снарядного, эмульсионного, дисперсно-кольцевого, кольцевого и дисперсного. При *пузырьковом* режиме кипения, которое существует до истинных объемных паросодержаний $\varphi \leq 0,3$, где $\varphi = V / V''$, а V и V'' – мгновенные объемы пара и пароводяной смеси в некотором выделенном объеме канала [63], паровая фаза распределена в жидкости в виде пузырьков, диаметр которых $d_{\text{п}}$ много меньше характерного размера сечения канала R_0 ($d_{\text{п}} \ll R_0$). *Снарядный* режим кипения при котором паровая фаза движется в

виде крупных паровых пузырей, похожих на снаряды, поперечные размеры которых $d_{\text{п}}$ соизмеримы с характерным размером поперечного сечения канала R_0 [$d_{\text{п}} = (0,7 \div 0,9)R_0$], и существует в интервале истинных объемных паросодержаний $\varphi = 0,3 \div 0,7$ и относительно низких скоростях смеси [50, 63]. При высоких скоростях наблюдается слияние и дробление больших паровых пузырей на мелкие объемы в результате которого получается однородная структура с хорошо перемешанными паровой и жидкой фазами. Такой режим кипения называют *эмulsionционным* или *вспененным* режимом. При различных сочетаниях давления и скорости пароводяной смеси область истинных объемных паросодержаний при эмульсионном режиме лежит в интервале $\varphi = 0,3 \div 0,8$. По утверждению С.С. Кутателадзе и М.А. Стыриковича [63], для парожидкостных потоков при высоких давлениях, характерных для парогенераторов ТЭС и АЭС, эмульсионный режим течения является основным.

При высоких истинных объемных паросодержаниях ($\varphi \geq 0,8$) существует *дисперсно-кольцевой* режим течения смеси, при котором пар движется в центральной части канала, а жидкая фаза – в тонкой пленке на внутренней поверхности трубы, образуя жидкое кольцо, с поверхности которой срываются капли жидкости и уносятся паром [63]. Существуют два предельных режима течения – кольцевой режим, при котором пленка жидкости движется по стенке трубы и дисперсный режим, при котором стенка омывается паром, и вся жидкость в виде мелких капель движется в потоке пара.

Изложенная выше методика расчета коэффициента теплоотдачи при кипении в трубах и каналах применима для области I (экономайзерный участок) и для части области II (испарительный участок) за исключением снарядного, эмульсионного и дисперсно-кольцевого режима, расчет теплоотдачи для которых изложен в специальной литературе.

Отметим также, что в Центральном котлотурбинном институте (ЦКТИ) В.М. Боришанским с коллегами [13]

разработана методика расчета интенсивности теплообмена при движении двухфазного парожидкостного потока в трубах и каналах, которая не рассматривает подробно структуру течения. Опытным путем доказано, что формулы Рассохина для расчета теплоотдачи при кипении в трубах (8.155) и (8.156) можно применять при условии, если

$$K = \left(\frac{w_{cm} r \rho'}{q} \right)^{3/2} \cdot \left(\frac{0,7 \alpha_{kip}}{\alpha} \right)^2 < 5 \cdot 10^4, \quad (8.160)$$

где w_{cm} – средняя скорость смеси, которая связана со скоростью циркуляции w_0 соотношением:

$$w_{cm} = w_0 \left[1 + x \left(\frac{\rho'}{\rho''} - 1 \right) \right], \quad (8.161)$$

В формулах (8.160) и (8.161) приняты обозначения: r – скрытая теплота фазового перехода, Дж/кг; ρ' – плотность жидкой фазы, кг/м³; ρ'' – плотность паровой фазы, кг/м³; q – тепловая нагрузка, Вт/м²; α_{kip} – коэффициент теплоотдачи при кипении в трубах, рассчитанный по формуле (8.154) или по формулам Рассохина (8.155) и (8.156); α – коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении в условиях вынужденного движения, рассчитанный по алгоритму, рассмотренному выше, в зависимости от соотношения $\alpha_{kip} / \alpha_{konv}$; $x = G_{\pi} / G = (h_{cm} - h') / r$ – расходное массовое паросодержание или относительная энталпия потока в данном сечении; G_{π} – расход пара в данном сечении трубы, кг/с; $G = G_{\pi} + G_{\kappa}$ – расход смеси, кг/с; G_{κ} – расход жидкой фазы, кг/с; h_{cm} , h' – энталпия смеси и жидкой фазы на линии насыщения, Дж/кг;

Если комплекс $K > 5 \cdot 10^4$, то наступает дисперсно-кольцевой режим, при котором происходит испарение тонкой пленки жидкости на поверхности трубы или канала, и в этом случае для расчета коэффициента теплоотдачи в потоках с большим паросодержанием рекомендована формула [13, 63]:

$$\alpha_{\text{эф}} = \alpha \left(1 + 7 \cdot 10^{-9} \cdot K\right)^{1/2}, \quad (8.162)$$

где $\alpha_{\text{эф}}$ – эффективный коэффициент теплоотдачи при дисперсно-кольцевом режиме течения, $\text{Вт}/\text{м}^2$; α – коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении в *условиях вынужденного движения*, рассчитанный по алгоритму в зависимости от соотношения $\alpha_{\text{кип}} / \alpha_{\text{конв}}$; K – комплекс, рассчитанный по формуле (8.160).

Дисперсно-кольцевой режим кипения в трубах и каналах переходит в дисперсный режим, при котором на стенке отсутствует жидкость (режим сухой стенки) – наступает кризис кипения в каналах. В настоящее время отсутствует адекватная модель кризиса кипения в каналах, поэтому при проектировании теплообменных аппаратов рекомендуется использовать *табличные значения критической плотности теплового потока* $q_{\text{кр}}$, полученные опытным путем в зависимости от давления, массовой скорости $\rho'w_0$ и относительной энталпии потока $x = (h_{\text{cm}} - h') / g$ в точке кризиса [50, 63]. Авторы [63] отмечают, что существуют формулы пересчета $q_{\text{кр}}$, полученные опытным путем для воды и на другие жидкости.

В закризисной зоне парогенерирующего канала существует *дисперсный режим*, при котором жидкость в виде капель находится в потоке пара и ее контакт с внутренней стенкой трубы отсутствует. Теплота в этом случае от

нагретой стенки к потоку двухфазной смеси передается за счет вынужденной конвекции. Теплоотдача в закризисной зоне зависит от физических свойств кипящей жидкости, давления и средней массовой скорости двухфазного потока $\bar{\rho}_w$.

На основе результатов эксперимента, выполненных по методу теории подобия, для расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи Nu в закризисной зоне была получена критериальная формула, справедливая в диапазоне изменения давления $p = 4 \div 22$ МПа и в области значений массовой скорости $\bar{\rho}_w = 1000 \div 2000$ кг/(м²·с) [13]:

$$Nu = 0,023Y \left[Re \cdot Pr_w \left(x + \frac{\rho''}{\rho'} (1-x) \right) \right]^{0,8}, \quad (8.163)$$

$$\text{где } Y = 1 - 0,1 \left(\frac{\rho'}{\rho''} - 1 \right)^{0,4} \cdot (1-x)^{0,4}; \quad (8.164)$$

Pr_w – критерий Прандтля для сухого насыщенного пара при температуре стенки трубы T_w ; $Re = \frac{\bar{\rho}_w \cdot d}{\mu''}$ – критерий Рейнольдса; $Nu = \frac{\alpha d}{\lambda''}$ – критерий Нуссельта; μ'' и λ'' – динамический коэффициент вязкости и коэффициент теплопроводности пара при температуре насыщения T_h ; d – диаметр трубы или гидравлический диаметр канала.

Рассчитав коэффициент теплоотдачи α для дисперсного режима кипения по формулам (8.163) и (8.164) при известной тепловой нагрузке q , можно найти температуру стенки из закона теплоотдачи Ньютона:

$$T_w = T_h + q / \alpha. \quad (8.165)$$

После окончательного испарения отдельных капель жидкости в паровом потоке начинается область III – область подсыхания и перегрева пара, в которой влажный насыщенный пар становится сухим с возможным его перегревом. В этой области резко возрастает скорость пара [51]. Расчет интенсивности теплоотдачи в этом случае выполняют по формулам вынужденной конвекции при течении в трубах и каналах.

Гидродинамика и теплообмен при кипении и вынужденном движении двухфазных сред в трубах и каналах, включая структуру течения и расчет параметров течения и теплообмена, подробно изложен в специальной научно-технической литературе [50, 51, 63].

§ 8.2.5. Кипение жидких металлов

Жидкие металлы обладают коэффициентом теплопроводности, превышающим коэффициент теплопроводности неметаллических теплоносителей примерно на два – три порядка, что оказывает существенное влияние на теплоотдачу при кипении [4, 67]. Коэффициент теплоотдачи при кипении металлов имеет значительную величину и лежит в интервале значений $\alpha = (10^4 \div 10^5)$ Вт/(м²·К) [67]. Процесс кипения жидких металлов при атмосферном давлении аналогичен кипению неметаллических жидкостей под вакуумом. При одинаковом давлении насыщения металлических и неметаллических жидкостей кипение у жидких металлов начинается при значительно больших перегревах ($\Delta T \geq 100$ К), чем при кипении неметаллических жидкостей, что объясняется более высокими коэффициентами теплопроводности и поверхностного натяжения у жидких металлов по сравнению с неметаллическими жидкостями, а также их хорошей смачиваемостью, препятствующей зарождению паровых пузырьков. Критический радиус парового пузырька в жидких

металлах в несколько раз больше, чем критический радиус для воды. Например, R_{kp} у натрия \sim в 10 раз, а у калия \sim в 5 раз больше, чем у воды [67]. Поэтому для уменьшения критического радиуса парового пузырька необходимо увеличить перегрев жидкости, так как $R_{kp} \sim 1/\Delta T$ (см. формулу (8.103)).

Кроме затрудненного парообразования на поверхности нагрева ученые отмечают ещё ряд отличий кипения жидкых металлов по сравнению с кипением неметаллических жидкостей [4, 54, 67]:

- большая толщина теплового пограничного слоя из-за высоких теплопроводных свойств металлов;
- значительный перегрев основной массы теплоносителя относительно температуры насыщения;
- большой скачок температуры на границе пар–жидкость (границе испарения), который достигает значений ~ 5 К (а у воды менее 1 К см. рис. 8.10).

Кривая кипения жидких металлов при атмосферном давлении изображена на рис. 8.23 и по форме аналогична кривой кипения Нуксиямы для неметаллических жидкостей (см. рис. 8.11):

- линия АВ на кривой кипения характеризует режим свободной конвекции;
- линия ВК характеризует режим затянутой свободной конвекции;
- в начале закипания жидкокометаллического теплоносителя кипение является неустойчивым. Режим неустойчивого кипения существует в интервале между линиями ВК' и ВВ' и условно показан штриховой линией ВС'.
- в точке К' происходит переход к устойчивому пузырьковому кипению по линии К'В'. При этом температура теплоносителя и температура стенки несколько уменьшаются;

– при дальнейшем увеличении перегрева жидкокометаллического теплоносителя в тепловом пограничном слое, как и у неметаллических жидкостей, происходит кризис пузырькового кипения в точке С и практически мгновенный переход к пленочному режиму кипения. При этом происходит скачок температуры стенки и, соответственно, ее перегрева в точку Е. Описание переходного кипения у жидких металлов в литературе отсутствует;

– при затягивании неустойчивого кипения в точке С' наступает *кризис неустойчивого кипения* и быстрый переход к пленочному кипению. При этом температура стенки и, соответственно, перегрев скачкообразно увеличиваются до значения параметров в точке Е'.

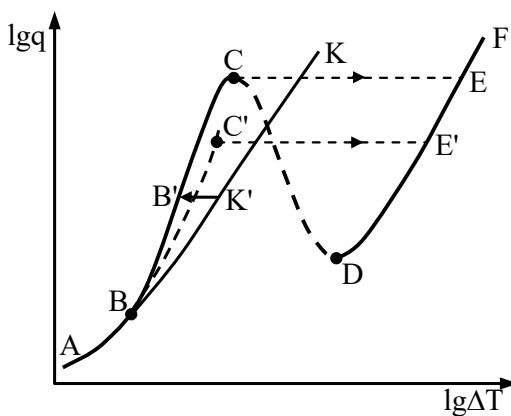


Рис. 8.23. Кривая кипения жидких металлов

Исследования процесса кипения жидкокометаллических теплоносителей российскими учеными С.С. Кутателадзе, В.М. Боришанского, П.Л. Кириллова, И.И. Новикова, Ю.А. Зейгарника [54, 67] показали, что неустойчивое кипение (линия ВС' на кривой кипения рис. 8.23) может привести к серьезной аварии из-за кризиса неустойчивого кипения и резкого повышения температуры теплоотдающей

поверхности (скачок С'Е' на рис. 8.23). При этом устойчивое пузырьковое кипение в докризисной зоне (левее точки С) на линии В'С не приводит к аварии и позволяет оборудованию работать в штатном режиме.

Анализ экспериментальных данных отечественных и зарубежных ученых, приведенных П.Л. Кирилловым в препринте [67], показывает, что при атмосферном давлении плотность теплового потока при кипении жидкых металлов лежит в интервале значений $q = (0,03 \div 0,5) \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2$. При этом следует отметить, что при низких давлениях ($p < 1 \text{ бар}$) и малых значениях плотности теплового потока q в начале закипания (точка В на кривой кипения рис. 8.23) может происходить неустойчивое пузырьковое кипение, при котором средние значения α ниже чем при установившемся пузырьковом кипении. При неустойчивом пузырьковом кипении происходит колебание коэффициента теплоотдачи между значением для свободной конвекции и значением для развитого пузырькового кипения, а это явление, в свою очередь, вызывает колебание температуры поверхности нагрева, что крайне неблагоприятно сказывается на механических свойствах конструкции теплообменного аппарата.

Коэффициент теплоотдачи α при развитом кипении жидких металлов около поверхностей, выполненных из разных материалов с разной шероховатостью, находят экспериментально. Также как и у неметаллических жидкостей α при кипении жидких металлов зависит от плотности теплового потока и давления насыщения и аппроксимируется зависимостью (8.110):

$$\alpha = f_3(q) \cdot \varepsilon_3(p) = C_1 \cdot q^n \cdot p^k,$$

где α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; q – тепловая нагрузка, $\text{Вт}/\text{м}^2$; p – давление насыщения, Па (бар, МПа);

C_1 , n и k – коэффициенты аппроксимации опытных данных, которые приведены отдельно для каждого металла в специальной литературе, например [4, 54, 67].

Существуют расчетные формулы для различных жидких металлов, в которых коэффициент C_1 учитывает физические свойства жидкости. В качестве примера приведем формулу В.И. Субботина, Д.Н. Сорокина и А.П. Кудрявцева для расчета коэффициента теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении *щелочных* металлов (натрий, калий и цезий) в условиях свободной конвекции [9]:

– при $p / p_{kp} = 4 \cdot 10^{-5} \div 10^{-3}$

$$\alpha = 9,3 \cdot \left(\frac{\lambda' r \rho'}{\sigma T_h^2} \right)^{1/3} \cdot q^{2/3} \cdot \left(\frac{p}{p_{kp}} \right)^{0,45}; \quad (8.166)$$

– при $p / p_{kp} = 10^{-3} \div 2 \cdot 10^{-2}$

$$\alpha = 1,16 \cdot \left(\frac{\lambda' r \rho'}{\sigma T_h^2} \right)^{1/3} \cdot q^{2/3} \cdot \left(\frac{p}{p_{kp}} \right)^{0,15}. \quad (8.167)$$

В формулах (8.166) и (8.167) приняты следующие обозначения: α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; q – плотность теплового потока, $\text{Вт}/\text{м}^2$; λ' – коэффициент теплопроводности жидкой фазы, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; r – скрытая теплота фазового перехода, $\text{Дж}/\text{кг}$; ρ' – плотность жидкой фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$; σ – коэффициент поверхностного натяжения, $\text{Н}/\text{м}$; T_h – температура насыщения, К ; p_{kp} – давление в критической точке, Па (бар, МПа).

Замечание. Формулы (8.166) и (8.167) переведены в систему СИ из опубликованных в первоисточнике соотношений в технической системе единиц.

Формулы (8.166) и (8.167) можно переписать в виде:

$$\alpha = C_1 \cdot q^{2/3} \cdot \varepsilon(p) = C_1 \cdot q^{2/3} \cdot \left(\frac{p}{p_{kp}} \right)^k, \quad (8.168)$$

где сопоставлением (8.168) с формулами (8.166) и (8.167) несложно увидеть выражения для расчета коэффициента C_1 .

Авторы формул (8.166) и (8.167) отмечают, что выше-приведенные формулы можно использовать для расчета коэффициента теплоотдачи не только в условиях свободной конвекции, но и при вынужденном движении, если паросодержание в потоке не превышает $\sim 15\div 20\%$.

В монографии [54] приведена критериальная формула Борицанского и Минченко, удовлетворительно аппроксимирующая опытные данные по кипению натрия, калия и ртути в большом объеме, щелях и трубах:

$$Nu = (8,7 \cdot 10^{-4}) \cdot Pe^{0,7} \cdot K_p^{0,7}, \quad (8.169)$$

где $Nu = \frac{\alpha R_0}{\lambda'}$ – число Нуссельта (безразмерный коэффициент теплоотдачи); $Pe = \frac{w \cdot R_0}{a} = \left(\frac{q}{r \cdot \rho''} \right) \cdot \left(\frac{c \rho'}{\lambda'} \right) \cdot R_0$ – модифицированный критерий Пекле (критерий теплового подобия);

$w = \frac{q}{r \cdot \rho''}$ – приведенная (условная) скорость парообразования, м/с; $\frac{c \rho'}{\lambda'} = \frac{1}{a}$ – величина обратная коэффициенту температуропроводности жидкой фазы, $\text{с}/\text{м}^2$; $R_0 = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}$ –

линейный масштаб при анализе процесса кипения (капиллярная постоянная), м; α – коэффициент теплоотдачи,

$\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; λ' – коэффициент теплопроводности жидкой фазы, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; q – плотность теплового потока (тепловая нагрузка), $\text{Вт}/\text{м}^2$; r – скрытая теплота фазового перехода, $\text{Дж}/\text{кг}$; ρ' – плотность жидкой фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$; ρ'' – плотность паровой фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$; c – удельная массовая теплоемкость жидкого металла, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; σ – коэффициент поверхностного натяжения, $\text{Н}/\text{м}$; $g = 9,8 \text{ м}/\text{с}^2$ – ускорение свободного падения.

При экспериментальном изучении кризиса пузырькового кипения жидких металлов было обнаружено, что критическая тепловая нагрузка в области малых приведенных давлений (p / p_{kp}) зависит от начальных условий (предыстории) перехода к кризису. Критическая тепловая нагрузка при кризисе неустойчивого пузырькового кипения оказалась примерно в два раза ниже критической плотности теплового потока развитого пузырькового кипения [67]. Для учета этого эффекта академик В. И. Субботин с коллегами предложил формулу, основанную на известной формуле расчета критической тепловой нагрузки академика С.С. Кутателадзе для неметаллических жидкостей (8.141) путем введения поправочного коэффициента A :

$$q_{kp1} = A \cdot 0,14r\sqrt{\rho''} \cdot [\sigma(\rho' - \rho'')g]^{1/4}, \quad (8.170)$$

где q_{kp1} – критическая плотность теплового потока (критическая тепловая нагрузка), $\text{Вт}/\text{м}^2$; r – скрытая теплота фазового перехода, $\text{Дж}/\text{кг}$; ρ' – плотность жидкой фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$; ρ'' – плотность паровой фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$; σ – коэффициент поверхностного натяжения, $\text{Н}/\text{м}$; $g = 9,8 \text{ м}/\text{с}^2$ – ускорение свободного падения.

Поправочный коэффициент, учитывающий интенсивность пузырькового кипения (неустойчивое или развитое кипение), рассчитывают по формуле:

$$A = 1 + \frac{C}{p_{kp}} \cdot \left(\frac{p}{p_{kp}} \right)^{-0.4}, \quad (8.171)$$

где $C = 45$ для развитого пузырькового кипения; $C = 18$ для неустойчивого пузырькового кипения; p_{kp} – давление в критической точке, МПа.

Для расчета критической тепловой нагрузки щелочных металлов и ртути П.Л. Кириллов предложил компактную формулу, удовлетворительно аппроксимирующую опытные данные [9, 67]:

$$q_{kp1} = 0,66 \cdot 10^6 \cdot \lambda^{0.6} \cdot \left(\frac{p}{p_{kp}} \right)^{1/6}, \quad (8.172)$$

где q_{kp1} – критическая плотность теплового потока (критическая тепловая нагрузка), Вт/м²; λ – коэффициент теплопроводности жидкой фазы, Вт/(м·К); p_{kp} – давление в критической точке, Па (бар, МПа).

Анализ формулы (8.172) показывает, что при заданном давлении основным параметром, от которого зависит величина критической плотности теплового потока, является коэффициент теплопроводности.

В заключение раздела § 8.2.5 еще раз отметим, что формулы для расчета коэффициента теплоотдачи и критической тепловой нагрузки у жидких металлов получены исключительно путем аппроксимации опытных данных, и поэтому они дают достоверные результаты только в области изменения параметров, влияющих на процесс кипения (физические свойства жидких металлов, давление, свойства поверхности

нагрева и ряда других), исследованных в эксперименте. При использовании эмпирических корреляций необходимо контролировать размерность физических величин, входящих в расчетную формулу.

§ 8.2.6. Факторы, влияющие на теплоотдачу при кипении

Из всех рассмотренных выше режимов кипения самым востребованным в теплотехнике является пузырьковый режим кипения, который позволяет отводить от поверхности нагревателя большие тепловые потоки q при относительно небольших температурных напорах $\Delta T = T_w - T_h$ и это обстоятельство кардинально отличает теплообмен при пузырьковом кипении от конвективного теплообмена однородной жидкости. Область пузырькового кипения ограничена снизу конвективным переносом теплоты, а сверху – кризисом пузырькового кипения, при котором развитое пузырьковое кипение невозможно. Поэтому рассмотрим влияние ряда факторов на интенсивность пузырькового кипения и на величину критической плотности теплового потока при кризисе пузырькового кипения.

Все факторы, влияющие на пузырьковое кипение и кризис пузырькового кипения входят в условия однозначности расчета конвективного теплообмена (см. § 7.3.3) и их можно разбить на две группы: *режимные* и *конструктивные*.

К *режимным* факторам относят *температуру и давление кипящей жидкости, скорость омывания теплоотдающей поверхности или скорость течения двухфазной смеси (жидкость–пар)* в трубах и каналах, *тепловую нагрузку* (плотность теплового потока от нагревателя к жидкости), *перегрев стенки* ($\Delta T = T_w - T_h$) или температуру стенки нагревателя (T_w) и температуру *недогрева* жидкости.

К конструктивным факторам относят поверхностные свойства нагревателя (микрорельеф теплоотдающей поверхности и отложения на поверхности), материал нагревателя и объемные свойства жидкости (иородные включения, влияющие на процесс кипения), размеры, форму и ориентацию в пространстве поверхности нагревателя.

В расчетах конвективного теплообмена должны быть заданы *физические свойства* текучих сред (см. § 7.2). На конвективный теплообмен при кипении жидкостей (на параметры кривой кипения) влияет также и значение температуры нормального кипения – температуры кипения (температуры насыщения) при нормальном атмосферном давлении ($B = 760$ мм. рт. ст. ≈ 1 бар). По этому показателю все жидкости можно подразделить на две группы: *низкокипящие*, у которых температура кипения (температура насыщения) лежит в интервале $T_h = 15 \div 85^\circ\text{C}$ и *высококипящие* жидкости, у которых температура кипения (температура насыщения) выше $T_h = 100^\circ\text{C}$. К *низкокипящим* жидкостям относятся криожидкости, легкие углеводороды, фреоны (хладоны). К *высококипящим* жидкостям относится вода и широкий спектр органических соединений (этанол, бензол, метанол, азотнокислотные окислители, керосин, высокомолекулярные спирты и другие).

Влияние тепловой нагрузки q и температуры стенки (перегрева стенки $\Delta T = T_w - T_h$), которые являются *режимными* факторами, на интенсивность теплоотдачи в виде зависимостей $\alpha = f(q)$ и $\alpha = f(\Delta T)$ подробно рассмотрено ранее в при описании кривой кипения (см. § 8.2.3) и в разделе § 8.2.4.1, посвященном расчету пузырькового кипения. Влияние на пузырьковое кипение *вынужденного движения* жидкости (скорости течения w кипящего теплоносителя) также подробно рассмотрено в § 8.2.4.5.

Влияние давления насыщения

Далее рассмотрим влияние на интенсивность теплоотдачи еще одного *режимного* фактора – давления насыщения, которое связано с температурой насыщения жидкости однозначной зависимостью Клапейрона-Клаузиуса (8.100) или (8.101). Как уже было показано ранее (см. раздел § 8.2.1), паровые пузырьки зарождаются не в любой точке теплоотдающей поверхности, а только в центрах парообразования (микровпадинах различной конфигурации), в которых сила поверхностного натяжения жидкости минимальна. При этом в § 8.2.2 было доказано, что с увеличением перегрева стенки $\Delta T = T_w - T_h$ и ростом давления насыщения p (ростом температуры насыщения T_h) критический радиус парового пузыря уменьшается и микровпадины меньших размеров могут служить центрами парообразования, что в итоге приводит к *интенсификации* процесса кипения.

На примере покажем, как влияет давление на размер парового пузыря. Рассчитаем R_{kp} для воды при трех значениях давления (температуры насыщения) и перегреве стенки $\Delta T = 10\text{ K}$ по формуле (8.103):

А. [43]: $p = 1,2282 \cdot 10^3 \text{ Па}$ ($T_h = 10^\circ\text{C}$); $\sigma = 74,2 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$;
 $r = 2477,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг}$; $\rho'' = 9,41 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$;

Б. [43]: $p = 1,0142 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ($T_h = 100^\circ\text{C}$); $\sigma = 58,9 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$;
 $r = 2256,5 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг}$; $\rho'' = 0,5981 \text{ кг/м}^3$;

В. [43]: $p = 1,65 \cdot 10^7 \text{ Па}$ ($T_h = 350^\circ\text{C}$); $\sigma = 3,67 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$;
 $r = 894,9 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг}$; $\rho'' = 113,62 \text{ кг/м}^3$.

Подставляя исходные данные для трех вариантов **А**, **Б** и **В** в формулу (8.103), получим:

вариант **А**

$$R_{kp} = \frac{2\sigma T_h}{rp''\Delta T} = \frac{2 \cdot 74,2 \cdot 10^{-3} (273,15 + 10)}{2477,2 \cdot 10^3 \cdot 9,41 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ m;}$$

вариант **Б** – $R_{kp} = 3,3 \cdot 10^{-6}$ м;

вариант $\mathbf{B} - R_{kp} = 4,5 \cdot 10^{-9}$ м.

Результаты расчета наглядно показывают, что с ростом давления критический радиус пузырька уменьшается, а это приводит к увеличению количества пузырьков за счет увеличения центров парообразования и частоты отрыва пузырьков в этих центрах и, как следствие, к росту коэффициента теплоотдачи. На рис. 8.24, который построен в логарифмических координатах, показано влияние давления на интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении для различных жидкостей [5].

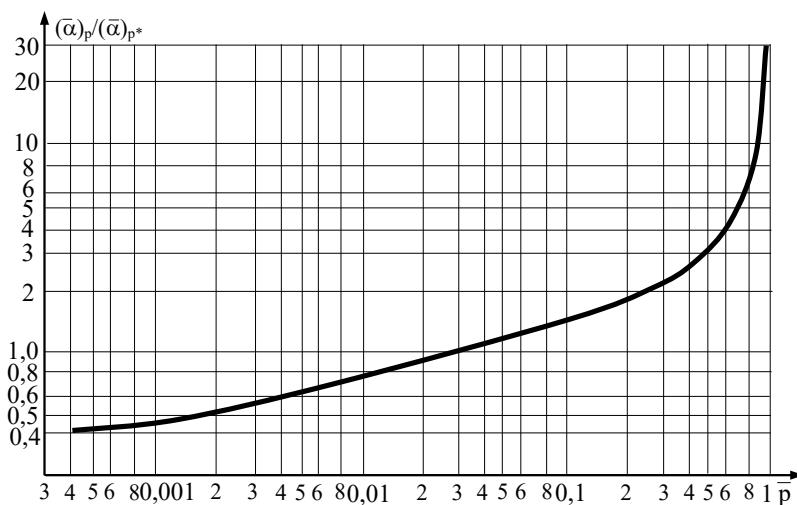


Рис. 8.24. Зависимость коэффициента теплоотдачи α при пузырьковом кипении от давления p для различных жидкостей [5]

График на рис. 8.24 построен в относительных переменных $(\bar{\alpha})_p / (\bar{\alpha})_{p^*} = f(\bar{p})$, где $\bar{\alpha} = \alpha / q^{0,7}$; q – тепловая нагрузка; $\bar{p} = p / p_{kp}$ – относительное давление; p – давление в системе теплообмена; p_{kp} – давление вещества в критической точке; $p^* = 0,03 \cdot p_{kp}$ – условное давление, которое авторы эксперимента, представленного на рис. 8.24, выбрали на основе опытных данных [5].

Анализ рис. 8.24 показывает, что степень влияния давления p на интенсивность теплоотдачи α зависит от удаленности данного давления от критического. В области давлений приблизительно $\bar{p} = p / p_{kp} < 0,3$ коэффициент теплоотдачи, изображенный в логарифмической шкале, практически линейно растет с ростом давления, но при приближении термодинамического состояния двухфазной смеси к критическому состоянию увеличивается влияние давления на теплоотдачу и коэффициент теплоотдачи резко (в несколько раз) возрастает. Поэтому формулы для расчета коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении получают, как правило, для двух участков изменения давления [см., например, формулы Н.Г. Рассохина (8.128) и (8.129)].

Информация о параметрах в точке кризиса пузырькового кипения q_{kp1} , α_{kp1} и ΔT_{kp1} очень важна при проектировании теплообменных аппаратов, поэтому проанализируем их зависимость от давления на примере кипения воды (см. рис. 8.25) [6].

Коэффициент теплоотдачи в первой критической точке на кривой кипения α_{kp1} с ростом давления увеличивается аналогично коэффициентам теплоотдачи в зоне пузырькового кипения, как это показано на рис. 8.25 (кривая 3).

Перегрев стенки в критической точке $\Delta T_{kp1} = T_{w,kp1} - T_h$, изображенный в логарифмической шкале, с ростом давления уменьшается практически линейно в области давления $\bar{p} = p / p_{kp} < 0,3$ ($p \approx 65$ бар), а затем уменьшается, но с меньшей скоростью, до нуля в критической точке вещества (см. рис. 8.25, кривая 2).

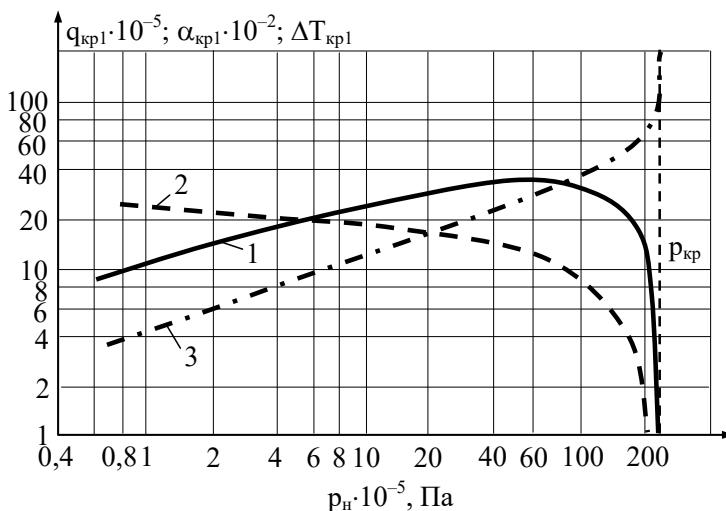


Рис. 8.25. Зависимость критических параметров при пузырьковом кипении воды от давления:
1 — q_{kp1} ; 2 — ΔT_{kp1} ; 3 — α_{kp1}

На рис. 8.25 (кривая 1) видно, что функция $q_{kp1} = f(p)$ имеет максимум. Для более подробного анализа зависимости первой критической плотности теплового потока от давления рассмотрим график $\bar{q}_{kp1} = f(\bar{p})$ на рис. 8.26, построенный В.М. Боришанским в относительных координатах для воды и ряда органических жидкостей (этанола, бензола, гептана, метанола и пропанола) [50]. На графике рис. 8.26 по

оси абсцисс отложено относительное давление $\bar{p} = p / p_{kp}$, где p_{kp} – критическое давление вещества, а по оси ординат – относительная первая критическая тепловая нагрузка $\bar{q}_{kp1} = q_{kp1}(p) / q_{kp1}(p^*)$, где $q_{kp1}(p)$ – первая критическая плотность теплового потока при данном давлении p ; $q_{kp1}(p^*)$ – первая критическая плотность теплового потока при условном (реперном) давлении $p^* = 0,03 \cdot p_{kp}$.

Анализируя график на рис. 8.26, можно сделать вывод о том, что характер зависимости критической плотности теплового потока от давления для разных высококипящих жидкостей одинаков и при малых давлениях $p < 0,3 \cdot p_{kp}$ первая критическая плотность теплового растет, а затем, пройдя максимум при $p > 0,3 \cdot p_{kp}$, – убывает.

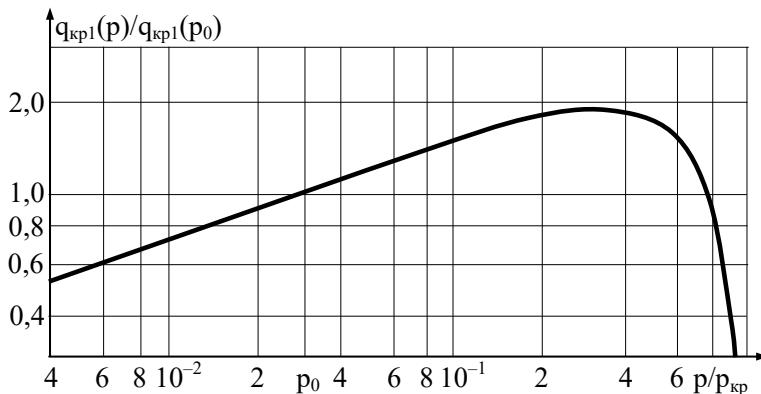


Рис. 8.26. Зависимость первой критической тепловой нагрузки от давления [50]

Замечание. Чисто визуальный анализ скорости изменения функции в логарифмических координатах может привести к

неверным выводам. Например, визуально анализируя график $\bar{q}_{kp1} = f(\bar{p})$ на рис. 8.26, можно сделать *неверный* вывод о том, что при малых давлениях (до точки экстремума графика) скорость изменения \bar{q}_{kp1} меньше скорости изменения \bar{q}_{kp1} при больших давлениях (после точки экстремума). Для правильного ответа на вопрос о характере изменения функции, построенной в координатах с логарифмической шкалой надо или перестроить график функции в координаты с линейной шкалой, или сделать прикидку скорости изменения функции на заданном участке изменения параметра. Для этого надо рассчитать изменение функции, например q_{kp1} , на двух участках изменения давления $\bar{p}_1 = 4 \cdot 10^{-3} \div 0,3$ и $\bar{p}_2 = 0,3 \div 0,9$ по формуле $U_{q_{kp1}} = \Delta q_{kp1} / \Delta \bar{p}$ и сравнить рассчитанные скорости изменения функции, в данном примере скорость изменения критической тепловой нагрузки при росте давления. Выполнив такие расчеты получим, что $(U_{q_{kp1}})_1$ на первом участке графика (при малых давлениях) больше скорости $(U_{q_{kp1}})_2$ при больших давлениях почти в два раза.

При давлениях ниже атмосферного в зависимости от величины вакуума возможно существование как *развитого*, так и *неразвитого* режимов пузырькового кипения. При этом увеличивается область температурных перегревов стенки, при которых существует *неразвитый* режим пузырькового кипения и при абсолютном давлении, составляющем десятки миллиметров ртутного столба $p < 100$ мм. рт. ст, *неразвитый* пузырьковый режим заканчивается в области переходного кипения (см. рис. 8.16 линия BD') – наступает *третий* кризис кипения. При этом критическая плотность *неразвитого* пузырькового кипения q_{kp3} ниже, чем критическая плотность развитого пузырькового кипения ($q_{kp1} < q_{kp3} < q_{kp2}$).

Влияние физических свойств флюида

Физические свойства жидкости и пара зависят от давления (температуры насыщения), и поэтому это явление оказывает существенное влияние на теплоотдачу при пузырьковом кипении [5]:

- с увеличением коэффициента теплопроводности жидкости интенсивность теплоотдачи растет, потому что уменьшается термическое сопротивление пленки жидкости под паровыми пузырями и увеличивается скорость роста этих пузырей;
- с увеличением вязкости коэффициент теплоотдачи уменьшается из-за увеличения толщины жидкой пленки на поверхности теплоотдающей стенки и за счет уменьшения турбулизации жидкости в пограничном слое;
- увеличение поверхностного натяжения ухудшает интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении.

Влияние недогрева жидкости

Кипение с недогревом (режимный параметр) происходит только у поверхности нагревателя в пристенном пограничном слое, за пределами которого жидкость имеет температуру ниже температуры насыщения при данном давлении $T_f < T_h$, поэтому такое кипение называют поверхностным пузырьковым кипением. В этом случае паровые пузыри образуются на поверхности, всплывают в пограничном слое и конденсируются в слое жидкости с температурой меньше температуры насыщения, в которой теплота от стенки отводится однофазной конвекцией. Поверхностное кипение с недогревом позволяет увеличить первую критическую плотность теплового потока за счет отвода части теплоты конвекцией холодной жидкости и конденсации паровых пузырей в толще недогретой жидкости и тем самым увеличить эффективность теплоотвода от поверхности нагревателя.

При этом для расчета критической тепловой нагрузки при кипении с недогревом q_{kp} предложена формула [12]:

$$q_{kp} = q_{kp1} \cdot \varepsilon_{ned}, \quad (8.173)$$

где $\varepsilon_{ned} > 1$ поправка «на недогрев» жидкости, которую рассчитывают по формуле:

$$\varepsilon_{ned} = 1 + 0,1 \cdot (\rho' / \rho'')^{0,76} \cdot \Delta h / r, \quad (8.173, a)$$

где ρ' и ρ'' – плотность жидкости и плотность пара при температуре насыщения, кг/м³; $\Delta h = h' - h$ – энталпия недогрева, Дж/кг; h' – энталпия кипящей жидкости, Дж/кг; h – энталпия недогретой жидкости при температуре $T_f < T_h$; $r = h'' - h'$ – теплота фазового перехода, Дж/кг; h'' – энталпия сухого насыщенного пара данной жидкости, Дж/кг.

Влияние размеров, формы и ориентации в пространстве нагревателя

Геометрические размеры нагревателя и высота жидкости над теплоотдающей поверхностью являются *конструктивными* параметрами. Геометрические размеры теплоотдающей поверхности под значительным слоем жидкости не влияют на интенсивность теплоотдачи. Однако высота слоя жидкости над поверхностью нагревателя оказывает существенное влияние на коэффициент теплоотдачи. При этом экспериментально установлено, что при высоте уровня жидкости над поверхностью нагревателя менее 10 – 20 мм наблюдается увеличение перегрева стенки, а при наличии на поверхности тонких пленок толщиной менее 2 мм кипение прекращается и теплота поперек пленки передается только теплопроводностью [5, 6]. Кривизна изогнутой теплоотдающей поверхности влияет на теплообмен при кипении только при малом уровне

жидкости над поверхностью, аналогично кипению на плоской поверхности.

Расположение теплоотдающей поверхности в пространстве оказывает влияние на все режимы кипения. Например, у горизонтальной поверхности вторая критическая плотность теплового потока q_{kp2} выше по сравнению с вертикально ориентированной поверхностью [51], а если поверхность нагревателя обращена вниз, то в этом случае первая критическая плотность теплового потока q_{kp1} снижается на 40%, по сравнению с q_{kp1} при отводе пузырей от верхней стороны поверхности нагревателя [2].

Влияние «слабых» факторов

Далее рассмотрим ряд факторов, которые не оказывают значительного влияния на конвективный теплообмен однородных жидкостей и являются весьма существенными при рассмотрении теплообмена при кипении. Это так называемые «слабые» факторы, которые при одном и том же значении тепловой нагрузки q могут привести к двукратным и более перегревам стенки [63]. К слабым факторам, влияющим на интенсивность кипения, относят *поверхностные* свойства теплоотдающей поверхности – *смачиваемость, шероховатость, отложения на поверхности* нагревателя и *материал* стенки, и *объемные* свойства жидкости – *наличие примесей в жидкости*.

Смачиваемость

Смачиваемость жидкостью данной поверхности характеризуется краевым углом смачивания (контактным углом) θ – это угол между плоской поверхностью твердого тела и плоскостью касательной к поверхности жидкости. Смачиваемость зависит от физических свойств жидкости, физических свойств стенки и от поверхностных свойств стенки

нагревателя. В случае полного смачивания краевой угол равен нулю ($\theta = 0^\circ$). Для *смачиваемых (гидрофильных)* поверхностей краевой угол лежит в интервале значений $\theta = 0 \div 90^\circ$. В учебном пособии [50] отмечено, что для смачиваемых поверхностей влиянием краевого угла смачивания в интервале $\theta = 10 \div 45^\circ$ можно пренебречь в силу малости.

Для *несмачиваемых (гидрофобных)* поверхностей – $\theta = 90 \div 180^\circ$. Как уже было отмечено выше (см. § 8.2.3.2), при $\theta > 90^\circ$ пузырьковое кипение может отсутствовать и уже при малых перегревах стенки наступает пленочный режим кипения (линия BD на рис. 8.16). Полная смачиваемость ($\theta = 0^\circ$) затрудняет начало кипения, так как в этом случае жидкость заполняет все микропадины поверхности. Очевидно, существует некий оптимальный краевой угол, при котором наблюдается максимальная плотность теплового потока. По данным [23], при значении контактного угла $\theta \approx 30^\circ$ в экспериментах наблюдали максимальное значение первой критической плотности теплового потока. С увеличением краевого угла смачивания θ первая критическая тепловая нагрузка q_{kp1} уменьшается и при $\theta \rightarrow 90^\circ \Rightarrow q_{kp1} \rightarrow 0$. На окисленной поверхности и поверхности с отложениями критическая тепловая нагрузка выше, чем на чистых металлических поверхностях, очевидно, из-за увеличения смачиваемости. На *несмачиваемых* поверхностях, покрытых гидрофобной смазкой, критическая плотность теплового потока может быть ниже теплового потока при *неразвитом* пузырьковом кипении [23]. По данным И.Т. Аладьева и В.И. Яшнова, для воды, кипящей при атмосферном давлении, в интервале краевых углов

смачивания $0 \leq \theta \leq 82^\circ$ аналитическая зависимость $q_{kp1} = f(\theta)$ имеет вид [50]:

$$q_{kp1}(\theta) = q_{kp1}(0) \cdot (1 - 0,0078 \cdot \theta), \quad (8.174)$$

где $q_{kp1}(0)$ – значение q_{kp1} при $\theta = 0^\circ$.

Шероховатость поверхности

Как уже было неоднократно отмечено выше, интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении зависит от микрорельефа (формы, размеров и распределения неровностей) поверхности нагревателя или от *шероховатости* поверхности, потому что пузыри пара рождаются не в любой точке поверхности, а только в микропадинах (трещинах, кавернах и т.д.). При этом *шероховатость* может быть как *естественной* вследствие загрязнения и окисления поверхности нагрева, а также выпадения на поверхность нагревателя нерастворимых микрочастиц из жидкости, так и *искусственной* за счет специального нанесения *микрооребрения* на теплоотдающую поверхность. В зависимости от микрорельефа поверхности перегрев жидкости вблизи стенки (перегрев стенки) может составлять величину от нескольких градусов (технические поверхности) до десятков градусов (гладкие полированные поверхности) [4, 5, 11]. Увеличение шероховатости стенки приводит к росту интенсивности теплоотдачи при пузырьковом кипении, за счет увеличения числа центров парообразования [5, 51]. С увеличением шероховатости наклон кривой кипения уменьшается, и кривая кипения «смещается влево» в сторону меньших перегревов стенки (жидкости), что приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи. Однако существует предел (например, у воды для средней глубины микропадин 5 – 10 мкм), при котором дальнейшее увеличение шероховатости *не*

приводит к увеличению теплоотдачи при кипении [5, 51]. Такие поверхности называют *техническими* [51].

Заметим, что формулы расчета коэффициента теплоотдачи при кипении, приведенные в § 8.2.4 получены для технических поверхностей без учета некоторых «слабых» факторов и также не учитывают особенности кипения на поверхностях с малой шероховатостью, у которых первый кризис кипения смещается в сторону малых перегревов стенки [63].

Для интенсификации пузырькового кипения и уменьшения перегрева стенки для начала закипания на поверхность нагревателя размещают *пористые* покрытия, которые также позволяют увеличить первую критическую плотность теплового потока [9, 51].

Материал нагревателя

Основные внутренние параметры пузырькового кипения (скорость роста, количество центров парообразования, отрывной диаметр), а, следовательно, и интенсивность теплоотдачи зависят от теплофизических свойств материала стенки нагревателя. Например, в опытах чисто визуально наблюдали [51], что при заданном перегреве стенки количество центров парообразования на медной поверхности значительно больше, чем на поверхности из нержавеющей стали. Дело в том, что зарождение и рост парового пузыря за счет испарения жидкости в его объем требует значительной тепловой энергии, которая состоит из двух составляющих. Во-первых, энергия поступает к центру парообразования от нагревателя транзитом через его поверхность и, во-вторых, поскольку этой энергии недостаточно для развития и роста пузыря, происходит отбор паровыми пузырями энергии, аккумулированной материалом теплоотдающей поверхности. Количество аккумулированной теплоты и возможность ее транспорта к пузырю зависят от теплофизических свойств материала стенки нагревателя и его размеров

(массы) [51]. Во время роста парового пузыря температура поверхности нагревателя снижается, а затем после отрыва пузыря восстанавливается и принимает среднее по поверхности значение. Таким образом можно заключить, что снижение температуры под центром парообразования на некоторую глубину стенки, и затем повышение температуры до первоначального значения за счет поступления теплоты от нагревателя является процессом нестационарной теплопроводности, который можно рассчитать по законам нагрева и охлаждения *полуограниченного* тела (массива) [8, 12]. При этом развитие пузыря влияет не только на температурное поле стенки нагревателя, но и на тепловое состояние приграничного слоя теплоносителя. В этом случае для теплофизической характеристики двух соприкасающихся полуограниченных тел (в нашем случае твердой стенки и жидкости) применяют понятие *коэффициента аккумуляции теплоты* (коэффициента теплоусвоения) или *коэффициента тепловой активности*, который рассчитывают по формуле [8, 12, 51, 63]:

$$b = \lambda / \sqrt{a} = \rho c \sqrt{a} = \sqrt{\rho c \cdot \lambda}, \quad (8.175)$$

где b – коэффициент аккумуляции теплоты, $(\text{Вт} \cdot \text{с}^{1/2}) / (\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $\rho c = c'$ – удельная объемная теплоемкость материала нагревателя, $\text{Дж} / (\text{м}^3 \cdot \text{К})$; ρ – плотность стенки нагревателя, $\text{кг} / \text{м}^3$; c – удельная массовая изобарная теплоемкость вещества, $\text{Дж} / (\text{кг} \cdot \text{К})$; λ – коэффициент теплопроводности стенки нагревателя, $\text{Вт} / (\text{м} \cdot \text{К})$.

Физический смысл коэффициента аккумуляции теплоты следует из анализа его размерности и заключается в следующем. Коэффициент b характеризует количество теплоты, которое воспринимает или теряет полуограниченное тело за время равное $\sqrt{\tau}$ через один квадратный метр своей поверхности при изменении температуры поверхности на один градус (1 К).

В обзоре В.И. Толубинского отмечено [65], что еще в 1949 году М. Якоб указал на зависимость интенсивности теплоотдачи при пузырьковом кипении на чистых поверхностях от коэффициента аккумуляции теплоты материала нагревателя. В дальнейших исследованиях зарубежных и отечественных ученых, в частности Г.А. Дрейцером и В.В. Яговым, было доказано, что коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении, которое происходит на границе твердой (нагреватель) и жидкой (теплоноситель) фаз зависит от отношения коэффициентов теплоусвоения твердого тела и жидкости $\alpha = f(\Psi)$, где $\Psi = b_{\text{стенка}} / b_{\text{жидкость}}$.

В качестве примера рассмотрим пузырьковое кипение воды при атмосферном давлении на чистых поверхностях из меди и нержавеющей стали и кипение на металлической поверхности, покрытой слоем накипи. Рассчитаем коэффициенты тепловой аккумуляции для меди, стали и воды, принимая значения ρ , c и λ по справочникам [21, 43] при температуре $T = 100^\circ\text{C}$ и получим: $b_{\text{меди}} = 36650 \text{ (Вт}\cdot\text{с}^{1/2}\text{)}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$; $b_{\text{сталь}} = 10700 \text{ (Вт}\cdot\text{с}^{1/2}\text{)}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$; $b_{\text{H}_2\text{O}} = 1660 \text{ (Вт}\cdot\text{с}^{1/2}\text{)}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$. В зависимости от состава накипи коэффициент аккумуляции теплоты может отличаться на порядок и составляет $b_{\text{накипь}} = 140 \div 1300 \text{ (Вт}\cdot\text{с}^{1/2}\text{)}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$. Рассчитаем отношение коэффициентов аккумуляции теплоты $\Psi_1 = b_{\text{меди}} / b_{\text{H}_2\text{O}}$,

$\Psi_2 = b_{\text{сталь}} / b_{\text{H}_2\text{O}}$, $\Psi_3 = b_{\text{накипь}} / b_{\text{H}_2\text{O}}$ и получим $\Psi_1 = 22$; $\Psi_2 = 6,4$; $\Psi_3 = 0,084 \div 0,78$. Сравнивая отношения Ψ_1 , Ψ_2 и Ψ_3 , можно сделать однозначный вывод о том, что теплофизические свойства поверхностного слоя нагревателя тем сильнее влияют на интенсивность пузырькового кипения, чем больше отношение коэффициентов тепловой аккумуляции $\Psi > 1$. Таким образом процесс теплоотдачи при пузырьковом кипении можно интенсифицировать путем нанесения

на поверхность нагревателя материала с другими теплофизическими свойствами, у которого коэффициент аккумуляции теплоты больше.

В результате многочисленных экспериментов В.А. Григорьев, Ю.М. Павлов и Е.В. Аметистов установили очень сильную зависимость интенсивности теплоотдачи при кипении *криогенных* жидкостей (гелий, азот) от материала стенки нагревателя, которая на порядок выше, чем, например, у воды при кипении в условиях атмосферного давления [5, 51, 63].

С увеличением коэффициента аккумуляции теплоты материала теплоотдающей поверхности незначительно возрастает и первая критическая плотность теплового потока q_{kp1} [51].

Теплофизические свойства материала нагревателя влияют не только на пузырьковое, но и на пленочное кипение. Так, например, экспериментально получено уменьшение толщины пленки пара на поверхности с низкотеплопроводным покрытием, что приводит к уменьшению термического сопротивления пленки и, следовательно, к интенсификации теплообмена при пленочном кипении.

Замечание. Академик М.А. Михеев считает [2], что состояние поверхности и материал нагревателя влияют на интенсивность теплоотдачи при кипении только в начальный период работы нового теплообменного оборудования с чистыми поверхностями теплообмена, потому что с течением эксплуатации из-за окисления и загрязнения поверхности накипью различие теплообмена между шероховатыми и гладкими поверхностями становится незначительным и, как следствие, влияние материала стенки под слоем отложений на интенсивность кипения не существенно. Аналогичный вывод о влиянии материала теплоотдающей поверхности только для чистых поверхностей нагрева в начальный период эксплуатации приведен и в других изданиях [51, 63, 65].

Твердые взвеси в жидкости

Для увеличения теплопроводных свойств теплоносителей в них добавляют наночастицы из диоксида титана (TiO_2) и оксида алюминия (Al_2O_3) размером менее одного микрометра ($1\text{мкм} = 10^{-6}\text{ м}$; $1\text{ нм} = 10^{-9}\text{ м}$). В научно-технической литературе приведены исследования кипения воды с наночастицами размером 20 – 500 нм с массовой концентрацией 0,1 – 2,5%. Анализ известных публикаций зарубежных и отечественных ученых позволяет сделать вывод о том, что однозначного положительного эффекта по интенсификации теплообмена при кипении за счет добавления наночастиц в воду нет. Присутствие наночастиц в жидкости в зависимости от материала, размера и концентрации может, как интенсифицировать теплообмен при кипении, так и уменьшать тепловой поток за счет увеличения термического сопротивления поверхностного слоя вследствие выпадения наночастиц на поверхность нагревателя. Положительный эффект при кипении жидкостей с добавлением наночастиц (наножидкостей) исследователи оценивают величиной примерно 15 – 20% за счет увеличения коэффициента теплопроводности жидкости и за счет изменения микрорельефа теплоотдающей поверхности вследствие выпадения наночастиц на поверхность нагрева. В настоящее время решение данного вопроса требует дальнейшего изучения путем накопления экспериментальных данных.

Электромагнитные и гравитационные поля

При проведении экспериментов было доказано, что на интенсивность теплообмена при пузырьковом кипении *не влияют* электрические и магнитные поля и массовые силы различной природы (силы инерции и гравитационные силы) [50, 63].

Контрольные вопросы по материалам восьмой главы

Конденсация

1. Изобразите фазовую « $p-T$ » диаграмму и дайте характеристику фазовых переходов.
2. Перечислите условия протекания процесса конденсации.
3. Напишите формулу для расчета плотности теплового потока при конденсации.
4. Напишите уравнение теплового баланса при конденсации.
5. Назовите виды конденсации и дайте их характеристику.
6. Назовите физический смысл критерия Рейнольдса при конденсации.
7. Назовите режимы течения пленки конденсата.
8. Напишите формулу Нуссельта для расчета коэффициента теплоотдачи при конденсации на вертикальной поверхности.
9. Напишите формулу Нуссельта для расчета коэффициента теплоотдачи при конденсации на горизонтальной трубе.
10. Как в расчетах теплоотдачи учитывают волновой режим течения пленки конденсата?
11. Как в расчетах теплоотдачи при конденсации учитывают зависимость физических свойств пленки конденсата от температуры?
12. Напишите общий вид критериального уравнения при конденсации на вертикальной поверхности.
13. Напишите общий вид критериального уравнения при конденсации на поверхности горизонтальной трубы.
14. Перечислите основные факторы, влияющие на теплоотдачу при пленочной конденсации.
15. Как влияет скорость движения пара на теплоотдачу при пленочной конденсации.
16. Как выполняют учет влажности и перегрева пара при конденсации на твердых поверхностях.
17. Как влияет наличие неконденсирующихся газов в паре при пленочной конденсации?
18. Как влияет загрязнение поверхности на интенсивность теплоотдачи при пленочной конденсации?

19. Поясните расчет коэффициента теплоотдачи при пленочной и капельной конденсации.
20. При какой конденсации и почему выше коэффициент теплоотдачи – при пленочной или при капельной?
21. Поясните особенности пленочной конденсации в горизонтальных пучках труб.
22. Назовите алгоритм расчета пленочной конденсации в горизонтальных пучках труб.
23. Поясните особенности пленочной конденсации при движении пара в трубах и каналах.
24. Поясните как найти «поправку на двухфазность» при расчете теплоотдачи при конденсации движущегося пара в трубах и каналах?

Кипение

1. Дайте определение терминов «кипение» и «испарение». В чем отличие и сходство этих процессов?
2. Перечислите условия протекания процесса кипения.
3. Напишите формулу для расчета плотности теплового потока при кипении.
4. Напишите уравнение теплового баланса при кипении.
5. По каким признакам выполняют классификацию процесса кипения?
6. Перечислите режимы кипения жидкости в условиях естественной конвекции (в большом объеме)?
7. Дайте характеристику пузырькового режима кипения.
8. Дайте характеристику пленочного режима кипения.
9. Дайте характеристику переходного режима кипения.
10. Изобразите зависимость $q = f(\Delta T)$ и назовите основные участки кривой кипения.
11. Изобразите зависимость $\alpha = f(\Delta T)$ и дайте характеристику этой зависимости.
12. Напишите общий вид формулы $\alpha = f(q)$.
13. Напишите общий вид формулы $\alpha = f(q, p)$.
14. Назовите формулировку прямой и обратной постановок задачи расчета теплообмена при кипении.

15. Дайте характеристику *первого* кризиса кипения.
16. Дайте характеристику *второго* кризиса кипения.
17. Дайте характеристику *третьего* кризиса кипения.
18. Назовите виды переходов от пузырькового режима кипения к пленочному.
19. Назовите особенности кипения в точке Лейденфроста.
20. Дайте определение температуры предельного перегрева.
21. Назовите особенности расчета пузырькового кипения при вынужденном движении жидкости около плоской поверхности.
22. Назовите особенности расчета пузырькового кипения при вынужденном движении жидкости в трубах и каналах.
23. Назовите особенности теплоотдачи при кипении жидких металлов.
24. Перечислите факторы, влияющие на теплоотдачу при кипении.
25. Как влияет давление на интенсивность теплоотдачи при кипении?
26. Как влияет давление на первую критическую тепловую нагрузку при кипении?
27. Как влияет наличие твердых взвесей (наночастиц) на интенсивность теплоотдачи при кипении?
28. Как влияет смачиваемость теплоотдающей поверхности на интенсивность теплоотдачи при кипении?
29. Как влияет шероховатость теплоотдающей поверхности на интенсивность теплоотдачи при кипении?
30. Как влияет материал теплоотдающей поверхности на интенсивность теплоотдачи при кипении?
31. Как влияют электромагнитные и гравитационные поля на интенсивность теплоотдачи при кипении?

ГЛАВА 9. РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛООБМЕН

§ 9.1. Основные понятия и определения

Тепловое излучение (радиационный теплообмен) – способ переноса теплоты в пространстве, осуществляется в результате распространения электромагнитных волн, энергия которых при взаимодействии с веществом переходит в тепло. Радиационный теплообмен связан с двойным преобразованием энергии и происходит в три этапа:

1) первоначально внутренняя энергия тела превращается в энергию электромагнитного излучения (энергию фотонов или квантов);

2) затем лучистая энергия переносится электромагнитными волнами в пространстве, которые в однородной и изотропной среде и в вакууме распространяются прямолинейно со скоростью света (в вакууме скорость света равна $3 \cdot 10^8$ м/с), подчиняясь оптическим законам преломления, поглощения и отражения;

3) при взаимодействии с веществом происходит переход лучистой энергии во внутреннюю энергию тела путем поглощения фотонов.

Тепловому излучению соответствует интервал длин волн $\lambda = 0,4 \div 25$ мкм (1 мкм = 10^{-6} м), поскольку основная доля лучистой энергии в теплотехнических агрегатах передается именно в этом диапазоне длин волн. Заметим, что видимые световые лучи имеют длину волны $\lambda = 0,4 \div 0,8$ мкм, а к инфракрасному или тепловому излучению в общем случае относят диапазон длин волн $\lambda = 0,8 \div 1000$ мкм.

Спектром излучения называют распределение лучистой энергии по длине волны $E_\lambda = f(\lambda)$, где E_λ , Вт/м³ – спектральная плотность теплового потока собственного излучения (спектральная лучеиспускательная способность тела). У

большинства твердых тел спектры сплошные. У газов и полированных металлов спектры линейчатые или *селективные* (избирательные) (рис. 9.1).

Замечание. Термин «селективность» в расчетах радиационного теплообмена также используют и для описания сплошных спектров непрозрачных твердых тел. В этом случае *селективными поверхностями* называют поверхности, у которых спектральная степень черноты является заданной функцией длины волны $\varepsilon_\lambda = f(\lambda)$ (см. § 9.3.1).

С точки зрения радиационного теплообмена различают два типа поверхностей: *диффузные* и *зеркальные*. Диффузные поверхности отражают все падающее на них излучение в пределах полусфера. У зеркальных поверхностей угол падения луча равен углу его отражения.

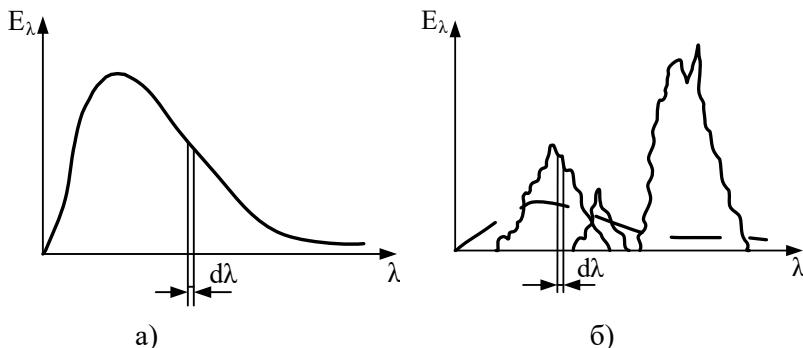


Рис. 9.1. Распределение по спектру энергии излучения твердого тела (а) и газа (б)

§ 9.1.1. Особенности радиационного теплообмена

Теплообмен излучением имеет ряд отличий от кондуктивного и конвективного теплообмена:

а) тепловое излучение вещества зависит от температуры тела (степени нагретости вещества), поэтому все тела (твердые тела, жидкости и поглощающие лучистую энергию

газы) с температурой выше нуля по шкале Кельвина обладают собственным тепловым излучением;

б) для передачи теплоты излучением не требуется телопосредник, т.е. лучистая энергия может передаваться и в вакууме;

в) в интервале температур $T = 0 \div 100^{\circ}\text{C}$ лучистая и конвективная (при свободной конвекции), составляющие теплообмена имеют один порядок; в высокотемпературных энергетических (например, парогенераторах) и высокотемпературных теплотехнологических (например, металлургических печах) лучистый теплообмен является доминирующим в суммарном теплопереносе от горячего источника к приемнику тепловой энергии;

г) в расчетах радиационного теплообмена необходимо учитывать особенности поверхностного излучения (твердые тела) и объемного излучения (излучающие и поглощающие газы).

§ 9.1.2. Параметры и характеристики теплового излучения

Как и любой другой способ переноса теплоты, теплообмен излучением характеризуется *температурным полем* системы тел, участвующих в радиационном теплообмене (T, K), и *тепловыми потоками* излучения ($Q, \text{Вт}$), или *поверхностными плотностями* тепловых потоков излучения ($E, \text{Вт}/\text{м}^2$). Температуру и тепловой поток называют *параметрами теплового излучения*.

Телам, участвующим в радиационном теплообмене, приписывают некоторые специфические свойства, называемые *радиационными характеристиками* или *радиационными свойствами* тела. К радиационным характеристикам тела относят *поглощательную, отражательную, пропускательную* способности тела и *степень черноты*. Все

радиационные характеристики могут быть как интегральными (для всего спектра излучения), так и спектральными (для бесконечно малого диапазона длин волн $d\lambda$).

Потоком излучения (Q , Вт) называют количество лучистой энергии, проходящее через заданную поверхность площадью F в единицу времени.

Поверхностной плотностью потока излучения (E , Вт/м²) называют количество лучистой энергии, проходящее через заданную единичную поверхность в единицу времени.

В расчетах радиационного теплообмена приняты следующие обозначения:

- а) $Q_{\text{пад}}$ и $E_{\text{пад}}$ – поток и плотность потока излучения, падающие на поверхность тела;
- б) $Q_{\text{отр}}$ и $E_{\text{отр}}$ – поток и плотность потока излучения, отраженные от поверхности тела;
- в) $Q_{\text{погл}}$ и $E_{\text{погл}}$ – поток и плотность потока излучения, поглощенные телом;
- г) $Q_{\text{проп}}$ и $E_{\text{проп}}$ – поток и плотность потока излучения, пропускаемые телом;
- д) $Q_{\text{соб}} \equiv Q$ и $E_{\text{соб}} \equiv E$ – поток и плотность потока собственного излучения тела;
- е) $Q_{\text{эф}}$ и $E_{\text{эф}}$ – поток и плотность потока эффективного излучения тела;
- ж) $Q_{\text{рез}} \equiv Q_w$ и $E_{\text{рез}} \equiv q_w$ – поток и плотность потока результирующего излучения тела.

Замечание. Знак « \equiv » следует читать как «соответствует» или «эквивалентная форма записи».

§ 9.1.3. Поглощательная, отражательная и пропускательная способности тела

Для рассмотрения физического смысла поглощательной, отражательной и пропускательной способностей тела рассмотрим полупрозрачное тело, на поверхность которого падает поток излучения $Q_{\text{пад}}$ (рис. 9.2).

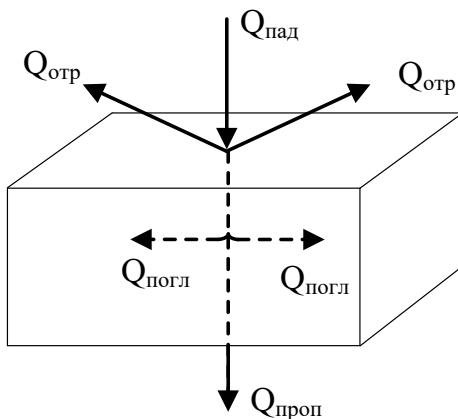


Рис. 9.2. Схема радиационного теплообмена для полупрозрачного тела

Очевидно, что для любого полупрозрачного тела из закона сохранения энергии следует:

$$Q_{\text{погл}} + Q_{\text{отр}} + Q_{\text{проп}} = Q_{\text{пад}}. \quad (9.1)$$

Разделив левую правую части равенства (9.1) на поток падающего излучения $Q_{\text{пад}}$, получим:

$$\frac{Q_{\text{погл}}}{Q_{\text{пад}}} + \frac{Q_{\text{отр}}}{Q_{\text{пад}}} + \frac{Q_{\text{проп}}}{Q_{\text{пад}}} = \frac{Q_{\text{пад}}}{Q_{\text{пад}}} \quad (9.2)$$

или

$$A + R + D = 1, \quad (9.3)$$

где $A = Q_{\text{погл}} / Q_{\text{пад}}$ – *поглощательная способность* тела, равная доле падающего излучения, поглощенного телом;

$R = Q_{\text{отр}} / Q_{\text{пад}}$ – *отражательная способность* тела, равная доле падающего излучения, отраженного телом;

$D = Q_{\text{проп}} / Q_{\text{пад}}$ – *пропускательная способность* тела, равная доле падающего излучения, проходящего через тело.

В зависимости от числового значения A , R и D различают *абсолютно черное*, *абсолютно белое* и *абсолютно прозрачное* или *диатермичное* тело.

Тело, которое поглощает все падающее на него излучение, называют *абсолютно черным* телом (АЧТ). Поток и плотность потока собственного излучения АЧТ обозначают Q_0 и E_0 соответственно. У абсолютно черного тела радиационные характеристики равны: $A = 1$, $R = D = 0$.

Тело, которое *диффузно* отражает все падающее на него излучение, называют *абсолютно белым* телом. У абсолютно белого тела радиационные способности равны: $R = 1$, $A = D = 0$.

Тело, которое пропускает все падающее на него излучение, называют *абсолютно прозрачным* или *диатермичным*. Для диатермичного тела радиационные способности равны: $D = 1$, $A = R = 0$.

Абсолютно черных, абсолютно белых и абсолютно прозрачных тел (идеальных тел) в природе не существует. Однако некоторые реальные тела по своим радиационным свойствам близки к указанным идеальным телам. Например, у сажи и окисленной шероховатой стали $A \rightarrow 1$, у полированных металлов $R \rightarrow 1$, у двухатомных газов с

симметричными молекулами (N_2 , O_2), в том числе и у сухого воздуха $D \rightarrow 1$.

У непрозрачных тел пропускательная способность равна нулю $D = 0$, поэтому $A + R = 1$. У газов отсутствует отражательная способность $R = 0$, поэтому $A + D = 1$.

§ 9.1.4. Собственное, результирующее и эффективное излучение тела

Излучение тела, обусловленное его тепловым состоянием (степенью нагретости), называют *собственным излучением* этого тела. Поток собственного излучения обозначают $Q_{соб}$ или буквой Q без нижнего индекса. Плотность потока собственного излучения обозначают, $\text{Вт}/\text{м}^2$,

$$E_{соб} = \frac{dQ_{соб}}{dF}, \text{ или } E = \frac{dQ}{dF} \quad (9.5)$$

и называют *лучеиспускательной способностью* тела. В величине $E_{соб}$ заключена вся энергия, излучаемая телом в диапазоне длин волн $\lambda = 0 \div \infty$, т.е. энергия излучения всего спектра. Долю лучеиспускательной способности, заключенную в бесконечно малом спектральном диапазоне длин волн $d\lambda$, называют *спектральной плотностью потока собственного излучения* или *спектральной лучеиспускательной способностью* тела и обозначают, $\text{Вт}/\text{м}^3$,

$$E_\lambda = \frac{d^2Q}{dFd\lambda} = \frac{dE}{d\lambda}. \quad (9.6)$$

Зная спектр излучения – функцию распределения $E_\lambda = f(\lambda)$, можно рассчитать лучеиспускательную способность тела, проинтегрировав по всему спектру излучения:

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda. \quad (9.7)$$

Замечание. Спектральную лучеиспускательную способность в газах называют *спектральной интенсивностью излучения* или *яркостью*. Поэтому плотность потока собственного излучения газа называют и *интегральной интенсивностью излучения* газа или просто *интенсивностью излучения* (см. § 9.3.4).

Рассмотрим схему радиационного теплообмена, изображенную на рис. 9.3. Пусть на непрозрачное тело падает лучистый поток $Q_{\text{пад}}$. Одна часть теплового потока в количестве $Q_{\text{погл}}$ поглощается телом, а другая – в количестве $Q_{\text{отр}}$ телом отражается. Тело обладает и собственным излучением $Q_{\text{соб}}$ (Q).

Радиационный тепловой поток, уходящий с поверхности тела, равный сумме собственного и отраженного тепловых потоков, называют *эффективным тепловым потоком* и обозначают $Q_{\text{эфф}}$. Эффективный тепловой поток по определению равен:

$$Q_{\text{эфф}} = Q_{\text{соб}} + Q_{\text{отр}}. \quad (9.8)$$

Тепловой поток, идущий на изменение теплового состояния тела, называют *результатирующим тепловым потоком* и обозначают $Q_{\text{рез}}$ или в целях унификации обозначений в расчетах сложного (радиационно-конвективного) теплообмена – Q_w . В результате радиационного теплообмена тело получает (при нагреве) или отдает (при охлаждении) количество энергии, равное разности между поглощенным и собственным лучистыми тепловыми потоками (см. рис. 9.3):

$$Q_w \equiv Q_{\text{рез}} = Q_{\text{погл}} - Q_{\text{соб}} = A \cdot Q_{\text{пад}} - Q_{\text{соб}}, \quad (9.9)$$

где A – поглощательная способность тела.

Результирующий тепловой поток можно найти, зная падающий и эффективный тепловые потоки по формуле

$$\begin{aligned} Q_w \equiv Q_{\text{рез}} &= (Q_{\text{погл}} + Q_{\text{отр}}) - (Q_{\text{соб}} + Q_{\text{отр}}) = \\ &= Q_{\text{пад}} - Q_{\text{эф}}. \end{aligned} \quad (9.10)$$

Замечание. Знак « \equiv » следует читать как «соответствует» или «эквивалентная форма записи».

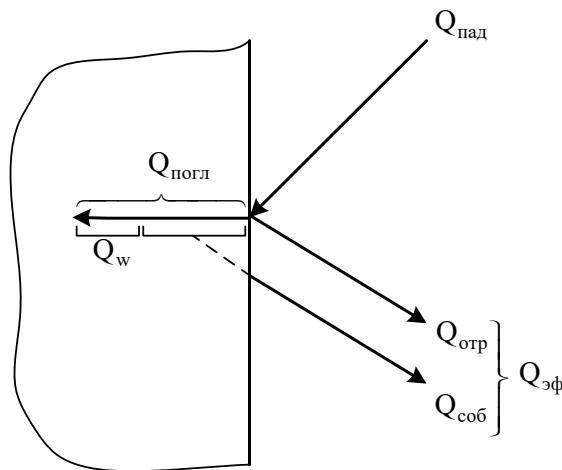


Рис. 9.3. Схема радиационного теплообмена для непрозрачного тела

При использовании в расчетах РТО удельных тепловых потоков формулы (9.8) – (9.10) примут вид:

$$E_{\text{эф}} = E_{\text{соб}} + E_{\text{отр}}; \quad (9.11)$$

$$q_w \equiv E_{\text{рез}} = E_{\text{погл}} - E_{\text{соб}} = A \cdot E_{\text{пад}} - E_{\text{соб}}; \quad (9.12)$$

$$q_w \equiv E_{\text{пез}} = (E_{\text{погл}} + E_{\text{отр}}) - (E_{\text{соб}} + E_{\text{отр}}) = \\ = E_{\text{пад}} - E_{\text{эф}}. \quad (9.13)$$

Без вывода приведем формулу связи *собственного, результатирующего и эффективного* потоков излучения:

$$Q_{\text{эф}} = \frac{1}{A} (R \cdot Q_{\text{пез}} + Q_{\text{соб}}) \quad (9.14)$$

или

$$Q_{\text{пез}} = \frac{1}{R} (A \cdot Q_{\text{эф}} - Q_{\text{соб}}), \quad (9.15)$$

где $R = 1 - A$ – отражательная способность тела.

§ 9.2. Основные законы излучения абсолютно черного тела

Спектры излучения реальных тел зависят от ряда факторов – материала тела, температуры тела и состояния поверхности. По этой причине аналитическое описание спектров излучения реальных тел, в принципе, невозможно. У идеального абсолютно черного тела (АЧТ) распределение энергии по спектру в зависимости от температуры тела является универсальным, и поэтому законы излучения АЧТ используют в качестве базовых при расчете излучения реальных тел.

Абсолютно черных тел в природе не существует. В качестве модели АЧТ используют отверстие в стенке непрозрачной полости с размерами много меньше самой полости. При равномерном нагреве всей поверхности полости данное отверстие по своим свойствам приближается к абсолютно черному телу, то есть поглощает все падающее на него излучение и само при этом является идеальным излучателем – излучает максимально возможное количество энергии при данной температуре.

§ 9.2.1. Закон Планка

В 1900 году на основе квантовой теории немецкий физик Макс Планк получил закон, устанавливающий зависимость спектральной интенсивности излучения абсолютно черного тела $E_{0,\lambda}$ от длины волны λ и абсолютной температуры T – $E_{0,\lambda} = f(\lambda, T)$. Этот закон носит имя Планка и имеет вид:

$$E_{0,\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1 \right]}, \quad (9.16)$$

где T – абсолютная температура абсолютно черного тела, К; C_1 и C_2 – коэффициенты, связанные с универсальными физическими константами следующими соотношениями:

$$C_1 = 2 \cdot \pi \cdot c_0^2 = 3,741832 \cdot 10^{-16} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2;$$

$$C_2 = h \cdot c_0 / k = 1,438786 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К},$$

где $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ – скорость света в вакууме;

$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ – постоянная Планка;

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана.

График зависимости $E_{0,\lambda} = f(\lambda, T)$ изображен на рис. 9.4.

Анализ этого графика позволяет сделать следующие выводы:

а) с увеличением температуры спектральная интенсивность излучения $E_{0,\lambda}$ возрастает для всего спектра;

б) зависимость $E_{0,\lambda} = f(\lambda, T)$ имеет экстремальный характер;

в) с увеличением температуры длина волны, при которой наблюдается максимум спектральной плотности потока излучения λ_{\max} абсолютно черного тела, уменьшается.

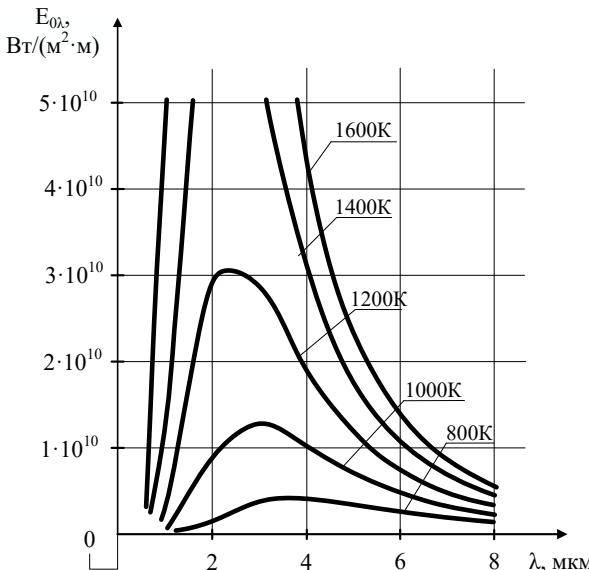


Рис. 9.4. Спектральная плотность потока излучения АЧТ

§ 9.2.2. Закон смещения Вина

Закон смещения Вина можно сформулировать следующим образом:

длина волны, при которой наблюдается максимальное значение спектральной плотности потока собственного излучения λ_{\max} , и абсолютная температура связаны обратно пропорциональной зависимостью:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2897,82 \text{ мкм} \cdot \text{К} \approx 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}. \quad (9.17)$$

Закон смещения Вина является следствием закона Планка. Однако он был получен Вином ранее в 1893 году и поэтому носит его имя.

Если известна λ_{\max} , то по формуле (9.17) рассчитывают абсолютную температуру излучателя, а если известна

температура излучателя, то по той же формуле (9.17) находят λ_{\max} :

$$T = \frac{2897,82}{\lambda_{\max}}; \quad \lambda_{\max} = \frac{2897,82}{T}, \quad (9.18)$$

где T – температура излучателя, К; λ_{\max} – длина волны максимума спектральной плотности теплового потока излучения при данной температуре, мкм.

§ 9.2.3. Закон Стефана–Больцмана

При условии термодинамического равновесия закон Стефана–Больцмана устанавливает зависимость плотности потока собственного излучения абсолютно черного тела E_0 от его абсолютной температуры T :

$$E_0 = \int_0^{\infty} E_{0,\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} C_1 \cdot \lambda^{-5} / [\exp(C_2 / \lambda \cdot T) - 1] d\lambda = \sigma_0 T^4, \quad (9.19)$$

где $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – постоянная Стефана–Больцмана; E_0 – плотность потока собственного излучения абсолютно черного тела, Вт/м².

Замечание. Постоянную Стефана–Больцмана вычисляют по формуле [9]:

$$\sigma_0 = \frac{C_1}{15} \left(\frac{\pi}{C_2} \right)^4 = 5,668 \cong 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4\text{)},$$

где C_1 и C_2 – коэффициенты, входящие в закон Планка (9.16).

В «ручных» расчетах (расчетах на калькуляторе) закон Стефана–Больцмана удобно применять в следующей форме записи:

$$E_0 = c_0 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (9.20)$$

где $c_0 = 5,67 \text{ Вт/(м}^2\text{.К}^4\text{)}$ – коэффициент излучения абсолютно черного тела.

Закон Стефана–Больцмана был экспериментально установлен Стефаном в 1879 году и теоретически обоснован Больцманом в 1884 году и Планком в 1901 году.

§ 9.3. Излучение реальных тел

§ 9.3.1. Спектры реальных тел. Спектральная степень черноты

Излучение реальных тел отличается от излучения абсолютно черного тела как по спектральному составу – виду функции $E_\lambda = f(\lambda, T)$, так и по величине спектральной излучательной способности (рис. 9.5,а). При равных температурах реальные тела излучают тепловой энергии меньше, чем абсолютно черное тело. При этом максимум спектральной плотности потока излучения у металловмещен в сторону коротковолновой части спектра, а у диэлектриков – в сторону длинноволновой части спектра относительно максимума спектральной плотности потока излучения АЧТ при данной температуре.

Для описания излучения реальных тел введено понятие спектральной степени черноты ε_λ , которая характеризует отношение спектральной плотности потока собственного излучения реального тела E_λ к спектральной плотности потока собственного излучения абсолютно черного тела $E_{0,\lambda}$:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{0,\lambda}} \quad (9.21)$$

Следовательно, спектральная плотность собственного радиационного потока равна:

$$E_\lambda = \varepsilon_\lambda \cdot E_{0,\lambda} . \quad (9.22)$$

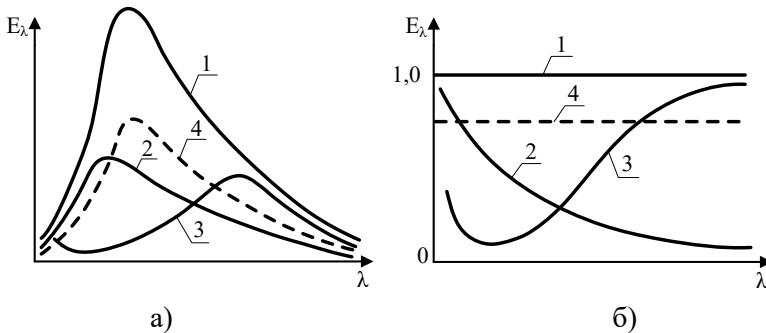


Рис. 9.5. Спектральное распределение энергии излучения (а) и степени черноты (б) различных тел:
1 – АЧТ; 2 – металлы; 3 – диэлектрики; 4 – серое тело

Спектральная степень черноты ε_λ изменяется в пределах от 0 до 1 и для каждой длины волны λ характеризует долю, которую E_λ данного тела составляет от $E_{0,\lambda}$ абсолютно черного тела при одной и той же температуре. Изменение спектральной степени черноты ряда тел показано на рис. 9.5,б. Из анализа формулы (9.21) следует, что спектральная степень черноты абсолютно черного тела равна единице.

Спектральная степень черноты реального тела зависит от длины волны, природы тела, состояния его поверхности и температуры.

§ 9.3.2. Закон Кирхгофа

Абсолютно черное тело поглощает все падающее на него излучение ($A_\lambda = 1$) и одновременно является

идеальным излучателем, у которого для всех длин волн $\varepsilon_\lambda = 1$. Данное обстоятельство наводит на мысль, что и у реальных тел между спектральной излучательной способностью E_λ и его спектральной поглощательной способностью A_λ существует однозначная зависимость. Эту зависимость установил немецкий физик Кирхгоф в 1859 году, и поэтому функциональную зависимость $E_\lambda = f(A_\lambda)$ называют законом Кирхгофа.

По закону Кирхгофа отношение спектральной плотности потока собственного излучения (спектральнойлучеиспускательной способности) любого тела к его спектральной поглощательной способности есть величина постоянная и равная спектральной плотности потока АЧТ при той же температуре:

$$E_{0,\lambda} = \frac{E_\lambda}{A_\lambda}, \quad (9.23)$$

поэтому спектральнаялучеиспускательная способность у всех тел равна:

$$E_\lambda = A_\lambda \cdot E_{0,\lambda}. \quad (9.24)$$

Сравнивая выражения (9.22) и (9.24), можно сделать вывод о том, что спектральная поглощательная способность равна спектральной степени черноты:

$$A_\lambda = \varepsilon_\lambda. \quad (9.25)$$

Равенство (9.25) является следствием закона Кирхгофа и строго выполняется при локальном термодинамическом равновесии между излучением и веществом, что на практике выполняется не всегда. Однако справедливость допущения о локальном термодинамическом равновесии в

расчетах радиационного теплообмена подтверждается результатами экспериментов.

§ 9.3.3. Понятие серого тела

Плотность потока собственного излучения тела в узком элементарном спектральном диапазоне $d\lambda$ – спектральную плотность теплового потока – можно рассчитать по формулам (9.16) и (9.22):

$$E_\lambda = \varepsilon_\lambda \cdot E_{0,\lambda} = \varepsilon_\lambda \cdot \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1 \right]}. \quad (9.26)$$

Затем, экспериментально установив зависимость спектральной степени черноты от длины волны и температуры $\varepsilon_\lambda = f(\lambda, T)$ для данного материала, можно найти илученспускательную способность реального тела, выполнив суммирование по всему спектру:

$$E = \int_0^{\infty} \varepsilon_\lambda \cdot E_{0,\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} E_\lambda d\lambda. \quad (9.27)$$

Такой подход к расчету собственного излучения реальных тел весьма сложен из-за необходимости экспериментального определения спектров излучения реальных тел $\varepsilon_\lambda = f(\lambda, T)$, которые при данной температуре зависят не только от природы вещества, но и от его структуры и от состояния поверхности. Поэтому с целью упрощения инженерных расчетов излучение реальных тел моделируют излучением идеального *серого тела*.

Излучение *серого тела* обладает всеми свойствами излучения абсолютно черного тела. При этом спектр излучения *серого тела* подобен спектру излучения АЧТ (штриховая

линия на рис. 9.5,а), а его спектральная плотность потока излучения E_λ меньше спектральной плотности потока излучения абсолютно черного тела $E_{0,\lambda}$ в одинаковое число раз. Поэтому, спектральная степень черноты *серого* тела при данной температуре не зависит от длины волны $\varepsilon_\lambda = \text{const}$ (штриховая линия на рис. 9.5,б) и равна интегральной степени черноты *серого* тела $\varepsilon = \varepsilon_\lambda = \text{const} \neq f(\lambda)$. Также отмечим, что степень черноты серого тела меньше степени черноты АЧТ по определению $\varepsilon = \varepsilon_\lambda < 1$.

Тогда плотность потока собственного излучения (лучеиспускательная способность) *серого* тела будет равна:

$$E = \int_0^{\infty} \varepsilon_\lambda E_{0,\lambda} d\lambda = \varepsilon \cdot \int_0^{\infty} E_{0,\lambda} d\lambda = \varepsilon \cdot E_0 \quad (9.28)$$

или с учетом закона Стефана–Больцмана в форме записи (9.19) и (9.20) окончательно получим

$$E = \varepsilon \cdot \sigma_0 T^4 = \varepsilon \cdot c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 = c \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (9.29)$$

где $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – постоянная Стефана–Больцмана; $c_0 = 5,67$ Вт/(м²·К⁴) – коэффициент излучения абсолютно черного тела; $c = \varepsilon \cdot c_0$ – коэффициент излучения серого тела, Вт/(м²·К⁴); ε – интегральная степень черноты (степень черноты) серого тела.

Из анализа формулы (9.28) следует, что интегральная степень черноты ε равна отношению лучеиспускательной способности серого тела E к лучеиспускательной способности абсолютно черного тела E_0 :

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0}. \quad (9.30)$$

Следовательно, плотность собственного радиационного потока серого тела равна:

$$E = \varepsilon E_0. \quad (9.31)$$

Интегральная степень черноты серого тела (степень черноты) зависит от природы тела, состояния его поверхности и температуры.

Закон Кирхгофа (9.23) для серого тела принимает вид:

$$E_0 = \frac{E}{A} \quad (9.32)$$

и формулируется следующим образом: «Отношение плотности потока собственного излучения (лучеиспускательной способности) серого тела к его поглощательной способности есть величина постоянная и равна плотности потока собственного излучения абсолютно черного тела при условии равенства температур обоих тел».

Из закона Кирхгофа следует, что плотность собственного радиационного потока равна:

$$E = A E_0. \quad (9.33)$$

Сравнивая выражения (9.31) и (9.33), можно сделать вывод о том, что степень черноты серого тела равна его поглощательной способности:

$$\varepsilon = A. \quad (9.34)$$

§ 9.3.4. Угловая плотность и яркость излучения

Для описания распределения энергии излучения непрозрачного тела по всем направлениям в пространстве в пределах полусфера в теории РТО используют понятия *угловой*

плотности излучения и интенсивности или яркости излучения. Понятие угловой плотности (I_ψ) и яркости (I) излучения применимо к радиационным потокам (поверхностной плотности лучистого потока), которые уходят с поверхности твердого непрозрачного тела – собственному Q (E), отраженному $Q_{\text{отр}}$ ($E_{\text{отр}}$) и эффективному $Q_{\text{эф}}$ ($E_{\text{эф}}$) тепловым потокам.

Угловая плотность излучения равна количеству лучистой энергии (Q_τ , Дж), которая уходит с единичной площадки (dF , м²) в единицу времени (dt , с) в пределах единичного телесного угла ($d\omega$, ср), ось которого расположена под углом (ψ , рад) к нормали элементарной площадки dF :

$$I_\psi = \frac{d^3Q_\tau}{d\tau dF d\omega} = \frac{d^2Q}{dFd\omega} = \frac{dE}{d\omega}, \quad (9.35)$$

где I_ψ – угловая плотность излучения, Вт/(м²·ср); $d\omega$ – элементарный телесный угол, стерадиан (ср).

Яркость излучения равна тепловому потоку (Q , Вт), уходящему с элементарной площадки (dF_N , м²) нормальной к направлению луча, заключенному в единичном телесном угле ($d\omega$, ср):

$$I = \frac{d^2Q}{dF_N d\omega} = \frac{d^2Q}{(dF \cdot \cos \psi) \cdot d\omega} = \frac{dE}{d\omega \cdot \cos \psi} = \frac{I_\psi}{\cos \psi}, \quad (9.36)$$

где I – яркость излучения, Вт/(м²·ср); $d\omega$ – элементарный телесный угол, ср; $dF_N = dF \cdot \cos \psi$ – элементарная площадка, расположенная перпендикулярно направлению яркости излучения, м²; dF – элементарная площадка, на которой наблюдают величину угловой плотности излучения, м²; $\psi = 0 \div \pi/2$ – угол, который задает направление угловой

плотности излучения – отсчитывается от нормали элементарной площадки dF , рад.

Из анализа формулы (9.36) следует функциональная связь угловой плотности и яркости излучения, которая справедлива для диффузных тел, в частности для АЧТ и серого тела:

$$I_\psi = I \cdot \cos \psi. \quad (9.37)$$

Зависимость (9.37), которая уточняет понятие диффузного тела, называют законом Ламберта.

При совпадении направления угловой плотности и яркости излучения ($\psi = 0$) они равны:

$$I_{\psi=0} = I. \quad (9.38)$$

При значении угла $\psi = \pi/2$ угловая плотность излучения равна нулю:

$$I_{\psi=\pi/2} = 0. \quad (9.39)$$

У абсолютно черного и серого тела яркость излучения является постоянной величиной $I_0 = \text{пост}$ и $I = \text{пост}$. Принтегрируем угловую плотность излучения АЧТ в пределах полусфера (телесный угол лежит в интервале $\omega = 0 \div 2\pi$) и получим:

$$E_0 = \int_0^{2\pi} I_{0,\psi} d\omega = \int_0^{2\pi} I_0 \cdot \cos \psi d\omega = I_0 \cdot \int_0^{2\pi} \cos \psi d\omega = I_0 \cdot \pi, \quad (9.40)$$

где $\int_0^{2\pi} \cos \psi d\omega = \pi$ – табличный интеграл.

Из формулы (9.40) следует функциональная связь плотности потока собственного излучения и яркости АЧТ при данной температуре, которая справедлива и для серых тел:

$$I_0 = \frac{E_0}{\pi}; \quad I = \frac{E}{\pi}. \quad (9.41)$$

Замечание. Для реальных тел яркость излучения не является постоянной величиной, потому что зависит от угла наблюдения $I = f(\psi)$. Например, яркость излучения диэлектриков постоянна в области $\psi = 0 \div \pi/6$ и уменьшается до нуля при $\psi > \pi/6$ [13]. Яркость излучения для металлов в интервале $\psi = 0 \div \pi/4$ практически постоянна, а затем с ростом угла наблюдения ψ яркость увеличивается и имеет максимум при значениях угла $\psi \approx 0,9 \cdot \pi/2$. При этом у металлов яркость в точке максимума примерно в два раза больше яркости при $\psi = 0$. Для шероховатых поверхностей можно принять яркость излучения величиной постоянной $I \approx \text{пост.}$

§ 9.4. Радиационный теплообмен в замкнутой системе из двух серых тел, разделенных диатермичной средой

Радиационный теплообмен в системе тел, которую можно представить только в виде двух тел с разной температурой, между которыми находится лучепрозрачная среда, весьма распространённый вид лучистого теплообмена в теплотехнике и в быту, потому что самой распространённой газовой лучепрозрачной средой на планете Земля является воздух. Строго говоря, в состав воздуха кроме кислорода и азота, которые являются диатермичными (лучепрозрачными) газами, входят газы, которые ослабляют излучение, например, водяной пар и углекислый газ. Однако в инженерных теплотехнических расчетах влиянием на радиационный теплообмен ослабляющих излучение газов пренебрегают в силу их малости.

Теоретические положения по расчету радиационного теплообмена в замкнутой системе, состоящей из серых поверхностей, разделенных лучепрозрачной средой, подробно изложены в специальной литературе, например в [18].

Для замкнутой системы радиационного теплообмена, состоящей из двух серых тел (рис. 9.6), справедливо равенство, которое следует из закона сохранения лучистой энергии

$$Q_{w,2} + Q_{w,1} = 0, \quad (9.42)$$

где $Q_{w,1}$ и $Q_{w,2}$ – результирующие тепловые потоки первого и второго тела, Вт.

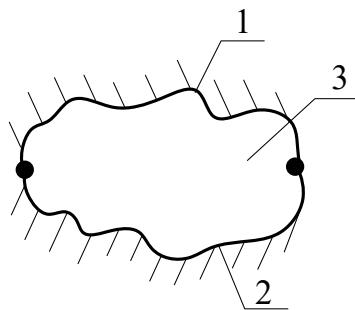


Рис. 9.6. К расчету излучения двух серых поверхностей, разделенных диатермичной средой:

1, 2 – твердые серые тела; 3 – диатермичное газовое тело

Поток результирующего излучения в замкнутой системе, состоящей из двух серых поверхностей, разделенных диатермичной (лучепрозрачной) средой, рассчитывают по формуле [5, 13]:

$$Q_{w,1} = -Q_{w,2} = \varepsilon_{\text{пп}} \cdot \sigma_0 \left(T_2^4 - T_1^4 \right) \cdot \varphi_{21} F_2; \quad (9.43)$$

или

$$Q_{w,1} = -Q_{w,2} = c_{\text{пр}} \cdot \left[\left(\frac{T_2}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \right] \cdot \varphi_{21} F_2, \quad (9.44)$$

где T – абсолютная температура поверхности теплообмена, К; F – площадь поверхности теплообмена, м²; φ_{12} и φ_{21} – угловые коэффициенты излучения соответственно с первого тела на второе и со второго тела на первое; $\varepsilon_{\text{пр}}$ – приведенная степень черноты в системе двух тел; $c_{\text{пр}} = c_0 \varepsilon_{\text{пр}}$ – приведенный коэффициент излучения в системе двух серых тел; $c_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – коэффициент излучения абсолютно черного тела.

Приведенную степень черноты и приведенный коэффициент излучения в замкнутой системе радиационного теплообмена, состоящей из двух серых тел, рассчитывают по формулам:

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \varphi_{12} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \varphi_{21}}; \quad (9.45)$$

$$c_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{c_0} + \left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_0} \right) \varphi_{12} + \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0} \right) \varphi_{21}}, \quad (9.46)$$

где ε_1 и ε_2 – степени черноты поверхностей; $c_1 = \varepsilon_1 c_0$ – коэффициент излучения первого тела; $c_2 = \varepsilon_2 c_0$ – коэффициент излучения второго тела.

§ 9.4.1. Угловые коэффициенты излучения

Угловым коэффициентом излучения (коэффициентом облученности) называют величину, которая определяет

долю лучистой энергии, приходящей на данное тело с другого тела. Угловой коэффициент излучения зависит только от взаимного расположения тел в пространстве, и поэтому является чисто геометрической величиной [5, 6, 9, 18].

Угловые коэффициенты находят аналитически, численно методом статистических испытаний, экспериментально по величине освещенности тел и используя свойства угловых коэффициентов. В общем случае выделяют семь свойств угловых коэффициентов: *замкнутости, взаимности, невогнутости, затененности, совмещаемости, распределительности и аддитивности* [18].

Угловые коэффициенты излучения (коэффициенты облученности) в системе, состоящей из двух поверхностей, можно рассчитать, используя только первые три свойства угловых коэффициентов: *замкнутости, взаимности и невогнутости*.

§ 9.4.1.1. Свойство замкнутости (замыкаемости) угловых коэффициентов

Сумма угловых коэффициентов с любой поверхности, входящей в замкнутую систему, включая угловой коэффициент «сам на себя», равна единице. Например, для системы твердых тел, состоящей из **n** поверхностей произвольной формы, свойство замыкаемости для тела **i** запишется в виде (рис. 9.7,а):

$$\sum_{k=1}^n \varphi_{ik} + \varphi_{ii} = 1, \quad (9.47)$$

где $\sum_{k=1}^n \varphi_{ik}$ – сумма угловых коэффициентов излучения с тела **i** на все **n** тел, входящих в замкнутую систему $k = 1 \div n$;

Φ_{ii} – угловой коэффициент излучения «сам на себя» (с тела i на тело i).

§ 9.4.1.2. Свойство взаимности угловых коэффициентов

Для двух тел, входящих в любую замкнутую (рис. 9.7,а) или разомкнутую (рис. 9.7,б) систему и находящихся в состоянии лучистого теплообмена, справедливо равенство:

$$\Phi_{ik} \cdot F_i = \Phi_{ki} \cdot F_k, \quad (9.48)$$

где Φ_{ik} – угловой коэффициент излучения с тела i на тело k ; F_i – площадь i -го тела; Φ_{ki} – угловой коэффициент излучения с тела k на тело i ; F_k – площадь k -го тела.

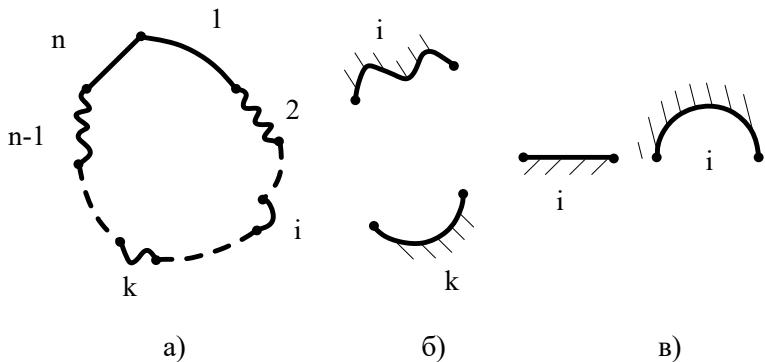


Рис. 9.7. К определению свойств угловых коэффициентов:
 а – замкнутая система тел; б – разомкнутая система тел;
 в – невогнутые тела

§ 9.4.1.3. Свойство невогнутости угловых коэффициентов

Для плоских и выпуклых поверхностей угловой коэффициент «сам на себя» равен нулю (рис. 9.7,в), так как в этом случае тело само себя не облучает («не видит»).

$$\varphi_{ii} = 0. \quad (9.49)$$

§ 9.4.2. Частные случаи расчета радиационного теплообмена в системе из двух серых тел, разделенных диатермической средой

Рассмотрим расчет радиационного теплообмена для наиболее часто встречающихся в теплотехнике группы тел, которые можно представить в виде системы из двух серых тел, расположенных в диатермической среде (рис. 9.8).

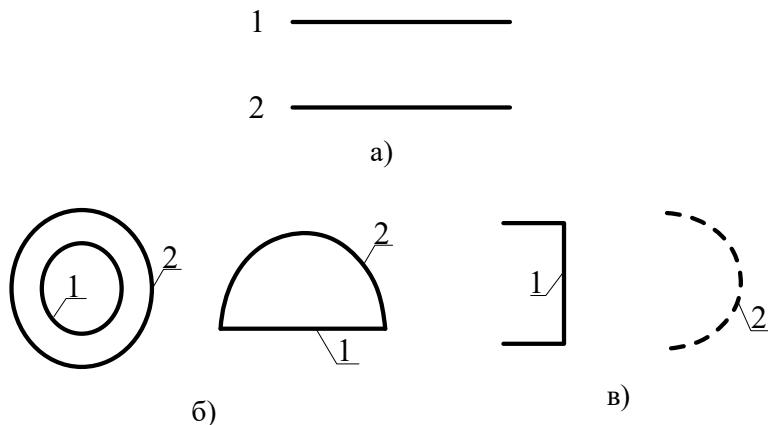


Рис. 9.8. Система РТО из двух серых тел:

а – две плоские параллельные поверхности; б – замкнутая система из невогнутого 1 и вогнутого 2 тел; в – невогнутое тело 1 и тело 2 с размерами $F_2 \gg F_1$

Для двух плоских параллельных поверхностей (рис. 9.8,а), используя свойство замыкаемости (9.47) и невогнутости (9.49), получим:

$$\varphi_{1-1} = 0; \quad \varphi_{1-2} = 1; \quad \varphi_{2-2} = 0; \quad \varphi_{2-1} = 1. \quad (9.50)$$

Подставляя значения угловых коэффициентов (9.50) в формулу (9.45), находим выражение для расчета приведенной степени черноты в системе двух плоских параллельных поверхностей:

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}. \quad (9.51)$$

Для системы, состоящей из двух тел, из которых одно тело невогнутое, а другое облучает само себя (вогнутое) (рис. 9.8,б), угловые коэффициенты находят решением системы алгебраических уравнений, записанных на основе свойств замкнутости, взаимности и невогнутости угловых коэффициентов:

$$\begin{cases} \varphi_{1-1} + \varphi_{1-2} = 1, \\ \varphi_{2-2} + \varphi_{2-1} = 1, \\ \varphi_{1-2} \cdot F_1 = \varphi_{2-1} \cdot F_2, \\ \varphi_{1-1} = 0. \end{cases} \quad (9.52)$$

Решение системы алгебраических уравнений (9.52) имеет вид:

$$\varphi_{1-1} = 0; \quad \varphi_{1-2} = 1; \quad \varphi_{2-2} = 1 - \frac{F_1}{F_2}; \quad \varphi_{2-1} = \frac{F_1}{F_2}. \quad (9.53)$$

Подставляя решение (9.53) в формулу для приведенной степени черноты (9.45), получим выражение для расчета

приведенной степени черноты в системе двух тел, показанных на рис. 9.8,б:

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \cdot \frac{F_1}{F_2}}. \quad (9.54)$$

Третий частный случай радиационного теплообмена в системе из двух тел (см. рис. 9.8,в) можно рассматривать как теплообмен между невогнутым телом 1 и телом 2, размеры которого во много раз больше размеров первого тела. Такого рода теплообмен имеет место, например, при расчете лучистой составляющей тепловых потерь с поверхности теплотехнических агрегатов, тепловых потерь излучением ограждающими конструкциями зданий и сооружений и т.п. Систему тел, показанную на рис. 9.8,в, можно рассматривать как частный случай системы тел рис. 9.8,б при условии, что площадь поверхности второго тела много больше площади поверхности первого тела ($F_2 \gg F_1$). Поэтому при выполнении условия $F_2 \gg F_1$ из формулы (9.54) второе слагаемое в знаменателе стремится к нулю и поэтому получаем, что приведенная степень черноты для системы тел рис. 9.8,в равна степени черноты первого тела:

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \varepsilon_1. \quad (9.55)$$

§ 9.5. Радиационный теплообмен при установке экранов

Для уменьшения лучистой составляющей тепловых потерь от поверхности теплоэнергетических и теплотехнологических установок около них устанавливают ограждения в виде тонких высокотеплопроводных экранов, у которых перепад температур по сечению практически отсутствует

$(\Delta T_3 \rightarrow 0)$, так как термическое сопротивление экранов стремится к нулю ($R_{t,3} \rightarrow 0$).

Выполним оценку уменьшения результирующего теплового потока при установке экранов между двумя серыми бесконечными параллельными пластинаами (рис. 9.9).

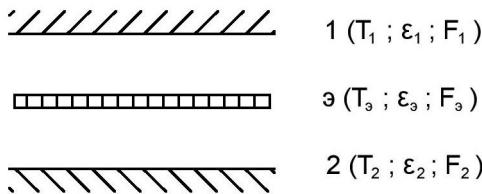


Рис. 9.9. Схема излучения при установке экранов

Пусть для определенности лучистый тепловой поток уходит с поверхности 1 и поступает на поверхность 2 ($T_1 > T_2$). Для упрощения вывода допустим равенство степеней черноты параллельных поверхностей 1 и 2 ($\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$).

Найдем плотность результирующего радиационного теплового потока на второй поверхности для двух случаев:

а) $q_{w,2}^{1-2}$ – без экрана;

б) $q_{w,2}^{1-3-2}$ – при установке одного экрана со степенью черноты ϵ_3 той же площади, что и излучающая, и поглощающая излучение поверхности ($F_1 = F_2 = F_3 = F$).

Плотность результирующего теплового потока на поверхности тела 2 без экрана (см. § 9.4) равна:

$$q_{w,2}^{1-2} = \epsilon_{np}^{1-2} \sigma_0 [T_1^4 - T_2^4], \quad (9.56)$$

где $\varepsilon_{\text{пр}}^{1-2}$ – приведенная степень черноты в системе плоских параллельных поверхностей (см. формулу (9.51))

$$\varepsilon_{\text{пр}}^{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{1}{\frac{2}{\varepsilon} - 1}. \quad (9.57)$$

Без вывода запишем плотность результирующего теплового потока на поверхности тела 2 при наличии одного экрана со степенью черноты ε_3 [5]:

$$q_{w,2}^{1-3-2} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\text{пр}}^{1-3-2} \sigma_0 [T_1^4 - T_2^4], \quad (9.58)$$

где $\varepsilon_{\text{пр}}^{1-3-2} = \varepsilon_{\text{пр}}^{1-3} = \varepsilon_{\text{пр}}^{3-2}$ – приведенная степень черноты в системе плоских тел «поверхность 1 – экран – поверхность 2»; $\varepsilon_{\text{пр}}^{1-3}$ – приведенная степень черноты в системе «поверхность 1 – экран»; $\varepsilon_{\text{пр}}^{3-2}$ – приведенная степень черноты в системе «экран – поверхность 2».

Приведенная степень черноты в системе плоских параллельных поверхностей равна (см. формулу (9.51)):

$$\varepsilon_{\text{пр}}^{1-3-2} = \varepsilon_{\text{пр}}^{1-3} = \varepsilon_{\text{пр}}^{3-2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon} - 1}. \quad (9.59)$$

Определим, во сколько раз установка одного экрана уменьшает результирующий радиационный тепловой поток на второй поверхности. Для этого найдем отношение результирующего теплового потока на поверхности 2 в системе тел без экрана $q_{w,2}^{1-2}$ к результирующему тепловому потоку на поверхности 2 при установке одного экрана $q_{w,2}^{1-3-2}$:

$$\frac{q_{w,2}^{1-2}}{q_{w,2}^{1-\varepsilon-2}} = \frac{\varepsilon_{\text{пп}}^{1-2} \sigma_0 [T_1^4 - T_2^4]}{\frac{1}{2} \varepsilon_{\text{пп}}^{1-\varepsilon-2} \sigma_0 [T_1^4 - T_2^4]} = 2 \cdot \frac{\frac{1}{\varepsilon_{\varepsilon}} + \frac{1}{\varepsilon} - 1}{\frac{2}{\varepsilon} - 1}. \quad (9.60)$$

Анализ формулы (9.60) показывает, что:

а) при равенстве степеней черноты экрана и плоских по-

верхностей ($\varepsilon_{\varepsilon} = \varepsilon$) отношение $\frac{q_{w,2}^{1-2}}{q_{w,2}^{1-\varepsilon-2}} = 2$, то есть результи-

рующий радиационный тепловой поток при установке одного экрана уменьшается в два раза;

б) при уменьшении степени черноты экрана ($\varepsilon_{\varepsilon} \downarrow$) от-

ношение $\frac{q_{w,2}^{1-2}}{q_{w,2}^{1-\varepsilon-2}}$ увеличивается, а этот факт свидетельствует

о том, что в этом случае эффективность установки экрана возрастает, потому что увеличивается ослабление излучения за счет установки экрана.

При установке n экранов с одинаковой степенью черноты $\varepsilon_{\varepsilon}$ между двумя параллельными плоскостями с равной степенью черноты $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ ослабление результирующего лучистого теплового потока рассчитывают по формуле:

$$\frac{q_{w,2}^{1-2}}{q_{w,2}^{1-\varepsilon-2}} = 1 + n \cdot \frac{2 - \varepsilon_{\varepsilon}}{2 - \varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\varepsilon}}. \quad (9.61)$$

В частном случае, при равенстве степени черноты экранов и обеих поверхностей ($\varepsilon_{\varepsilon} = \varepsilon$) из формулы (9.61) получим:

$$\frac{q_{w,2}^{1-2}}{q_{w,2}^{1-\varepsilon-2}} = 1 + n. \quad (9.62)$$

В самом общем случае при установке n экранов с разной степенью черноты у каждого экрана ε_{ej} между двумя серыми плоскими поверхностями со степенью черноты ε_1 и ε_2 соответственно плотность потока результирующего излучения в такой системе тел равна:

$$q_{w,2}^{1-\varepsilon-2} = \varepsilon_{\text{пр}}^{1-\varepsilon n-2} \sigma_0 \left(T_1^4 - T_2^4 \right), \quad (9.63)$$

где $\varepsilon_{\text{пр}}^{1-\varepsilon n-2}$ – приведенная степень черноты при наличии n экранов:

$$\varepsilon_{\text{пр}}^{1-\varepsilon n-2} = \left[\frac{1}{\varepsilon_{\text{пр}}} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{2}{\varepsilon_{\text{ej}}} - 1 \right) \right]^{-1} = \left[\frac{1}{\varepsilon_{\text{пр}}} + \sum_{i=1}^n \frac{2}{\varepsilon_{\text{ej}}} - n \right]^{-1}, \quad (9.64)$$

где ε_{ej} – степень черноты i -го экрана.

При условии, что все экраны имеют одинаковую степень черноты, выражение (9.64) принимает вид:

$$\varepsilon_{\text{пр}}^{1-\varepsilon n-2} = \left[\frac{1}{\varepsilon_{\text{пр}}} + n \left(\frac{2}{\varepsilon_{\text{ej}}} - 1 \right) \right]^{-1}. \quad (9.65)$$

В формулах (9.64) и (9.65) приведенную степень черноты между двумя плоскими параллельными серыми поверхностями неограниченных размеров без экранов между ними $\varepsilon_{\text{пр}}$ рассчитывают по формуле (9.51).

Замечание. Суммарный эффект уменьшения тепловых потерь за счет установки экранов определяется не только ослаблением радиационного теплового потока, но и конвективным теплообменом в прослойках между экранами, который, наоборот, увеличивает тепловой поток, уходящий с экранируемой поверхности и тем самым, ослабляет эффект экранирования теплоотдающей поверхности. Окончательное решение о целесообразности установки экранной теплоизоляции принимают на основе

результатов расчета сложного лучисто-конвективного теплообмена в системе экранов для конкретного высокотемпературного теплоэнергетического или теплотехнологического агрегата. При этом необходимо выполнять и технико-экономический расчет с учетом стоимости тепловой энергии и материала экранов в данный период эксплуатации.

§ 9.6. Излучение газов

В промышленных теплоэнергетических и теплотехнологических установках (парогенераторах и газовых печах) генерация теплоты происходит за счет сжигания твердого, жидкого и газообразного органического топлива. Теплота от продуктов горения излучением и конвекцией передается экранным поверхностям парогенераторов и материалу, расположенному в печах. Продукты сгорания, а при непосредственном сжигании органического топлива и в печах и топках и факел, не являются диатермичной (лучепрозрачной) средой.

§ 9.6.1. Особенности излучения газов

Рассмотрим основные особенности излучения газовых тел, которые отличают излучение газов от излучения твердых тел.

Объемный характер излучения

В отличие от излучения твердых непрозрачных тел, у которых процессы испускания и поглощения лучистой энергии (энергии электромагнитных волн) происходят на поверхности тела, в газах излучение и поглощение всегда протекает в объеме, что кардинально изменяет математическое описание процесса РТО.

Селективный характер излучения

Ранее (см. § 9.1) было показано, что поглощающие и излучающие газы в отличие от твердых непрозрачных поверхностей, имеют селективный (избирательный) спектр излучения, у которого процесс поглощения и излучения энергии происходит только в нескольких интервалах длин волн (полосах спектра), а в остальном диапазоне λ газ является лучепрозрачной средой. Существуют газы с симметричными молекулами водород (H_2), кислород (O_2) и азот (N_2) – дигатермичные газы, – у которых отсутствуют полосы поглощения и излучения, поэтому говорят, что эти газы являются прозрачными (дигатермичными) к тепловому излучению в диапазоне ($\lambda = 0,4 \div 25$ мкм). Одноатомный газ гелий (He) тоже является прозрачным газом для теплового излучения.

В продуктах сгорания органического топлива в общем случае присутствуют трехатомные газы – углекислый газ (CO_2), водяной пар (H_2O) и сернистый газ (двуокись серы, диоксид серы) (SO_2). Сернистый газ является нежелательным элементом в составе дымовых газов, потому что при соединении с водяным паром образуется серная кислота, которая приводит к разрушению газоходов и выпадению кислотных дождей.

В продуктах сгорания природного газа, мазута и твердого топлива одновременно присутствуют твердые частицы, которые имеют сплошной спектр излучения (сажистый углерод, частицы золы и кокса) и газы, из которых наибольший вклад в энергию излучения вносят CO_2 и H_2O [13].

Замечание. В теплотехнологических установках применяют угарный газ (монооксид углерода, окись углерода) CO для создания специальной атмосферы для *науглероживания* (цементации) поверхностного слоя металла при высокой температуре с целью повышения прочностных характеристик изделий (увеличение твердости и сопротивления к износу). Угарный газ является

поглощающим и излучающим газом, поэтому выполнение теплового расчета такого вида термообработки в термических печах требует информации об излучательных и поглощательных характеристиках угарного газа, которая приведена в специальной литературе.

Рассмотрим основные интервалы длин волн (полосы), в которых углекислый газ и водяной пар поглощают и излучают энергию и поэтому участвуют в радиационном теплообмене в рабочем пространстве высокотемпературных промышленных агрегатов. Экспериментально установлено, что CO_2 и H_2O имеют по три основные полосы поглощения [5]:

– первая полоса, мкм

$$\lambda_1(\text{CO}_2) = 2,4 \div 3,0; \quad \Delta\lambda_1(\text{CO}_2) = 0,6; \\ \lambda_1(\text{H}_2\text{O}) = 2,2 \div 3,0; \quad \Delta\lambda_1(\text{H}_2\text{O}) = 0,8;$$

– вторая полоса, мкм

$$\lambda_2(\text{CO}_2) = 4,0 \div 4,8; \quad \Delta\lambda_2(\text{CO}_2) = 0,8; \\ \lambda_2(\text{H}_2\text{O}) = 4,8 \div 8,5; \quad \Delta\lambda_2(\text{H}_2\text{O}) = 3,7;$$

– третья полоса, мкм

$$\lambda_3(\text{CO}_2) = 12,5 \div 16,5; \quad \Delta\lambda_3(\text{CO}_2) = 4,0; \\ \lambda_3(\text{H}_2\text{O}) = 12,0 \div 30,0; \quad \Delta\lambda_3(\text{H}_2\text{O}) = 18,0.$$

Анализируя размеры полос поглощения CO_2 и H_2O и их расположение в спектре, можно сделать два вывода:

– во-первых, первая и третья полосы имеют пересечение, что должно быть учтено в расчете суммарного коэффициента поглощения и степени черноты газа;

– во-вторых, спектральные полосы поглощения водяного пара шире по сравнению с полосами поглощения углекислого газа, а следовательно, и коэффициент поглощения, и степень черноты у водяного пара выше, чем у углекислого газа.

Замечание. Кроме трех основных полос поглощения у углекислого газа и водяного пара есть еще несколько менее значимых полос поглощения [13].

Собственное излучение CO_2 и H_2O

В результате аппроксимации опытных данных получены формулы для расчета плотности потока интегрального излучения CO_2 и H_2O , которые имеют вид [5]:

$$E_{CO_2} = 3,5 \cdot (p_{CO_2} \ell)^{0,33} \left(\frac{T}{100} \right)^{3,5}; \quad (9.66)$$

$$E_{H_2O} = 3,5 \cdot p_{H_2O}^{0,8} \ell^{0,6} \left(\frac{T}{100} \right)^3, \quad (9.67)$$

где E_{CO_2} – интегральная плотность потока собственного излучения углекислого газа, $\text{Вт}/\text{м}^2$; E_{H_2O} – интегральная плотность потока собственного излучения водяного пара, $\text{Вт}/\text{м}^2$; p_{CO_2} – парциальное давление CO_2 , Па (кПа); p_{H_2O} – парциальное давление H_2O , Па (кПа); ℓ – толщина газового слоя, м; T – температура газа, К.

Анализ зависимостей (9.66) и (9.67) показывает, что тепловой поток собственного излучения CO_2 и H_2O значительно отклоняется от закона Стефана–у Больцмана, в котором « $E \sim T^4$ ». При этом у углекислого газа $E_{CO_2} \sim T^{3,5}$, а у водяного пара $E_{H_2O} \sim T^3$.

В общем виде можно записать, что излучательная (плотность потока собственного излучения) (E) и поглощательная (A) способности газов являются функциями:

$$E_i = f(p_i \ell, T); \quad A_i = \phi(p_i \ell, T), \quad (9.68)$$

где $p_i \ell$ – оптическая толщина i – того газа в смеси, $\text{Па} \cdot \text{м}$; p_i – парциальное давление i – того газа в смеси, Па; ℓ – толщина газового слоя, м; T – температура газа, К.

Отметим, что у водяного пара разные показатели степени у парциального давления, которое определяет концентрацию водяного пара в смеси, и у толщины слоя газа, от которой также зависит величина поглощенного газом излучения.

Рассеивание лучистой энергии

При движении электромагнитных волн в инфракрасном диапазоне спектра энергия излучения может ослабляться не только за счет ее поглощения при прохождении поглощающих излучение газов, но и вследствие ее *рассеивания* при взаимодействии с каплями жидкого топлива, с твердыми негорючими частицами и с несгоревшими частицами органического топлива (сажа, зола).

Замечание. В теплотехнике наряду с термином «рассеивание» для характеристики ослабления излучения при взаимодействии с твердыми частицами, присутствующими в газовых средах, применяют термин «рассеяние».

§ 9.6.2. Перенос лучистой энергии в ослабляющей среде

В связи с селективным характером поглощения лучистой энергии непрозрачными газами этот процесс необходимо рассматривать в терминах спектральных характеристик излучения.

Французский ученый Бугэр (1729 г.) установил, что относительное бесконечно малое изменение спектральной интенсивности излучения dI_λ / I_λ на бесконечно малой толщине слоя dx пропорционально этой толщине слоя газа:

$$\frac{dI_\lambda}{I_\lambda} \sim dx ; \text{ или } \frac{dI_\lambda}{I_\lambda} = -k_\lambda dx , \quad (9.69)$$

где $k_\lambda = k_{\lambda, \text{погл}} + k_{\lambda, \text{рас}} -$ коэффициент *ослабления* энергии излучения, $1/\text{м}$; $k_{\lambda, \text{погл}} -$ коэффициент *поглощения* энергии излучения, $1/\text{м}$; $k_{\lambda, \text{рас}} -$ коэффициент рассеяния энергии излучения, $1/\text{м}$.

При дальнейшем изложении будем считать, что рассеяние в газовой среде отсутствует ($k_{\lambda, \text{рас}} = 0$), тогда ослабление энергии излучения будет происходить только за счет ее поглощения недиатермическими газами и в этом случае $k_\lambda = k_{\lambda, \text{погл}}$.

Знак «минус» в правой части формулы (9.69) показывает, что спектральная интенсивность излучения уменьшается при прохождении через ослабляющую среду, то есть $dI_\lambda < 0$.

В интегральной форме записи для слоя газа толщиной ℓ закон Бугера имеет вид:

$$I_\lambda(x) = I_\lambda(0) \cdot \exp(-k_\lambda x), \quad (9.70)$$

где $I_\lambda(0) -$ падающее на поверхность слоя ($x=0$) излучение; $I_\lambda(x) -$ интенсивность излучения на расстоянии x от границы слоя.

На выходе из слоя ослабляющей излучение среды толщиной ℓ яркость излучения будет равна:

$$I_\lambda(\ell) = I_\lambda(0) \cdot \exp(-k_\lambda \ell), \quad (9.71)$$

где $k_\lambda \ell -$ оптическая толщина слоя [13].

Анализ закона Бугера в записи (9.70) показывает, что уменьшение интенсивности излучения (яркости излучения) в ослабляющей среде происходит по закону экспоненты.

Коэффициент поглощения излучения зависит от длины волны и имеет незначительную величину для газов (газы полупрозрачны) и бесконечно большую для твердых тел

(твердые тела непрозрачны), у которых энергия электромагнитных волн быстро уменьшается в пределах тонкого поверхностного слоя, в котором она превращается во внутреннюю тепловую энергию.

Найдем спектральную поглощающую способность поглощающего (ослабляющего) излучение плоского слоя газа A_λ толщиной ℓ по формуле:

$$A_\lambda = \frac{I_\lambda(0) - I_\lambda(\ell)}{I_\lambda(0)} = \frac{I_\lambda(0) - I_\lambda(0) \cdot e^{-k_\lambda \ell}}{I_\lambda(0)} = 1 - e^{-k_\lambda \ell}.$$

Выражение

$$A_\lambda = 1 - e^{-k_\lambda \ell} \quad (9.72)$$

также называют законом Бугера.

Коэффициент поглощения излучения k_λ зависит от температуры и концентрации данного газа, которая определяется его парциальным давлением в смеси газов. Вид этой зависимости предложил немецкий ученый Бер (1852 г.) в виде:

$$k_\lambda = \sum_i b_{\lambda i} \cdot p_i, \quad (9.73)$$

где $b_{\lambda i} = f(T)$ – показатель поглощения i -го газа в смеси, – коэффициент, зависящий от температуры газа, $(\text{м}\cdot\text{Па})^{-1}$; p_i – парциальное давление i -го газа в смеси; Па.

Заменяя в законе Бугера (9.71) коэффициент поглощения k_λ на формулу закона Бера (9.73), получим закон Бугера–Бера для слоя газа толщиной ℓ :

$$I_\lambda(\ell) = I_\lambda(0) \cdot \exp\left(-\sum_i b_{\lambda i} \cdot p_i \ell\right) \quad (9.74)$$

или в виде

$$A_{\lambda} = 1 - e^{-\sum_i b_{\lambda i} \cdot p_i \ell}. \quad (9.75)$$

Поскольку $b_{\lambda} = f(T)$, то из формулы (9.75) следует, что поглощающая способность i -того газа является функцией:

$$A_{\lambda i} = f(p_i \ell, T), \quad (9.76)$$

где произведение $p_i \ell$ по аналогии с произведением $k_{\lambda} \ell$ (см. комментарий к формуле (9.71)) также называют оптической плотностью (толщиной) слоя, Па·м.

Замечание. При больших концентрациях ослабляющего излучение газа показатель ослабления зависит не только от температуры, но и от парциального давления данного газа $b_{\lambda i} = f(T, p_i)$, поэтому поглощающая способность ослабляющего газа является функцией и парциального давления:

$$A_{\lambda i} = f(p_i \ell, T, p_i). \quad (9.77)$$

§ 9.6. 3. Радиационный теплообмен между газом и окружающей его замкнутой серой оболочкой

Теоретические положения по расчету радиационного теплообмена между излучающим и поглощающим газом и окружающей его замкнутой серой оболочкой подробно изложены в литературе [5, 6, 9, 18].

В инженерных расчетах газ, излучающий и поглощающий энергию электромагнитных волн, считают серым телом, а его объемное излучение заменяют излучением оболочки, в которую заключен этот газ. Поэтому плотность потока собственного излучения газа рассчитывают по формуле, аналогичной формуле (9.30):

$$E_{\Gamma} = \varepsilon_{\Gamma} \cdot E_{0,\Gamma} = \varepsilon_{\Gamma} \cdot \sigma_0 T_{\Gamma}^4 = \\ = \varepsilon_{\Gamma} \cdot c_0 \left(\frac{T_{\Gamma}}{100} \right)^4 = c_{\Gamma} \cdot \left(\frac{T_{\Gamma}}{100} \right)^4, \quad (9.78)$$

где ε_{Γ} – степень черноты газа; $\sigma_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – постоянная Стефана–Больцмана; $c_{\Gamma} = \varepsilon_{\Gamma} \cdot c_0$ – коэффициент излучения газа, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$; T_{Γ} – температура газа, К.

Расчет радиационного теплообмена между серым газом и окружающей его замкнутой серой оболочкой (рис. 9.10) выполняют по формуле Нуссельта или формуле Поляка.

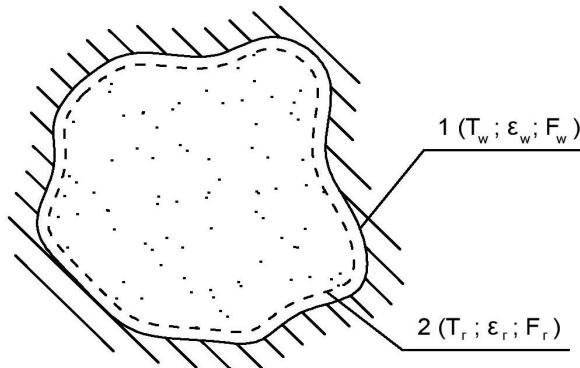


Рис. 9.10. Схема радиационного теплообмена между газом и замкнутой твердой оболочкой: 1 – твердое тело; 2 – условная оболочка газового тела

Формула Нуссельта получена автором при допущении равенства поглощательной способности газа и его степени черноты $A_{\Gamma} = \varepsilon_{\Gamma}$ и имеет вид:

$$Q_w = \varepsilon_{np} \cdot \sigma_0 \left(T_{\Gamma}^4 - T_w^4 \right) F_w, \quad (9.79)$$

где Q_w – результирующий тепловой поток излучением, воспринимаемый серой оболочкой, Вт; T_g и T_w – температуры газа и оболочки, К; F_w – площадь поверхности серой оболочки, которая равна площади оболочки в которой находится газ, м^2 .

Приведенная степень черноты в системе газ – оболочка $\varepsilon_{\text{пр}}$ в формуле Нуссельта равна:

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_g} + \frac{1}{\varepsilon_w} - 1}, \quad (9.80)$$

где ε_g и ε_w – степень черноты газа и оболочки соответственно.

Для учета неравенства поглощательной способности газа и его степени черноты $A_g \neq \varepsilon_g$ советский ученый теплотехник Г.Л. Поляк в начале 30-х годов прошлого века для расчета радиационного теплообмена между серым газом и окружающей его серой оболочкой предложил формулу, которая носит его имя:

$$Q_w = \varepsilon_{\text{пр}} \cdot \sigma_o \left(\frac{\varepsilon_g}{A_g} T_g^4 - T_w^4 \right) F_w; \quad (9.81)$$

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{A_g} + \frac{1}{\varepsilon_w} - 1}, \quad (9.82)$$

где A_g – поглощательная способность газа.

Формула Поляка более точна, потому что она учитывает неравенство поглощательной способности газа и его степени черноты $A_g \neq \varepsilon_g$. Для доказательства этого

неравенства ($A_\Gamma \neq \varepsilon_\Gamma$) запишем аналитические выражения, определяющие физический смысл степени черноты газа ε_Γ и его поглощающей способности A_Γ :

$$\varepsilon_\Gamma = \frac{1}{\sigma_0 T_\Gamma^4} \int_0^\infty E_{0\lambda,\Gamma} A_{\lambda,\Gamma} d\lambda; \quad (9.83)$$

$$A_\Gamma = \frac{1}{\sigma_0 T_w^4} \int_0^\infty E_{0\lambda,w} A_{\lambda,\Gamma} d\lambda, \quad (9.84)$$

где T_Γ – температура газа, К; T_w – температура твердой се-
рой оболочки, К; $\sigma_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – постоянная Стефана–
Больцмана; $E_{0\lambda,\Gamma}$ – спектральная плотность теплового по-
тока АЧТ при температуре газа T_Γ ; $E_{0\lambda,w}$ – спектральная
плотность теплового потока АЧТ при температуре твердой
оболочки T_w ; $A_{\lambda,\Gamma}$ – спектральная поглощающая способ-
ность газа.

Анализ формул (9.83) и (9.84) наглядно показывает, что неравенство $A_\Gamma \neq \varepsilon_\Gamma$ соблюдается и объясняется тем, что газ, расположенный в оболочке, поглощает не только соб-
ственное излучение внутри самого себя, но и излучение от
окружающей газ твердой оболочки с температурой T_w .

Поэтому *поглощающая способность* среды равна от-
ношению потока излучения, поглощенного средой, к потоку
излучения, падающему на эту среду.

Степень черноты среды равна отношению потока соб-
ственного излучения среды, падающего на ограничиваю-
щую газ оболочку, к потоку собственного излучения абсол-
лютно черного тела (АЧТ) с температурой той же среды, падающему на ту же ограничивающую газ оболочку (грани-
чную поверхность).

Степень черноты газа зависит от его состава (концентрации составляющих смесь газа компонент), температуры газа и от формы (конфигурации) объема, который занимает газ.

Используя закон Бугера–Бера в виде (9.75) для смеси, в которую входят два ослабляющих излучение газа CO_2 и H_2O , запишем:

$$\varepsilon_r = 1 - \exp \left[-(k_{\text{CO}_2} \ell + k_{\text{H}_2\text{O}} \ell) \right] = 1 - \exp(-k_{\text{CO}_2} \ell) \cdot \exp(-k_{\text{H}_2\text{O}} \ell),$$

где

$$\exp(-k_{\text{CO}_2} \ell) = 1 - \varepsilon_{\text{CO}_2}; \quad \exp(-k_{\text{H}_2\text{O}} \ell) = 1 - \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}.$$

Подставляя значения экспонент в формулу для степени черноты газа, окончательно получаем:

$$\varepsilon_r = 1 - (1 - \varepsilon_{\text{CO}_2}) \cdot (1 - \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}) = \varepsilon_{\text{CO}_2} + \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} - \Delta \varepsilon_r, \quad (9.85)$$

где $\Delta \varepsilon_r = \varepsilon_{\text{CO}_2} \cdot \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}$ – поправка на пересечение полос поглощения CO_2 и H_2O .

Замечание. Поправка, учитывающая наложение полос поглощения углекислого газа и водяного пара незначительна, и не превышает суммарную погрешность расчета РТО и поэтому в инженерных расчетах, как правило, не учитывается.

Для продуктов сгорания энергетического топлива степень черноты газа рассчитывают по формуле:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{\text{CO}_2} + \beta \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}^* + \varepsilon_{\text{SO}_2} + \varepsilon_{\text{CO}}, \quad (9.86)$$

где $\varepsilon_{\text{CO}_2}$ – степень черноты углекислого газа;

$\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} = \beta \cdot \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}^*$ – степень черноты водяного пара; $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}^*$ – условная степень черноты водяного пара; β – поправочный коэффициент, учитывающий особенности излучения

водяного пара; ε_{SO_2} – степень черноты сернистого газа; ε_{CO} – степень черноты окиси углерода.

Замечание. При расчете степени черноты продуктов сгорания энергетических топлив концентрацию SO_2 часто суммируют с концентрацией CO_2 и принимают равенство нулю концентрацию окиси углерода CO .

Степени черноты излучающих и поглощающих излучение газов (CO_2 , H_2O , SO_2 , CO) определены экспериментально и в зависимости от их парциального давления (концентрации), длины пути луча и температуры приведены в литературе [5, 6, 9, 15, 16, 18, 21] в виде номограмм. Номограммы для расчета степени черноты углекислого газа CO_2 , водяного пара H_2O , угарного газа CO и диоксида серы SO_2 представлены на рис. 9.11, рис. 9.12 и рис. 9.13:

$$\varepsilon_{r,i} = f(p_i \ell, T_r), \quad (9.87)$$

где p_i – парциальное давление i -го газа, Па (кПа); T_r – температура газа, $^{\circ}C$ (К); ℓ – длина пути луча, м.

Поправочный коэффициент β в формуле (9.86) для расчета степени черноты водяного пара находят по номограмме на рис. 9.12 в виде $\beta = f(p_{H_2O} \ell, p_{H_2O})$ [5, 6, 9, 15, 16, 18, 2].

Рассчитанная по номограммам степень черноты излучающего и поглощающего газа i -го газа (CO_2 , H_2O , SO_2 , CO), определяет его собственное излучение $E_{r,i} = \varepsilon_{r,i} \cdot \sigma_0 T_r^4$, проходящее через единичную площадку из окружающей ее газовой полусферы радиусом ℓ . В этом случае длина пути луча одинакова по всем направлениям и равна ℓ . Для газовых объемов иной формы длина пути луча зависит от его направления. В этом случае излучение газового объема произвольной формы заменяют излучением эквивалентной газовой полусферы, для которой длина пути луча ℓ равна:

$$\ell = S_{\text{эф}} = m \frac{4V_{\Gamma}}{F_{\Gamma}}, \quad (9.88)$$

где $S_{\text{эф}} = \ell$ – эффективная длина пути луча, м; V_{Γ} – объем, занимаемый газом, м^3 ; F_{Γ} – площадь оболочки, в которой находится газ, м^2 ; m – поправочный коэффициент, зависящий от формы газового объема и величины произведения $k_{\lambda} \cdot (4V_{\Gamma} / F_{\Gamma})$; k_{λ} – спектральный коэффициент ослабления излучения в «своем» объеме, $1/\text{м}$.

Поправочный коэффициент для слабо поглощающего газа принимают равным $m = 1$, для реальных газов $m < 1$. При этом в инженерных расчетах принимают поправочный коэффициент равным $m = 0,9$ и тогда длину пути луча рассчитывают по формуле:

$$\ell = S_{\text{эф}} = 3,6 \cdot \frac{V_{\Gamma}}{F_{\Gamma}}. \quad (9.88, \text{a})$$

Поглощательную способность продуктов сгорания энергетических топлив рассчитывают по формуле:

$$A_{\Gamma} = A_{\text{CO}_2} + \beta A_{\text{H}_2\text{O}}^*, \quad (9.89)$$

где A_{CO_2} – поглощательная способность углекислого газа; $A_{\text{H}_2\text{O}} = \beta A_{\text{H}_2\text{O}}^*$ – поглощательная способность водяного пара; $A_{\text{H}_2\text{O}}^*$ – условная поглощательная способность водяного пара; β – поправочный коэффициент, учитывающий особенности излучения водяного пара.

Поглощательные способности углекислого газа CO_2 и водяного пара H_2O находят по номограммам для расчета степени черноты этих газов, принимая в качестве расчетной температуры окружающей газ оболочки T_w .

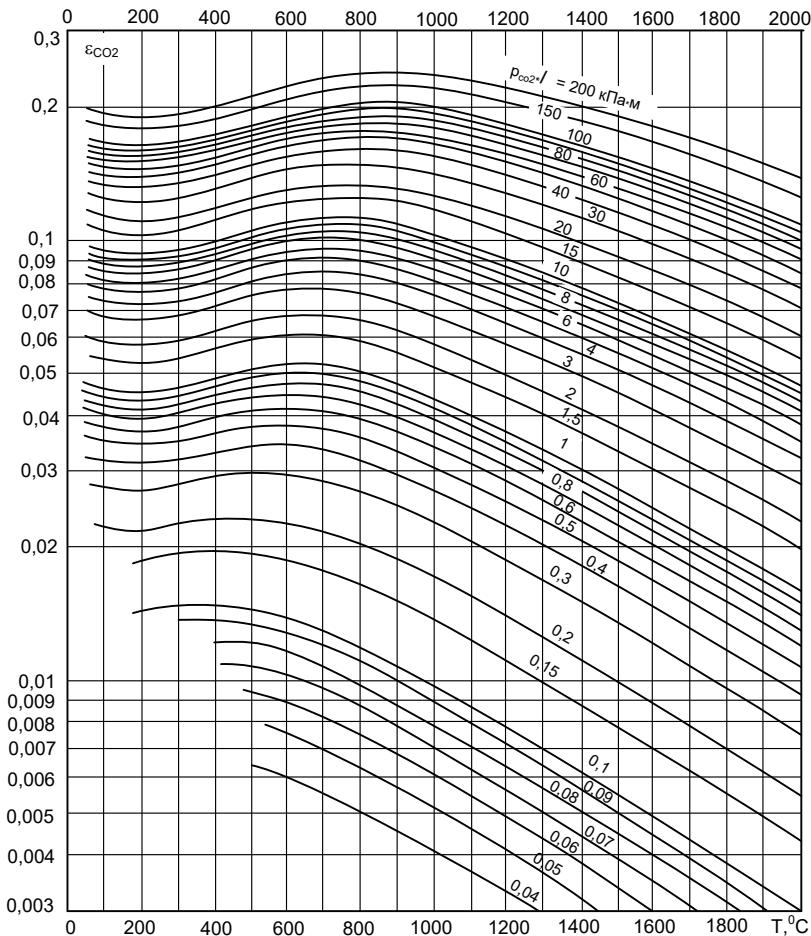


Рис. 9.11. Степень черноты углекислого газа

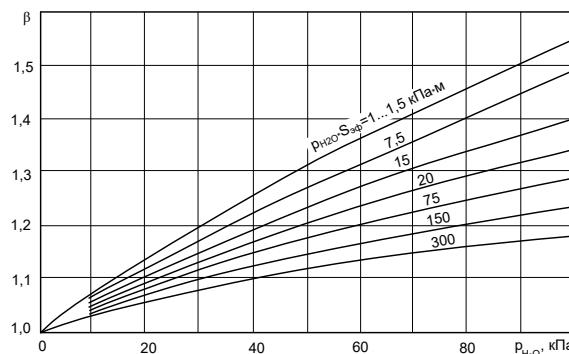
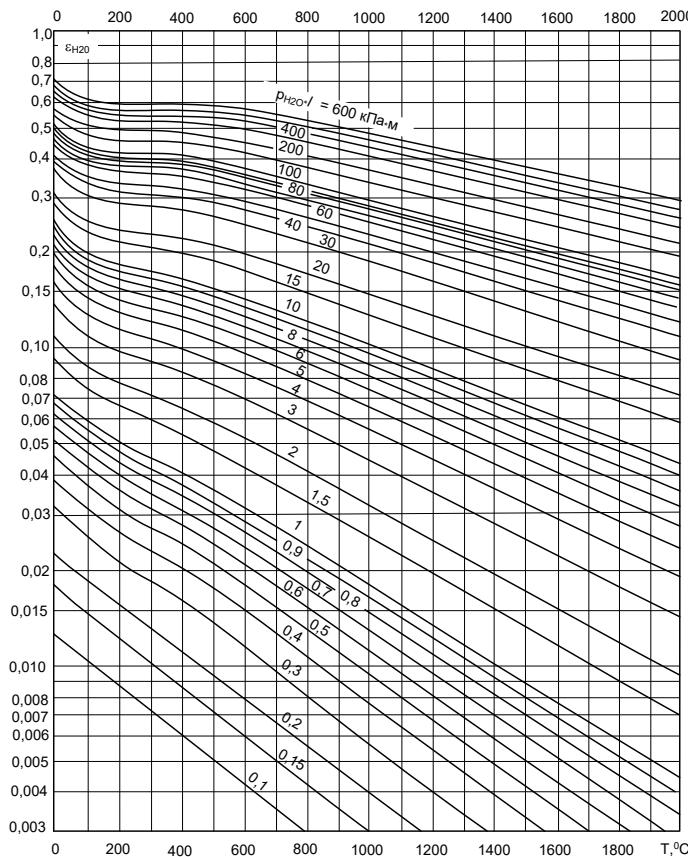


Рис. 9.12. Степень черноты водяного пара

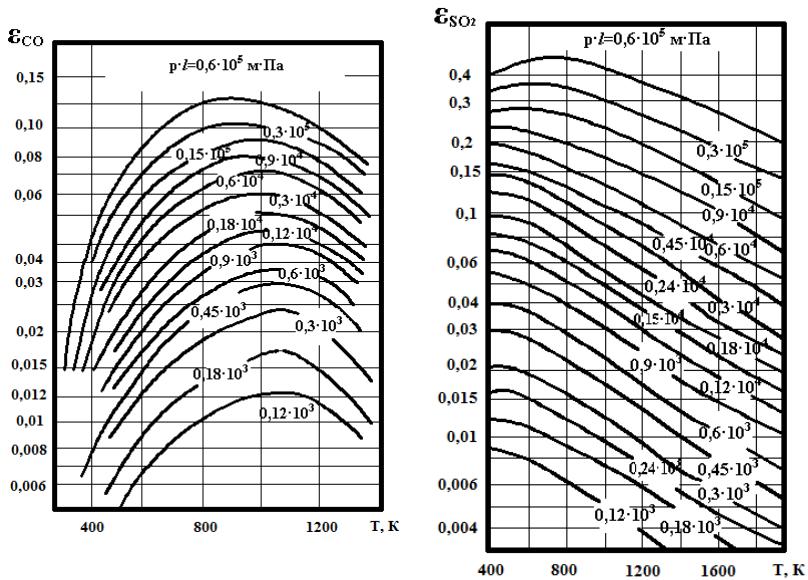


Рис. 9.13. Степень черноты CO и SO₂

В расчетах на компьютере экспериментальные данные о степени черноты и коэффициентах поглощения газов аппроксимируют аналитическими зависимостями, которые приведены в справочной литературе. Например, в справочнике [21] приведены апробированные формулы В.А. Маковского и И.И. Лаврентика для расчета степени черноты углекислого газа и водяного пара:

$$\epsilon_{\text{CO}_2} = \exp \left\{ - \left[1,4918 + 0,3980 \cdot C_{\text{CO}_2}^{-0,2609} + \right. \right. \\ \left. \left. + (0,053 - 0,1239 \cdot C_{\text{CO}_2}^{0,1718}) \cdot (T / 100) + \right. \right. \\ \left. \left. + (0,003504 + 0,0009446 \cdot C_{\text{CO}_2}^{0,5470}) \cdot (T / 100)^2 \right] \right\};$$

$$\epsilon_{\text{H}_2\text{O}} = \exp \left[0,5708 - 1,2016 \cdot C_{\text{H}_2\text{O}}^{-0,2146} - \right. \\ \left. - (0,0038 + 0,05133 \cdot C_{\text{H}_2\text{O}}^{-0,2105}) \cdot (T / 100) \right];$$

$$\beta = 1 + (-5,0 + 5,3114 \cdot C_{H_2O}^{-0,01191}) \cdot p_{H_2O}^{0,74+0,03705 \cdot C_{H_2O}^{-0,1561}},$$

где $C_{RO_2} = p_{RO_2} \cdot \ell$ – оптическая плотность газов $RO_2 = CO_2 + SO_2$; p_{RO_2} – парциальное давление газов $RO_2 = CO_2 + SO_2$, кгс/см²; $C_{H_2O} = p_{H_2O} \cdot \ell$ – оптическая плотность водяного пара, кгс/см²; p_{H_2O} – парциальное давление газов H_2O , кгс/см²; ℓ – эффективная длина пути луча, м; T – температура газа, °C.

Поправочный коэффициент в формуле (9.88) равен $m = 3,6$, если эффективная длина пути луча $\ell > 1$ м и $m = 3,4$, – если $\ell \leq 1$ м.

Формулы для расчета ε_{RO_2} и ε_{H_2O} получены при $C = 0,01 \div 1,0$ и $T = 600 \div 1800$ °C, а формула для расчета коэффициента β – при $C = 0,015 \div 3,0$ и $p_{H_2O} = 0 \div 6$ кгс/см². Средняя погрешность аппроксимации ε_r в этом случае не превышает 2,3%.

В инженерных расчетах вводят поправку на светимость факела из-за содержания в продуктах сгорания сажистых частиц, которые увеличивают степень черноты газа, рассчитанную по формуле (9.86), в ~1,5 раза для газового факела и в ~2,5 раза для мазутного факела [62]. При этом степень черноты газа, естественно, не может быть больше единицы.

Замечание. В расчетах теплоотдачи лучистый тепловой поток от газа к стенке иногда удобно представить в виде закона теплоотдачи Ньютона:

$$Q_{\text{л}} = \alpha_{\text{л}} (T_r - T_w) F_w, \quad (9.90)$$

где $\alpha_{\text{л}}$ – коэффициент теплоотдачи излучением, Вт/(м²·К).

Коэффициент теплоотдачи излучением (лучистой теплоотдачи) рассчитывают по формуле:

$$\alpha_{\text{п}} = \frac{\varepsilon_{\text{пр}} \cdot \sigma_0 \cdot (T_{\text{г}}^4 - T_{\text{в}}^4)}{T_{\text{г}} - T_{\text{в}}}, \quad (9.91)$$

где $\varepsilon_{\text{пр}}$ – приведенная степень черноты в системе газ–твердая стенка (см. формулу (9.80)).

§ 9.7. Дифференциальный и интегральный методы расчета радиационного теплообмена

Выполнить расчет теплообмена (кондуктивного, конвективного, радиационного) в заданной системе тел при наличии переменного температурного поля – это значит определить аналитически при помощи заданной математической модели процесса всего два параметра: температурное поле $T(x_i, \tau)$ и распределение тепловых потоков в пространстве и во времени $\tilde{Q}(x_i, \tau)$ [45].

Для расчета радиационного теплообмена в диатермических (прозрачных) и ослабляющих излучение газовых средах используют *дифференциальные (потоковые)* и *интегральные (зональные)* методы. Оба метода основаны на уравнении теплового баланса – в первом случае для бесконечно малого объема dV , в самом общем случае, излучающей, поглощающей и рассеивающей среды, а во втором случае, – для поверхности и объема конечных размеров.

§ 9.7. 1. Дифференциальный метод расчета радиационного теплообмена

Энергия излучения, распространяющаяся в газовой среде в определенном направлении, ослабляется за счет поглощения и рассеяния и усиливается за счет собственного излучения и рассеяния энергии «чужих» лучей в данном направлении s . Эти явления моделируются дифференциальным

уравнением переноса лучистой энергии, которое характеризует изменение интенсивности (яркости) излучения в любой заданной точке вдоль рассматриваемого направления s в излучающей и поглощающей средах. По сути, уравнение переноса энергии излучения является обобщением закона Бугера для случая, при котором в изменении интенсивности излучения учитывают вклад собственного излучения и излучения за счет рассеяния [4, 5, 9, 13, 18]. Для стационарного радиационного теплообмена уравнение переноса интенсивности излучения (яркости) в поглощающей, рассеивающей и излучающей среде, записанное в терминах спектральных характеристик, имеет вид [13]:

$$\frac{dI_\lambda(M, s)}{ds} = -k_\lambda(M) \cdot I_\lambda(M, s) + k_{\lambda, \text{погл}} I_{0, \lambda}(M) + \frac{k_{\lambda, \text{рас}}(M)}{4\pi} \int_{\omega'=4\pi} I_\lambda(M, s') \cdot \gamma_\lambda(M, s, s') d\omega', \quad (9.92)$$

где $I_\lambda(M, s)$ – спектральная интенсивность излучения в точке M в направлении «своего» луча s ; $I_\lambda(M, s')$ – спектральная интенсивность излучения в точке M в направлении «чужого» луча s' ; $k_\lambda(M) = k_{\lambda, \text{погл}}(M) + k_{\lambda, \text{рас}}(M)$ – спектральный коэффициент *ослабления* в точке M ; $k_{\lambda, \text{погл}}(M)$ – спектральный коэффициент *поглощения* в точке M ; $k_{\lambda, \text{рас}}(M)$ – спектральный коэффициент *рассеяния* в точке M ; $I_{0, \lambda}(M)$ – спектральная интенсивность энергии излучения АЧТ (рассчитывают по закону Планка); $\gamma_\lambda(M, s, s')$ – *индикатор* рассеяния; s – направление пути «своего» луча; s' – направление пути «чужого» луча; ω' – телесный угол.

Интенсивность рассеянного излучения зависит от направления. Функцию распределения рассеянного по

различным направлениям излучения называют *индикатри-
сой* рассеяния. При этом для изотропного (не зависящего от
направления) рассеянного излучения, его доля в направле-
нии s' равна $d\omega'/4\pi$, а при анизотропном рассеянии –
 $\gamma_\lambda(M, s, s') \cdot d\omega'/4\pi$ [13]. Индикатриса рассеяния опреде-
лена экспериментально для разных материалов и в графиче-
ском виде приведена во всех учебниках и монографиях по
радиационному теплообмену, например в [4, 5, 9, 13, 18].

Замечание. В правой части дифференциального уравнения (9.92) *первое* слагаемое характеризует уменьшение энергии излучения вследствие поглощения и рассеяния (см закон Бугера (9.69)).

Второе слагаемое моделирует собственное излучение погло-
щающей среды, которое в термодинамической равновесной си-
стеме по закону Кирхгофа численно равно объемной плотности
потока поглощенного излучения [5]:

$$\eta_{\text{соб}} = \eta_{\text{погл}} = k_{\text{погл}} \eta_{\text{пад}} = k_{\text{погл}} \int_{4\pi} I_0 d\omega = 4\pi k_{\text{погл}} I_0, \quad (9.93)$$

поэтому $\eta_{\text{соб}} / 4\pi = k_{\text{погл}} I_0$,

где $\eta_{\text{соб}}$, $\eta_{\text{погл}}$, $\eta_{\text{пад}}$ – объемные плотности потоков собствен-
ного, поглощенного и падающего излучений, $\text{Вт}/\text{м}^3$.

Заметим, что уравнение (9.93) может быть записано и для
спектральных характеристик излучения.

Третье слагаемое в уравнении (9.92) описывает вклад энергии
рассеянного излучения в увеличение интенсивности излучения.

Уравнение (9.92) является *интегро-дифференциальным*
уравнением, потому что искомая функция – спектральная
интенсивность излучения I_λ – входит в производную и нахо-
дится в подынтегральном выражении. При отсутствии рас-
сеяния энергии излучения $k_{\lambda, \text{рас}} = 0$ уравнение становится
дифференциальным уравнением.

Интегро-дифференциальное уравнение (9.92) решают численно методом сеток или методом конечных элементов (конечных объемов), используя современные методы аппроксимации, рассмотрение которых выходит за рамки учебника по ТМО для инженеров, занимающихся решением прикладных теплотехнических задач. В современных программно-вычислительных комплексах (ПВК) приведен набор моделей РТО для различных сред и методов их решения.

Рассчитав поле спектральной интенсивности излучения в каждой точке M в направлении s $[I_\lambda(M, s)]$ для системы, заполненной излучающей, поглощающей и рассеивающей средой, находят поле вектора плотности потока *результатирующего* излучения $\vec{q}_R(M)$ для всех точек системы по формуле [13]:

$$\vec{q}_R(M) = \int_{\lambda=0}^{\infty} \int_{\omega=4\pi} I_\lambda(M, s, \lambda) \cdot \vec{r}_{0,s} d\omega d\lambda, \quad (9.94)$$

где $\vec{r}_{0,s}$ – единичный вектор (направлен вдоль луча s).

Зная плотность потока результирующего излучения $\vec{q}_R(M)$ для всех предварительно заданных точек M излучающей, поглощаемой и рассеивающей области пространства, находят поток результирующего излучения через произвольную поверхность F , включая и граничную поверхность заданного объема F_w , по формуле:

– для произвольной поверхности в заданной области пространства

$$Q_{рез} = \int_F \vec{q}_R \cdot \vec{n}_0 dF; \quad (9.95)$$

– для граничной поверхности заданного объема

$$Q_w = \int_{F_w} \vec{q}_R \cdot \vec{n}_0 dF, \quad (9.96)$$

где \vec{n}_0 – единичный вектор нормали к элементарной площадке.

Замечание. Дифференциальные методы расчета радиационного и сложного (радиационно-конвективного) теплообмена, как правило, применяют при разработке ПВК для решения задач теплообмена, потому что они позволяют реализовать единую численную процедуру расчета температурных полей и тепловых потоков в твердых телах и текучих излучающих средах вследствие протекания процессов теплопроводности, конвективного и радиационного теплообмена. В силу сложности математического описания радиационного теплообмена при помощи интегро-дифференциальных уравнений и их решения в инженерных методах решения задач РТО дифференциальные методы не используют.

§ 9.7.2. Зональный метод расчета радиационного теплообмена [10]

Цель расчета радиационного теплообмена – определение температур (потоков собственного излучения) и потоков результирующего излучения всех поверхностных и объемных зон. При этом другие виды потоков радиационного излучения (падающего, поглощенного, эффективного и т.д.) интересуют нас только как вспомогательные величины для расчета *результирующего* излучения.

§ 9.7.2.1. Постановка задачи расчета радиационного теплообмена зональным методом

Задачи *радиационного теплообмена* в системе твердых тел и газовых объемов в зависимости от входных и выходных параметров подразделяют на *прямые, обратные и смешанные*.

В *прямых* задачах радиационного теплообмена заданными (входными) параметрами считают температуры твердых поверхностей и газовых объемов, а искомыми (выходными) параметрами – тепловыделения в газовых объемах и результирующие тепловые потоки на твердых поверхностях.

В *обратных* задачах радиационного теплообмена, наоборот, заданными (входными) параметрами считают тепловыделения в газовых объемах и результирующие тепловые потоки на твердых поверхностях, а искомыми (выходными) параметрами – температуры твердых поверхностей и газовых объемов.

В *смешанных* задачах радиационного теплообмена для одних газовых объемов и твердых поверхностей входными параметрами являются температуры, а выходными – тепловыделения и результирующие тепловые потоки; для других газовых объемов и твердых поверхностей заданы тепловыделения или результирующие тепловые потоки, а требуется найти температуры.

В теории радиационного теплообмена существует постановка задачи расчета параметров РТО, при которой в газовых объемах заданы *функциональная зависимость* между тепловыделениями и температурами объемных зон и *функциональная зависимость* между результирующими тепловыми потоками и температурами для поверхностных зон. При этом значения тепловыделений и температур для газовых объемов и значения результирующих тепловых потоков и температур, ограничивающих объем поверхностей, определяют в ходе расчета. Такую постановку задачи радиационного теплообмена называют *неявнозаданной*. В неявнозаданной постановке можно решить задачи не только радиационного теплообмена, но и задачи *внешнего радиационно – конвективного* теплообмена.

§ 9.7.2.2. Понятие зонального метода расчета

Зональные методы расчета радиационного и сложного теплообмена используют «алгебру лучистых потоков», впервые предложенную российским советским ученым Г.Л. Поляком в 1934 году, которую он назвал методом сальдо-потоков [62].

При расчете радиационного теплообмена функциональные зависимости между входными и выходными параметрами определяются геометрией системы и радиационными свойствами твердых и газовых тел. Идея зональных методов расчета заключается в разбиении всех твердых поверхностей на дискретные участки (поверхностные зоны), а газовых объемов – на конечные объемы (объемные зоны), в пределах которых температуру, тепловые потоки и радиационные свойства тел можно считать постоянными [10].

Разобъем поверхность, ограничивающую газ на m поверхностных зон, а газовый объем – на n объемных зон. Введем следующую нумерацию зон:

$i = 1, \dots, m$ – поверхностные зоны;

$i = m + 1, \dots, \ell$ – объемные зоны;

$\ell = m + n$ – суммарное число зон.

В дальнейшем для наглядности изложения будем использовать следующую систему обозначений: нижний индекс (индексы) параметра будет обозначать номер зоны, а верхний индекс – вид излучения. Например,

T_i – температура i -той зоны;

$Q_i^{\text{рез}}$ – результирующий тепловой поток i -той зоны;

$Q_i^{\text{соб}}$ – собственный тепловой поток i -той зоны;

Q_i^{ϕ} – эффективный тепловой поток i -той зоны;

$Q_i^{\text{пад}}$ – падающий тепловой поток i -той зоны;

и т.д.

Для каждой зоны в соответствии с постановкой задачи расчета радиационного теплообмена один из двух параметров – температура зоны (T_i) или результирующий тепловой поток (Q_i^{pe3}) – задан по условию, а другой является искомым. В зависимости от того, какой параметр задан, различают зоны I – го и II – го рода. Для зон I – го рода заданы температуры (T_i), а искомыми являются потоки результирующего излучения (Q_i^{pe3}). Для зон II – го рода заданы потоки результирующего излучения (Q_i^{pe3}), а требуется найти температуру зон (T_i). Поэтому при прямой постановке задачи расчета РТО все зоны являются зонами I – го рода, при обратной постановке задачи все зоны являются зонами II – го рода, при смешанной постановке задачи – есть зоны и I – го и II – го рода. При неявнозаданной постановке задачи расчета РТО для всех зон неизвестными являются и температуры, и результирующие тепловые потоки при заданной функциональной зависимости между ними. Такие зоны называют зонами III – го рода. Неявнозаданные задачи РТО решают методом последовательных приближений (методом итераций) задавая в первом приближении либо температуры зон, либо тепловые потоки. Поэтому неявнозаданная задача расчета сводится к решению или прямой задачи с использованием зон I – го рода, или к решению обратной задачи с использованием зон II – го рода.

Итак, решение задачи радиационного теплообмена для зон каждого из трех родов сводится к определению:

- потоков результирующего излучения Q_i^{pe3} (для зон I – го рода);
- температур или потоков собственного излучения $Q_i^{соб}$ (для зон II – го рода);

– потоков результирующего излучения и температур (для зон III – го рода).

§ 9.7.2.3. Обобщенные и разрешающие угловые коэффициенты излучения

При решении задач радиационного теплообмена зональными методами наряду с угловыми коэффициентами излучения используют *обобщенные* угловые коэффициенты и *разрешающие* угловые коэффициенты.

Обобщенные угловые коэффициенты

Обобщенные угловые коэффициенты используют для установления функциональной связи падающего и эффективного радиационных тепловых потоков в *классическом* зональном методе.

Обобщенным угловым коэффициентом излучения (коэффициентом облученности) называют величину, которая определяет долю лучистой энергии, приходящей на данное тело с другого тела с учетом ослабления энергии лучепоглощающей и рассеивающей средой, расположенной между телами. Таким образом, обобщенный угловой коэффициент характеризует взаимное расположение тел в пространстве и учитывает частичное поглощение (при отсутствии рассеяния) лучистой энергии газом в процессе РТО. По определению обобщенный угловой коэффициент равен:

$$\Psi_{ki} = \varphi_{ki} (1 - A_{r(ki)}) = \varphi_{ki} (1 - \varepsilon_{r(ki)}), \quad (9.97)$$

где Ψ_{ki} – обобщенный угловой коэффициент излучения с k - той зоной на i - ту зону; φ_{ki} – угловой коэффициент излучения с k - той поверхностной зоной на i - ту поверхность зону; $A_{r(ki)}$ – поглощающая способность газа на пути

луча между зонами k и i ; $\varepsilon_{r(ki)}$ – степень черноты объема газа между зонами k и i .

Если газ считать *серым* и пренебречь рассеянием излучения, то в этом случае его поглощательная способность и степень черноты равны

$$A_{r(ki)} = \varepsilon_{r(ki)}. \quad (9.98)$$

Для диатермичной среды ($A_{r(ki)} = 0$) обобщенный угловой коэффициент совпадает с угловым коэффициентом излучения $\psi_{ki} = \Phi_{ki}$.

Свойство замыкаемости для обобщенных угловых коэффициентов имеет вид:

$$\sum_{i=1}^m \psi_{ki} + \sum_{i=m+1}^{\ell} \psi_{ki} A_i = 1, \quad (9.99)$$

где $\sum_{i=m+1}^{\ell} \psi_{ki} A_i = A_{r(k)}$ – поглощательная способность газа для эффективного излучения k - той зоны. Поэтому можно записать:

$$\sum_{i=1}^m \psi_{ki} = 1 - A_{r(k)} = D_{r(k)}, \quad (9.100)$$

где $D_{r(k)}$ – пропускательная способность газа для эффективного излучения k - той зоны. Из анализа формулы (9.100) следует, что сумма обобщенных угловых коэффициентов с зоны k по всем поверхностным зонам i равна пропускательной способности газа. Выражение (9.100) можно понимать и как закон сохранения энергии для замкнутой системы тел, разделенных излучающим и поглощающим газом.

Для диатермичных (лучепрозрачных) сред $A_{r(k)} = 0$ и поэтому выражение (9.100) представляет собой свойство замкнутости для угловых коэффициентов излучения:

$$\sum_{i=1}^m \psi_{ki} = \Phi_{ki} = 1. \quad (9.101)$$

На основании вышеизложенного можно заключить, что обобщенный угловой коэффициент излучения ψ_{ki} определяет долю (вклад) эффективного излучения k -той зоны в суммарный лучистый поток от всех поверхностных зон при наличии поглощающей среды, падающей на i -тую зону:

$$Q_{ki}^{\text{пад}} = Q_k^{\text{эф}} \cdot \psi_{ki}, \quad (9.102)$$

где $Q_{ki}^{\text{пад}}$ – доля потока эффективного излучения k -той зоны падающая на i -тую зону.

Для определения полной величины потока падающего излучения на i -тую зону, очевидно, необходимо просуммировать падающие лучистые потоки от всех поверхностных зон:

$$Q_i^{\text{пад}} = \sum_k Q_k^{\text{эф}} \cdot \psi_{ki}. \quad (9.103)$$

Разрешающие угловые коэффициенты излучения

Разрешающие угловые коэффициенты используют для установления функциональной связи *результатирующего и собственного* радиационных тепловых потоков в *резольвентном* зональном методе.

Разрешающим угловым коэффициентом излучения (коэффициентом облученности) называют величину, которая определяет долю лучистой энергии, приходящей на данное тело с другого тела с учетом всех переотражений от поверхностных зон и поглощения энергии ослабляющим излучение газом. Иными словами, разрешающий угловой

коэффициент характеризует взаимное расположение тел в пространстве, учитывает все переотражения от поверхностных зон и частичное поглощение лучистой энергии газом в процессе радиационного теплообмена. Поэтому при помощи разрешающих угловых коэффициентов можно учесть все переотражения лучистой энергии без использования понятия эффективного излучения.

Разрешающие угловые коэффициенты излучения находят решением системы алгебраических уравнений:

$$\Psi_{ki} = \psi_{ki} + \sum_{j=1}^m \psi_{kj} \cdot R_j \cdot \Psi_{ji}, \quad (9.104)$$

где Ψ_{ki} – разрешающий угловой коэффициент с k - той зоны на i - ту зону; ψ_{ki} – обобщенный угловой коэффициент с k - той зоны на i - ту зону; ψ_{kj} – обобщенный угловой коэффициент с k - той зоны на j - ту зону; $R_j = 1 - A_j$ – отражательная способность j - той зоны; Ψ_{ji} – разрешающий угловой коэффициент с j - той зоны на i - ту зону.

Суммирование в правой части формулы (9.104) проводят только для поверхностных зон, поскольку для объемных зон отражательные способности равны нулю ($R_j = 0$ при $j = m+1, \dots, 1$).

Первое слагаемое в правой части ψ_{ki} системы уравнений (9.104) характеризует долю собственного излучения k - той зоны, которое достигло i - той зоны непосредственно (без переотражений), но с учетом поглощения на пути луча от зоны k до зоны i . Каждое слагаемое $\psi_{kj} R_j \Psi_{ki}$ под знаком суммы определяет долю собственного излучения, которое попадает с k - той зоны на некоторую j - ту поверхность зону с учетом поглощения энергии излучения на пути луча от зоны k до зоны j , отражается от неё и, затем,

переотражаясь от всех поверхностных зон и поглощаясь, попадает на i - ту зону.

Для системы тел, разделенных диатермической средой, обобщенные угловые коэффициенты равны угловым коэффициентам излучения и в этом случае система уравнений (9.104) принимает вид:

$$\Psi_{ki} = \varphi_{ki} + \sum_{j=1}^m \varphi_{kj} \cdot R_j \cdot \Psi_{ji}, \quad (9.105)$$

где φ_{ki} – угловой коэффициент излучения с k - той зоны на i - ту зону; φ_{kj} – угловой коэффициент излучения с k - той зоны на j - ту зону.

Свойство замкнутости (замыкаемости) для разрешающих угловых коэффициентов имеет вид:

$$\sum_i \Psi_{ki} \cdot A_i = 1. \quad (9.106)$$

Свойство замыкаемости (9.106) показывает, что согласно закону сохранения энергии, всё собственное излучение каждой k - той зоны полностью поглощается внутри данной замкнутой системы.

На основании вышесказанного ещё раз отметим, что разрешающий угловой коэффициент излучения Ψ_{ki} определяет долю (вклад) собственного излучения k - той зоны в лучистый поток, падающий на i - ту зону:

$$Q_{ki}^{\text{пад}} = Q_k^{\text{соб}} \cdot \Psi_{ki}, \quad (9.107)$$

где $Q_{ki}^{\text{пад}}$ – доля потока собственного излучения k - той зоны падающая на i - ту зону; $Q_k^{\text{соб}}$ – поток собственного излучения k - той зоны; Ψ_{ki} – разрешающий угловой коэффициент с k - той зоны на i - ту зону.

Для определения полной величины потока падающего излучения на i -ту зону просуммируем все падающие лу-чистые потоки на эту зону i :

$$Q_i^{\text{пад}} = \sum_k Q_k^{\text{соб}} \cdot \Psi_{ki}, \quad i = 1, \dots, \ell. \quad (9.108)$$

§ 9.7.2.4. Классический зональный метод расчета радиационного теплообмена

Основные формулы

Запишем основные формулы для расчета зональных тепловых потоков из раздела § 9.1.2, используя обозначе-ния, принятые в § 9.7.2.2.

Формула (9.8) для эффективного теплового потока i -той поверхностной зоны примет вид:

$$\begin{aligned} Q_i^{\text{эф}} &= Q_i^{\text{отр}} + Q_i^{\text{соб}} = (1 - A_i) \cdot Q_i^{\text{пад}} + Q_i^{\text{соб}} = \\ &= R_i \cdot Q_i^{\text{пад}} + Q_i^{\text{соб}}, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (9.109)$$

где A_i – поглощательная способность i -той поверхностной зоны; $R_i = 1 - A_i$ – отражательная способность i -той по-верхностной зоны.

Для объемных газовых зон отражательная способность равна нулю, поэтому для этих зон эффективный тепловой поток равен собственному тепловому потоку

$$Q_i^{\text{эф}} = Q_i^{\text{соб}}, \quad i = m + 1, \dots, \ell. \quad (9.110)$$

Формулу (9.9) расчета результирующего теплового по-тока для поверхностных и объемных зон перепишем в виде:

$$Q_i^{\text{рез}} = Q_i^{\text{погл}} - Q_i^{\text{соб}} = A_i \cdot Q_i^{\text{пад}} - Q_i^{\text{соб}}. \quad (9.111)$$

Для поверхностных зон результирующий тепловой поток можно выразить через поток эффективного излучения по формуле (9.13), которая в зональной форме записи принимает вид:

$$Q_i^{p_{ez}} = Q_i^{\text{пад}} - Q_i^{\text{эф}}. \quad (9.112)$$

Зная потоки собственного и эффективного излучения, результирующий тепловой поток находят по формуле (9.15), которую в зональных методах записывают в виде:

$$Q_i^{p_{ez}} = \frac{1}{R_i} \cdot (A_i \cdot Q_i^{\text{эф}} - Q_i^{\text{соб}}). \quad (9.113)$$

Расчет радиационного теплообмена классическим зональным методом выполняют в два этапа. На первом этапе рассчитывают эффективные тепловые потоки всех зон $Q_i^{\text{эф}}$, а затем, в зависимости от постановки задачи, рассчитывают неизвестные температуры зон T_i (или потоки собственного излучения $Q_i^{\text{соб}}$) для зон II - го рода и результирующие тепловые потоки ($Q_i^{p_{ez}}$) для зон I - го рода.

Система зональных уравнений

Рассмотрим систему тел, состоящую из поверхностных зон I - го и II - го рода и объемных зон I - го и II - го рода. Для определенности будем считать, что эта система тел содержит:

- m_1 поверхностных зон I - го рода ($i = 1, \dots, m_1$);
- m_2 поверхностных зон II - го рода ($i = m_1 + 1, \dots, m$);
- n_1 объемных зон I - го рода ($i = m + 1, \dots, m + n_1$);
- n_2 поверхностных зон II - го рода ($i = m + n_1 + 1, \dots, \ell$).

Используя формулы (9.109) \div (9.112), запишем уравнения для расчета эффективных тепловых потоков для каждой из указанных зон.

Применяя формулу (9.109) для расчета эффективных тепловых потоков для поверхностных зон I - го рода получим:

$$Q_i^{\phi} = R_i \cdot Q_i^{\text{пад}} + Q_i^{\text{соб}}, \quad i = 1, \dots, m_1, \quad (9.114)$$

где падающий на i - ту поверхностьную зону поток рассчитывают по формуле (9.103), с учетом которой выражение (9.114) принимает вид:

$$Q_i^{\phi} = R_i \cdot \sum_k Q_k^{\phi} \cdot \psi_{ki} + Q_i^{\text{соб}}, \quad i = 1, \dots, m_1, \quad (9.115)$$

где $Q_i^{\text{соб}} = \varepsilon_i \cdot \sigma_0 T_i^4 \cdot F_i$ – поток собственного излучения i - той зоны.

Применяя формулу (9.112) для расчета эффективных тепловых потоков для поверхностных зон II - го рода, получим:

$$Q_i^{\phi} = Q_i^{\text{пад}} - Q_i^{\text{пез}}, \quad i = m_1 + 1, \dots, m, \quad (9.116)$$

где падающий на i - ту поверхностьную зону поток рассчитывают по формуле (9.103), с учетом которой выражение (9.116) принимает вид:

$$Q_i^{\phi} = \sum_k Q_k^{\phi} \cdot \psi_{ki} - Q_i^{\text{пез}}, \quad i = m_1 + 1, \dots, m. \quad (9.117)$$

Согласно формуле (9.110) для объемных зон I - го рода эффективный тепловой поток равен потоку собственного излучения объемной зоны, так как отражательная способность объемных зон равна нулю:

$$Q_i^{\phi} = Q_i^{\text{соб}}, \quad i = m + 1, \dots, m + n_1. \quad (9.118)$$

Учитывая равенство (9.110), перепишем формулу (9.111) для объемных зон II - го рода:

$$Q_i^{pe3} = A_i \cdot Q_i^{пад} - Q_i^{\phi}, \quad i = m + n_1 + 1, \dots, \ell. \quad (9.119)$$

Выражая из формулы (9.119) эффективный тепловой поток i - той объемной зоны II - го рода, получим:

$$Q_i^{\phi} = A_i \cdot Q_i^{пад} - Q_i^{pe3}, \quad i = m + n_1 + 1, \dots, \ell, \quad (9.120)$$

где падающий на i - ту объемную зону поток рассчитывают по формуле (9.103), с учетом которой выражение (9.119) принимает вид:

$$Q_i^{\phi} = A_i \cdot \sum_k Q_k^{\phi} \cdot \psi_{ki} - Q_i^{pe3}, \quad i = m + n_1 + 1, \dots, \ell. \quad (9.121)$$

В итоге получена система из $\ell = m + n$ зональных уравнений относительно $\ell = m + n$ неизвестных эффективных тепловых потоков Q_i^{ϕ} , ($i = 1, \dots, \ell$):

$$\begin{cases} Q_i^{\phi} = R_i \cdot \sum_k Q_k^{\phi} \cdot \psi_{ki} + Q_i^{co6}, \quad i = 1, \dots, m_1 \\ Q_i^{\phi} = \sum_k Q_k^{\phi} \cdot \psi_{ki} - Q_i^{pe3}, \quad i = m_1 + 1, \dots, m \\ Q_i^{\phi} = Q_i^{co6}, \quad i = m + 1, \dots, m + n_1 \\ Q_i^{\phi} = A_i \cdot \sum_k Q_k^{\phi} \cdot \psi_{ki} - Q_i^{pe3}, \quad i = m + n_1 + 1, \dots, \ell. \end{cases} \quad (9.122)$$

Решая систему уравнений (9.122), находят значения неизвестных эффективных тепловых потоков Q_i^{ϕ} для всех поверхностных и объемных зон. Затем рассчитывают потоки результирующего излучения Q_i^{pe3} для поверхностных зон I - го рода ($i = 1, \dots, m_1$) и объемных зон I - го рода ($i = m + 1, \dots, m + n_1$) и значения температур T_i – для

поверхностных зон II - го рода ($i = m_1 + 1, \dots, m$) и объемных зон II - го рода ($i = m + n_1 + 1, \dots, \ell$).

Результирующий тепловой поток для поверхностных зон I - го рода ($i = 1, \dots, m_1$) можно найти по формулам (9.111), (9.112) и (9.113), которые для системы поверхностных и объемных зон принимают вид:

$$Q_i^{p_{ez}} = Q_i^{p_{ogl}} - Q_i^{co6} = A_i \cdot \sum_k Q_k^{e\phi} \cdot \psi_{ki} - Q_i^{co6}; \quad (9.123)$$

$$Q_i^{p_{ez}} = Q_i^{pad} - Q_i^{e\phi} = \sum_k Q_k^{e\phi} \cdot \psi_{ki} - Q_i^{e\phi}; \quad (9.124)$$

$$Q_i^{p_{ez}} = \frac{1}{R_i} \cdot (A_i \cdot Q_i^{e\phi} - Q_i^{co6}). \quad (9.125)$$

Расчетные формулы (9.123) и (9.124) для определения $Q_i^{p_{ez}}$, в принципе, эквивалентны. По формуле (9.125) результирующий тепловой поток рассчитывать проще. Однако надо иметь в виду, что при стремлении отражательной способности поверхностной зоны к нулю ($R \rightarrow 0$) погрешность расчета возрастает.

Поток собственного излучения для поверхностных зон II - го рода ($i = m_1 + 1, \dots, m$) находят из выражения (9.113):

$$Q_i^{co6} = A_i \cdot Q_i^{e\phi} - R_i Q_i^{p_{ez}}. \quad (9.126)$$

Зная поток собственного излучения i - той зоны, ее температуру рассчитывают по формуле, следующей из законов Стефана-Больцмана и Кирхгофа:

$$Q_i^{co6} = \varepsilon_i \cdot \sigma_0 T_i^4 \cdot F_i, \quad (9.127)$$

откуда получаем

$$T_i = \sqrt[4]{\frac{Q_i^{\text{соб}}}{\varepsilon_i \cdot \sigma_0 \cdot F_i}}. \quad (9.128)$$

Результирующий тепловой поток для объемных зон I - го рода ($i = m + 1, \dots, m + n_1$) рассчитывают по формуле (9.123):

$$Q_i^{\text{рез}} = Q_i^{\text{погл}} - Q_i^{\text{соб}} = A_i \cdot \sum_k Q_k^{\text{эф}} \cdot \psi_{ki} - Q_i^{\text{соб}}. \quad (9.129)$$

И, наконец, поток собственного излучения объемных зон II - го рода ($i = m + n_1 + 1, \dots, \ell$) находят по формуле (9.110), которая учитывает, что объемные зоны не отражают падающий на них поток:

$$Q_i^{\text{соб}} = Q_i^{\text{эф}}, \quad (9.130)$$

а температуру объемных зон II - го рода ($i = m + n_1 + 1, \dots, \ell$) рассчитывают по формуле (9.128), в которой F_i в данном случае равна площади поверхности объемной зоны.

Алгоритм решения системы зональных уравнений

В полную систему зональных уравнений, которая состоит из подсистемы (9.122) определения эффективных тепловых потоков и уравнений для расчета неизвестных потоков результирующего излучения для зон I - го рода и неизвестных температур для зон II - го рода входят радиационные коэффициенты (поглощательные и отражательные способности зон, степени черноты, обобщенные угловые коэффициенты). Если коэффициенты системы *не зависят* от температуры, то полная система зональных уравнений является *линейной* относительно потоков эффективного излучения (подсистема (9.122)), потоков результирующего излучения

для зон I - го рода и неизвестных температур для зон II - го рода. В этом случае после решения системы (9.122) находят потоки эффективного излучения Q_i^{ϕ} для всех поверхностных и объемных зон. Затем по явным формулам (9.123), (9.124) и (9.125) рассчитывают потоки результирующего излучения для поверхностных зон I - го рода, по явной формуле (9.129) – результирующий тепловой поток для объемных зон I - го рода. По явным формулам (9.126) и (9.128) находят поток собственного излучения и температуру поверхностных зон II - го рода, а по явным формулам (9.130) и (9.128) – поток собственного излучения и температуру объемных зон II - го рода.

Однако при выполнении инженерных расчетов чаще приходится решать нелинейную систему зональных уравнений (9.122 \div 9.130). Нелинейность системы зональных уравнений обусловлена зависимостью поглощательных способностей зон, степени черноты зон, обобщенных угловых коэффициентов от температуры. Для решения нелинейной системы (9.122 \div 9.130) применяют различные модификации итерационных методов, рассмотрение которых выходит за рамки учебника. Заметим, что часто решение систем нелинейных уравнений можно получить, используя стандартное математическое обеспечение современных персональных компьютеров.

§ 9.7.2.5. Резольвентный зональный метод расчета радиационного теплообмена

Классический зональный метод основан на использовании понятия эффективного излучения, под которым понимают сумму потоков собственного и отраженного излучений. Но объемные зоны не отражают падающий на них поток, и поэтому использование классического зонального метода удобно для расчета системы тел, разделенных

диатермичной средой. При учете излучения и поглощения лучистой энергии в газовых объемах более удобным для математического описания радиационного теплообмена является резольвентный зональный метод.

Основой всех уравнений резольвентного зонального метода является выражение (9.111) непосредственно связывающее результирующие и собственные тепловые потоки:

$$Q_i^{\text{рез}} = Q_i^{\text{погл}} - Q_i^{\text{соб}} = A_i \cdot Q_i^{\text{пад}} - Q_i^{\text{соб}}.$$

В этом случае эффективные потоки оказываются не нужны и поэтому в расчет вводят разрешающие угловые коэффициенты излучения, которые непосредственно связывают потоки падающего и собственного излучения.

По определению [10], разрешающий (разрешающий обобщенный) угловой коэффициент Ψ_{ki} учитывает вклад собственного излучения k -той зоны в падающий тепловой поток на i -тую зону с учетом всех переотражений потока собственного излучения k -той зоны от всех поверхностных зон и поглощений во всех объемных зонах. Поэтому необходимость применения эффективных тепловых потоков, равных сумме собственного и отраженного излучения, в этом случае отпадает.

Итак, с введением в расчет РТО разрешающего углового коэффициента величину потока собственного излучения k -той зоны падающего на i -тую зону рассчитывают по формуле (9.107):

$$Q_{ki}^{\text{пад}} = Q_k^{\text{соб}} \cdot \Psi_{ki},$$

где $Q_{ki}^{\text{пад}}$ – доля потока собственного излучения k -той зоны падающая на i -тую зону; $Q_k^{\text{соб}}$ – поток собственного излучения k -той зоны; Ψ_{ki} – разрешающий угловой коэффициент с k -той зоны на i -тую зону.

Суммарную величину потока падающего излучения на i -тую зону рассчитывают по формуле (9.108).

С учетом (9.107) формула (9.111) примет вид:

$$Q_i^{\text{рез}} = Q_i^{\text{погл}} - Q_i^{\text{соб}} = A_i \cdot \sum_k Q_k^{\text{соб}} \cdot \Psi_{ki} - Q_i^{\text{соб}}. \quad (9.131)$$

Выражение (9.131) служит основой математического моделирования радиационного теплообмена резольвентным зональным методом!

Свойства и методы определения разрешающих угловых коэффициентов излучения подробно изложены в § 9.7.2.3.

Система зональных уравнений

Рассмотрим систему ℓ тел, состоящую из m_1 поверхностных зон I - го рода и n_1 объемных зон I - го рода, m_2 поверхностных зон II - го рода и n_2 объемных зон II - го рода. Тогда суммарное количество зон I - го рода как поверхностных, так и объемных равно $\ell_1 = m_1 + n_1$, а общее число зон II - го рода составит величину $\ell_2 = m_2 + n_2 = \ell - \ell_1$.

Для определенности введем следующую нумерацию зон:

– зоны I - го рода и поверхностные, и объемные имеют номера $i = 1, \dots, \ell_1$;

– зоны II - го рода и поверхностные, и объемные имеют номера $i = \ell_1 + 1, \dots, \ell$.

Система зональных уравнений в рамках резольвентного зонального метода, основанная на уравнении (9.131), имеет вид:

– для поверхностных и объемных зон I - го рода

$$Q_i^{\text{рез}} = A_i \cdot \sum_k Q_k^{\text{соб}} \cdot \Psi_{ki} - Q_i^{\text{соб}}, \quad i = 1, \dots, \ell_1; \quad (9.132)$$

– для поверхностных и объемных зон II - го рода

$$Q_i^{\text{co6}} = A_i \cdot \sum_k Q_k^{\text{co6}} \cdot \Psi_{ki} - Q_i^{\text{pes}}, \quad i = \ell_1 + 1, \dots, \ell. \quad (9.133)$$

Простота системы зональных уравнений, записанных в рамках резольвентного зонального метода, достигается использованием разрешающих коэффициентов, учитывающих радиационные свойства поверхностных зон и оптические свойства объемных зон.

Алгоритм решения системы зональных уравнений

Система зональных уравнений, записанная по правилам резольвентного зонального метода (9.132) – (9.133), имеет единообразный вид, так как для её записи использовано одно уравнение (9.131). Фактически система зональных уравнений (9.132) – (9.133) состоит из двух независимых подсистем:

- подсистема (9.132) для зон I - го рода;
- подсистема (9.133) для зон II - го рода.

При этом выражения (9.132) представляют собой явные формулы относительно неизвестных потоков результирующего излучения. Поэтому задача решения полной системы зональных уравнений (9.132) – (9.133) сводится к решению подсистемы (9.133).

Подсистема уравнений (9.133) может быть *линейной* (поглощательные способности и разрешающие угловые коэффициенты не зависят от температуры зон II - го рода) и *нелинейной* (поглощательные способности и разрешающие угловые коэффициенты зависят от температуры зон II - го рода).

Решение системы линейных уравнений выполняют при помощи стандартных процедур, входящих в математическое обеспечение современных компьютеров.

Для решения системы *нелинейных* уравнений применяют итерационные методы, которые можно разделить на две большие группы – *градиентные* и *безградиентные* методы. Среди *градиентных* методов наибольшую популярность приобрел итерационный метод Ньютона.

Для удобства применения итерационного метода Ньютона перепишем подсистему (9.133), заменяя в ней потоки собственного излучения их выражениям по формуле (9.127):

$$Q_k^{\text{соб}} = \varepsilon_k \cdot \sigma_0 T_k^4 \cdot F_k.$$

Тогда подсистема (9.133) принимает вид:

$$\varepsilon_i \sigma_0 T_i^4 F_i = A_i \cdot \sum_k \varepsilon_k \sigma_0 T_k^4 F_k \cdot \Psi_{ki} - Q_i^{\text{пез}}. \quad (9.134)$$

Или, перегруппируя слагаемые, получим:

$$\sum_k \varepsilon_k \sigma_0 T_k^4 F_k \cdot (\Psi_{ki} A_i - \delta_{ki}) - Q_i^{\text{пез}} = 0, \quad (9.135)$$

где δ_{ik} – символ Кронекера, равный

$$\delta_{ki} = 1 \text{ при } k = i;$$

$$\delta_{ki} = 0 \text{ при } k \neq i.$$

В расчетах радиационного теплообмена для упрощения записи используют так называемые *коэффициенты радиационного теплообмена* (радиационного обмена) a_{ki} , на которые в i -том уравнении умножается температура k -той зоны в четвертой степени (T_k^4). Из формулы (9.135) следует, что коэффициент радиационного обмена равен:

$$a_{ki} = \varepsilon_k \sigma_0 F_k \cdot (\Psi_{ki} A_i - \delta_{ki}). \quad (9.136)$$

Используя коэффициенты радиационного обмена a_{ki} , систему зональных уравнений для зон II-го рода (9.133) (или систему (9.135)) записывают в виде:

$$\sum_k a_{ki} T_k^4 - Q_i^{pes} = 0, \quad i = \ell_1 + 1, \dots, \ell. \quad (9.137)$$

При использовании коэффициентов радиационного обмена система зональных уравнений (9.132) для зон I - го рода принимает вид:

$$Q_i^{pes} = \sum_k a_{ki} T_k^4, \quad i = 1, \dots, \ell_1. \quad (9.138)$$

Решая систему уравнений (9.137), находят температуры всех зон II - го рода $T_i, i = \ell_1 + 1, \dots, \ell$. Затем по явным формулам (9.138) рассчитывают результирующие потоки зон I - го рода.

К достоинствам резольвентного зонального метода следует отнести универсальность формы записи зональных уравнений для поверхностных и объемных зон, наглядность записи зональных уравнений и компактность алгоритма расчета.

Замечание. Резольвентный зональный метод удобно применять не только для расчета радиационного теплообмена, но и для расчета сложного (лучисто-конвективного) теплообмена. В этом случае для расчета используют зоны III - го рода, для которых, по определению, является заданной функциональная зависимость между температурой и результирующим потоком зоны. При математическом описании конвективного теплопереноса, конвективной теплоотдачи и теплопередачи через стенки в зональных уравнениях появляются слагаемые, линейно зависящие от температуры.

Система зональных уравнений при наличии зон III - го рода имеет вид:

$$\sum_k a_{ki} T_k^4 + \sum_k h_{ki} T_k + h_i^o = 0, \quad (9.139)$$

где h_{ki}, h_i^o – коэффициенты конвективного обмена, которые рассчитывают в зависимости от вида конвекции и

конкретной постановки задачи в заданной системе теплообмена.

При наличии в рассматриваемой системе тел зон III - го рода система зональных уравнений становится *существенно нелинейной* и для её решения необходимо использовать итерационные методы.

§ 9.7.2.6. Модификации зонального метода расчета радиационного теплообмена

В настоящее время наряду с *классическим и резольвентным* зональными методами в расчетах РТО используют и другие модификации зонального метода.

Упрощенный зональный метод (метод Бухмирова–Крупенникова)

Одно из направлений повышения эффективности зональных методов связано с принятием дополнительных упрощающих расчет РТО допущений. Разработка упрощенного зонального метода была вызвана необходимостью расчета радиационного теплообмена для систем, в которых существуют объемные зоны, разделенные друг от друга одной или несколькими объемными зонами. В этом случае расчет поглощения лучистой энергии на пути луча между этими зонами весьма затруднителен. Такого рода теплообмен существует в теплотехнических агрегатах с поглощающей, излучающей и рассеивающей средой у которых длина (высота) много больше двух других размеров (парогенераторы, проходные и вращающиеся печи и сушила и т.д.). Поэтому для упрощения расчета между всеми объемными зонами рассматривается теплообмен только между соседними зонами путем введения условных абсолютно черных поверхностей. Например, при расчете температуры объемной зоны

i (см. рис. 9.14) излучение смежных с ней объемных зон можно заменить излучением условных абсолютно черных поверхностей – «граней» (показанных на рис. 9.14 пунктиром), температуры которых задаются таким образом, чтобы обеспечить действительные значения потоков результирующего излучения на границах рассматриваемой объемной зоны. Взаимное согласование результатов расчета РТО в отдельных объемных зонах производится с помощью специальной итерационной процедуры.

Существенное упрощение расчета РТО в этом случае обусловлено исключением из рассмотрения обобщенных угловых коэффициентов излучения между зонами, разделенными более чем одной объемной зоной. Такой подход может быть реализован как в классической, так и в резольвентной (более эффективной) постановке.

Преимуществом упрощенного зонального метода перед его традиционными модификациями является не только упрощение расчетной схемы и необходимость определения обобщенных угловых коэффициентов излучения лишь в изотермических объемных зонах, но и существенное сокращение числа этих коэффициентов.

Для доказательства сказанного рассмотрим систему, образованную непрозрачной поверхностью, пространство внутри которой заполнено серой поглощающей и излучающей средой. Пренебрегая конвективным и кондуктивным теплообменом и применяя для расчета радиационного теплообмена (РТО) зональный метод, разобъем систему на m поверхностных и n объемных зон, в пределах которых все характеристики РТО можно приближенно считать постоянными.

В разделе § 9.7.2.3 было показано, что зональная методика расчета РТО базируется на понятии обобщенного углового коэффициента излучения ψ_{ki} , характеризующего долю потока эффективного излучения k - той зоны,

достигающей i - той зоны, с учетом поглощения части излучения средой. При этом обобщенный угловой коэффициент излучения ψ_{ki} связан с угловым коэффициентом излучения в диатермичной среде ϕ_{ki} соотношением $\psi_{ki} = \phi_{ki} \cdot D_{ki}$, где D_{ki} – пропускательная способность среды для части эффективного излучения k - той зоны, достигающей i - той зоны.

Нахождение матрицы $(m+n) \times (m+n)$ обобщенных угловых коэффициентов излучения представляет собой обычно наиболее сложный и трудоемкий этап решения задачи радиационного теплообмена. Это обусловлено, главным образом, необходимостью определения пропускательной способности среды D_{ki} для зон, разделенных несколькими объемными зонами. Часто применяемая на практике формула [10] $D_{ki} = \Pi D_j$, где символ Π означает «произведение», а индекс j – номера объемных зон, разделяющих k - ту и i - ту зоны, в общем случае является весьма приближенной. Потому что, строго говоря, величина пропускательной способности, равная в самом приближении $D_j = 1 - \varepsilon_j$, где ε_j – степень черноты, представляет собой пропускательную способность j - той зоны для излучения ограничивающей ее поверхности, а не для части излучения k - той зоны. Предлагаемый подход позволяет исключить из рассмотрения обобщенные угловые коэффициенты излучения между зонами, разделенными более чем одной объемной зоной, и тем самым существенно упростить расчет РТО.

Перед изложением сути упрощенного зонального метода примем следующие дополнительные допущения:

- эффективное излучение поверхностных зон является диффузным;
- температуры поверхностных зон заданы;
- в излучающей и поглощающей среде отсутствуют источники и стоки тепла.

Указанные допущения, кроме первого, не являются принципиальными и используются только для упрощения изложения.

Рассмотрим некоторую i - ту объемную зону. Номера смежных с ней поверхностных зон обозначим через j_1, j_2, \dots , а объемных – через k_1, k_2, \dots . Введем также следующие обозначения (рис. 9.14): F_j ($j = j_1, j_2, \dots$) – площади поверхностных зон; F_{ki} ($k = k_1, k_2, \dots$) – площади условных поверхностей («граней»), отделяющих i - ту зону от смежных с ней объемных зон; q_j ($j = j_1, j_2, \dots$) – плотность потока результирующего излучения, проходящего через j - ту объемную зону; q_{ki} ($k = k_1, k_2, \dots$) – плотность потока результирующего излучения, проходящего через k - ту грань.

Введем в рассмотрение воображаемые абсолютно черные поверхности, которые на рис. 9.14 показаны пунктиром, прилегающие к i - той зоне со стороны смежных с ней объемных зон и имеющие температуры T_{ki} ($k = k_1, k_2, \dots$). Образованную таким образом замкнутую систему, состоящую из i - того изотермического объема, поверхностных зон j_1, j_2, \dots и абсолютно черных поверхностей F_{ki} ($k = k_1, k_2, \dots$) будем называть i - той подсистемой. Расчет РТО в такой подсистеме не представляет затруднений и позволяет выразить плотности потоков результирующего излучения на ее границах q_j ($j = j_1, j_2, \dots$), q_{ki} ($k = k_1, k_2, \dots$) и температуру среды T_i в виде функций граничных температур T_j ($j = j_1, j_2, \dots$), T_{ki} ($k = k_1, k_2, \dots$):

$$q_j = q_j(T_{j1}, T_{j2}, \dots, T_{k_1 i}, T_{k_2 i}, \dots), j = j_1, j_2, \dots; \quad (9.140)$$

$$q_{ki} = q_{ki}(T_{j1}, T_{j2}, \dots, T_{k_1 i}, T_{k_2 i}, \dots); \quad (9.141)$$

$$T_i = T_i(T_{j1}, T_{j2}, \dots, T_{k_1 i}, T_{k_2 i}, \dots). \quad (9.142)$$

Используя соотношения (9.140) и (9.141), абсолютно черным поверхностям F_{ki} приписывают такие температуры T_{ki} , при которых плотности потоков результирующего излучения q_j и q_{ki} сохранили свои действительные значения. Температуру T_{ki} называют эффективной температурой k -той грани для i -той объемной зоны.

Выполняя аналогичные рассуждения для всех объемных зон, записывают n соотношений вида (9.140) – (9.142) и для каждой объемной зоны определяют эффективные температуры ее граней. Например, для k -той объемной зоны, смежной с рассмотренной выше i -той объемной зоной, эффективная температура i -той грани будет равна T_{ik} .

Для взаимного согласования результатов расчета РТО в отдельных подсистемах необходимо и достаточно, чтобы для каждой пары смежных объемных зон выполнялись следующие соотношения (рис. 9.15):

$$q_{ki} = -q_{ik} = \sigma_0 \cdot (T_{ki}^4 - T_{ik}^4), \quad (9.143)$$

где σ_0 – постоянная Стефана-Больцмана.

Соотношения (9.143) связывают подсистемы уравнений вида (9.140) – (9.142) в единую систему уравнений, решение которой получают методом итераций.

Отметим также, что преимуществом предлагаемого подхода перед традиционными модификациями зонального метода является не только упрощение расчетной схемы и необходимость определения обобщенных угловых коэффициентов излучения лишь в изотермических объемных зонах, но и существенное сокращение числа этих коэффициентов с $(m+n)x(m+n)$ до $\sum \ell_i^2$, где ℓ_i – количество зон в i -той подсистеме.

Для демонстрации преимуществ упрощенного зонального метода проведем расчет радиационного теплообмена

в плоском слое серой среды, заключенной между двумя непрозрачными поверхностями $x = 0$ и $x = \delta$, которые имеют постоянные температуры T_a и T_b ($T_a < T_b$). Для этого случая радиационного теплообмена в монографии Оцисика приведено точное аналитическое решение [69].

Для упрощения изложения будем считать граничные поверхности абсолютно черными, а коэффициент поглощения среды k – независящим от температуры.

Разобъем интервал $0 \leq x \leq \delta$ на N элементарных интервалов (слоев) толщиной $\Delta x = \delta / N$ (см. рис. 9.16). Применяя зональную методику, рассматриваем граничные поверхности как две поверхностные зоны, имеющие заданные по условию температуры $T_0 = T_a$ и $T_{N+1} = T_b$, а элементарные слои – как N ($i=1, \dots, N$) объемных изотермических зон (адиабатных при отсутствии источников и стоков тепла).

Выделим i -тую подсистему, образованную i -тым элементарным изотермическим слоем и прилегающими к нему абсолютно черными поверхностями, имеющими эффективные температуры $T_{i-1,i}$ и $T_{i+1,i}$ (при абсолютно черных поверхностных зонах $T_{0,1} = T_0$ и $T_{N+1,N} = T_{N+1}$). Расчет РТО в этой подсистеме приводит к формулам (9.143) – (9.144):

$$q_{i+1,i} = -q_{i-1,i} = (1 - \varepsilon_{\Delta x}) \cdot \sigma_0 \cdot (T_{i+1,i}^4 - T_{i-1,i}^4); \quad (9.144)$$

где $\varepsilon_{\Delta x} = 1 - \exp(-k \cdot \ell) = \varepsilon_{\Delta x} = 1 - \exp(-k \cdot 2\Delta x)$ – степень черноты плоского слоя толщиной Δx ; k – коэффициент ослабления излучения; ℓ – эффективная длина пути луча в плоском слое толщиной Δx .

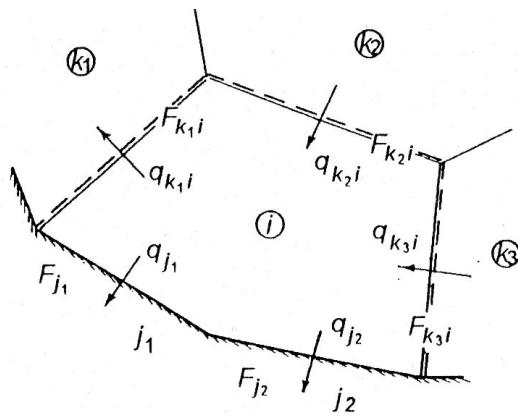


Рис. 9.14. К расчету РТО в i - той объемной зоне:

k_1, k_2, k_3 – номера смежных объемных зон; j_1, j_2 – номера смежных поверхностных зон; F_j – площади поверхностных зон; F_{ki} – площади граней, отделяющих i - ту зону от смежных с ней объемных зон; q_j – плотность потока результирующего излучения, проходящего через j - ту поверхность зону; q_{ki} – плотность потока результирующего излучения, проходящего через k - ту грань

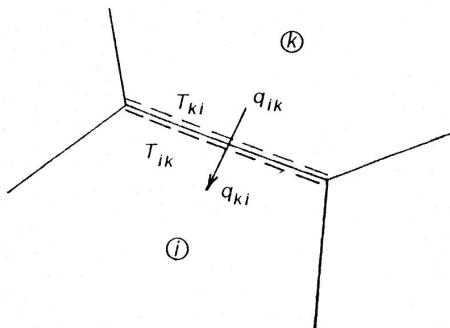


Рис. 9.15. К выводу условия согласования эффективных температур в смежных объемных зонах

Эффективную длину пути луча в плоском слое толщиной Δx найдем по формуле (9.88) для слабо поглощающей среды при $m = 1$:

$$\ell = 4V / F = 4 \cdot (\Delta x \cdot 1 \cdot 1) / [2 \cdot (1 \cdot 1)] = 2\Delta x,$$

где $V = \Delta x \cdot 1 \cdot 1$ – единичный объем шириной Δx , m^3 ;
 $F = [2 \cdot (1 \cdot 1)]$ – площадь поверхности единичного объема, m^2 .

Температуру i -го элементарного изотермического слоя T_i найдем из равенства потоков $q_{i+1,i} = q_{i,i-1}$:

$$\sigma_0(T_{i+1,i}^4 - T_i^4) = \sigma_0(T_i^4 - T_{i-1,i}^4). \quad (9.145)$$

Выражая температуру i -го газового слоя из (9.145), получаем:

$$T_i^4 = (T_{i+1,i}^4 + T_{i-1,i}^4) / 2. \quad (9.146)$$

Записав формулы (9.144) для всех элементарных слоев (при $i = 1, \dots, N$) и присоединив к ним условия согласования (9.143), которые в этом случае примут вид:

$$q_{i+1,i} = -q_{i-1,i} = \sigma_0 \cdot (T_{i+1,i}^4 - T_{i-1,i}^4) \equiv q, \quad i = 1, \dots, N-1, \quad (9.147)$$

получим полную систему из $(2N - 1)$ уравнений относительно эффективных температур $T_{i-1,i}$ ($i = 2, \dots, N$), $T_{i+1,i}$ ($i = 1, \dots, N - 1$) и плотности потока результирующего излучения q . Решение этой системы получают с помощью итерационной процедуры, включающей в себя следующие этапы.

1. Задают исходное приближение для эффективных температур $T_{i+1,i}$, например, по формуле:

$$T_{i+1,i} = (T_b^4 + T_a^4) / 2, \quad i = 1, N-1. \quad (9.148)$$

2. При $i = 1, \dots, N - 1$ выполняют расчет плотности потока результирующего излучения $q_{i+1,i}$ по формуле (9.144) и находят эффективную температуру $T_{i+1,i}$ из условия (9.147).

3. При $i = N, \dots, 2$ выполняют расчет плотности потока результирующего излучения $q_{i-1,i}$ по формуле (9.144) и находят уточненное значение эффективной температуры $T_{i-1,i}^*$ из условия (9.147).

4. Определяют максимальное отклонение последующего приближения эффективных температур от предыдущего $\Delta = \max |T_{i+1,i}^* - T_{i+1,i}|, i = 1, \dots, N-1$.

5. Если Δ превышает максимально допустимую погрешность расчета температур, то присваивают $T_{i+1,i} = T_{i+1,i}^*$ ($i = 1, \dots, N - 1$) и повторяют расчет с п.2.

После окончания итераций по формуле (9.146) определяют зональные значения температур элементарных слоев $T_i, i = 1, \dots, N$.

Результаты решения рассмотренной задачи представим в безразмерном виде, используя следующие величины: оптическую толщину слоя $\tau_0 = k \cdot \delta$, координату $X = x/\delta$, температуру $\theta = (T^4 - T_a^4)/(T_b^4 - T_a^4)$, плотность потока результирующего излучения $\tilde{Q} = q/\sigma_0 \cdot (T_b^4 - T_a^4)$.

В табл. 9.1 приведены результаты расчета безразмерной плотности потока результирующего излучения для разных значений оптической толщины слоя в сравнении с точным значением [69] и относительные погрешности расчета этой величины *упрощенным зональным методом*, обусловленные использованием допущения об изотермичности объемных зон. На рис. 9.16 показаны зависимости безразмерных значений зональных и эффективных температур от координаты для одного из вариантов расчета.

Таблица 9.1
Безразмерный результирующий тепловой поток \tilde{Q}
в зависимости от оптической толщины слоя τ_0

τ_0	Рассчитанное значение \tilde{Q}	Точное значение \tilde{Q} [69]	Относительная погрешность, %
0,1	0,9091	0,9157	0,72
0,2	0,8333	0,9491	1,86
0,3	0,7693	0,7934	3,04
0,4	0,7144	0,7458	4,21
0,5	0,6669	0,7040	5,27
0,6	0,6253	0,6672	6,28
0,8	0,5561	0,6046	8,02
1,0	0,5008	0,5532	9,47

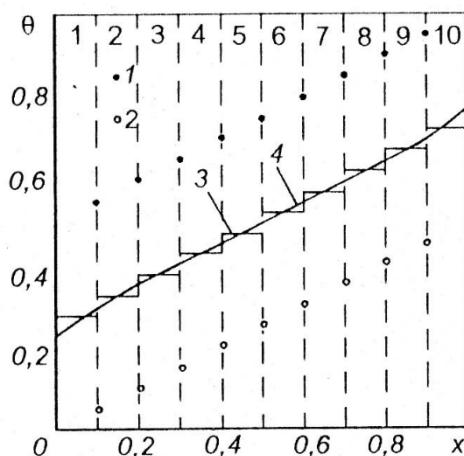


Рис. 9.16. Результаты расчета РГО в плоском слое при $\tau_0 = 1$ и $N = 10$. Цифры в верхней части рисунка – номера элементарных слоев:

- 1 – эффективные температуры $T_{i+1,i}$, ($i = 1, \dots, N-1$);
- 2 – эффективные температуры $T_{i-1,i}$, ($i = 2, \dots, N$);
- 3 – зональные температуры T_i , ($i = 1, \dots, N$);
- 4 – точное решение [69]

Анализ результатов расчета позволяет сделать однозначный вывод о том, что адекватность упрощенного зонального метода доказана, потому что получено полное совпадение зональных температур и результирующих тепловых потоков с точным решением [69].

Модифицированный резольвентный зональный метод (метод Крупенникова)

В разделе § 9.7.2.3. «Обобщенные и разрешающие угловые коэффициенты излучения» было показано, что в основе различных вариантов зонального метода расчета радиационного теплообмена лежат соотношения вида:

– для классического зонального метода (9.103)

$$Q_i^{\text{пад}} = \sum_k Q_k^{\phi} \cdot \psi_{ki},$$

где $Q_i^{\text{пад}}$ – падающий тепловой поток на i - ту зону; Q_k^{ϕ} – эффективный тепловой поток, уходящий с k - той зоны; ψ_{ki} – обобщенный угловой коэффициент излучения с k - той зоны на i - ту зону;

– для резольвентного зонального метода (9.108)

$$Q_i^{\text{пад}} = \sum_k Q_k^{\text{соб}} \cdot \Psi_{ki}, \quad i = 1, \dots, \ell,$$

где $Q_i^{\text{пад}}$ – падающий тепловой поток на i - ту зону; $Q_k^{\text{соб}}$ – собственный тепловой поток k - той зоны; Ψ_{ki} – разрешающий угловой коэффициент излучения с k - той зоны на i - ту зону.

По предложению профессора С.А. Крупенникова, выражения (9.103) и (9.108) можно записать в общем виде следующим образом:

$$Q_i^{\text{пад}} = \sum_k Q_k^{\text{баз}} \cdot Z_{ki}, \quad i = 1, \dots, \ell, \quad (9.149)$$

где $Q_k^{\text{баз}}$ – базисный тепловой поток; Z_{ki} – матрица коэффициентов.

Таким образом, в случае классического зонального метода в качестве базисного теплового потока выступает поток эффективного излучения $Q_k^{\text{баз}} \equiv Q_k^{\text{эф}}$, а при использовании резольвентного зонального метода – поток собственного излучения $Q_k^{\text{баз}} \equiv Q_k^{\text{соб}}$. В классическом зональном методе в качестве матрицы коэффициентов используют матрицу эффективных угловых коэффициентов излучения $Z_{ki} \equiv \Psi_{ki}$, а в резольвентном зональном методе – матрицу разрешающих угловых коэффициентов $Z_{ki} \equiv \Psi_{ki}$.

В § 9.7.2.5 было отмечено, что резольвентный зональный метод удобно применять при заданной температуре зон (прямая постановка задачи РТО). В этом случае все зоны, образующие рассматриваемую систему, являются зонами I - го рода и величины всех базисных потоков $Q_k^{\text{баз}} \equiv Q_k^{\text{соб}}$ ($k = 1, \dots, \ell$) заданы по условию. Тогда расчет неизвестных результирующих потоков радиационного теплообмена сводится к вычислениям по явным формулам (9.132):

$$Q_i^{\text{рез}} = A_i \cdot \sum_k Q_k^{\text{соб}} \cdot \Psi_{ki} - Q_i^{\text{соб}}, \quad i = 1, \dots, \ell,$$

где A_i – поглощательная способность i - той зоны; Ψ_{ki} – разрешающий угловой коэффициент с k - той зоны на i - ту зону.

При смешанной постановке задачи (при наличии в системе зон I - го и II - го рода) расчет усложняется, так как температуры зон II - го рода T_i ($i = \ell_1 + 1, \dots, \ell$) по условию

не заданы. Для их определения необходимо решить систему из ℓ_2 зональных уравнений (9.133):

$$Q_i^{\text{соб}} = A_i \cdot \sum_k Q_k^{\text{соб}} \cdot \Psi_{ki} - Q_i^{\text{пез}}, \quad i = \ell_1 + 1, \dots, \ell.$$

Для упрощения расчета радиационного теплообмена при *смешанной* постановке задачи может быть использована модификация зонального метода, в рамках которой при записи соотношения (9.108) в качестве базисных потоков используют совокупность потоков излучения, заданных по условию задачи – потоков собственного излучения для зон I - го рода и потоков результирующего излучения (взятых с обратным знаком) для зон II - го рода:

$$Q_k = \begin{cases} Q_k^{\text{соб}}, k = 1, \dots, \ell_1 & \text{– для зон I-го рода,} \\ -Q_k^{\text{пез}}, k = \ell_1 + 1, \dots, \ell & \text{– для зон II - го рода.} \end{cases} \quad (9.150)$$

В качестве матрицы коэффициентов в модифицированном зональном методе используют модифицированные разрешающие коэффициенты, которые находят решением системы уравнений:

$$Z_{ki} = \Phi_{ki} + \sum_{j=1}^m \Phi_{kj} \cdot P_j \cdot Z_{ji}. \quad (9.151)$$

Коэффициенты P_j , входящие в систему (9.151), равны:

$$P_j = \begin{cases} R_j & \text{– для зон I-го рода,} \\ 1 & \text{– для поверхностных зон II-го рода,} \\ A_j & \text{– для объемных зон II-го рода.} \end{cases} \quad (9.152)$$

В рамках модифицированного зонального метода решение задачи радиационного теплообмена можно представить в *явном виде*:

– для поверхностных и объемных зон I - го рода

$$Q_i^{pes} = A_i \cdot \sum_k Q_k^{co6} \cdot Z_{ki} - Q_i^{co6}, \quad i = 1, \dots, \ell_1; \quad (9.153)$$

– для поверхностных и объемных зон II - го рода

$$Q_i^{co6} = A_i \cdot \sum_k Q_k^{co6} \cdot Z_{ki} - Q_i^{pes}, \quad i = \ell_1 + 1, \dots, \ell. \quad (9.154)$$

Основное преимущество *модифицированного зонального метода* заключается в упрощении алгоритма расчета радиационного теплообмена при наличии зон I - го и II - го рода (смешанная постановка задачи).

Для использования модифицированного зонального метода при наличии зон III - го рода необходимо выразить потоки собственного излучения через зональные температуры и ввести *модифицированные коэффициенты радиационного теплообмена*:

$$a_{ki}^{mod} = \varepsilon_k \sigma_0 F_k \cdot (Z_{ki} A_i - \delta_{ki}). \quad (9.155)$$

С учетом (9.155) система зональных уравнений (9.139) примет вид:

$$\sum_k a_{ki}^{mod} T_k^4 + \sum_k h_{ki} T_k + h_i^o = 0, \quad (9.156)$$

где h_{ki} , h_i^o – коэффициенты конвективного обмена, которые рассчитывают в зависимости от конкретной постановки задачи.

После решения системы нелинейных зональных уравнений (9.156) методом Ньютона находят потоки результирующего излучения для зон I - го рода и потоки собственного излучения для зон II - го рода.

При решении задач сложного теплообмена преимущество резольвентных зональных методов перед классическим заключается в их более высокой эффективности,

обусловленной существенным уменьшением размерности системы нелинейных зональных уравнений и возможностью ее решения с помощью итерационного метода Ньютона.

Контрольные вопросы *по материалам девятой главы*

1. Дайте характеристику радиационного теплообмена.
2. Назовите особенности радиационного теплообмена.
3. Назовите основные параметры теплового излучения.
4. Назовите основные характеристики теплового излучения.
5. Дайте характеристику поглощающей, отражательной и пропускательной способности тела.
6. Дайте характеристику собственного, результирующего и эффективного излучения тела.
7. Перечислите основные законы излучения абсолютно черного тела.
8. Напишите закон Планка в общем виде и дайте его графическую интерпретацию.
9. Напишите закон смещения Вина и поясните его физический смысл.
10. Напишите закон Стефана–Больцмана и поясните входящие в него величины.
11. Изобразите спектры реальных тел.
12. Дайте характеристику спектральной степени черноты.
13. Дайте определение и напишите математическую формулировку закона Кирхгофа.
14. Назовите основные свойства серого тела. Дайте определение серого тела.
15. Назовите отличие и сходство постоянной Стефана–Больцмана и коэффициента излучения абсолютно черного тела.
16. Дайте определение спектральной и интегральной степени черноты серого тела.
17. Напишите формулу для расчета результирующего теплового потока в системе двух серых тел, разделенных лучепрозрачной средой.

18. Дайте определение и характеристику угловых коэффициентов излучения.
19. Напишите свойство замыкаемости угловых коэффициентов излучения.
20. Напишите свойство взаимности угловых коэффициентов излучения.
21. Напишите свойство невогнутости угловых коэффициентов излучения.
22. Напишите формулу расчета результирующего излучения в системе из двух параллельных поверхностей.
23. Напишите формулу расчета результирующего излучения в замкнутой системе из двух поверхностей, одна из которых невогнутая, а другая вогнутая.
24. Напишите формулу расчета результирующего излучения с поверхности тела, размеры которого много меньше окружающей его системы твердых тел.
25. Как влияет установка экранов на результирующее излучение?
26. Назовите идею расчета РТО между газом и окружающей его замкнутой серой оболочкой.
27. Напишите формулу для расчета собственного излучения серого газа.
28. Напишите формулу Нуссельта для расчета результирующего излучения на твердой оболочке, окружающей серый газ.
29. Напишите формулу Поляка для расчета результирующего излучения на твердой оболочке, окружающей серый газ.
30. Напишите формулу для расчета степени черноты газа.
31. Изобразите номограммы для расчета степени черноты водяного пара.
32. Изобразите номограммы для расчета степени черноты углекислого газа.
33. Изобразите номограммы для расчета степени черноты окиси углерода (угарного газа).
34. Напишите формулу расчета эффективной длины пути луча.
35. Напишите формулу для расчета поглощательной способности серого газа.
36. Каким образом в расчетах степени черноты учитывают светимость факела (газового объема)?

37. Дайте характеристику коэффициента теплоотдачи излучением и напишите его расчетную формулу.
38. Дайте определение угловой плотности и яркости излучения.
39. Напишите формулировку закона Ламберта.
40. Назовите особенности излучения газов.
41. Поясните отличие поглощательной способности и степени черноты газа.
42. В чем сходство и отличие дифференциальных и интегральных методов расчета РТО?
43. Дайте характеристику уравнения переноса яркости поглощающей, рассеивающей и излучающей среде.
44. Поясните идею зональных методов расчета РТО.
45. В чем сходство и отличие классического и резольвентного методов расчета РТО?
46. Дайте характеристику обобщенных и разрешающих угловых коэффициентов РТО.
47. Дайте характеристику модифицированных зональных методов расчета РТО.

ЧАСТЬ 4

ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

Теплообменные аппараты (теплообменники) применяют во всех отраслях промышленности, во всех существующих технологиях и в быту для создания и поддержания заданного температурного уровня одного из теплоносителей за счет отвода или подвода тепловой энергии. Поэтому *теплообменным аппаратом* (ТА) называют устройство, предназначеннное для передачи теплоты от *горячего* теплоносителя, к *холодному* теплоносителю для охлаждения горячего или для нагрева холодного теплоносителя. Заметим, что термины «горячий теплоноситель» и «холодный теплоноситель» весьма условны и говорят только о том, что у горячего теплоносителя значение внутренней тепловой энергии (энтальпии) больше, чем у холодного теплоносителя.

Теплообменники, в которых одновременно протекают процессы теплообмена и массообмена, называют *тепло-массообменными аппаратами* (ТМА). В химической технологии используют аппараты, в объеме которых происходит молекулярная или конвективная диффузия в переменном поле концентрации (массообмен) в *изотермических* условиях и поэтому такие аппараты называют *массообменными* аппаратами (МА).

ГЛАВА 10. КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

Классификация теплообменников необходима для правильного выбора метода расчета теплообменных аппаратов. Классификацию теплообменных аппаратов выполняют по следующим признакам:

- по назначению;
- уровню рабочего диапазона температур;
- виду и фазовому состоянию теплоносителей;
- конструкции и расположению в пространстве;
- режиму работы (непрерывного или периодического действия и, соответственно, стационарного или нестационарного режима теплообмена);
- доминирующему способу передачи теплоты (радиационный, конвективный, радиационно-конвективный теплообмен);
- организации движения теплоносителей в теплообменнике (прямоток, противоток, смешанный ток и т.д.);
- природе источника перемещения теплоносителей (свободное или вынужденное движение);
- принципу действия.

Для теплообменных аппаратов специального назначения (для космоса, атомной энергетики, медицины) разработана и своя ведомственная классификация.

§ 10.1. Классификация по назначению и виду теплоносителя

По *назначению* теплообменные аппараты классифицируют, как подогреватели, охладители, испарители, конденсаторы, сушилки, кристаллизаторы, холодильники и т.п.

Теплоноситель – основной рабочий агент в теплообменнике. Теплоносителем может служить любая подвижная или неподвижная твердая, жидкая или газообразная среда, которая может воспринимать и отдавать теплоту в процессе теплообмена.

При расчете теплообменника один из теплоносителей по определению задан (известен) и его необходимо либо охладить, либо нагреть до требуемой *по технологии* температуры, поэтому этот теплоноситель называют

технологическим теплоносителем. Второй теплоноситель, который служит для нагрева или охлаждения *технологического* теплоносителя, называют *рабочим* теплоносителем. Рабочий теплоноситель – охлаждающий или греющий агент – при проектировании выбирают исходя из соображений его доступности, стоимости, требуемой интенсивности теплообмена и физических свойств, приемлемых для требуемого (расчетного) диапазона температур.

Теплообменные аппараты работают в разных температурных интервалах и поэтому теплоносители *условно* подразделяют на высокотемпературные (выше 400°C), среднетемпературные (от 150°C до 400°C) и низкотемпературные (от - 50°C до 150°C). При этом хладоагенты с температурой кипения ниже 0°C при атмосферном давлении также относят к низкотемпературным теплоносителям. Теплоносители с температурой ниже минус 150°C называют криогенными (сжиженные газы, кислород, водород, азот) [22]. Заметим, что интервалы в классификации теплоносителей по температуре приняты ориентировочно и один и тот же теплоноситель, например, воздух, может применяться в аппаратах разного температурного уровня.

В зависимости от *уровня рабочих температур* теплоносителей, используемых в теплообменном аппарате, различают высокотемпературные, среднетемпературные, низкотемпературные и криогенные теплообменники.

Наибольшее распространение в качестве *рабочего агента* получили текучие теплоносители – капельные жидкости и газы. В качестве жидких теплоносителей в зависимости от технологии используют обычную и тяжелую воду, минеральные масла, органические и кремнийорганические соединения, расплавы солей и жидкые металлы. Газы (воздух, дымовые газы, углекислый газ азот, кислород, гелий) также широко применяют в теплообменниках в качестве теплоносителя. К газообразным теплоносителям можно

отнести и пары жидкостей – водяной пар, пары органических жидкостей и пары хладагентов (аммиак и фреоны) [15, 22, 26].

В зависимости от возможности теплоносителей изменять свое фазовое состояние теплообменные аппараты подразделяют на однофазные и многофазные (как правило, двухфазные) теплообменники. При этом возможны следующие очевидные сочетания горячего и холодного текучих теплоносителей: жидкость – жидкость, жидкость – газ, газ – жидкость и газ – газ.

Твердые теплоносители (неподвижные и перемещающиеся в пространстве, в том числе, сыпучие) применяют в качестве промежуточного теплоносителя в *регенераторах*.

Выполнить расчет теплообменного аппарата нельзя без информации о физических свойствах теплоносителя, которые, за редким исключением, определяют экспериментально и приводят в справочниках, например [21]. Точность теплового расчета теплообменника существенно зависит от достоверности, полученных в опыте значений теплофизических коэффициентов в зависимости от температуры (а для газов и от давления) и от соответствия свойств реального теплоносителя табличным значениям для опытного теплоносителя.

Конструктивное оформление теплообменного аппарата зависит от его принципа действия. В разделе § 10.3 рассмотрены конструкции наиболее востребованных промышленностью рекуперативных теплообменников.

В энергетике в качестве теплоносителей наиболее часто применяют дымовые газы, воду в виде капельной жидкости и водяного пара и воздух из-за их доступности и безопасности.

Замечание 1. В качестве холодного теплоносителя может выступать окружающая среда, которая воспринимает тепловой поток от горячего теплоносителя конвекцией и излучением.

Замечание 2. Горячим теплоносителем может служить электрическая, электромагнитная, ядерная и химическая энергия, которая при определенных условиях в специальных устройствах превращается в теплоту.

По доминирующему способу передачи теплоты можно выделить *конвективные, радиационно-конвективные и радиационные теплообменные аппараты*.

По природе источника перемещения теплоносителей различают аппараты с *естественной конвекцией* в гравитационном поле Земли и с *принудительным* перемещением теплоносителей.

Направление перемещения теплоносителей в рабочем пространстве теплообменного аппарата зависит от его *принципа действия*.

§ 10.2. Классификация по принципу действия

По *принципу действия* теплообменные аппараты можно разделить на четыре группы:

- теплообменные аппараты с внутренним источником теплоты;
- контактные теплообменники;
- регенеративные теплообменные аппараты;
- рекуперативные теплообменные аппараты.

Для анализа тепловой работы теплообменника примем следующие условные обозначения:

T_1' – температура горячего теплоносителя на входе в теплообменный аппарат, $^{\circ}\text{C}$ (К);

T_1'' – температура горячего теплоносителя на выходе из теплообменного аппарата, $^{\circ}\text{C}$ (К);

T_2' – температура холодного теплоносителя на входе в теплообменный аппарат, $^{\circ}\text{C}$ (К);

T_2'' – температура холодного теплоносителя на выходе из теплообменного аппарата, $^{\circ}\text{C}$ (К);

\bar{T}_1 и \bar{T}_2 – средние температуры горячего и холодного теплоносителей соответственно, $^{\circ}\text{C}$ (К);

Q_1 – теплота в единицу времени (тепловой поток), отдаваемая горячим теплоносителем, Вт;

Q_2 – теплота в единицу времени (тепловой поток), воспринимаемая холодным теплоносителем, Вт;

G_1 – расход горячего теплоносителя, кг/с;

G_2 – расход холодного теплоносителя, кг/с.

§ 10.2.1. Теплообменники с внутренним источником теплоты

Схема теплообменного аппарата с внутренним источником теплоты показана на рис. 10.1. Горячий теплоноситель в этом случае не зависит от процессов тепло- и массообмена в аппарате и имеет другую физическую природу (электрическую, электромагнитную, ядерную, химическую), поэтому для недопущения перегрева нагреваемого теплоносителя необходимо устанавливать систему регулирования теплового потока, поступающего от источника энергии.

В теплообменниках с внутренним источником теплоты периодического действия (рис. 10.1,а) холодный теплоноситель нагревается за конечное время τ_k от начальной температуры T_2' до температуры в конце нагрева T_2'' . В этом случае происходит нестационарный режим теплообмена, например, нагрев среды в автоклаве.

В теплообменнике с внутренним источником теплоты непрерывного действия (рис. 10.1,б) около поверхности реактора с внутренним источником энергии перемещают нагреваемый теплоноситель, который изменяет свою

температуру от T_2' на входе в аппарат до температуры T_2'' на выходе. Режим работы теплообменника в этом случае – *стационарный*. Стационарный режим тепломассообмена наблюдается в проточных электрических нагревателях, реакторах атомных станций (АЭС) и химических реакторах.

Источником внутренних тепловыделений (специфическим реактором) также могут служить технологические процессы при преобразовании энергии. Например, при работе силовых электронных приборов, трансформаторов и двигателей внутреннего сгорания (ДВС) происходит их нагрев. Эти паразитные тепловыделения отрицательно влияют на эффективность работы электронных приборов и ДВС, поэтому их охлаждают.

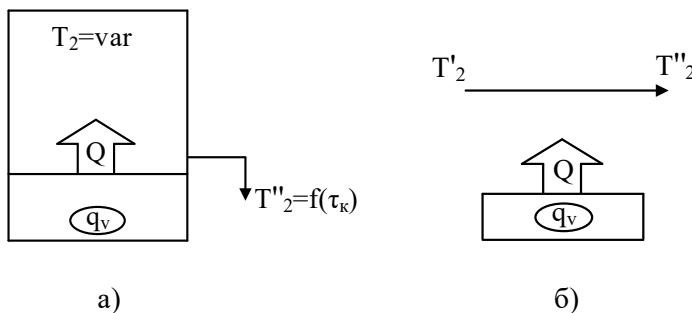


Рис. 10.1. Схема теплообмена в аппарате с внутренним источником теплоты мощностью q_v :

а) периодического действия; б) непрерывного действия

Объемную мощность внутреннего тепловыделения q_v , $\text{Вт}/\text{м}^3$, рассчитывают по специальным методикам в зависимости от вида источника энергии [9, 12]. Зная q_v , тепловой поток, уходящий от поверхности реактора к нагреваемому теплоносителю, равен:

$$Q_1 = q_v \cdot V, \quad (10.1)$$

где V – объем реактора, m^3 .

В теплообменниках с внутренним источником энергии тепловой поток к нагреваемому теплоносителю уходит с поверхности реактора, поэтому теплообменники этого класса также можно отнести к группе *поверхностных* аппаратов. Исключение составляют индукционные нагреватели (индукторы), в которых теплота выделяется при непосредственном контакте электромагнитного поля токами средней (5-10 кГц), высокой (20-80 кГц) и сверхвысокой (150-1200 кГц) частоты с веществом нагреваемого теплоносителя.

§ 10.2.2. Контактные теплообменные аппараты

В контактных теплообменных аппаратах передача теплоты от горячего теплоносителя к холодному теплоносителю происходит при их непосредственном соприкосновении – контакте. В этом случае теплообмен может протекать совместно с массообменом. Контактные теплообменники подразделяют на *смесительные* (смешивающие) аппараты и аппараты, в которых при контакте теплоносителей отсутствует массообмен – аппараты *барботажного типа* и теплообменники с *кипящим слоем*.

В смесительных теплообменных аппаратах процесс передачи теплоты происходит при непосредственном соприкосновении и частичном или полном смешении горячего и холодного теплоносителей. В этом случае процесс теплообмена протекает совместно с процессом массообмена, поэтому аппараты данного класса являются тепломассообменными аппаратами (ТМА). Смесительными теплообменниками являются пароструйные подогреватели, бытовые смесители, градирни тепловых электрических станций, скрубберы и т.п.

Пароструйные подогреватели используют для нагрева жидкости (вода, органический субстрат) в резервуарах и в трубопроводных системах. Схема тепломассообмена при установке пароструйных подогревателей на резервуарах накопительного типа показана на рис. 10.2,а и на проходных трубопроводных системах – на рис. 10.2,б.

В резервуар (рис. 10.2,а) с жидким нагреваемым агентом, который имеет начальную температуру T_2' , греющий пар поступает с температурой T_1' , конденсируется и смешивается с холодным теплоносителем, нагревая смесь до заданной температуры T_{cm}'' . В этом случае тепломассообменный аппарат работает в периодическом нестационарном режиме.

При установке пароструйного подогревателя на трубопроводе (рис. 10.2,б) происходит нагрев жидкости в непрерывном стационарном режиме работы.

В расчетах пароструйных тепломассообменных аппаратов совместно с переносом теплоты необходимо учитывать баланс массы:

– для резервуаров

$$M_2 + G_1 \cdot \tau_k = M_{cm}; \quad (10.2)$$

– для трубопроводов

$$G'_1 + G'_2 = G''_{cm}, \quad (10.3)$$

где M_2 – масса нагреваемого теплоносителя, кг; G_1 – расход пара, кг/с; τ_k – время перемешивания (получения нагретой жидкости), с; M_{cm} – масса смеси (нагретого агента) в резервуаре, кг; G'_1 – расход пара, поступающего в трубопровод с холодным теплоносителем, кг/с; G'_2 – расход нагреваемой текучей среды в трубопроводе, кг/с; G''_{cm} – расход

нагретого теплоносителя после смешения с конденсатом пара, кг/с.

Заметим, что по аналогичной схеме работают бытовые смесители горячей и холодной воды.

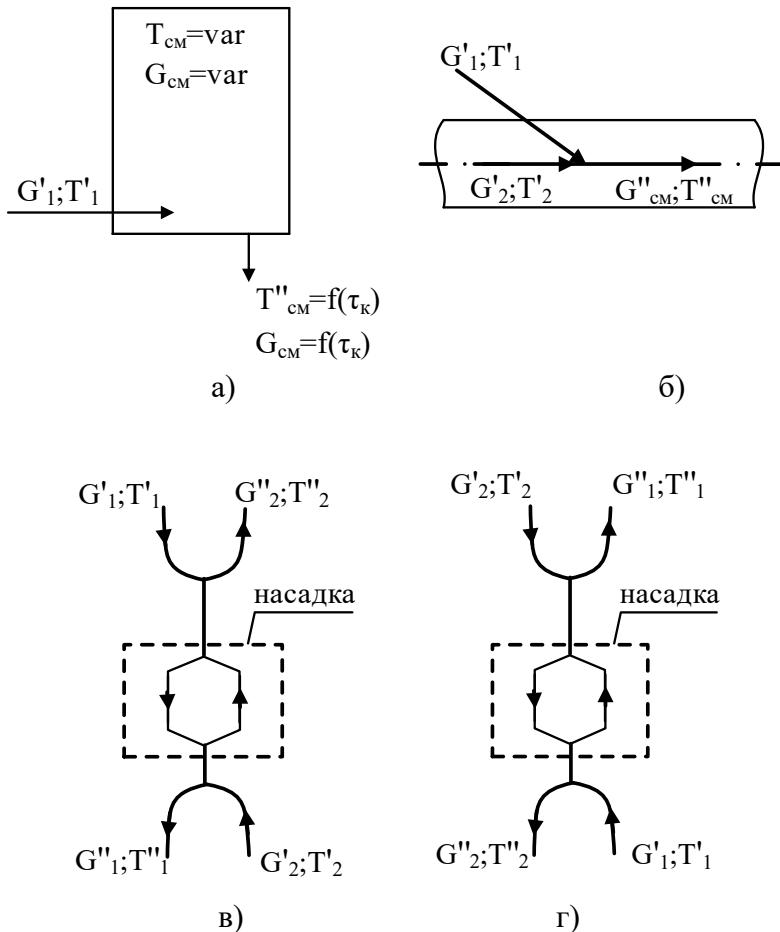


Рис. 10.2. Схема тепломассообмена в смесительных теплообменных аппаратах:

а), б) пароструйные ТА; в) градирня; г) скруббер

На рис. 10.2,в показана схема движения теплоносителей при охлаждении оборотной воды в градирне. Вода в виде капель движется сверху вниз и охлаждается атмосферным воздухом, поднимающимся навстречу воде (снизу вверх). В процессе тепломассообмена воды с воздухом она охлаждается от температуры на входе T_1' до температуры T_1'' на выходе из градирни, а воздух изменяет свою температуру от T_2' до температуры T_2'' .

Схема тепломассообмена в скрубберах, предназначенных для очистки газов от вредных примесей и нагрева воды от температуры T_2' до температуры T_2'' газообразным (парообразным) теплоносителем приведена на рис. 10.2,г. В этом случае нагреваемый теплоноситель движется сверху вниз, а греющий – снизу вверх под действием гравитационных сил.

Для увеличения площади контакта теплоносителей в градирнях и скрубберах устанавливают насадку в виде канальной системы из твердых тел разной геометрической формы [15]. В смесительных теплообменниках непрерывного действия вместе с теплообменом происходит и массообмен между теплоносителями, поэтому в расчетах тепломассообмена необходимо учитывать закон сохранения массы:

$$G_1' + G_2' = G_1'' + G_2'', \quad (10.4)$$

где G_1' и G_1'' – расход горячего теплоносителя на входе и выходе из тепломассообменного аппарата, кг/с; G_2' и G_2'' – расход холодного теплоносителя на входе и выходе из тепломассообменного аппарата, кг/с.

В барботажных теплообменных аппаратах газ или пар под давлением пропускают через объем жидкости. При этом создается большая площадь межфазной поверхности на

границе жидкость – газ, увеличивающая интенсивность тепломассообмена между газообразной и жидкой средами. Барботажные теплообменники применяют также и для интенсификации взаимодействия химически реагирующих сред.

В теплообменных аппаратах с *кипящим* или взвешенным слоем, предназначенных для изменения свойств дисперсной среды, теплообмен происходит между газом и твердыми частицами, которые витают в слое.

§ 10.2.3. Регенеративные теплообменные аппараты

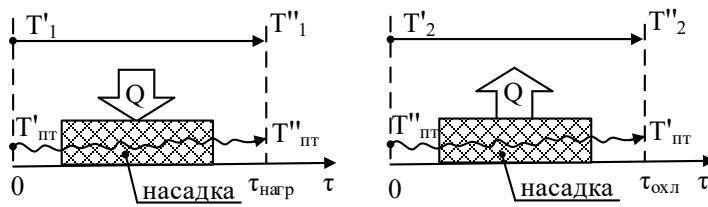
Регенеративными называют теплообменные аппараты, в которых для передачи теплоты от горячего теплоносителя к холодному теплоносителю используют промежуточный теплоноситель, в качестве которого применяют:

- низкотеплопроводные (керамические) канальные твердые тела для неподвижной *насадки*;
- гофрированные металлические листы или набор сеток из тонкой проволоки для подвижной *насадки* (*набивки*);
- металлические шарики (дробь) в аппаратах с «падающим» слоем;
- легкокипящие жидкости (аммиак, органические жидкости) в тепловых трубах (термосифонах).

В регенераторах перенос теплоты происходит в *два* этапа. На *первом* этапе горячий теплоноситель нагревает промежуточный теплоноситель, который аккумулирует теплоту нагрева. В термосифонах и насадках, изменяющих свое фазовое состояние, промежуточный теплоноситель дополнительно поглощает и теплоту фазового перехода. На *втором* этапе теплопереноса промежуточный теплоноситель отдает аккумулированную теплоту холодному теплоносителю.

Схема теплообмена в регенераторе с неподвижной насадкой показана на рис. 10.3. В этом случае

промежуточный теплоноситель (неподвижную насадку) нагревают в течение времени $\tau_{\text{наг}}$ от температуры $T'_{\text{пп}}$ до температуры $T''_{\text{пп}}$ потоком горячего газообразного теплоносителя, который, проходя через пористую канальную насадку, охлаждается от температуры T'_1 на входе до температуры T''_1 на выходе из насадки. Затем в течение времени $\tau_{\text{охл}}$ через насадку пропускают холодный теплоноситель, который забирает аккумулированную насадкой теплоту и нагревается от температуры T'_2 до температуры T''_2 , а насадка остывает от температуры $T''_{\text{пп}}$ до температуры $T'_{\text{пп}}$. Длительность периодов нагрева $\tau_{\text{наг}}$ и охлаждения $\tau_{\text{охл}}$ насадки зависит от конструкции и режима работы регенератора. При нагреве и охлаждении температура неподвижной насадки и температура теплоносителей изменяется во времени, поэтому процесс теплообмена в регенеративных теплообменниках с неподвижной насадкой является *нестационарным*.



а) нагрев насадки

б) охлаждение насадки

Рис. 10.3. Схема теплообмена в регенераторе с неподвижной насадкой:

$T_{\text{пп}}$ – температура промежуточного теплоносителя (насадки), $^{\circ}\text{C}(\text{K})$; Q – теплота, полученная и отданная насадкой, Дж

Принципиальная схема работы регенератора непрерывного действия с вращающейся насадкой (*набивкой*) – с ротором горизонтального и вертикального типа показана на рис. 10.4. Регенераторы непрерывного действия с вращающейся насадкой работают по противоточной схеме движения теплоносителей. Нагретый горячим теплоносителем, например дымовыми газами, промежуточный теплоноситель (металлическая *набивка*) в зоне нагрева непрерывно поступает в зону охлаждения, в которой отдает теплоту нагреваемому теплоносителю, например воздуху. Металлическая набивка, расположенная в радиальных секторах, применяемых для разделения горячего и холодного теплоносителей, нагревается и охлаждается в *квазистационарном* режиме теплопроводности, при котором в каждом радиальном сечении ротора температура не изменяется во времени.

В расчетах нагрева и охлаждения твердого промежуточного теплоносителя неподвижную керамическую (кирпичную) *насадку* необходимо рассчитывать как термически толстое тело (критерий Био $Bi > 0,1$), а подвижную металлическую *насадку* (*набивку*) – как термически тонкое тело (критерий Био $Bi < 0,1$).

Регенераторы с вращающейся набивкой более компактны по сравнению с регенераторами с неподвижной насадкой за счет более интенсивного теплообмена промежуточного теплоносителя с рабочими теплоносителями. Однако в области высоких температур (выше 400°C) регенераторы с вращающимся ротором не применяют из-за пластической деформации и возможного пережога металлической набивки. А регенераторы с неподвижной керамической насадкой успешно работают и при высоких температурах.

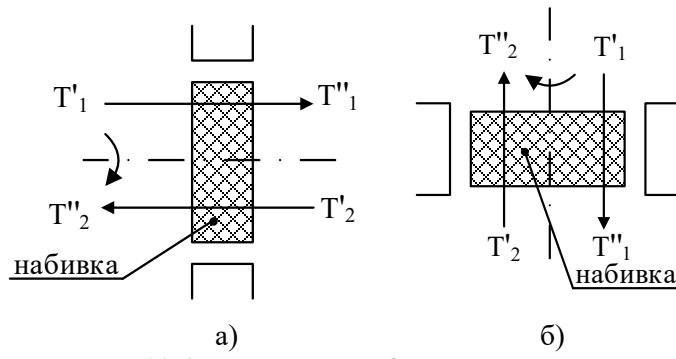


Рис. 10.4. Схема теплообмена в регенераторе с вращающейся набивкой:
 а) горизонтальный ротор; б) вертикальный ротор

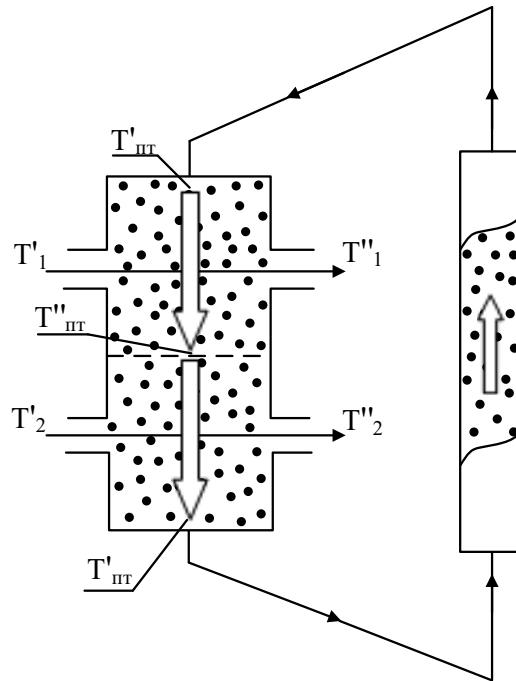


Рис. 10.5. Схема теплообмена в регенераторе с сыпучим падающим слоем

Принципиальная схема регенератора с промежуточным теплоносителем в виде «падающего» металлического слоя показана на рис. 10.5. Насадка (промежуточный теплоноситель) в виде металлических шариков перемещается по специальным лоткам внутри вертикального корпуса регенератора. В верхней части регенератора насадка нагревается горячим теплоносителем от температуры $T'_{\text{пт}}$ до температуры $T''_{\text{пт}}$. В нижней части регенератора нагретые металлические шарики отдают аккумулированную теплоту проходящему через слой газообразному нагреваемому теплоносителю и охлаждаются от температуры $T''_{\text{пт}}$ до температуры $T'_{\text{пт}}$.

Охлажденную сыпучую насадку *инековым* транспортером или сжатым воздухом перемещают на вход регенератора. Регенератор с «падающим» сыпучим металлическим слоем является аппаратом *непрерывного* действия, а режим теплообмена – *нестационарный*. Тепловую мощность такого регенератора можно увеличить, применяя металлические шары с легкоплавким металлом внутри оболочки. В этом случае тепловая мощность аппарата возрастает за счет использования скрытой теплоты плавления легкоплавкого металла, которую насадка получает при нагреве и отдает при охлаждении.

Схема регенератора непрерывного действия с двухфазным (жидкость – пар) теплоносителем, заключенным в герметичную трубу, показана на рис. 10.6. Такое устройство, которое называют *тепловой трубой* или *термосифоном*, способно передавать тепловые потоки от горячего теплоносителя к холодному теплоносителю в сотни раз больше, чем, например, высокотеплопроводный медный стержень той же геометрии.

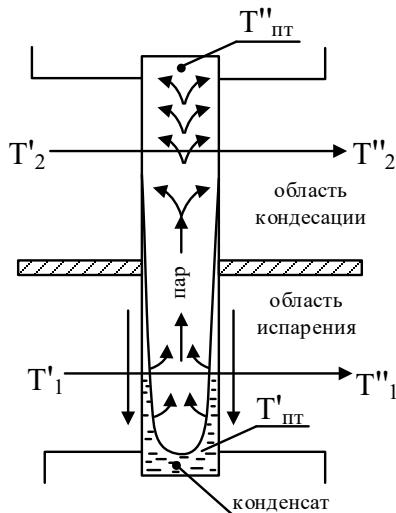


Рис. 10.6. Схема теплообмена в регенераторе с термосифоном

Принцип действия регенератора с термосифоном заключается в следующем. Промежуточный теплоноситель (вода, фреоны) получает теплоту от горячего теплоносителя в зоне испарения и нагревается от температуры $T'_{\text{пт}}$ до температуры $T''_{\text{пт}}$. Пар поднимается вверх в зону конденсации, в которой промежуточный теплоноситель (пар) отдает теплоту фазового перехода нагреваемому теплоносителю, конденсируется на стенках термосифона и стекает вниз под действием гравитационных сил в зону испарения, охлаждаясь от температуры $T''_{\text{пт}}$ до температуры $T'_{\text{пт}}$.

Основное отличие двухфазного промежуточного теплоносителя от твердого неподвижного или твердого подвижного промежуточного теплоносителя в классическом регенераторе заключается в том, что двухфазный теплоноситель получает и отдает теплоту через стенку термосифона, в

котором он находится, исключая непосредственный контакт с горячим и холодным теплоносителями.

Замечание. На тепловых электростанциях для повышения КПД турбоустановки применяют регенеративный подогрев основного конденсата и питательной воды паром, взятым из отборов турбины в теплообменниках, которые по названию способа повышения эффективности *регенеративного* цикла называют также регенераторами. Однако по принципу действия теплообменники данного назначения являются смесительными или рекуперативными теплообменными аппаратами.

§ 10.2.4. Рекуперативные теплообменные аппараты

Самыми распространенными теплообменниками во всех отраслях промышленности являются теплообменные аппараты рекуперативного типа или *рекуператоры*. Рекуперативными называют такие аппараты, в которых теплота от горячего теплоносителя к холодному передается через разделяющую их непроницаемую стенку (рис. 10.7), исключающую контакт теплоносителей. Процесс теплопередачи от горячего теплоносителя к стенке происходит конвекцией и, возможно, излучением (горячий теплоноситель – излучающий газ), теплопроводностью внутри стенки и от стенки к холодному теплоносителю конвекцией и, возможно, излучением, если холодным теплоносителем является поглощающий излучение газ.

Большинство рекуперативных теплообменных аппаратов являются аппаратами непрерывного действия и работают в стационарном режиме. Однако в промышленности применяют рекуператоры и периодического действия, режим работы которых является нестационарным.

По назначению рекуператорами являются парогенераторы, подогреватели, охладители, конденсаторы и т.п.

В зависимости от направления движения теплоносителей рекуперативные теплообменные аппараты можно

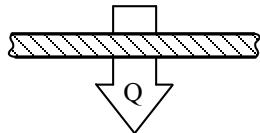
подразделить на *прямоточные, противоточные, теплообменники с перекрестным и сложным током*. На рис. 10.7 показаны основные схемы движения теплоносителей в рекуператоре.

Если оба теплоносителя движутся в одном направлении относительно поверхности теплообмена, то такую схему движения теплоносителей называют *прямоточной схемой* или *прямотоком* (рис. 10.7, а), а если оба теплоносителя движутся в противоположных направлениях – *противоточной схемой движения или противотоком* (рис. 10.7, б).

Схему движения теплоносителей называют *перекрёстным током*, если теплоносители движутся в перпендикулярных направлениях относительно поверхности теплообмена (рис. 10.7, в). Схему движения теплоносителей называют *сложным током*, если на разных участках теплообмена теплоносители движутся относительно поверхности теплообмена по разным схемам движения (рис. 10.7, г). Движение теплоносителя без изменения направления называют *ходом*. Например, схема движения теплоносителей на рис. 10.7, г1 является *двухходовой* по холодному теплоносителю и *одноходовой* по горячему теплоносителю.

Рекуперативными теплообменными аппаратами *периодического действия* являются водонагреватели-аккумуляторы, автоклавы, реакционные аппараты и варочные котлы (рис. 10.8). На первом этапе работы в водонагревателях-аккумуляторах нагревают воду до заданной температуры, в автоклавах выполняют термическую обработку продукта при высоких давлениях и температурах, а в реакционных аппаратах и варочных котлах исходный субстрат нагревают и выдерживают требуемое по технологии время с целью получения заданных свойств конечного продукта. Затем теплообменник опорожняют, заполняют нагреваемым веществом и процесс нагрева (термообработки) повторяют снова.

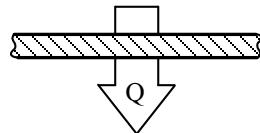
$$T'_1 \longrightarrow T''_1$$



$$T'_2 \longrightarrow T''_2$$

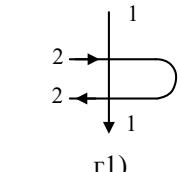
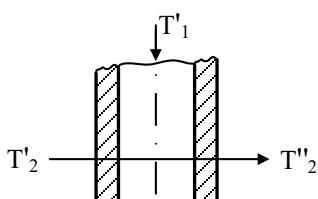
а) прямоток $\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \rightarrow \rightarrow$

$$T'_1 \longrightarrow T''_1$$

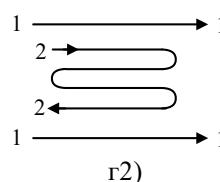


$$T''_2 \leftarrow T'_2$$

б) противоток $\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \rightarrow \leftarrow$



г1)



г2)



г3)

в) перекрестный
ток $\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \leftrightarrow$

г) сложный ток

Рис. 10.7. Схема передачи теплоты в рекуператоре при: а) прямотоке; б) противотоке; в) перекрестном токе;
г) сложном токе

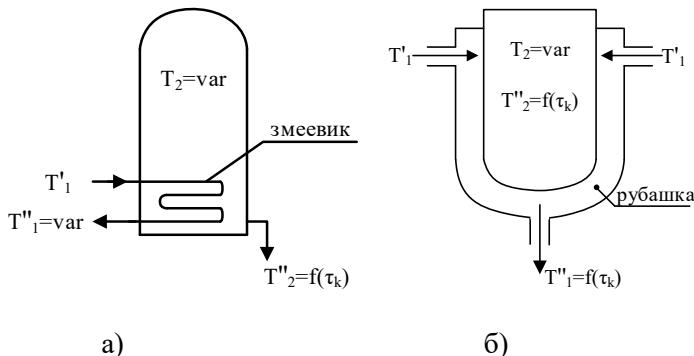


Рис. 10.8. Схема теплообмена в рекуператоре периодического действия с обогревом водой или паром:
а) змеевикового типа; б) рубашечного типа

На рис. 10.8 показана схема теплообмена в рекуператоре периодического действия с подводом теплоты через поверхность теплообмена в виде змеевика (рис. 10.8,а) и в виде рубашки – пространства между корпусом аппарата и наружной поверхностью варочного котла (химического реактора), в которую поступает теплоноситель (рис. 10.8,б).

Режим работы рекуператора периодического действия – нестационарный, поэтому температура холодного (нагреваемого) теплоносителя изменяется во времени ($T_2 = \text{var}$) и он нагревается до температуры $T''_2 = f(\tau_k)$, где τ_k – время нагрева.

Заметим, что в рекуператорах периодического действия температура горячего теплоносителя на выходе из аппарата также изменяется во времени, потому что при повышении температуры нагреваемого теплоносителя уменьшается температурный перепад между теплоносителями.

§ 10.3. Конструкции рекуператоров

При энергетическом и технологическом использовании теплоты наибольшее распространение получили *рекуперативные* теплообменные аппараты. Поэтому рассмотрим конструкции наиболее применяемых в промышленности рекуперативных теплообменников.

§ 10.3.1. Кожухотрубный теплообменный аппарат

Принципиальная схема кожухотрубного теплообменного аппарата представлена на рис. 10.9.

Кожухотрубный теплообменник представляет собой аппарат, выполненный из пучков труб 2, собранных при помощи трубных решеток (досок) 3 и ограниченных кожухом 1. Один теплоноситель, поступающий через патрубки 7 и 8, течет внутри труб, другой теплоноситель, входящий и выходящий через патрубки 9 и 10, движется в межтрубном пространстве пучка труб.

Трубки в трубной решетке располагаются либо по шестиугольникам (рис. 10.9,а), либо по концентрическим окружностям (рис. 10.9,б). Кожухотрубные аппараты устанавливают вертикально или горизонтально.

В зависимости от организации движения теплоносителя в трубках теплообменника кожухотрубные теплообменные аппараты подразделяют на одноходовые (рис. 10.9,а) и многоходовые (рис. 10.9,б).

Многоходовые теплообменные аппараты применяют для увеличения скорости движения теплоносителя внутри трубок. Если скорость движения теплоносителя в трубках меньше экономически целесообразного значения ($W_{\text{жид}}^{\text{доп}} = 0,5 \text{ м/с}$ и $W_{\text{газа}}^{\text{доп}} = 5 \text{ м/с}$), то в этом случае устанавливают перегородки 11, разделяющие трубное пространство на Z ходов. При этом скорость движения теплоносителя в

трубках увеличивается за счет уменьшения площади поперечного сечения для прохода теплоносителя.

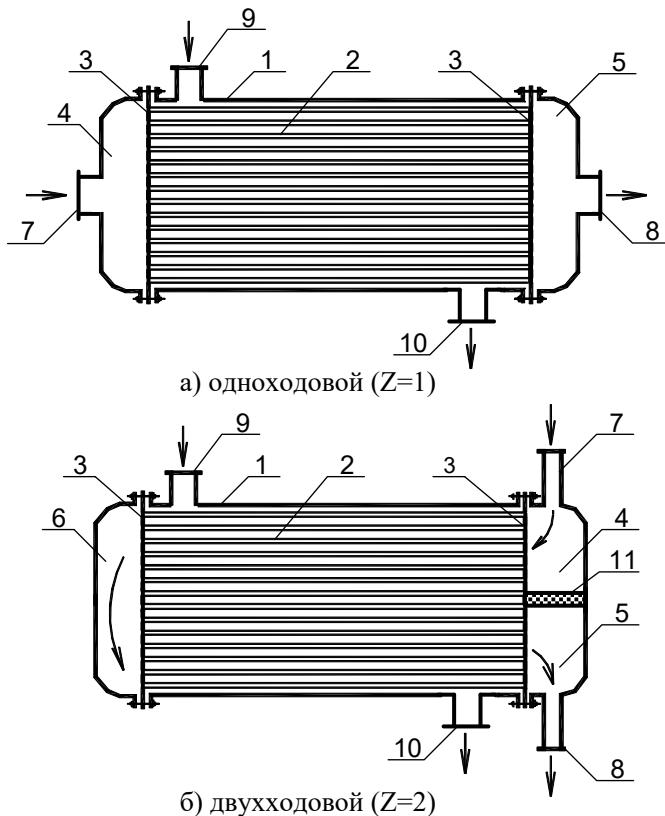


Рис. 10.9. Принципиальная схема кожухотрубного теплообменного аппарата:

1 – кожух; 2 – трубы; 3 – трубные решетки; 4 – входная распределительная камера; 5 – выходная камера; 6 – поворотная камера; 7, 8, 9, 10 – патрубки для входа и выхода теплоносителей; 11 – перегородка

Например, на рис. 10.9,б показана схема двухходового теплообменника ($Z = 2$). Теплоноситель, разделенный перегородкой 11, сначала проходит по верхней половине трубок справа налево, а затем по нижней половине слева направо.

На рис. 10.10 штриховой линией показано расположение перегородок для двухходового $Z = 2$ (рис. 10.10,а) и четырехходового $Z = 4$ (рис. 10.10,б) кожухотрубного теплообменного аппарата. Из анализа рис. 10.10 видно, что трубы, закрытые перегородками из расчета необходимо исключить.

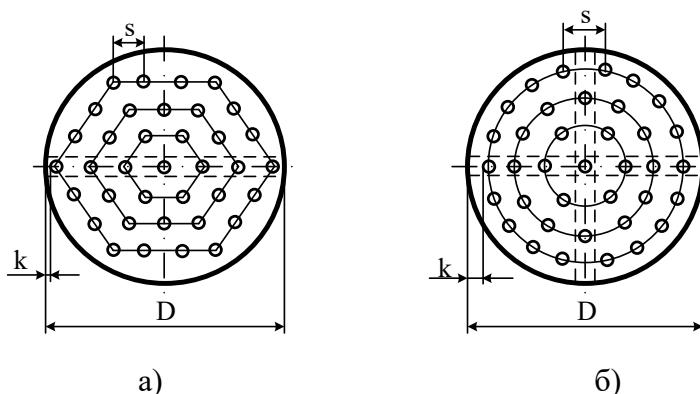


Рис. 10.10. Расположение трубок в трубной решетке кожухотрубного теплообменного аппарата:
а – по шестиугольникам; б – по концентрическим окружностям

Площадь поперечного сечения для прохода теплоносителя рассчитывают по формулам:

а) в трубках

$$f = \frac{\pi d_{\text{BH}}^2}{4} n_1; \quad (10.5)$$

б) в межтрубном пространстве

$$f = \frac{\pi D^2}{4} - n \frac{\pi d_{\text{нап}}^2}{4}, \quad (10.6)$$

где $n_1 = n / Z$ – число трубок в одном ходе; n – общее количество трубок; Z – число ходов.

Внутренний диаметр корпуса D определяют по формуле:

$$D = (n_d - 1) \cdot s + d_{\text{нап}} + 2k, \quad (10.7)$$

где n_d – число труб в диагонали; s – шаг труб, м; k – кольцевой зазор между крайними трубами и корпусом, м.

Шаг труб выбирают из соотношения $s = (1,3 \div 1,5)d_{\text{нап}}$.

Кольцевой зазор между крайними трубами и корпусом должен быть не менее 6 мм ($k \geq 6$ мм).

Число труб в диагонали определяют конструктивным расчетом. При ручном инженерном расчете в табл. 10.1 находят ближайшее большее значение всех трубок n и определяют число труб в диагонали n_d . Схему расположения труб и перегородок чертят в масштабе на миллиметровке. При этом для многоходового теплообменника из общего числа трубок n необходимо вычесть трубки, перекрытые перегородками (рис. 10.10). Площадь поверхности теплообмена кожухотрубного аппарата рассчитывают по формуле:

$$F_{\text{действ}} = \pi d^* \ell \cdot n. \quad (10.8)$$

При этом для уменьшения погрешности расчета используют правило [45]. При отличии коэффициентов теплоотдачи со стороны горячего и холодного теплоносителей на порядок – в качестве расчетного диаметра d^* принимают диаметр трубы со стороны меньшего значения коэффициента теплоотдачи (меньшего из α_1 и α_2). А если

коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 – величины одного порядка, то в этом случае расчетным диаметром служит среднее значение диаметра трубы $d^* = 0,5(d_{\text{вн}} + d_{\text{нап}})$.

Таблица 10.1
Определение числа труб в кожухотрубном теплообменнике

Число шестиугольников или окружностей	1	2	3	4	5	6
Число труб по диагонали	3	5	7	9	11	13

Разбивка по шестиугольникам

Число труб без учета сегментов	7	19	37	61	91	127
Число труб в ряду сегмента	-	-	-	-	-	-
Число труб во всех сегментах	-	-	-	-	-	-
Всего труб	7	19	37	61	91	127

Разбивка по окружностям

Число труб по наружной окружности	6	12	18	25	31	37
Всего труб	7	19	37	62	93	130

Окончание таблицы 10.1

Число шестиугольников или окружностей	7	8	9	10	11
Число труб по диагонали	15	17	19	21	23
Разбивка по шестиугольникам					
Число труб без учета сегментов	169	217	271	331	397
Число труб в ряду сегмента	3	4	5	6	7
Число труб во всех сегментах	18	24	30	36	42
Всего труб	187	241	301	367	439
Разбивка по окружностям					
Число труб по наружной окружности	43	50	56	60	62
Всего труб	173	223	279	341	410

§ 10.3.2. Секционный теплообменный аппарат типа «труба в трубе»

Принципиальная схема секционного теплообменного аппарата типа «труба в трубе» показана на рис. 10.11.

Аппараты данного типа собирают из секций, соединенных между собой последовательно и параллельно. Каждая секция состоит из трубы большого диаметра 1, внутри которой находятся одна или несколько труб меньшего диаметра 2.

Один теплоноситель проходит в кольцевом зазоре между большой и малыми трубами, а другой теплоноситель протекает по внутренним трубам. При этом теплообмен

между теплоносителями происходит теплопередачей через поверхность внутренних труб.

В зависимости от схемы движения теплоносителей теплообменники подразделяют на прямоточные и противоточные. На рис. 10.11, а показано направление движения теплоносителей при прямотоке, а на рис. 10.11, б – при противотоке.

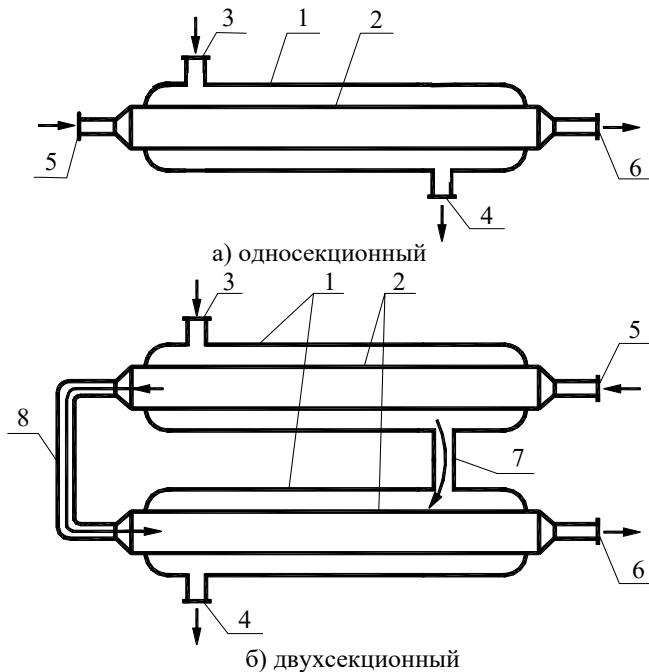


Рис. 10.11. Принципиальная схема секционного теплообменного аппарата типа «труба в трубе»:

1 – большая труба; 2 – малая труба; 3, 4, 5, 6 – патрубки для входа и выхода теплоносителей; 7, 8 – перепускной трубопровод

Площадь поперечного сечения для прохода теплоносителя находят по формулам:

а) в трубках

$$f = n \frac{\pi d_{\text{вн}}^2}{4} n_1; \quad (10.9)$$

б) в межтрубном пространстве

$$f = \left(\frac{\pi D^2}{4} - n \frac{\pi d_{\text{нап}}^2}{4} \right) n_1, \quad (10.10)$$

где **n** – количество труб внутри большой трубы; **n₁** – число параллельно соединенных секций.

§ 10.3.3. Пластинчатый теплообменный аппарат

Пластинчатый теплообменный аппарат представляет собой аппарат, теплообменная поверхность которого состоит из ряда тонких штампованных пластин с гофрированной поверхностью. Пластинчатые теплообменники подразделяют на *разборные, полуразборные и неразборные* (сварные) в зависимости от доступности к поверхности теплообмена для механической очистки и осмотра. Наибольшее распространение получили разборные пластинчатые теплообменники, в которых пластины отделены одна от другой специальными прокладками. Монтаж и демонтаж этих аппаратов осуществляют достаточно быстро, а очистка теплообменных поверхностей не требует больших затрат труда.

Разборный пластинчатый теплообменник (рис. 10.12) состоит из ряда пластин 4, размещенных на верхней и нижней горизонтальных штангах 3. Концы штанг закреплены в неподвижной плите 2 и на стойке 7. Нажимной плитой 1 и винтом 8 пластины сжимаются, образуя теплообменную секцию.

Теплообменные пластины имеют четыре проходных отверстия, которые образуют две изолированные одна от другой системы каналов. Для уплотнения пластин и каналов применяют

резиновые прокладки 5 и 6. Для ввода и вывода теплоносителей предназначены патрубки 11, 9, 10, 12, расположенные на неподвижной и подвижной плитах.

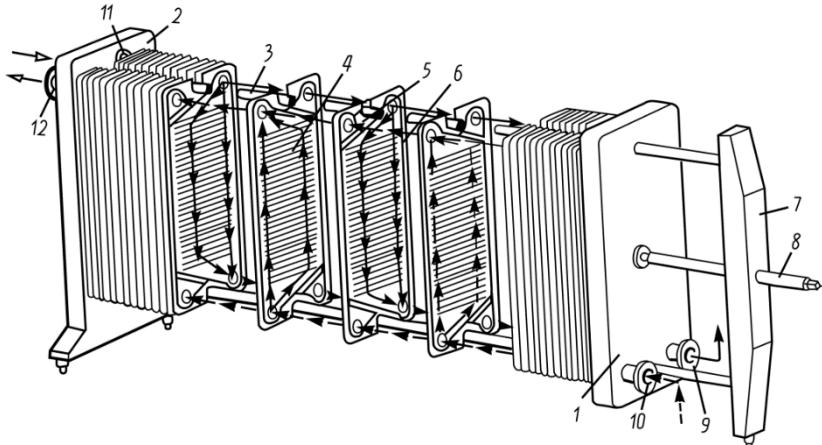


Рис. 10.12. Принципиальная схема пластинчатого теплообменного аппарата:

1 – нажимная плита; 2 – неподвижная плита; 3 – горизонтальная штанга; 4 – теплообменные пластины; 5, 6 – резиновые прокладки; 7 – стойка; 8 – винт; 9, 10, 11, 12 – патрубки для входа и выхода теплоносителя

Для удобства обслуживания все патрубки, как правило, устанавливают на неподвижной панели (с одной стороны).

Количество каналов для прохода горячего теплоносителя n_1 находят из уравнения неразрывности:

$$n_1 = \frac{G_1}{w_1 \cdot f \cdot \rho_1}, \quad (10.11)$$

где f – площадь поперечного сечения каналов для прохода теплоносителей, m^2 .

Количество каналов для прохода холодного теплоносителя принимают равным $n_2 = n_1 - 1$.

Площадь поперечного сечения каналов теплообменника с гладкими пластинами:

$$f = s \cdot b, \quad (10.12)$$

где s – расстояние между пластинами, м; b – ширина пластины, м.

Площадь поперечного сечения каналов для прохода горячего теплоносителя:

$$f_1 = n_1 \cdot f. \quad (10.13)$$

Площадь поперечного сечения каналов для прохода холодного теплоносителя:

$$f_2 = n_2 \cdot f. \quad (10.14)$$

Пример компоновки пластинчатого теплообменника показан на рис. 10.13.

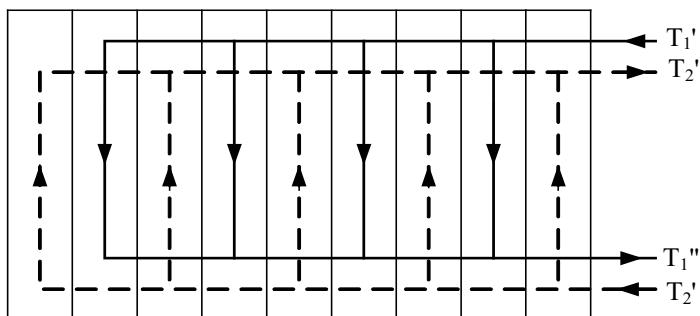


Рис. 10.13. Компоновочная схема пластинчатого теплообменного аппарата

В данной компоновке площадь теплопередающей поверхности рассчитывают по формуле:

$$F = (2n_1 - 2)b\ell, \quad (10.15)$$

где b – ширина пластины, м; ℓ – высота пластины, м.

Пластинчатые теплообменные аппараты имеют ряд преимуществ перед кожухотрубными теплообменниками и теплообменниками типа «труба в трубе» вследствие меньшего термического сопротивления теплопередаче. Из-за искусственной шероховатости гофрированных разделительных пластин происходит турбулизация теплоносителей, которая интенсифицирует теплоотдачу с обеих сторон теплопередающей поверхности и, соответственно, уменьшает термическое сопротивление теплоотдачи. Термическое сопротивление тонких высокотеплопроводных гофрированных пластин также мало.

К недостаткам пластинчатых теплообменников можно отнести загрязнение узких каналов для перемещения теплоносителей, поэтому пластинчатые теплообменные аппараты необходимо периодически промывать.

Контрольные вопросы по материалам десятой главы

1. Назовите признаки классификации теплообменных аппаратов.
2. Какие бывают теплообменники по назначению?
3. Назовите теплообменники в зависимости от вида теплоносителя.
4. Назовите теплообменники в зависимости от уровня рабочих температур теплоносителей.
5. Назовите теплообменники в зависимости от их принципа действия.
6. Дайте характеристику теплообменных аппаратов с внутренними источниками теплоты.

7. Дайте характеристику контактных теплообменных аппаратов.
8. Дайте характеристику регенеративных теплообменных аппаратов.
9. Дайте характеристику рекуперативных теплообменных аппаратов.
10. Классификация теплообменников в зависимости от направления движения теплоносителей.
11. Назовите особенности работы рекуператоров периодического действия.
12. Назовите особенности конструкции кожухотрубного теплообменного аппарата.
13. Назовите особенности конструкции секционного теплообменного аппарата типа «труба в трубе».
14. Назовите особенности конструкции пластинчатого теплообменного аппарата.
15. Назовите преимущества и недостатки кожухотрубных теплообменных аппаратов.
16. Назовите преимущества и недостатки пластинчатых теплообменных аппаратов.

ГЛАВА 11. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В РЕКУПЕРАТОРЕ

§ 11.1. Методы расчета теплообменного аппарата

Задача расчета теплообмена в теплообменном аппарате любого принципа действия заключается в определении температурного поля и тепловых потоков в рабочем пространстве теплообменника при заданных условиях однозначности, которые включают в себя геометрию теплопередающей поверхности, физические свойства теплоносителей, скорости или расходы теплоносителей. Для нестационарного режима работы дополнительно задают время процесса и начальное температурное поле в рабочем пространстве аппарата. Такую постановку задачи расчета теплообмена называют *прямой* задачей, а расчет теплообменника – *поверочным* расчетом. Если необходимо найти один из параметров однозначности, например, площадь поверхности теплообмена или расход одного из теплоносителей, то в этом случае задачу расчета теплообмена называют *обратной* задачей, а тепловой расчет *конструктивным* или *конструкторским* расчетом.

Существует несколько способов решения прямой и обратной задач теплообмена в теплообменнике, которые можно условно разделить на две группы. В *первую группу* входят методы численного математического моделирования, основанные на решении системы дифференциальных уравнений переноса теплоты и импульса в текучих теплоносителях и дифференциального уравнения теплопроводности в твердых теплоносителях и в разделяющих теплоносители стенках рекуператора, а также в корпусе аппарата [10, 19, 23]. Математические модели, основанные на решении дифференциальных уравнений переноса субстанции,

называют *детерминированными физико-химическими моделями*, которые могут быть разного уровня сложности [10]. При использовании метода математического моделирования для расчета конкретного теплообменного аппарата необходимо либо разработать оригинальную численную модель теплообмена, которую реализовать в виде компьютерного кода, либо выполнить моделирование в среде универсального или специализированного программно-вычислительного комплекса (ПВК). В результате расчета при помощи разработанной математической модели получают в общем случае трехмерные поля температур и тепловых потоков для аппарата любой геометрии с учетом нелинейности условий однозначности. Поэтому детерминированные математические модели *первой группы* также называют математическими моделями с *распределенными параметрами*. При помощи детерминированных математических моделей выполняют оптимизацию конструкции и режима работы теплообменного аппарата по заданному критерию.

Для приближенного расчета теплообменного аппарата используют математические модели *второй группы* методов, рассматривающие теплообменник как единое целое (модель с *сосредоточенными параметрами*), в котором происходит изменение температур теплоносителей только вдоль его поверхности (координаты) в стационарном и нестационарном режимах теплообмена. При этом принимают допущение о независимости физических свойств теплоносителей и материала конструкции от температуры, постоянство температуры теплоносителей и разделяющей их поверхности теплообмена в *каждом поперечном сечении* аппарата и постоянство расходов теплоносителей, обменивающихся теплотой. Коэффициенты теплоотдачи и коэффициент теплопередачи считают одинаковыми для всей поверхности теплообменника. При таких допущениях тепловой расчет рекуператора основан на совместном решении

двух уравнений – *уравнения теплового баланса* и *уравнения теплопередачи*, которые могут быть записаны в интегральной (для всей теплопередающей поверхности F) или дифференциальной (для бесконечно малого элемента поверхности dF) форме.

§ 11.2. Уравнение теплового баланса рекуператора

В общем случае уравнение теплового баланса рекуперативного теплообменного аппарата имеет вид:

$$Q_1 = Q_2 + \Delta Q, \quad (11.1)$$

где Q_1 – количество теплоты, отдаваемое горячим теплоносителем в единицу времени, Вт; Q_2 – количество теплоты, воспринимаемое холодным теплоносителем в единицу времени, Вт; ΔQ – тепловые потери от корпуса аппарата в окружающую среду, Вт.

Если для учета тепловых потерь использовать понятие *коэффициента удержания теплоты* аппарата (см. § 12.4), то уравнение теплового баланса записывают в виде:

$$Q_1 \eta_{\text{пот}} = Q_2, \quad (11.2)$$

где $\eta_{\text{пот}} = Q_2 / Q_1$ – коэффициент удержания теплоты теплообменника.

Тепловые потери ΔQ зависят от режима работы теплообменного аппарата, его конструкции и качества тепловой изоляции. Величину тепловых потерь рассчитывают индивидуально для каждого теплообменника в зависимости от конструкции корпуса по известным методикам [5, 6]. При этом стремятся уменьшить тепловые потери, поэтому их величина обычно не превышает $2 \div 5\%$ и, соответственно, коэффициент удержания теплоты равен $\eta_{\text{пот}} = 95 \div 98\%$:

$$\eta_{\text{пот}} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q_1 - \Delta Q}{Q_1} = 1 - \frac{\Delta Q}{Q_1}.$$

При допущении малости тепловых потерь ($\Delta Q \rightarrow 0$) уравнение теплового баланса принимает вид:

$$Q = Q_1 = Q_2, \quad (11.3)$$

где Q – тепловой поток, проходящий через теплопередающую поверхность, или тепловая мощность теплообменного аппарата, Вт.

Замечание. При описании переноса теплоты в теплообменниках тепловой поток, воспринимаемый холодным (нагреваемым) теплоносителем – *тепловую мощность* аппарата, в литературе также называют *теплопроизводительностью* и *тепловой нагрузкой* теплообменного аппарата.

Тепловую мощность теплообменного аппарата рассчитывают по формуле:

$$Q = G \cdot \delta h, \quad (11.4)$$

где G – расход теплоносителя, кг/с; δh – изменение удельной энталпии, Дж/кг.

Изменение удельной энталпии в зависимости от фазового состояния теплоносителей рассчитывают по формулам:

а) для однофазных теплоносителей

$$\delta h = c_p \cdot \delta T; \quad (11.5)$$

б) при фазовом переходе (при кипении или при конденсации)

$$\delta h = r, \quad (11.6)$$

где c_p – удельная изобарная теплоёмкость, Дж/(кг·К); δT – изменение температуры однофазного теплоносителя вдоль поверхности теплообмена, °С(К); r – скрытая теплота фазового перехода, Дж/кг.

Удельную теплоемкость c_p находят в справочной литературе, например [21] при *определенной* (среднеарифметической или среднелогарифмической) температуре теплоносителя, а теплоту фазового перехода r – при температуре насыщения паров жидкости T_h .

При перемещении однофазного горячего теплоносителя через теплообменник его температура уменьшается на величину δT_1 :

$$\delta T_1 = T'_1 - T''_1, \quad (11.7)$$

а температура однофазного холодного теплоносителя возрастает на δT_2 :

$$\delta T_2 = T''_2 - T'_2, \quad (11.8)$$

где T'_1 и T'_2 – температура горячего и холодного теплоносителей на входе в теплообменник, °С (К); T''_1 и T''_2 – температура горячего и холодного теплоносителей на выходе из теплообменника, °С (К).

Температура при кипении и при конденсации теплоносителя не изменяется в процессе теплообмена и равна температуре насыщения при давлении теплоносителя в аппарате, поэтому в этом случае $\delta T_1 \rightarrow 0$ при конденсации горячего теплоносителя и $\delta T_2 \rightarrow 0$ при кипении холодного теплоносителя.

В зависимости от фазового состояния горячего и холодного теплоносителей возможны следующие варианты записи уравнения теплового баланса:

а) для однофазных теплоносителей

$$Q = G_1 c_{p1} \cdot \delta T_1 = G_2 c_{p2} \cdot \delta T_2$$

или с учетом выражений (11.7) и (11.8)

$$Q = G_1 c_{p1} \cdot (T'_1 - T''_1) = G_2 c_{p2} \cdot (T''_2 - T'_2); \quad (11.9)$$

б) при изменении фазового состояния горячего теплоносителя (конденсация)

$$Q = G_1 r_1 = G_2 c_{p2} (T''_2 - T'_2); \quad (11.10)$$

в) при изменении фазового состояния холодного теплоносителя (кипение)

$$Q = G_1 c_{p1} (T'_1 - T''_1) = G_2 r_2; \quad (11.11)$$

г) при изменении фазового состояния обоих теплоносителей

$$Q = G_1 r_1 = G_2 r_2, \quad (11.12)$$

где G_1 и G_2 – массовые расходы теплоносителей, кг/с; c_{p1} и c_{p2} – удельные изобарные теплоёмкости горячего и холодного теплоносителей, Дж/(кг·К); r_1 и r_2 – скрытая теплота фазового перехода горячего и холодного теплоносителей, Дж/кг.

Формулы (11.10), (11.11) и (11.12) приведены для сухого насыщенного водяного пара. В теплообменник пар может поступать как в перегретом, так и во влажном насыщенном состоянии. Отличие реального состояния пара от

состояния сухого насыщенного при расчете теплоты фазового перехода учитывают по формулам:

а) для влажного насыщенного водяного пара

$$Q = Gr \cdot x; \quad (11.13)$$

б) для перегретого пара

$$Q = G \cdot (r + q_{\text{пер}}), \quad (11.14)$$

где x – степень сухости пара; $q_{\text{пер}} = h_{\text{пп}} - h''$ – удельная теплота перегрева, Дж/кг; $h_{\text{пп}}$ и h'' – удельные энталпии перегретого пара и сухого насыщенного водяного пара, Дж/кг.

Расходы теплоносителей рассчитывают по интегральному уравнению неразрывности:

$$G = \rho \cdot \bar{w} \cdot f, \quad (11.15)$$

где ρ – плотность теплоносителя, кг/м³; \bar{w} – средняя по сечению канала скорость движения теплоносителя, м/с; f – площадь поперечного сечения канала, м².

Плотность теплоносителя ρ находят по справочнику [15, 21, 43] при *определенной* (среднеарифметической или среднелогарифмической) температуре теплоносителя.

При течении теплоносителей вдоль элементарного участка dF их температура изменяется на бесконечно малую величину dT_1 и dT_2 . Отметим, что при прямотоке $dT_1 < 0$, а $dT_2 > 0$. При противотоке $dT_1 < 0$ и $dT_2 < 0$ (см. рис. 11.1). Поэтому уравнение теплового баланса для бесконечно малого участка теплопередающей поверхности dF и при отсутствии тепловых потерь записывают в виде:

– для прямоточной схемы движения теплоносителей

$$dQ = -G_1 c_{p1} \cdot dT_1 = G_2 c_{p2} \cdot dT_2; \quad (11.16)$$

– для противоточной схемы движения теплоносителей

$$dQ = -G_1 c_{p1} \cdot dT_1 = -G_2 c_{p2} \cdot dT_2, \quad (11.17)$$

где dQ – элементарный тепловой поток, проходящий через поверхность теплообмена dF .

§ 11.3. Уравнение теплопередачи в рекуператоре

Передача теплоты от горячего теплоносителя к холодному теплоносителю зависит от разности температур, которая изменяется вдоль поверхности теплопереноса $\Delta T = f(F_x)$ (рис. 11.1). Для элементарного участка теплопередающей поверхности dF уравнение теплопередачи для плоской стенки (см. главу 4 первого тома учебника [45]) имеет вид:

$$dQ = k(T_1 - T_2) \cdot dF = k\Delta T \cdot dF = q \cdot dF, \quad (11.18)$$

где dQ – теплота, передаваемая холодному теплоносителю через элементарную поверхность dF в единицу времени (элементарный тепловой поток), Вт; k – коэффициент теплопередачи через плоскую стенку, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; T_1 – температура горячего теплоносителя на расстоянии F_x от входа в аппарат, $^{\circ}\text{C}$ (К); T_2 – температура холодного теплоносителя на расстоянии F_x от входа в аппарат, $^{\circ}\text{C}$ (К); $\Delta T = T_1 - T_2$ – разность температур теплоносителей (температурный напор), $^{\circ}\text{C}$ (К); $q = k\Delta T$ – поверхностная плотность теплового потока, $\text{Вт}/\text{м}^2$.

Тепловой поток, передаваемый через всю поверхность теплообменного аппарата F_{TA} , очевидно, равен сумме элементарных тепловых потоков:

$$Q = \int_0^{F_{TA}} dQ = \int_0^{F_{TA}} k \Delta T \cdot dF, \quad (11.19)$$

где F_{TA} – площадь поверхности теплообменного аппарата, m^2 .

Разбивая поверхность теплообмена на n конечных зон, в пределах которых можно принять постоянными коэффициент теплопередачи и температурный напор, тепловой поток рассчитывают по формуле:

$$Q = \sum_{i=1}^n k_i \Delta T_i \cdot \Delta F_i, \quad (11.20)$$

где k_i – коэффициент теплопередачи в i -той зоне теплопереноса, $W/(m^2 \cdot K)$; ΔT_i – разность температур теплоносителей в i -той зоне теплопереноса, $^{\circ}C$ (К); ΔF_i – площадь поверхности i -той зоны, m^2 .

Принимая допущение о постоянстве коэффициента теплопередачи в объеме теплообменника ($k = \text{пост}$), формулы (11.19) и (11.20) упрощаются:

$$Q = k \cdot \int_0^{F_{TA}} \Delta T \cdot dF; \quad (11.21)$$

$$Q = k \cdot \sum_{i=1}^n \Delta T_i \cdot \Delta F_i. \quad (11.22)$$

В инженерных теплотехнических расчетах уравнение теплопередачи (11.21) записывают в виде:

$$Q = k \cdot \overline{\Delta T} \cdot F_{TA}, \quad (11.23)$$

где $\overline{\Delta T}$ – средняя разность температур (средний температурный напор) на всей поверхности теплопередачи, $^{\circ}C$ (К):

$$\overline{\Delta T} = \frac{1}{F_{TA}} \int_0^{F_{TA}} \Delta T \cdot dF. \quad (11.24)$$

Если тепловую мощность теплообменного аппарата Q рассчитывают по уравнению теплового баланса с учетом тепловых потерь, то тогда $Q = Q_2$ (11.1). Если тепловые потери малы и их в расчете можно не учитывать, то в этом случае выполняется равенство (11.3) $Q = Q_1 = Q_2$.

При тепловом *поворочном* расчете площадь поверхности теплообмена известна, а при *конструктивном* расчете площадь поверхности теплообмена F_{TA} находят из уравнения теплопередачи (11.22) или (11.23):

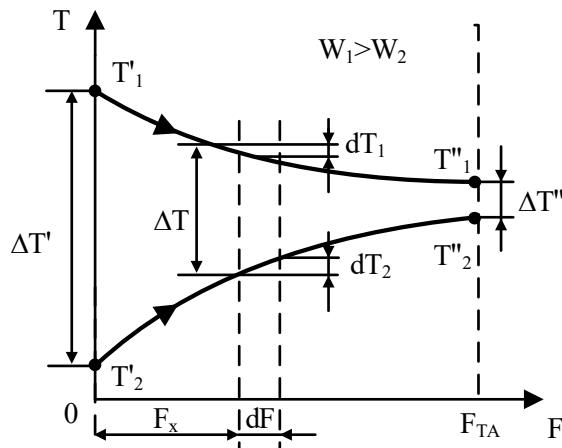
$$F_{TA} = \sum_{i=1}^n \Delta F_i = \frac{Q}{k \cdot \sum_{i=1}^n \Delta T_i}; \quad (11.25)$$

$$F_{TA} = \frac{Q}{k \cdot \overline{\Delta T}}. \quad (11.26)$$

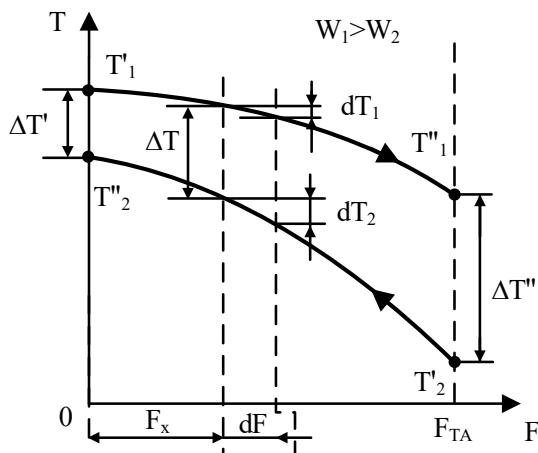
Из формул (11.25) и (11.26) следует, что при расчете площади поверхности теплообмена задача сводится к вычислению коэффициента теплопередачи k , разности температур в зонах по поверхности ΔT или средней разности температур теплоносителей $\overline{\Delta T}$, которые зависят от температурного режима теплообменника.

Замечание. Интегральное (для всего теплообменного аппарата) уравнение теплопередачи можно записать, используя коэффициент теплопередачи для всей теплопередающей поверхности $k_F = k \cdot F_{TA}$, который характеризует габариты рекуператора и имеет размерность [Вт/К], совпадающую с размерностью водяного эквивалента. Тогда уравнение теплопередачи принимает вид:

$$Q = k_F \cdot \overline{\Delta T} . \quad (11.27)$$



а) прямоток



б) противоток

Рис. 11.1. К расчету параметров рекуператора в дифференциальной форме

§ 11.4. Температурное поле в рекуператоре

При допущении только поперечного переноса теплоты через стенку и стационарном режиме теплопередачи (модель с сосредоточенными параметрами) температурное поле теплоносителей и температурное поле теплопередающей поверхности со стороны греющего и нагреваемого теплоносителей находят в виде: $T_1 = f(F_x)$, $T_2 = f(F_x)$, $T_{w1} = f(F_x)$ и $T_{w2} = f(F_x)$, где $0 < F_x \leq F_{TA}$ – текущая площадь поверхности теплообмена, м^2 . Рассчитав температурное поле теплоносителей, находят локальную $\Delta T(F_x)$ и среднюю $\overline{\Delta T}$ разности температур теплоносителей (см. § 11.4.3) и средние определяющие температуры теплоносителей (см. § 11.4.4), необходимые для вычисления коэффициентов теплоотдачи со стороны горячего и холодного теплоносителей.

§ 11.4.1. Графики изменения температуры теплоносителей в рекуператоре

Характер и величина изменения температуры теплоносителей вдоль теплопередающей поверхности зависят от схемы движения теплоносителей, их фазового состояния и теплоемкости массового расхода теплоносителя – теплоемкости теплоносителя в единицу времени. Теплоемкость массового расхода или *расходная теплоемкость* по определению равна, $\text{Вт}/\text{К}$:

$$W_1 = G_1 \cdot c_{p1} ; \quad W_2 = G_2 \cdot c_{p2}, \quad (11.28)$$

где G_1 и G_2 – массовые расходы горячего и холодного теплоносителей, кг/с; c_{p1} и c_{p2} – удельные массовые изобарные теплоемкости теплоносителей, Дж/(кг·К).

Замечание. В технической литературе расходную теплоемкость W часто «по старинке» называют водяным эквивалентом, потому что в технической системе единиц удельная теплоемкость воды $c_p = 1$ ккал/(кг·К), и поэтому значение расходной теплоемкости W для воды равно ее массовому расходу G . В системе СИ теплоемкость воздуха равна $c_p = 1$ кДж/(кг·К), однако термин «воздушный эквивалент» для названия расходной теплоемкости пока не используют.

Уравнение теплового баланса для однофазных теплоносителей (11.9) с учетом определения расходной теплоемкости можно записать в виде:

$$Q = W_1 \cdot \delta T_1 = W_2 \cdot \delta T_2 \text{ или } \frac{\delta T_2}{\delta T_1} = \frac{W_1}{W_2}, \quad (11.29)$$

где $W_1 = G_1 c_{p1}$ и $W_2 = G_2 c_{p2}$ – расходные теплоемкости (водяные эквиваленты) горячего и холодного теплоносителей, Вт/К.

Изменение температуры однофазных теплоносителей вдоль поверхности теплообмена подчиняется экспоненциальному закону [5]. При этом из соотношений (11.29) следует обратно пропорциональная зависимость между водяными эквивалентами и изменениями температуры вдоль поверхности теплообмена:

$$\text{а) при } W_1 > W_2 \Rightarrow \delta T_1 < \delta T_2; \quad (11.30)$$

$$\text{б) при } W_1 < W_2 \Rightarrow \delta T_1 > \delta T_2. \quad (11.31)$$

Из анализа формул (11.30) и (11.31) видно, что теплоносителю с большим водяным эквивалентом соответствует

меньшее изменение температуры теплоносителя вдоль поверхности теплообмена и, наоборот, теплоносителю с меньшим водяным эквивалентом соответствует большее изменение температуры теплоносителя вдоль поверхности теплообмена.

На рис. 11.2 показаны графики изменения температуры для однофазных теплоносителей при прямоточном и противоточном движении теплоносителей, а на рис. 11.3 – температурные графики при наличии фазового перехода у теплоносителей.

При построении графиков изменения температуры вдоль теплопередающей поверхности для однофазных теплоносителей (без расчета) пользуются мнемоническим правилом:

а) при прямотоке выпуклость температурных кривых направлена внутрь графика (навстречу друг другу) (рис. 11.2,а);

б) при противоточной схеме движения теплоносителей (рис. 11.2,б) выпуклость кривых изменения температуры теплоносителей направлена в сторону большего водяного эквивалента, то есть в сторону теплоносителя с меньшим изменением температуры.

Изменение фазового состояния вещества происходит в изотермическом процессе ($\delta T \rightarrow 0$) с бесконечно большой расходной теплоемкостью ($W \rightarrow \infty$). Поэтому если горячим теплоносителем является влажный или сухой насыщенный водяной пар, то в процессе теплопередачи к холодному теплоносителю он конденсируется при постоянной температуре равной температуре насыщения при данном давлении $T_{h,1}$:

$$T'_1 = T''_1 = T_{h,1}. \quad (11.32, \text{a})$$

И, соответственно, если холодный теплоноситель, получая теплоту, кипит и испаряется, то этот процесс также идет при постоянной температуре насыщения при давлении холодного теплоносителя $T_{h,2}$:

$$T'_2 = T''_2 = T_{H,2}. \quad (11.32,6)$$

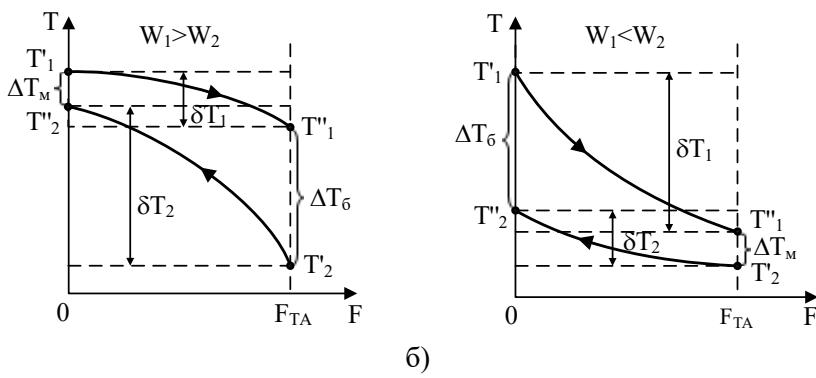
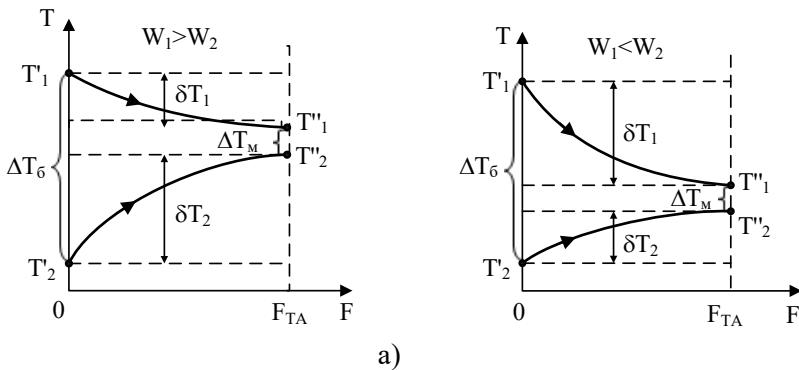


Рис. 11.2. Температура однофазных теплоносителей
в рекуператоре:
а) прямоток; б) противоток

Анализ изменения температуры однофазных теплоносителей при *прямотоке* (рис. 11.2,а) показывает, что при увеличении теплопередающей поверхности конечные температуры на выходе из аппарата становятся равными ($T_1'' \rightarrow T_2''$ или $T_2'' \rightarrow T_1''$). Включение теплоносителей по схеме «противоток» (рис. 11.2,б) позволяет нагреть холодный теплоноситель до температуры выше, чем температура горячего теплоносителя на выходе из аппарата ($T_2'' > T_1''$), или охладить горячий теплоноситель до температуры меньшей, чем температура холодного теплоносителя на выходе из теплообменника ($T_1'' < T_2''$), что интуитивно свидетельствует о большей эффективности противоточной схемы по сравнению с прямоточной схемой включения теплоносителей.

Для температурного режима теплоносителей, показанного на рис. 11.3,а, тепловой баланс рассчитывают по уравнению (11.10). Для температурного режима теплообменника, показанного на рис. 11.3,б – по уравнению (11.11), а для температурного графика, изображенного на рис. 11.3,в для конденсатора-испарителя, расчет теплового баланса выполняют по уравнению (11.12).

В теплообменнике на разных участках теплопередающей поверхности может происходить нагрев или охлаждение однофазных теплоносителей, а также изменение их агрегатного состояния. Например, на рис 11.3,г показано температурное поле горячего теплоносителя $T_1 = f_1(F)$ в конденсаторе, в который греющий теплоноситель поступает в виде перегретого пара $T_1' > T_H$, затем конденсируется при постоянной температуре $T_1 = T_H$ и уходит из теплообменника в виде жидкости с температурой ниже температуры насыщения при данном давлении $T_1' < T_H$.

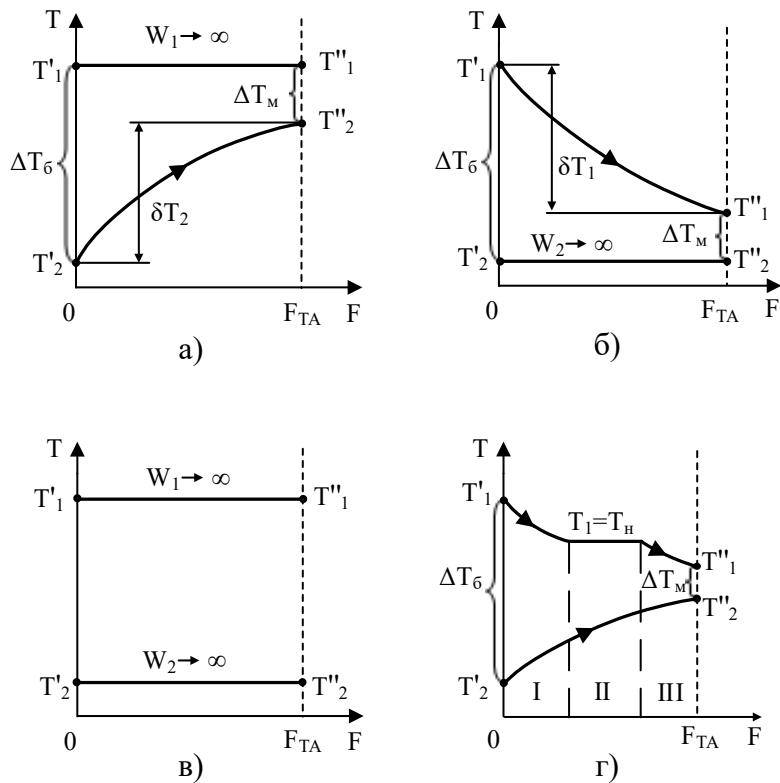


Рис. 11.3. Температура теплоносителей при наличии фазового перехода:

а) конденсация горячего теплоносителя; б) кипение холодного теплоносителя; в) конденсация горячего и кипение холодного теплоносителей; г) охлаждение пара в конденсаторе (I – перегретый пар; II – насыщенный пар; III – охлаждение конденсата)

Тепловой баланс для конденсатора (рис. 11.3,г) в этом случае имеет вид:

$$Q_1 = Q_I + Q_{II} + Q_{III}; \quad (11.33)$$

$$Q_2 = G_2 c_{p2} (T_2'' - T_2'), \quad (11.34)$$

где Q_I – теплота перегрева пара; Q_{II} – теплота конденсации пара; Q_{III} – теплота охлаждения конденсата; G_2 – расход холодного теплоносителя, кг/с; c_{p2} – удельная теплоемкость холодного теплоносителя, Дж/(кг·К).

Составляющие теплового баланса со стороны горячего теплоносителя рассчитывают по формулам:

$$Q_I = G_1 (h_{\text{пп}} - h''); \quad (11.35)$$

$$Q_{II} = G_1 (h'' - h') = G_1 r; \quad (11.36)$$

$$Q_{III} = G_1 c_{p1} (T_h - T_l''), \quad (11.37)$$

где G_1 – расход горячего теплоносителя, кг/с; $h_{\text{пп}}$ – удельная энталпия перегретого пара, Дж/кг; h'' – удельная энталпия сухого насыщенного пара, Дж/кг; h' – удельная энталпия кипящей жидкости, Дж/кг; r – скрытая теплота парообразования, Дж/кг; c_{p1} – удельная теплоемкость горячего теплоносителя в виде капельной жидкости, Дж/(кг·К); T_h – температура насыщения горячего теплоносителя при заданном давлении, °С (К); T_l'' – температура горячего теплоносителя на выходе из аппарата, °С (К).

Замечание. Изменение температуры теплоносителей для *нерекрестного* тока и других *сложных схем* движения, в принципе, невозможно изобразить вдоль одной координаты, поэтому изменение температуры теплоносителей в этом случае условно показывают для схемы движения «противоток».

§ 11.4.2. Расчет изменения температуры теплоносителей в рекуператоре

Аналитическое выражение температурного поля в модели с сосредоточенными параметрами $T_l = f_l(F)$ и

$T_2 = f_2(F)$ основано на решении уравнения теплового баланса и использовании критериев эффективности тепловой работы рекуператора, к которым относят:

– эффективность рекуператора с точки зрения возможности передачи теплоты

$$E = f(\bar{W}, N, \text{схема тока}); \quad (11.38)$$

– относительный водяной эквивалент

$$\bar{W} = \frac{W_{\min}}{W_{\max}}; \quad (11.39)$$

– безразмерный коэффициент теплопередачи

$$N = \frac{k_F}{W_{\min}} = \frac{kF}{W_{\min}}, \quad (11.40)$$

где $W_{\min} = \min(W_1, W_2)$ – меньший из двух водяной эквивалент (например, если $W_1 < W_2$, то $W_{\min} = W_1$);

$W_{\max} = \max(W_1, W_2)$ – больший водяной эквивалент

(например, если $W_2 > W_1$, то $W_{\max} = W_2$).

В зарубежной технической литературе безразмерный коэффициент теплопередачи $N = kF / W_{\min}$ называют «числом единиц переноса теплоты», используя обозначение этого термина в виде NTU (Number of Heat Transfer Units).

Под *эффективностью* теплообменного аппарата понимают отношение количества теплоты, переданного в данном аппарате, к количеству теплоты, преданного в *идеальном противоточном* аппарате с бесконечно большой поверхностью теплообмена с теми же значениями температуры на входе.

В таком идеальном теплообменном аппарате при условии $W_1 > W_2$ температура холодного теплоносителя на

выходе становится равной температуре горячего теплоносителя на входе $T_2'' \rightarrow T_1'$ (рис. 11.4,а), а при соотношении водяных эквивалентов $W_2 > W_1$ температура горячего теплоносителя на выходе принимает значение температуры холодного теплоносителя на входе $T_1'' \rightarrow T_2'$ (рис. 11.4,б). Иными словами, температура на выходе теплоносителя с меньшим водяным эквивалентом (W_{\min}) стремится к температуре на входе теплоносителя с большим водяным эквивалентом (W_{\max}). Поэтому максимальная разность температур в идеальном (с бесконечно большой поверхностью теплообмена) противоточном теплообменнике равна $\delta T_{\max} = T_1' - T_2'$.

Без учета тепловых потерь в рекуператоре ($Q_1 = Q_2 = Q$) *эффективность* теплообменного аппарата равна:

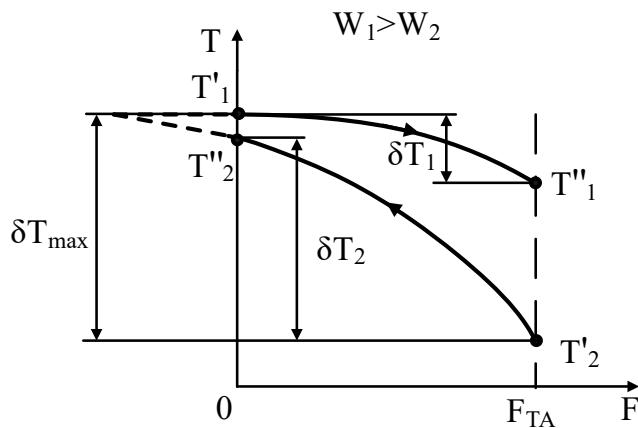
$$E = \frac{Q_1}{Q_{\max}} = \frac{Q_2}{Q_{\max}} = \frac{Q}{Q_{\max}}, \quad (11.41)$$

где $Q_1 = G_1 c_{p1} (T_1' - T_1'')$ – теплота (тепловой поток), отдаваемая горячим теплоносителем, Вт; $Q_2 = G_2 c_{p2} (T_2'' - T_2')$ – теплота (тепловой поток), получаемая холодным теплоносителем, Вт.

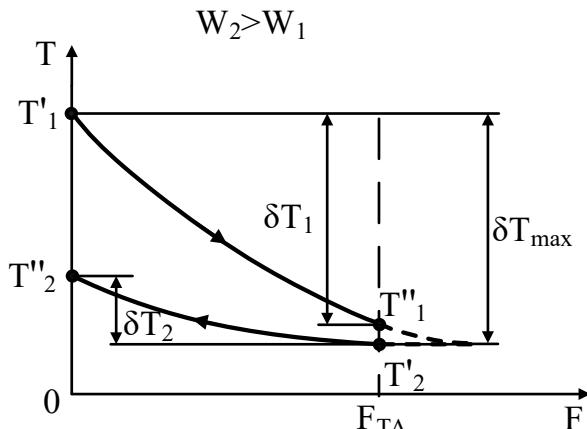
Максимальное количество теплоты, которое возможно передать в противоточном теплообменнике с бесконечно большой поверхностью теплообмена, равно:

$$Q_{\max} = W_{\min} \cdot \delta T_{\max} = W_{\min} \cdot (T_1' - T_2'), \quad (11.42)$$

где $W_{\min} = \min(W_1, W_2)$ – меньшая расходная теплоемкость (водяной эквивалент) одного из теплоносителей, Вт/К; $\delta T_{\max} = T_1' - T_2'$ – максимальная разность температур, $^{\circ}\text{C}$ (К).



a)



б)

Рис. 11.4. Температурный график
в идеальном противоточном теплообменном аппарате:
а) $W_1 > W_2$; б) $W_2 > W_1$

С учетом выражений для расчета тепловых потоков Q_1 , Q_2 и Q_{\max} формула (11.41) принимает вид:

а) для горячего теплоносителя

$$E = \frac{G_1 c_{p1} \cdot (T'_1 - T''_1)}{W_{\min} \cdot (T'_1 - T'_2)} = \frac{W_1 \cdot \delta T_1}{W_{\min} \cdot \delta T_{\max}}; \quad (11.43)$$

б) для холодного теплоносителя

$$E = \frac{G_2 c_{p2} \cdot (T''_2 - T'_2)}{W_{\min} \cdot (T'_1 - T'_2)} = \frac{W_2 \cdot \delta T_2}{W_{\min} \cdot \delta T_{\max}}. \quad (11.44)$$

Внимание! Зная эффективность теплообменного аппарата, можно рассчитать *тепловую мощность* рекуператора и *температуры теплоносителей на выходе* из рекуператора, *не используя* уравнение теплопередачи и средний температурный напор. Поэтому эффективность теплообменного аппарата широко используют при выполнении теплового расчета рекуператора.

Формула для расчета тепловой мощности (теплопроизводительности или тепловой нагрузки) следует из определения эффективности рекуператора (11.41):

$$Q = E \cdot Q_{\max} = E \cdot W_{\min} \delta T_{\max} = E \cdot W_{\min} (T'_1 - T'_2). \quad (11.45)$$

Температуру теплоносителей на выходе из аппарата (T''_1 и T''_2) для *прямотока* и *противотока* рассчитывают по формулам, которые получают из выражений (11.43) и (11.44) в зависимости от соотношения водяных эквивалентов:

а) при условии $W_1 < W_2$ ($W_1 = W_{\min}$ и $W_2 = W_{\max}$)

$$T''_1 = T'_1 - E \cdot \delta T_{\max}; \quad (11.46)$$

$$T_2'' = T_2' + \frac{W_1}{W_2} E \cdot \delta T_{\max} = T_2' + \bar{W} \cdot E \cdot \delta T_{\max}; \quad (11.47)$$

б) при условии $W_2 < W_1$ ($W_2 = W_{\min}$ и $W_1 = W_{\max}$)

$$T_2'' = T_2' - \frac{W_2}{W_1} \cdot E \cdot \delta T_{\max} = T_2' - \bar{W} \cdot E \cdot \delta T_{\max}; \quad (11.48)$$

$$T_2'' = T_2' + E \cdot \delta T_{\max}, \quad (11.49)$$

где $\delta T_{\max} = T_2' - T_1'$ – максимальная разность температур в идеальном противоточном теплообменнике;
 $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max}$ – относительный водяной эквивалент.

Расчет эффективности рекуператора

Эффективность рекуперативного теплообменного аппарата зависит от схемы движения теплоносителей, относительного водяного эквивалента \bar{W} и безразмерного коэффициента теплопередачи N и рассчитывается по формулам, которые получены на основе уравнения теплового баланса, уравнения теплопередачи и закона изменения перепада температур теплоносителей вдоль поверхности теплообмена [5]:

– для прямотока

$$E_{\Rightarrow} = \frac{1 - e^{-N \cdot (1 + \bar{W})}}{1 + \bar{W}}; \quad (11.50)$$

– для противотока

$$E_{\Leftrightarrow} = \frac{1 - e^{-N \cdot (1 - \bar{W})}}{1 - \bar{W} \cdot e^{-N \cdot (1 - \bar{W})}}, \quad (11.51)$$

где E_{\Rightarrow} и E_{\Leftrightarrow} – эффективности рекуператора при прямотоке и противотоке; $N = kF / W_{\min}$ – безразмерный коэффициент

теплопередачи (NTU); $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max}$ – относительный водяной эквивалент; $W_{\min} = \min(W_1, W_2)$ – меньший водяной эквивалент одного из теплоносителей, Вт/К.

При равенстве водяных эквивалентов $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max} = 1$ формулы для расчета эффективности (11.50) и (11.51) принимают вид:

– для прямотока

$$E_{\Rightarrow} = \frac{1 - e^{-2N}}{2}; \quad (11.52)$$

– для противотока

$$E_{\Leftrightarrow} = \frac{N}{1 + N}. \quad (11.53)$$

Замечание. Подставляя значение $\bar{W} = 1$ в формулу (11.51) для противотока, имеем неопределенность типа 0/0, раскрывая которую по правилу Лопиталя, получаем выражение (11.53).

Фазовые превращения теплоносителя (конденсация горячего или кипение холодного теплоносителя) происходят при постоянной температуре с бесконечно большой расходной теплоемкостью ($W_{\max} \rightarrow \infty$), поэтому $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max} \rightarrow 0$. Подставляя $\bar{W} = 0$ в формулу (11.50) для прямотока и в формулу (11.51) для противотока, получаем, что в этом случае эффективность передачи теплоты при *прямотоке и противотоке* одинакова и равна:

$$E_{\Rightarrow} = E_{\Leftrightarrow} = 1 - e^{-N}, \quad (11.54)$$

где $N = kF / W_2$ – при конденсации горячего теплоносителя ($W_2 \ll W_1$, потому что $W_1 \rightarrow \infty$); $N = kF / W_1$ – при

кипении холодного теплоносителя ($W_1 \ll W_2$, потому что $W_2 \rightarrow \infty$).

При изменении агрегатного состояния одного из теплоносителей температуру *второго* теплоносителя на выходе из теплообменника рассчитывают, подставляя значение эффективности (11.54) в формулу (11.49) при конденсации и в формулу (11.46) при кипении:

а) конденсация ($W_1 \rightarrow \infty$; $W_2 \ll W_1$)

$$T'_1 = T''_1 = T_1; \quad (11.55)$$

$$T''_2 = T'_2 + (1 - e^{-N}) \cdot \delta T_{\max} = T_1 - (T_1 - T'_2) \cdot e^{-\frac{kF_{TA}}{W_2}}; \quad (11.56)$$

б) кипение ($W_2 \rightarrow \infty$; $W_1 \ll W_2$)

$$T'_2 = T''_2 = T_2; \quad (11.57)$$

$$T''_1 = T'_1 - (1 - e^{-N}) \cdot \delta T_{\max} = T_2 + (T'_1 - T_2) \cdot e^{-\frac{kF_{TA}}{W_1}} \quad (11.58)$$

где $\delta T_{\max} = T_1 - T'_2$ – при конденсации; T_1 – температура насыщения при конденсации; $\delta T_{\max} = T'_1 - T_2$ – при кипении; T_2 – температура насыщения при кипении; k – коэффициент теплопередачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2\text{К})$; F_{TA} – площадь поверхности теплообменного аппарата, м^2 .

Для расчета средних температур теплоносителей в рекуператоре необходимо знать закон изменения температуры вдоль поверхности теплообмена F_x , то есть установить функциональные зависимости $T_1 = f_1(F_x)$ и $T_2 = f_2(F_x)$.

Температуру горячего и холодного теплоносителей при прямотоке и противотоке для любого значения поверхности

F_x (см. рис. 11.1) рассчитывают аналогично выражениям (11.46) – (11.49) по формулам:

а) при условии $W_1 < W_2$ ($\bar{W} = W_1 / W_2$)

$$T_1(F_x) = T'_1 - E(F_x) \cdot \delta T_{\max}; \quad (11.59)$$

$$T_2(F_x) = T'_2 + \bar{W} \cdot E(F_x) \cdot \delta T_{\max}; \quad (11.60)$$

б) при условии $W_2 < W_1$ ($\bar{W} = W_2 / W_1$)

$$T_1(F_x) = T'_1 - \bar{W} \cdot E(F_x) \cdot \delta T_{\max}; \quad (11.61)$$

$$T_2(F_x) = T'_2 + E(F_x) \cdot \delta T_{\max}, \quad (11.62)$$

где $E(F_x)$ – эффективность рекуператора при *прямотоке* или *противотоке* для текущего значения F_x поверхности теплообмена; $\delta T_{\max} = T'_1 - T'_2$ – максимальная разность температур в идеальном противоточном теплообменнике; $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max}$ – относительный водяной эквивалент.

Эффективность теплообменника при *прямотоке* для текущего значения поверхности F_x ($0 < F_x \leq F_{TA}$, где F_{TA} – площадь теплопередающей поверхности рекуператора), рассчитывают по формуле:

$$E_{\Rightarrow}(F_x) = \frac{1 - e^{-N_x \cdot (1 + \bar{W})}}{1 + \bar{W}} = \frac{1 - e^{-\frac{kF_x}{W_{\min}} \cdot (1 + \bar{W})}}{1 + \bar{W}}. \quad (11.63)$$

Эффективность теплообменника при *противотоке* для текущего значения поверхности F_x ($0 < F_x \leq F_{TA}$, где F_{TA} – площадь теплопередающей поверхности рекуператора), рассчитывают по формуле:

$$E_{\Rightarrow}(F_x) = \frac{1 - e^{-N_x \cdot (1 - \bar{W})}}{1 - \bar{W} \cdot e^{-N_{TA} \cdot (1 - \bar{W})}} = \frac{1 - e^{-\frac{kF_x}{W_{min}} \cdot (1 - \bar{W})}}{1 - \bar{W} \cdot e^{-\frac{kF_{TA}}{W_{min}} \cdot (1 - \bar{W})}}. \quad (11.64)$$

Замечание. В зарубежной технической литературе принято указывать, к какому теплоносителю относится эффективность теплообменника (E), число единиц переноса теплоты (N) и относительный водяной эквивалент (\bar{W}). Поэтому используют следующую форму записи:

- при условии $W_1 < W_2$ ($W_1 = W_{min}$) – E_1 , N_1 , и \bar{W}_1 ;
- при условии $W_2 < W_1$ ($W_2 = W_{min}$) – E_2 , N_2 и \bar{W}_2 .

В иностранной литературе расчет эффективности рекуператора выполняют, как правило, для холодного теплоносителя – E_2 . Эффективность горячего теплоносителя при этом будет равна:

$$E_1 = \frac{W_2}{W_1} \cdot E_2 = \bar{W}_2 \cdot E_2. \quad (11.65)$$

Для *перекрестного* тока и некоторых случаев *сложного* тока были получены аналитические выражения для расчета эффективности теплообменника, которые приведены в литературе, например [23, 24]. Если для *сложного тока* аналитическое решение для расчета эффективности отсутствует, то эффективность такого теплообменника определяют экспериментально.

Для *перекрестного* и *сложного* тока течения теплоносителей эффективность рекуператора, которую обозначим символом E_+ , находится в интервале значений $E_{\Rightarrow} < E_+ < E_{\Leftrightarrow}$. Используя этот факт, Ф. Трефни (1965г.) предложил оригинальный метод « ϕ – тока», при помощи которого он получил единую формулу для расчета эффективности при любой схеме течения теплоносителей [25]:

$$E_{2,+} = \frac{1 - e^{-N_2[1 + \bar{W}_2(1 - 2f_\phi)]}}{1 + \bar{W}_2(1 - f_\phi) - \bar{W}_2 \cdot f_\phi \cdot e^{-N_2[1 + \bar{W}_2(1 - 2f_\phi)]}}; \quad (11.66)$$

и

$$E_{1,+} = \bar{W}_2 \cdot E_{2,+} = \frac{1 - e^{-N_2[1 + \bar{W}_2(1 - 2f_\phi)]}}{1/\bar{W}_2 + (1 - f_\phi) - f_\phi \cdot e^{-N_2[1 + \bar{W}_2(1 - 2f_\phi)]}}, \quad (11.67)$$

где $E_{1,+}$ и $E_{2,+}$ – эффективности горячего и холодного теплоносителей при любом сложном токе движения теплоносителей; f_ϕ – универсальная характеристика схемы тока, которая имеет вид

$$f_\phi = \frac{1}{2}[1 - \cos(\phi)]. \quad (11.68)$$

В формуле (11.68) угол ϕ – это угол между линиями тока теплоносителя, который для прямотока равен $\phi = 0$, для противотока – $\phi = \pi$, для перекрестного тока – $\phi = \pi/2$, а для любой схемы сложного тока лежит в интервале $0 < \phi < \pi$. Подставляя значение угла ϕ между линиями тока в формулу (11.68) получим, что универсальная характеристика схемы тока для прямотока равна $f_\phi = 0$, для противотока – $f_\phi = 1$, для перекрестного тока – $f_\phi = 0,5$.

Автор метода « ϕ – тока» Ф. Трефни доказал, что при значении безразмерного коэффициента теплопередачи холодного теплоносителя $N_2 \leq 1,5$ расчет эффективности по формулам (11.66) и (11.67) практически совпадает с точным аналитическим решением, а при значении $1,5 < N_2 \leq 2$ получается удовлетворительное совпадение с аналитическим решением [22]. Поэтому при значениях $N_2 > 2$ метод

«φ – тока» следует применять только для *оценки* величины эффективности аппарата, поскольку погрешность расчета была не определена. Значения универсальной характеристики схемы сложного тока f_ϕ приведены в литературе [22, 25].

§ 11.4.3. Расчет разности температур теплоносителей в рекуператоре

При перемещении теплоносителей вдоль поверхности теплообмена их температуры изменяются, поэтому изменяется и разность температур (температурный напор) между ними. Установим зависимость изменения температурного напора вдоль теплопередающей поверхности $\Delta T = f(F_x)$ и рассчитаем средний температурный напор $\overline{\Delta T}$ для всего рекуператора при *прямотоке, противотоке и сложном токе*.

Изменение температурного напора на элементарном участке dF равно (рис. 11.1):

$$d(\Delta T) = d(T_1 - T_2) = dT_1 - dT_2, \quad (11.69)$$

где dT_1 и dT_2 – изменение температур горячего и холодного теплоносителей на поверхности dF , °C (К).

Изменение температур горячего dT_1 и холодного dT_2 теплоносителей на бесконечно малом участке теплопередающей поверхности dF (см. рис. 11.1) найдем из уравнения теплового баланса (11.16) для прямотока и (11.17) для противотока, которые перепишем, используя понятие расходной теплоемкости теплоносителя $W = Gc_p$. Получим:

– для прямоточной схемы движения теплоносителей

$$dQ = -W_1 \cdot dT_1 = W_2 \cdot dT_2; \quad (11.70)$$

– для противоточной схемы движения теплоносителей

$$dQ = -W_1 \cdot dT_1 = -W_2 \cdot dT_2, \quad (11.71)$$

где dQ – элементарный тепловой поток через поверхность теплообмена dF .

Из уравнений (11.70) и (11.71) следует, что

– для прямотока

$$dT_1 = -\frac{dQ}{W_1}; \quad dT_2 = \frac{dQ}{W_2}; \quad (11.72)$$

– для противотока

$$dT_1 = -\frac{dQ}{W_1}; \quad dT_2 = -\frac{dQ}{W_2}. \quad (11.73)$$

Подставляя (11.72) и (11.73) в уравнение (11.69), получаем изменение температурного напора на элементарной поверхности dF :

– для прямотока

$$d(\Delta T) = dT_1 - dT_2 = -\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right)dQ = -m_{\Rightarrow} \cdot dQ; \quad (11.74)$$

– для противотока

$$d(\Delta T) = dT_1 - dT_2 = -\left(\frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2}\right)dQ = -m_{\Leftrightarrow} \cdot dQ, \quad (11.75)$$

где $m_{\Rightarrow} = (1/W_1 + 1/W_2)$ и $m_{\Leftrightarrow} = (1/W_1 - 1/W_2)$ – параметры, определяющие расходную теплоемкость рекуператора *в целом* при прямоточной и противоточной схемах движения теплоносителей.

Изменение температуры теплоносителей зависит не только от расходной теплоемкости аппарата, но и от его теплопередающей способности, поэтому в уравнения (11.74) и

(11.75) подставим значение элементарного теплового потока $dQ = k\Delta T \cdot dF$ из уравнения теплопередачи (11.18):

$$d(\Delta T) = -m \cdot k \Delta T \cdot dF, \quad (11.76)$$

где $m = m_{\Rightarrow}$ – для прямотока или $m = m_{\leftrightarrow}$ – для противотока.

Разделяем переменные и получаем дифференциальное уравнение для расчета изменения разности температур вдоль поверхности теплообмена рекуператора $\Delta T = f(F_x)$:

$$\frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -mk dF. \quad (11.77)$$

Интегрируя уравнение (11.77) на участке поверхности $F = 0 \div F_x$ при постоянных параметрах m и k , получим:

$$\int_{\Delta T'}^{\Delta T} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -mk \int_0^{F_x} dF_x; \quad (11.78)$$

$$\ln \frac{\Delta T}{\Delta T'} = -mkF_x. \quad (11.79)$$

Потенцируя, находим:

$$\Delta T = \Delta T' \cdot e^{-mkF_x}, \quad (11.80)$$

где dF_x – элементарный участок поверхности теплопередачи, расположенный на расстоянии F_x от входа в теплообменный аппарат; ΔT – разность температур теплоносителей на расстоянии F_x от входа в теплообменник; $\Delta T'$ – разность температур теплоносителей на входе в рекуператор (см. рис. 11.1).

Из анализа формулы (11.80) видно, что изменение перепада температур вдоль поверхности теплообмена $\Delta T = f(F_x)$ подчиняется экспоненциальному закону.

Средний температурный напор на всей поверхности F_{TA} теплообменника, у которого перепад на входе равен $\Delta T'$, а на выходе из аппарата – $\Delta T''$ рассчитаем по формуле (11.24), используя выражение (11.80):

$$\begin{aligned}\overline{\Delta T} &= \frac{1}{F_{TA}} \int_0^{F_{TA}} \Delta T dF_x = \frac{\Delta T'}{F_{TA}} \int_0^{F_{TA}} e^{-mkF_x} dF_x = \\ &= \frac{\Delta T'}{-mkF_{TA}} \left(e^{-mkF_{TA}} - 1 \right).\end{aligned}\quad (11.81)$$

Подставляя в формулу (11.81) значения « $-mkF_{TA}$ » и « $e^{-mkF_{TA}}$ » из равенств (11.79) и (11.80) для всего теплообменника ($F_x = F_{TA}$), получим:

$$\begin{aligned}\overline{\Delta T} &= \frac{\Delta T'}{-mkF_{TA}} \left(e^{-mkF_{TA}} - 1 \right) = \frac{\Delta T'}{\ln \frac{\Delta T''}{\Delta T'}} \left(\frac{\Delta T''}{\Delta T'} - 1 \right) = \\ &= \frac{\Delta T'' - \Delta T'}{\ln \frac{\Delta T''}{\Delta T'}} = \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln \frac{\Delta T'}{\Delta T''}},\end{aligned}\quad (11.82)$$

где $\Delta T'$ и $\Delta T''$ – перепады температур на входе и выходе из теплообменного аппарата.

При этом для *прямотока* при любом соотношении водяных эквивалентов и для *противотока* при условии $W_2 > W_1$ перепад температур на входе в теплообменный аппарат больше чем на выходе ($\Delta T' > \Delta T''$). Для *противоточной* схемы при условии $W_1 > W_2$, наоборот, перепад температур на входе в теплообменник меньше, чем на выходе ($\Delta T' < \Delta T''$).

Оба эти варианта соотношений перепадов температур на концах теплообменника можно объединить, если больший перепад температур обозначить как ΔT_6 , а меньший – ΔT_m и тогда расчет средней разности температур можно находить по единой формуле:

$$\overline{\Delta T} = \overline{\Delta T}_L = \frac{\Delta T_6 - \Delta T_m}{\ln \frac{\Delta T_6}{\Delta T_m}}. \quad (11.83)$$

Значение среднего напора, рассчитанного по формулам (11.82) или (11.83), называют *среднелогарифмическим температурным напором* и обозначают $\overline{\Delta T}_L$.

При допущении линейного изменения температур теплоносителей вдоль поверхности теплообмена, которое с погрешностью менее 4% [5] можно принять при отношении $\Delta T_6 / \Delta T_m \leq 2$, средний температурный напор рассчитывают по формуле:

$$\overline{\Delta T} = \overline{\Delta T}_a = \bar{T}_1 - \bar{T}_2 = \frac{T'_1 + T''_1}{2} - \frac{T'_2 + T''_2}{2} = \frac{\Delta T_6 + \Delta T_m}{2}, \quad (11.84)$$

где $\bar{T}_1 = (T'_1 + T''_1) / 2$ – среднеарифметическая температура горячего теплоносителя, °C (К); $\bar{T}_2 = (T'_2 + T''_2) / 2$ – среднеарифметическая температура холодного теплоносителя, °C (К); ΔT_6 и ΔT_m – большая и меньшая разности температур на концах рекуператора, °C (К).

Значение среднего напора, рассчитанного по формуле (11.84), называют *среднеарифметическим температурным напором* и обозначают $\overline{\Delta T}_a$.

При *противотоке* и равенстве водяных эквивалентов теплоносителей ($W_1 = W_2$) равны и перепады температуры на

краях аппарата ($\Delta T' = \Delta T''$ или $\Delta T_m = \Delta T_6$), что следует из анализа формулы (11.29). В этом случае средний температурный напор равен $\overline{\Delta T} = \Delta T_m = \Delta T_6$, потому что параметр, определяющий расходную теплоемкость теплообменника *в целом* для противотока, равен нулю $m_{\leftrightarrow} = (1/W_1 - 1/W_2) = 0$. Поэтому из формул (11.75) и (11.80) получаем $d(\Delta T) = 0$ и $\Delta T = \Delta T' = \text{пост}$. При постоянной разности температур в любой точке аппарата температура теплоносителей изменяется линейно вдоль теплопередающей поверхности.

Замечание. Для автоматизации процесса вычислений на компьютере при равенстве водяных эквивалентов $W_1 = W_2$ средний температурный напор для *противотока* рекомендуется рассчитывать по формуле (11.84) для среднеарифметического напора.

В реальном рекуперативном теплообменном аппарате идеальных схем течения теплоносителей типа «прямоток» или «противоток» не существует, поскольку в зонах входа в аппарат и выхода из аппарата теплоносители, как правило, изменяют свое направление. Для определения средней разности температур при *сложном движении* теплоносителей строят температурный график $T_1 = f(F_x)$ и $T_2 = f(F_x)$ для *противотока* и среднюю разность температур $\overline{\Delta T}$, рассчитанную по формуле (11.83) или по формуле (11.84), умножают на поправочный коэффициент $\varepsilon_{\Delta T}$, учитывающий особенности теплообмена при сложном токе:

$$\overline{\Delta T}_+ = \overline{\Delta T}_l \cdot \varepsilon_{\Delta T}; \text{ или } \overline{\Delta T}_+ = \overline{\Delta T}_a \cdot \varepsilon_{\Delta T}, \quad (11.85)$$

где $\overline{\Delta T}_+$ – средний температурный напор при *сложном* токе движения теплоносителей; $\overline{\Delta T}_l$ – среднелогарифмический

температурный напор; $\overline{\Delta T}_a$ – среднеарифметический температурный напор.

Формулы для расчета поправочного коэффициента «на сложный ток» $\varepsilon_{\Delta T}$ приведены для ряда схем сложного тока в специальных справочниках, например в [23], а графически поправка в виде функции $\varepsilon_{\Delta T} = f(P, R)$ представлена во всех учебниках и монографиях по теплообменным аппаратам.

Параметры P и R для определения поправочного коэффициента $\varepsilon_{\Delta T}$ рассчитывают по формулам:

$$P = \frac{T_2'' - T_2'}{T_1' - T_2'} = \frac{\delta T_2}{\delta T_{\max}} = E_2; \quad (11.86)$$

$$R = \frac{T_1' - T_1''}{T_2'' - T_2'} = \frac{\delta T_1}{\delta T_2} = \frac{W_2}{W_1}, \quad (11.87)$$

где δT_1 и δT_2 – изменение температуры горячего и холодного теплоносителей вдоль поверхности теплообмена (рис. 11.2); $\delta T_{\max} = T_1' - T_2'$ – максимальная разность температур в идеальном противоточном теплообменнике.

Замечание 1. Обратим внимание, что параметр $P = E_2 = \delta T_2 / \delta T_{\max}$ является эффективностью теплообменника для холодного теплоносителя при условии $W_2 < W_1$ ($W_2 = W_{\min}$). Параметр R меньше единицы ($R = W_2 / W_1 = \overline{W}_2 < 1$) при условии $W_2 < W_1$ ($\delta T_2 > \delta T_1$). И, наоборот, параметр R больше единицы ($R = W_2 / W_1 > 1$) при соотношении водяных эквивалентов $W_2 > W_1$ ($\delta T_2 < \delta T_1$).

Замечание 2. Расчет среднего температурного напора для перекрестного тока движения теплоносителей впервые аналитически и графически выполнил Вильгельм Нуссельт (1911г.).

При *перекрестном токе* средний температурный напор зависит от *равномерности* температурного поля поперек течения теплоносителей. Если теплоноситель при движении в теплообменном аппарате может свободно перемешиваться, то его температурное поле равномерное и градиент температуры поперек сечения потока равен нулю (*перемешанный теплоноситель*). При движении теплоносителя отдельными не перемешиваемыми между собой потоками по трубам, собранным в пучок, в сечении трубного пучка возникает градиент температуры поперек потока (*не перемешанный теплоноситель*) [15, 23, 26].

Для одноходовых теплообменников с перекрестным током в зависимости от степени перемешанности можно выделить *три варианта* течения с перекрестным током теплоносителей, которые показаны на рис. 11.5.

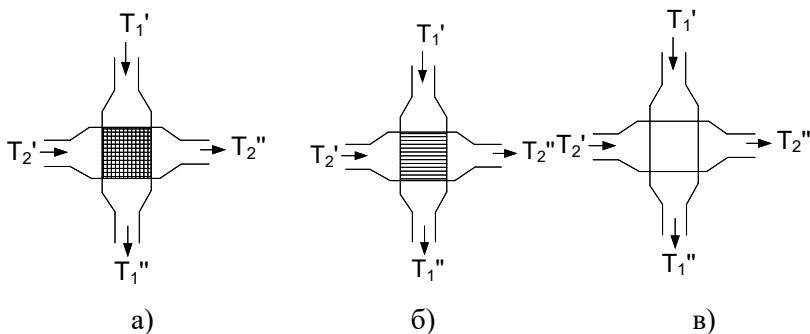


Рис. 11.5. Варианты перемешивания теплоносителей:
 а) оба теплоносителя не перемешаны; б) горячий теплоноситель
 (1) перемешан, холодный теплоноситель (2) не перемешан;
 в) оба теплоносителя перемешаны

График для расчета поправочного коэффициента на перекрестное движение теплоносителей $\epsilon_{\Delta T}$ для случая, показанного на рис. 11.5.б (горячий теплоноситель перемешан,

а холодный не перемешан), приведен на рис. 11.6.

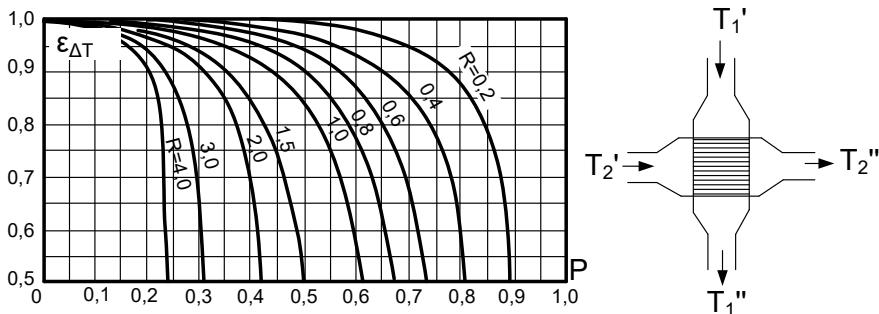


Рис. 11.6. Поправка на перекрестный ток $\varepsilon_{\Delta T} = f(P, R)$ [16]

Замечание 1. Анализ графиков зависимости $\varepsilon_{\Delta T} = f(P, R)$ [16] для трех вариантов перемешивания (рис. 11.5) показал, что при равных параметрах P и R наибольшее значение имеет поправка для варианта **а**, когда оба теплоносителя *не перемешаны*.

Замечание 2. С увеличением параметров P и R поправочный коэффициент $\varepsilon_{\Delta T}$ к среднему температурному напору при противотоке для любой схемы сложного тока *уменьшается*.

§ 11.4.4. Расчет средних температур теплоносителей в рекуператоре

В математических моделях с сосредоточенными параметрами физические свойства теплоносителей, коэффициенты теплоотдачи со стороны горячего и со стороны холодного теплоносителей и коэффициент теплопередачи принимаются едиными для всего теплообменного аппарата и рассчитываются по формулам, в которые входит прямо или опосредовано *определяющая* или *характерная* температура теплоносителя (см. главу 7). Зная закон изменения

температуры горячего $T_1 = f_1(F_x)$ и холодного $T_2 = f_2(F_x)$ теплоносителей вдоль теплопередающей поверхности, можно рассчитать средние на всей поверхности теплообмена температуры по формулам:

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{F_{TA}} \int_0^{F_{TA}} T_1(F_x) dF_x ; \quad (11.88)$$

$$\bar{T}_2 = \frac{1}{F_{TA}} \int_0^{F_{TA}} T_2(F_x) dF_x , \quad (11.89)$$

где F_{TA} – площадь теплообменного аппарата; $T_1(F_x)$ и $T_2(F_x)$ – температура горячего и холодного теплоносителей на элементарном участке dF_x поверхности теплообмена, расположенному на расстоянии F_x от входа в аппарат.

В зависимости от *схемы течения теплоносителей* (прямоток или противоток) и *соотношения водяных эквивалентов теплоносителей* ($W_2 < W_1$ или $W_1 < W_2$) текущие температуры теплоносителей $T_1(F_x)$ и $T_2(F_x)$ можно рассчитать по формулам (11.59) – (11.64). Например, для *противотока* при условии $W_2 < W_1$ температуру *горячего* теплоносителя $T_1(F_x)$ в любой точке поверхности можно найти по формуле:

$$T_1(F_x) = T'_1 - \bar{W} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{kF_x}{W_{\min}} \cdot (1 - \bar{W})}}{1 - \bar{W} \cdot e^{-\frac{kF_{TA}}{W_{\min}} \cdot (1 - \bar{W})}} \cdot \delta T_{\max} , \quad (11.90)$$

где $\delta T_{\max} = T'_1 - T'_2$ – максимальная разность температур в идеальном противоточном теплообменнике; $\overline{W} = W_{\min} / W_{\max}$ – относительный водяной эквивалент.

Подставляя выражение (11.90) в формулу (11.88), получим среднюю по поверхности теплопередачи температуру горячего теплоносителя:

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{F_{TA}} \int_0^{F_{TA}} \left(T'_1 - \overline{W} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{kF_x}{W_{\min}}(1-\overline{W})}}{1 - \overline{W} \cdot e^{-\frac{kF_{TA}}{W_{\min}}(1-\overline{W})}} \cdot \delta T_{\max} \right) dF_x. \quad (11.91)$$

Аналогично можно получить остальные семь формул для расчета средних температур в зависимости от *вида теплоносителя* (горячий или холодный), *схемы тока* (прямоток или противоток) и *соотношения расходных теплоемкостей* ($W_1 > W_2$ или $W_1 < W_2$). Интеграл в формуле (11.91) можно сосчитать численно на компьютере, используя стандартную программу, или аналитически, получая при этом весьма громоздкое выражение, неудобное для расчета на калькуляторе.

Инженерный метод расчета средних температур теплоносителей

В приближенных технических расчетах принимают допущение о линейном изменении температуры вдоль теплопередающей поверхности у теплоносителя с **большим** водяным эквивалентом и, соответственно, с **меньшим** изменением температуры теплоносителя в теплообменнике. При таком допущении определяющая температура у теплоносителя с **большим** водяным эквивалентом равна *среднеарифметической* температуре.

Определяющую температуру другого теплоносителя с меньшей расходной теплоемкостью и, соответственно, с большим изменением температуры находят вычитанием или сложением среднего температурного напора с найденной среднеарифметической температурой:

– если $W_1 > W_2$, то

$$\bar{T}_1 = (T'_1 + T''_1) / 2 \quad \text{и} \quad \bar{T}_2 = \bar{T}_1 - \bar{\Delta T}; \quad (11.92)$$

– если $W_2 > W_1$, то

$$\bar{T}_2 = (T'_2 + T''_2) / 2 \quad \text{и} \quad \bar{T}_1 = \bar{T}_2 + \bar{\Delta T}, \quad (11.93)$$

где \bar{T}_1 и \bar{T}_2 – средние температуры горячего и холодного теплоносителей; $\bar{\Delta T}$ – средний температурный напор.

§ 11.4.5. Расчет средних температур стенок теплопередающей поверхности

В рамках математической модели с сосредоточенными параметрами *тепловую мощность (тепловой поток)* на участках стационарной теплопередачи от горячего теплоносителя к холодному теплоносителю через непроницаемую плоскую стенку (см. § 4.4 в первом томе учебника [45]) рассчитывают по формулам:

– теплоотдача от горячего теплоносителя к стенке

$$Q = \alpha_1(\bar{T}_1 - \bar{T}_{w1}) \cdot F_{TA} \quad \text{или} \quad q = \alpha_1(\bar{T}_1 - \bar{T}_{w1}); \quad (11.94)$$

– теплопроводность в стенке теплопередающей поверхности

$$Q = \frac{\lambda_w}{\delta_w}(\bar{T}_{w1} - \bar{T}_{w2}) \cdot F_{TA} \quad \text{или} \quad q = \frac{\lambda_w}{\delta_w}(\bar{T}_{w1} - \bar{T}_{w2}); \quad (11.95)$$

– теплоотдача от стенки к холодному теплоносителю

$$Q = \alpha_2(\bar{T}_{w2} - \bar{T}_2) \cdot F_{TA} \text{ или } q = \alpha_2(\bar{T}_{w2} - \bar{T}_2), \quad (11.96)$$

где \bar{T}_1 и \bar{T}_2 – средние температуры горячего и холодного теплоносителей; α_1 – коэффициент теплоотдачи от горячего теплоносителя к стенке, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; α_2 – коэффициент теплоотдачи от стенки к холодному теплоносителю, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; λ_w – коэффициент теплопроводности стенки, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; δ_w – толщина стенки, м.

Тепловой поток и плотность теплового потока, входящие в левую часть формул (11.94) – (11.96), находят по уравнению теплопередачи (11.23):

$$Q = k \cdot \bar{\Delta T} \cdot F_{TA}; \quad q = k \cdot \bar{\Delta T},$$

где $q = Q/F_{TA}$ – поверхностная плотность теплового потока, $\text{Вт}/\text{м}^2$.

Рассчитав тепловой поток Q , среднюю температуру стенки со стороны горячего теплоносителя находят из закона теплоотдачи (11.94), а среднюю температуру стенки со стороны холодного теплоносителя – из закона теплоотдачи (11.96):

$$\bar{T}_{w1} = \bar{T}_1 - \frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{Q}{F_{TA}}; \quad (11.97)$$

$$\bar{T}_{w2} = \bar{T}_2 + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{Q}{F_{TA}}. \quad (11.98)$$

Уравнение стационарной теплопроводности в плоской стенке (11.95) используют для проверки правильности расчета температуры стенок.

Замечание. Для термически тонких стенок, у которых термическое сопротивление теплопроводности мало и перепадом

температуры по сечению стенки можно пренебречь ($R_{t,\lambda} = \delta / \lambda \rightarrow 0$; $\Delta T_w \rightarrow 0$) температуру стенки можно рассчитать по формуле [5]:

$$\bar{T}_{w1} = \bar{T}_{w2} = \bar{T}_w = \frac{\alpha_1 \bar{T}_1 + \alpha_2 \bar{T}_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad (11.99)$$

где \bar{T}_1 и \bar{T}_2 – средние температуры горячего и холодного теплоносителей; α_1 – коэффициент теплоотдачи от горячего теплоносителя к стенке, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; α_2 – коэффициент теплоотдачи от стенки, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

§ 11.5. Расчет коэффициента теплопередачи в рекуператоре

Перенос теплоты в рекуператоре от горячего теплоносителя к холодному теплоносителю через разделяющую их непроницаемую стенку рассчитывают по известным формулам теплопередачи для стенок разной формы (см. главу 4 первого тома учебника [45]). При этом в расчетах учитывают, что при эксплуатации теплообменника теплопередающая поверхность изменяет свои свойства из-за износа поверхности, отложения примесей (накипь, сажа), образования оксидных пленок [25, 27]. Коэффициент теплопередачи для многослойных плоских поверхностей и многослойных *тонкостенных труб*, для которых выполняется условие $d_{\text{нап}} / d_{\text{вн}} < 2$, можно рассчитывать по формулам теплопередачи через плоскую стенку, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + R_{\text{заг},1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + R_{\text{заг},2} + \frac{1}{\alpha_2}}, \quad (11.100)$$

где α_1 и α_2 – коэффициенты теплоотдачи к стенке со стороны горячего и холодного теплоносителей, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; n – число слоев стенки; δ_i – толщина i -го слоя стенки, м; λ_i – коэффициент теплопроводности i -го слоя стенки, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; $R_{\text{заг},1}$ и $R_{\text{заг},2}$ – термические сопротивления загрязнений со стороны горячего и холодного теплоносителей, $(\text{м}^2 \cdot \text{К})/\text{Вт}$.

Для тонкостенных труб толщина стенки трубы равна $\delta = (d_{\text{нар}} - d_{\text{вн}})/2$, где $d_{\text{нар}}$ и $d_{\text{вн}}$ – наружный и внутренний диаметры трубы, а площадь поверхности теплообмена рассчитывают по формуле:

$$F_1 = F_2 = F = \pi d^* \ell,$$

где d^* – расчетный диаметр трубы, м; ℓ – длина трубы, м.

При этом для уменьшения погрешности вычислений в качестве расчетного диаметра принимают диаметр трубы со стороны меньшего значения коэффициента теплоотдачи.

Для стенок произвольной (не классической) формы расчет теплопередачи выполняют по формуле (11.27):

$$Q = k_F \cdot \overline{\Delta T},$$

в которой коэффициент теплопередачи для всей теплопередающей поверхности рассчитывают по формуле, $[\text{Вт}/\text{К}]$,

$$k_F = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{1}{F_1} + \frac{R_{\text{заг},1}}{F_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \cdot \frac{1}{F_i^c} + \frac{R_{\text{заг},2}}{F_2} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{1}{F_2}}, \quad (11.101)$$

где F_1 и F_2 – площадь поверхности стенки со стороны горячего и холодного теплоносителей, м^2 ; F_i^c – площадь i -го слоя внутри стенки, м^2 ; n – число слоев многослойной стенки.

Коэффициенты теплоотдачи со стороны горячего α_1 и со стороны холодного α_2 теплоносителей находят по эмпирическим критериальным формулам, которые приведены в учебниках и справочниках по теплообмену, например в [5, 15, 21] и кратко изложены в главах 7 и 8 в зависимости от вида теплообмена (свободная или вынужденная конвекция, кипение, конденсация), характера течения (течение в трубах и каналах, продольное или поперечное обтекание трубных пучков и т.п.), режима течения (ламинарный, переходный, турбулентный), расположения поверхности нагрева (горизонтальное или вертикальное).

Алгоритм расчета коэффициента теплоотдачи по критериальным формулам для однофазных теплоносителей приведен в главе 7.

Для расчета коэффициентов конвективной теплоотдачи необходимо знать средние скорости движения теплоносителей в теплообменнике.

При выполнении *конструктивного* расчета скорости движения теплоносителей принимают:

- а) для капельных жидкостей в интервале $0,5 \div 3,0$ м/с;
- б) для газов в интервале $5 \div 20$ м/с.

При этом, если необходимо получить компактный теплообменник, то выбирают более высокие скорости движения теплоносителей, что приводит к интенсификации теплопередачи и уменьшению площади теплопередающей поверхности. Однако в этом случае возрастают и затраты энергии на транспорт теплоносителей (см. § 12.3 Гидравлический расчет рекуператора).

Если размеры теплообменника не лимитированы, а эксплуатационные затраты на транспорт теплоносителей необходимо свести к минимуму, то выбирают скорости на левой границе рекомендуемого интервала. Оптимальное значение скоростей движения теплоносителей может быть получено в

результате выполнения технико-экономического расчета теплообменника.

При выполнении *проверочного* расчета скорости движения теплоносителей находят из уравнения неразрывности (11.15):

$$\bar{w} = \frac{G}{\rho \cdot f} = \frac{\dot{V}}{f}, \quad (11.102)$$

где \bar{w} – средняя скорость перемещения теплоносителя, м/с; G – расход теплоносителя, кг/с; ρ – плотность теплоносителя, кг/м³; f – площадь поперечного сечения канала, м²; \dot{V} – объемный расход теплоносителя, м³/с.

Если теплоносителем является газ под давлением p , то в этом случае кинематический коэффициент вязкости для газа рассчитывают по формуле:

$$v = \mu_{at} / \rho, \quad (11.103)$$

где μ_{at} – динамический коэффициент вязкости при атмосферном давлении, Па·с; ρ – плотность газа, которую находят с учетом давления по уравнению Менделеева – Клапейрона [17]:

$$\rho = \frac{p\mu}{R_\mu T}, \quad (11.104)$$

где $R_\mu = 8314$ Дж/(кг·К) – универсальная газовая постоянная; μ – молярная масса газа, кг/кмоль; p – давление газа, Па; T – температура газа, К.

В критериальные уравнения расчета коэффициента теплоотдачи входят величины, зависящие от температуры теплоносителей \bar{T}_1 и \bar{T}_2 и от температуры наружной и внутренней стенок \bar{T}_{w1} и \bar{T}_{w2} рекуператора. Расчет средних температур теплоносителей приведен в § 11.4.4, а расчет средних

температур стенок теплопередающей поверхности рассмотрен в § 11.4.5.

Величину термического сопротивления $R_{заг}$ принимают по экспериментальным данным или рассчитывают по формулам [15, 25]:

$$R_{заг,1} = \frac{\delta_{заг,1}}{\lambda_{заг,1}}; \quad R_{заг,2} = \frac{\delta_{заг,2}}{\lambda_{заг,2}}, \quad (11.105)$$

где $\delta_{заг,1}$ и $\delta_{заг,2}$ – толщина отложений на стенке со стороны горячего и холодного теплоносителей, м; $\lambda_{заг,1}$ и $\lambda_{заг,2}$ – коэффициенты теплопроводности отложений на обеих поверхностях стенки, Вт/(м·К).

Величину и теплофизические свойства отложений находят экспериментально. При этом надо учитывать, что размер и теплопроводные свойства отложений изменяются в процессе эксплуатации. Если толщина и теплофизические свойства отложений неизвестны, то в инженерных расчётах в *первом приближении* принимают $R_{заг} = 0$, а расчетный коэффициент теплопередачи определяют по формуле:

$$k_{расч} = k \cdot \varepsilon_{заг}, \quad (11.106)$$

где k – коэффициент теплопередачи для чистой стенки; $\varepsilon_{заг} = 0,65 \div 0,85$ – поправочный коэффициент, учитывающий загрязнение поверхности [25].

Коэффициент теплопередачи является одним из ключевых параметров при тепловом расчете рекуперативного теплообменного аппарата, потому что от достоверности его расчета зависит и температурное поле в теплообменнике (*режимный* параметр) и величина теплопередающей поверхности (*конструктивный* параметр). При расчете

коэффициента теплопередачи необходимо учитывать следующие моменты:

а) коэффициент теплопередачи не может быть больше меньшего из коэффициентов теплоотдачи $k < \min(\alpha_1, \alpha_2)$ (см. § 4.4.5 первого тома [45]);

б) коэффициент конвективной теплоотдачи можно повысить:

– за счет увеличения скорости теплоносителя путем уменьшения проходного сечения канала;

– за счет оребрения поверхности теплообмена со стороны меньшего коэффициента теплоотдачи (см. § 4.4.5 [45]);

– за счет турбулизации потока в *области пограничного слоя* путем создания искусственной шероховатости тепло-передающей поверхности (лунки, выступы, накатка);

– за счет турбулизации *ядра потока* путем установки дополнительных вставок в канал (завихрители, турбулизаторы);

– за счет турбулизации потока путем создания искусственных колебаний (волн) в теплоносителе;

в) в общем случае коэффициент теплоотдачи должен учитывать и конвективную и лучистую составляющие теплообмена;

г) погрешность расчета коэффициентов теплоотдачи по критериальным формулам, полученным в результате эксперимента, составляет не менее $10 \div 15\%$ (см. главу 7). Этот факт объясняется, во-первых, погрешностью самого эксперимента и, во-вторых, не полным соответствием условий теплообмена в реальном теплообменнике тем условиям, при которых проводился эксперимент.

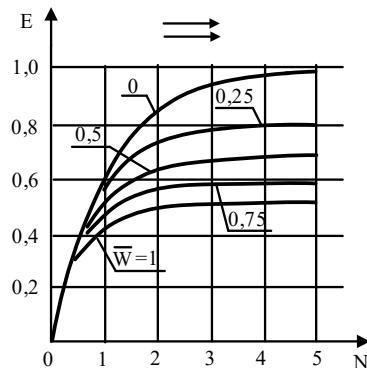
Замечание. Интенсификация конвективного теплообмена за счет изменения гидродинамического режима течения теплоносителей всегда приводит к увеличению затрат механической энергии на их транспорт в рабочем пространстве рекуператора.

§ 11.6. Анализ эффективности рекуперативного теплообменного аппарата в зависимости от схемы движения теплоносителей

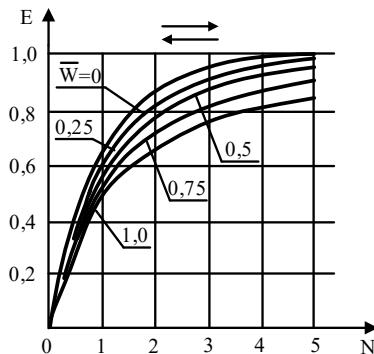
Движение теплоносителей относительно друг друга на отдельных участках теплопередающей поверхности можно организовать по разным схемам, которые характеризуются углом φ между линиями тока (см. § 11.4.2). Угол φ изменяется от $\varphi = 0$ для прямотока (теплоносители движутся в одном направлении) до угла $\varphi = \pi$ для противотока (теплоносители движутся в противоположных направлениях). Поэтому угол между линиями тока для всех схем движения теплоносителей в рекуператоре находится в интервале $0 \leq \varphi \leq \pi$. В этом случае универсальная характеристика схемы тока f_φ , определяемая по формуле (11.68), изменяется в переделах $0 \leq f_\varphi \leq 1$ и равна $f_\varphi = 0$ при прямотоке и $f_\varphi = 1$ при противотоке. Для всех других схем движения теплоносителей (сложный ток) универсальная характеристика схемы тока лежит в интервале $0 < f_\varphi < 1$. В частности, для однократно перекрестного тока – $f_\varphi = 0,5$. По данным [25], функция тока для прямоточно-противоточного тока (рекуперативный ток) $f_\varphi = 0,4$, для трехкратно перекрестного тока $f_\varphi = 0,765$, а для четырех и более кратного тока $f_\varphi = 1,0$, то есть в этом случае схема движения становится эквивалентна противоточной схеме.

На рис. 11.7 показан график зависимости эффективности рекуператора (E) от безразмерного коэффициента теплопередачи (N) при значениях относительного водяного эквивалента $\overline{W} = W_{\min} / W_{\max} = 0 \div 1$ для прямотока (рис. 11.7,а), противотока (рис. 11.7,б) и двух схем сложного

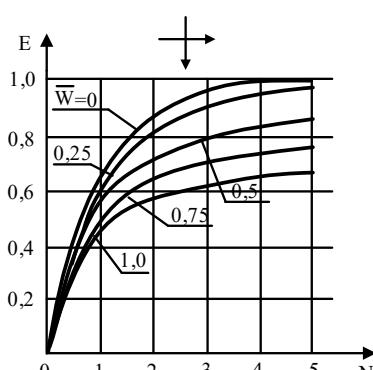
тока – однократно перекрестного тока (рис. 11.7,в) и трехкратно перекрестного тока (рис. 11.7,г).



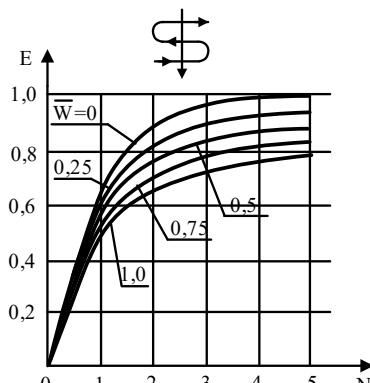
а)



б)



в)



г)

Рис. 11.7. Эффективность рекуператора в зависимости от направления тока теплоносителей:

- а) прямоток ($f_\phi = 0$); б) противоток ($f_\phi = 1$);
- в) перекрестный ток ($f_\phi = 0,5$); г) трехкратно перекрестный ток ($f_\phi = 0,765$)

Сравнение эффективности рекуператора $E = f(N, \bar{W})$ для четырех схем движения теплоносителей (рис. 11.7) наглядно показывает, что *максимальная* эффективность существует при *противоточной схеме* движения теплоносителей, а *минимальная* – при *прямотоке*. Эффективность всех схем сложного тока E_+ , включая и перекрестный ток, находится в интервале $E_{\Rightarrow} < E_+ < E_{\leftrightarrow}$, где E_{\Rightarrow} – эффективность при прямотоке, а E_{\leftrightarrow} – эффективность при противотоке.

На основе анализа графической информации, представленной на рис. 11.7, также можно сделать следующие выводы:

– эффективность рекуперативного теплообменника *растет с увеличением* безразмерного коэффициента теплопередачи $N = \frac{k_F}{W_{\min}} = \frac{kF}{W_{\min}}$ и *с уменьшением* относительного

водяного эквивалента $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max}$. При этом зависимость эффективности рекуператора от безразмерного коэффициента теплопередачи $E = f(N)$ имеет асимптотический характер;

– эффективность рекуператора при значениях безразмерного коэффициента теплопередачи $N < 0,5$ для *всех* схем тока и при *любом соотношении* водяных эквивалентов не превышает 0,4;

– эффективность *противоточного* рекуператора E_{\leftrightarrow} при значении $N > 3$ изменяется незначительно (не более чем на 10%) для всех значений относительного водяного эквивалента \bar{W} (рис. 11.7,б);

– эффективность *прямоточного* рекуператора E_{\Rightarrow} в области значений безразмерного коэффициента теплопередачи $N > 3$ и при значениях относительного водяного эквивалента $\bar{W} = 0,75 \div 1,0$ практически не изменяется.

Поэтому увеличение теплопередающей способности прямоточного аппарата ($k_F = k \cdot F_{TA}$) за счет интенсификации теплообмена (увеличения коэффициента теплопередачи k) и за счет увеличения теплопередающей поверхности F_{TA} незначительно влияет на рост его эффективности (рис. 11.7,а);

– при равенстве водяных эквивалентов горячего и холодного теплоносителей ($\bar{W} = 1$) эффективность рекуператора при прямотоке не превышает величину 0,5 ($E_{\Rightarrow} \rightarrow 0,5$) даже при бесконечно большом коэффициенте теплопередачи $N \rightarrow \infty$. Эффективность рекуператора при противотоке в этом случае (при $N \rightarrow \infty$) стремится к единице ($E_{\Leftrightarrow} \rightarrow 1$). При условии равенства водяных эквивалентов теплоносителей ($\bar{W} = 1$) эффективность противоточной схемы максимальна по отношению к эффективности прямотока;

– при постоянных условиях теплопередачи ($N = \text{пост}$) эффективность теплообменника E существенно зависит от отношения водяных эквивалентов $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max}$ и с уменьшением относительного водяного эквивалента \bar{W} эффективность теплообменника E возрастает. Поэтому при проектировании теплообменного аппарата следует выбирать рабочий теплоноситель (теплоноситель, при помощи которого нагревают или охлаждают технологический теплоноситель) таким образом, чтобы отношение водяных эквивалентов теплоносителей было минимальным;

– при изменении агрегатного одного из теплоносителей («пар \rightarrow жидкость» или «жидкость \rightarrow пар») отношение водяных эквивалентов стремится к нулю $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max} \rightarrow 0$ и в этом случае наблюдается максимальная эффективность рекуператора, которая не зависит от схемы движения теплоносителей.

Сравнение эффективности прямоточной и противоточной схем движения теплоносителей

Для оценки эффективности *прямоточной и противоточной* схем движения теплоносителей сравним количество переданной теплоты в рекуператоре для каждой схемы движения при прочих равных условиях:

а) при равенстве площадей прямоточного и противоточного теплообменников $F_{\Rightarrow} = F_{\leftrightarrow}$;

б) при равенстве температур *горячего* теплоносителя на входе в теплообменник при прямотоке и противотоке $(T'_1)_{\Rightarrow} = (T'_1)_{\leftrightarrow}$;

в) при равенстве температур *холодного* теплоносителя на входе в теплообменник при прямотоке и противотоке $(T'_2)_{\Rightarrow} = (T'_2)_{\leftrightarrow}$.

Отношение количества переданной теплоты при прямотоке Q_{\Rightarrow} к количеству переданной теплоты при противотоке Q_{\leftrightarrow} равно отношению *эффективностей* этих схем движения теплоносителей, что следует из определения эффективности (11.41):

$$E_{\Rightarrow} = \frac{Q_{\Rightarrow}}{Q_{\max}}; \quad E_{\leftrightarrow} = \frac{Q_{\leftrightarrow}}{Q_{\max}}.$$

Поэтому

$$\frac{Q_{\Rightarrow}}{Q_{\leftrightarrow}} = \frac{E_{\Rightarrow} \cdot Q_{\max}}{E_{\leftrightarrow} \cdot Q_{\max}} = \frac{E_{\Rightarrow}}{E_{\leftrightarrow}} = \bar{E}, \quad (11.107)$$

где \bar{E} – *относительная эффективность* рекуператора.

Относительная эффективность теплообменного аппарата зависит от теплоёмкостной \bar{W} и теплопередающей N способностей теплообменника:

$$\bar{E} = \frac{Q_{\Rightarrow}}{Q_{\Leftrightarrow}} = \frac{E_{\Rightarrow}}{E_{\Leftrightarrow}} = f(\bar{W}, N), \quad (11.108)$$

где Q_{\Rightarrow} – теплота, переданная при прямотоке; Q_{\Leftrightarrow} – теплота, переданная при противотоке; $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max}$ – относительный водяной эквивалент; $N = kF / W_{\min}$ – безразмерный коэффициент теплопередачи (число единиц переноса теплоты); $W_{\min} = \min(W_1, W_2)$ – минимальная расходная теплоемкость (водяной эквивалент) одного из теплоносителей.

Зависимость $\bar{E} = f(\bar{W}, N)$ в координатах $\bar{E} = f(\bar{W})$ при значениях безразмерного коэффициента теплопередачи $N = 0,1 \div \infty$ показана на рис. 11.8,а. Эта же зависимость $\bar{E} = f(\bar{W}, N)$ в координатах $\bar{E} = f(N)$ при значениях безразмерного водяного эквивалента $\bar{W} = 0 \div 1$ показана на рис. 11.8,б. Анализ графиков на рис. 11.8 показывает, что противоточная схема практически всегда эффективнее прямоточной схемы, так как относительная эффективность реператора $\bar{E} = E_{\Rightarrow} / E_{\Leftrightarrow} < 1$, а следовательно, и $Q_{\Rightarrow} < Q_{\Leftrightarrow}$.

Исключение составляют *два* случая, при которых эффективность прямоточной схемы стремится к эффективности противоточной схемы движения теплоносителей $E_{\Rightarrow} \rightarrow E_{\Leftrightarrow}$ ($\bar{E} \rightarrow 1$) и, соответственно, количество переданной теплоты при прямотоке и противотоке равны $Q_{\Rightarrow} \approx Q_{\Leftrightarrow}$:

$$1) \text{ при } \bar{W} = W_{\min} / W_{\max} \rightarrow 0; \quad (11.109)$$

$$2) \text{ при } N = kF / W_{\min} \rightarrow 0. \quad (11.110)$$

В *первом* случае водяной эквивалент одного из теплоносителей много больше другого $W_{\max} \gg W_{\min}$ и поэтому $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max} \rightarrow 0$. Как уже было отмечено ранее, это

условие выполняется при фазовом превращении одного из теплоносителей (конденсация горячего теплоносителя или кипение холодного теплоносителя) и в этом случае эффективность рекуператора не зависит от схемы движения теплоносителей.

Для анализа *второго* случая ($N \rightarrow 0$) при котором также $Q_{\Rightarrow} \approx Q_{\Leftarrow}$ ($E_{\Rightarrow} \rightarrow E_{\Leftarrow}$ и, соответственно, $\bar{E} \rightarrow 1$), запишем два соотношения, следующие из совместной записи уравнений теплового баланса (11.29) и уравнения теплопередачи (11.23) для горячего и холодного теплоносителей:

$$Q = W_1 \delta T_1 = k \bar{\Delta T} \cdot F_{TA} \quad \text{и} \quad Q = W_2 \delta T_2 = k \bar{\Delta T} \cdot F_{TA} .$$

Выразим из последних соотношений безразмерный коэффициент теплопередачи N (NTU) и получим:

– если $W_{\min} = W_1$, то

$$N = \frac{kF_{TA}}{W_1} = \frac{\delta T_1}{\bar{\Delta T}} ; \quad (11.111)$$

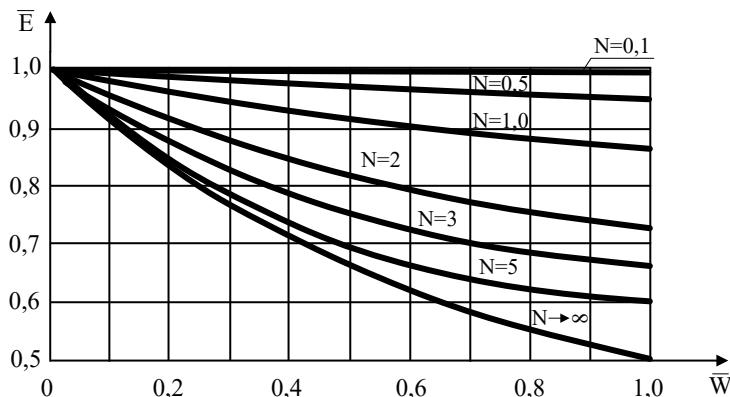
– если $W_{\min} = W_2$, то

$$N = \frac{kF_{TA}}{W_2} = \frac{\delta T_2}{\bar{\Delta T}} ; \quad (11.112)$$

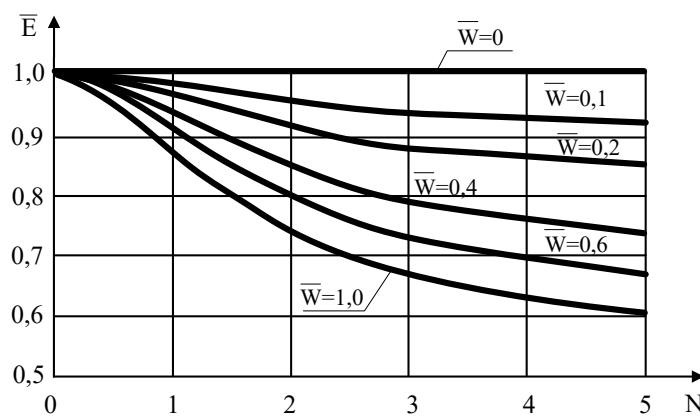
Из анализа формул (11.111) и (11.112) следует, что условие $N = kF / W_{\min} \rightarrow 0$ выполняется, если изменение температуры теплоносителя с меньшим водяным эквивалентом (δT_1 при $W_{\min} = W_1$ или δT_2 при $W_{\min} = W_2$) *много меньше* среднего температурного напора между теплоносителями $\bar{\Delta T}$.

Замечание. У теплообменников с небольшой теплопередающей поверхностью ($F_{TA} \rightarrow 0$) и малым коэффициентом теплопередачи ($k \rightarrow 0$) безразмерный коэффициент теплопередачи тоже

мал ($N \rightarrow 0$), поэтому в таких аппаратах эффективность *не зависит* от направления движения теплоносителей.



a)



б)

Рис. 11.8. Сравнение эффективности прямотока и противотока:
 а) координаты $\bar{E} = f(\bar{W})$ при $N = \text{var}$;
 б) координаты $\bar{E} = f(N)$ при $\bar{W} = \text{var}$

Замечание. Эффективность рекуператора при противотоке выше, однако в этом случае поверхность теплообмена работает в более напряженных температурных условиях по сравнению с прямотоком.

Контрольные вопросы *по материалам одиннадцатой главы*

1. Дайте характеристику методов расчета теплообменных аппаратов.
2. Напишите уравнение теплового баланса рекуператора для однофазных теплоносителей.
3. Напишите уравнение теплового баланса для элементарной поверхности dF рекуператора и для однофазных теплоносителей.
4. Напишите уравнение теплопередачи рекуператора.
5. Напишите уравнение теплопередачи для элементарной теплопередающей поверхности dF рекуператора.
6. Изобразите график изменения температур теплоносителей для прямотока и условии $W_1 > W_2$.
7. Изобразите график изменения температур теплоносителей для противотока и условии $W_1 < W_2$.
8. Дайте характеристику эффективности рекуператора.
9. Сформулируйте идею метода « φ – тока».
10. Напишите формулу расчета средней разности температур для прямотока и противотока.
11. Напишите формулу расчета средней разности температур для сложного тока движения теплоносителей.
12. Идея инженерного метода расчета средних температур теплоносителей в рекуператоре.
13. Идея инженерного метода расчета средних температур стенок в рекуператоре.
14. Назовите особенности расчета коэффициента теплопередачи в рекуператоре при его эксплуатации.
15. При каких условиях эффективности рекуператора для прямотока и противотока совпадают?

ГЛАВА 12. ТЕПЛОВОЙ И ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РЕКУПЕРАТОРА

Проектирование (конструирование) и эксплуатация теплообменных аппаратов базируется на *расчете* тепловых, гидравлических, механических и технико-экономических *характеристик* теплообменника. При создании теплообменного оборудования необходимо учитывать ряд требований, важнейшими из которых являются [30]:

- высокая тепловая мощность (теплопроизводительность, тепловая нагрузка) при заданных ограничениях на габариты теплообменника и затраты мощности на транспорт теплоносителей;
- достижение высоких экономических показателей при *проектировании* теплообменного аппарата путем применения специализированных компьютерных программ;
- достижение высоких экономических показателей при *изготовлении* теплообменника за счет использования современных материалов;
- выполнение требований экологии и охраны труда при эксплуатации аппарата;
- доступность и простота ревизии и ремонта;
- надежность эксплуатации и длительный срок службы;
- соответствие требованиям надзорных органов.

§ 12.1. Задачи расчета теплообменного аппарата

При проектировании и эксплуатации теплообменников выполняют тепловой, гидравлический, механический и экономический расчеты. На заключительной стадии проектирования проводят поиск оптимальных режимных и конструктивных параметров теплообменника по предварительно заданному целевому критерию путем многовариантных расчетов.

Передача теплоты от горячего теплоносителя к холодному теплоносителю зависит от скорости их перемещения

вдоль поверхности теплообмена. Тепловой и гидравлический режимы работы теплообменного оборудования неразрывно связаны и поэтому *теплогидравлический* расчет является базовым при проектировании теплообменника.

При проектировании (конструировании) нового теплообменного аппарата в результате теплового расчета находят *величину и форму поверхности теплообмена*, необходимую для нагрева холодного или охлаждения горячего теплоносителей до заданной температуры и поэтому этот расчет называют *тепловым конструктивным* или *тепловым конструкторским расчетом*.

В процессе эксплуатации теплообменного аппарата могут изменяться *режимные* (расход, давление, температура на входе, свойства теплоносителей) и *конструктивные* (изменение проходного сечения каналов, увеличение термического сопротивления теплопередаче из-за отложений на стенках) параметры. Поэтому требуется выполнить *прверку* теплопередающей способности и значения конечных температур теплоносителей для *существующего* аппарата. Такой расчет называют *тепловым поверочным (прверочным)* расчетом.

Заметим, что, как правило, абсолютно новый теплообменник не изготавливают, а после выполнения конструкторского расчета выбирают аппарат, выпускаемый серийно, принимая площадь теплопередающей поверхности с некоторым запасом. Поэтому для такого серийного аппарата необходимо также выполнять *проверочный* тепловой расчет.

Тепловой конструктивный и *тепловой поверочный* расчеты выполняют совместно с *гидравлическим* и *механическим* расчетами.

Целью *гидравлического* расчета является определение механической энергии, затраченной на перемещение теплоносителей в аппарате и выбор перекачивающего оборудования.

Механический расчет проводят для оценки прочности и жесткости элементов теплообменника, надежности их соединений при статических (от давления) и динамических (от вибрации) нагрузках для всех предусмотренных эксплуатацией режимов работы аппарата.

В *экономическом расчете* определяют затраты на изготовление, монтаж и эксплуатацию теплообменного аппарата.

При создании нового теплообменного аппарата по найденной в тепловом конструктивном расчете площади теплообмена выполняют *компоновку* отдельных узлов аппарата на основе опыта эксплуатации теплообменников выбранного типа. В ходе *компоновочного расчета* определяют основные соотношения между площадью поверхности теплообмена и геометрическими размерами аппарата.

Тепловой конструктивный, компоновочный, гидравлический, механический и экономический расчеты объединяет *проектный расчет*. В проектном расчете выполняется оптимизация конструктивных и режимных характеристик теплообменника по заданному критерию оптимальности.

§ 12.2. Тепловой расчет рекуператора

§ 12.2.1. Методы теплового расчета рекуператора

Теоретической базой теплового поверочного и теплового конструктивного расчетов рекуператора, работающего в стационарном режиме, являются два уравнения – уравнение сохранения энергии (уравнение теплового баланса) и уравнение переноса энергии (уравнение теплопередачи). При этом для теплового поверочного и теплового конструктивного расчетов рекуператора применяют два метода (см. главу 11):

- «метод $\overline{\Delta T}_+ = \overline{\Delta T}_\pi \cdot \varepsilon_{\Delta T}$ », который основан на расчете средней разности температур для сложного тока движения теплоносителей ($\varepsilon_{\Delta T} = f(P, R)$ поправка на сложный ток);
- «метод $E - N$ », который основан на расчете эффективности теплообменника E и безразмерного коэффициента теплопередачи N ($N \equiv NTU$ – Number of Heat Transfer Units «число единиц переноса теплоты»).

В зависимости от постановки задачи расчета теплообменника каждый из этих методов имеет свои преимущества и недостатки при выполнении *проверочного и конструктивного* теплового расчета. Оба метода теплового расчета теплообменника («метод $\overline{\Delta T}_+$ » и «метод $E - N$ ») построены на основе закона сохранения энергии и принципиально не отличаются друг от друга. Для доказательства этого утверждения установим связь между параметрами $\varepsilon_{\Delta T}$, P и R «метода $\overline{\Delta T}_+$ », с одной стороны, и параметрами E , N и \overline{W} «метода $E - N$ » с другой [11, 28].

Рассмотрим два теплообменника с разной организацией движения теплоносителей – противоточный теплообменник и теплообменник со сложным током движения теплоносителей, в которых равны расходы теплоносителей, тепловые мощности (теплопроизводительности) и коэффициенты теплопередачи:

- $G_{1\leftrightarrow} = G_{1+}$; $G_{2\leftrightarrow} = G_{2+}$;
- $Q_{\leftrightarrow} = Q_+$;
- $k_{\leftrightarrow} = k_+$,

где нижние индексы « \leftrightarrow » и « $+$ » относятся к противотоку и к сложному току соответственно.

Уравнение теплопередачи для противотока и сложного тока имеет вид:

$$Q = kF_{\leftrightarrow} \cdot \overline{\Delta T}, \quad (12.1)$$

$$Q = kF_+ \cdot \overline{\Delta T} \cdot \varepsilon_{\Delta T}. \quad (12.2)$$

Разделив выражение (12.2) на (12.1), получим

$$\frac{F_+ \cdot \varepsilon_{\Delta T}}{F_{\leftrightarrow}} = 1 \quad \text{откуда следует} \quad \varepsilon_{\Delta T} = \frac{F_{\leftrightarrow}}{F_+}, \quad (12.3)$$

где F_{\leftrightarrow} – площадь теплопередающей поверхности при противотоке; F_+ – площадь теплопередающей поверхности при сложном токе.

Выразим площади F_{\leftrightarrow} и F_+ из формулы для расчета безразмерного коэффициента теплопередачи ($N = kF / W_{\min}$) и найдем их отношение:

$$F_{\leftrightarrow} = \frac{N_{\leftrightarrow} \cdot W_{\min}}{k}; \quad (12.4)$$

$$F_+ = \frac{N_+ \cdot W_{\min}}{k}. \quad (12.5)$$

Подставив (12.4) и (12.5) в (12.3), получим, что поправочный коэффициент «на сложный ток» равен:

$$\varepsilon_{\Delta T} = \frac{F_{\leftrightarrow}}{F_+} = \frac{N_{\leftrightarrow}}{N_+}. \quad (12.6)$$

Далее, сравнивая выражения для расчета эффективности теплообменника для горячего (11.43) и холодного теплоносителей (11.44)

$$E = E_1 = \frac{W_1 \cdot \delta T_1}{W_{\min} \cdot \delta T_{\max}}; \quad E = E_2 = \frac{W_2 \cdot \delta T_2}{W_{\min} \cdot \delta T_{\max}}$$

с формулами (11.86) и (11.87) для расчета параметров P и R , по значению которых находят поправку $\varepsilon_{\Delta T}$

$$P = \frac{\delta T_2}{\delta T_{\max}}; \quad R = \frac{\delta T_1}{\delta T_2} = \frac{W_2}{W_1},$$

можно сделать вывод о том, что:

– при $W_2 = W_{\min}$

$$E = E_2 = \frac{W_2 \cdot \delta T_2}{W_{\min} \cdot \delta T_{\max}} = \frac{\delta T_2}{\delta T_{\max}} = P; \quad R = \frac{W_2}{W_1} = \overline{W}; \quad (12.7)$$

– при $W_1 = W_{\min}$

$$E = E_1 = \frac{\delta T_1}{\delta T_{\max}} = \frac{\delta T_2}{\delta T_{\max}} \cdot \frac{W_2}{W_1} = P \cdot R; \quad R = \frac{W_2}{W_1} = \frac{1}{\overline{W}}, \quad (12.8)$$

где $\delta T_1 = \delta T_2 \cdot (W_2 / W_1)$ (см. формулы (11.29) и (11.87)).

Анализируя уравнения (12.6), (12.7) и (12.8), можно сделать окончательный вывод о том, что существуют однозначные количественные соотношения между параметрами $\varepsilon_{\Delta T}$, P , и R «метода $\overline{\Delta T}_+$ » и параметрами N , E и \overline{W} «метода $E - N$ »:

- $\varepsilon_{\Delta T} = f(N)$ (см. формулу (12.6));
- $P = f(E)$ (см. формулу (12.7) и (12.8));
- $R = f(\overline{W})$ (см. формулу (12.7) и (12.8)).

Замечание 1. Зная параметры P и R , среднелогарифмический температурный напор для противоточной схемы течения теплоносителей можно найти по формуле [23]:

$$\overline{\Delta T}_L = \frac{\delta T_1}{R} \cdot \left(\frac{R - 1}{\ln \frac{1 - P}{1 - P \cdot R}} \right). \quad (12.9)$$

Замечание 2. Алгоритмы решения задач по расчету теплообменников используют метод последовательных приближений (метод итераций), в котором в качестве итерационного

параметра может выступать, в принципе, любая величина, входящая в уравнение теплового баланса и уравнение теплопередачи. Однако, лучшая сходимость наблюдается у итерационных алгоритмов, использующих в качестве итерационного параметра площадь теплопередающей поверхности, температуру теплоносителей на выходе из аппарата и температуру стенки поверхности теплообмена. Итерационные алгоритмы, использующие тепловую мощность теплообменника и коэффициент теплопередачи, являются более чувствительными к изменению итерационного параметра и поэтому менее эффективны.

§ 12.2.2. Тепловой поверочный расчет рекуператора

Тепловой поверочный расчет выполняют в целях определения температуры теплоносителей на выходе из рекуператора (T_1'' и T_2'') и тепловой мощности Q теплообменника при заданных условиях однозначности, которые включают в себя:

- тип и конструкцию аппарата, площадь теплопередающей поверхности (F_{TA}), схему движения теплоносителей;
- расходы теплоносителей (G_1 , G_2) и информацию о зависимости физических свойств теплоносителей от температуры;
- температуры теплоносителей на входе в теплообменник (T_1' и T_2').

Такую постановку задачи в теории теплообмена, при которой заданы условия однозначности и требуется найти температуру на выходе из аппарата, называют *прямой*.

Для выполнения теплового *проверочного* расчета применим оба метода теплого расчета – «метод $\overline{\Delta T}_+$ » и «метод $E - N$ ».

§ 12.2.2.1. Алгоритм теплового поверочного расчета по «методу $\overline{\Delta T}_+$ »

По «методу $\overline{\Delta T}_+$ » температуру теплоносителей на выходе из теплообменника (T_1'' и T_2'') находят методом последовательных приближений (методом итераций), принимая в качестве итерационного параметра *площадь* теплопередающей поверхности F_{TA} , по следующему алгоритму.

1. В первом приближении задают любую из неизвестных по условию задачи температуру на выходе из теплообменника (T_1'' или T_2'') из максимально возможного интервала температур ($T_2' \div T_1'$) в теплообменнике.

2. По уравнению теплового баланса (11.9) – (11.12) находят тепловую мощность аппарата Q и вторую, не заданную по условию задачи, температуру теплоносителя на выходе из теплообменника. Например, для рекуператора с однофазными теплоносителями используем уравнение теплового баланса (11.9) и получаем:

– если в качестве итерационной температуры принять температуру *горячего* теплоносителя на выходе из теплообменника T_1'' , то тогда

$$Q = G_1 c_{p1} (T_1' - T_1'') \text{ и } T_2'' = T_2' + Q / G_2 c_{p2};$$

– если в качестве итерационной температуры принять температуру *холодного* теплоносителя на выходе из теплообменника T_2'' , то тогда

$$Q = G_2 c_{p2} (T_2'' - T_2') \text{ и } T_1'' = T_1' - Q / G_1 c_{p1}.$$

Замечание. Удельная теплоемкость теплоносителей зависит от температуры $c_p = f(T)$, поэтому ее значение принимают по справочным таблицам при средней температуре теплоносителя.

Если значение температуры на выходе заранее неизвестно, то удельную теплоемкость находят итерационным путем, принимая в первом приближении значение средней температуры теплоносителя равным его температуре на входе в теплообменник, организуя внутренний итерационный цикл по температуре теплоносителя на выходе из аппарата. Например, если в расчете была задана итерационная температура T_1'' , тогда c_{p1} находят по справочнику при средней температуре $\bar{T}_1 = 0,5(T_1' + T_1'')$, а c_{p2} находят по справочнику в первом приближении при температуре $\bar{T}_2 = T_2'$. Зная c_{p2} , рассчитывают температуру T_2'' , среднюю температуру $\bar{T}_2 = 0,5(T_2' + T_2'')$ и по справочнику находят новое значение c_{p2} . Затем вновь рассчитывают температуру T_2'' , которую сравнивают с предыдущим её значением. Внутренний итерационный процесс повторяют до совпадения (с наперед заданной погрешностью) предыдущего и последующего значений температуры холодного теплоносителя на выходе из рекуператора T_2'' . Для однофазных теплоносителей функция $c_p = f(T)$ является гладкой, поэтому итерационный процесс сходится, как правило, за 2 – 4 итерации.

3. Строят график изменения температур теплоносителей вдоль поверхности нагрева $T = f(F)$ (см. § 11.4.1) и рассчитывают среднюю разность температур теплоносителей $\bar{\Delta T}$ по формулам (11.83) – (11.85).

4. Рассчитывают коэффициенты теплоотдачи со стороны горячего (α_1) и со стороны холодного (α_2) теплоносителей. Находят термическое сопротивление теплопроводности теплопередающей поверхности и коэффициент теплопередачи k (см. § 11.5).

Замечание. В критериальные уравнения для расчета коэффициентов теплоотдачи входит поправка ε_t , учитывающая температуру стенки, которая сама зависит от коэффициента

теплопередачи и искомой площади теплообменника (см. формулы (11.97) и (11.98)). Поэтому на первой итерации расчета коэффициентов теплоотдачи (α_1 и α_2) принимают поправку на температуру стенки равной единице $\varepsilon_t = 1$.

5. По формуле (11.26) находят площадь поверхности теплообмена $F_{TA}^{\text{расч}}$, которая требуется для достижения заданной в первом приближении *итерационной* температуры теплоносителя на выходе из теплообменника:

$$F_{TA}^{\text{расч}} = \frac{Q}{k \cdot \Delta T}.$$

6. На заключительном этапе итерационного процесса, в котором в качестве итерационного параметра используют *площадь* теплопередающей поверхности, необходимо сравнить рассчитанную $F_{TA}^{\text{расч}}$ и действительную F_{TA} площади теплопередающей поверхности и сделать вывод о сходимости итерационного процесса. В рамках математической модели с *сосредоточенными параметрами* принимают погрешность итерационного расчета площади теплопередающей поверхности не более 5% ($\Delta_F \leq 5\%$), которая не превышает погрешность расчета теплообменника в целом. Поэтому если

$$\Delta_F = \frac{|F_{TA}^{\text{расч}} - F_{TA}|}{F_{TA}} \leq 0,05,$$

то итерационный расчет заканчивают, иначе вычисления повторяют с пункта 2 алгоритма, принимая новое значение заданной в п.1 итерационной температуры теплоносителя на выходе из теплообменного аппарата.

Трудоемкость (число итераций) теплового поверочного расчета рекуператора по «методу $\overline{\Delta T}_+$ » зависит от точности задания первого приближения итерационной температуры

на выходе одного из теплоносителей. Поэтому реализация алгоритма расчета по «методу $\bar{\Delta T}_+$ » может потребовать значительное количество последовательных приближений, которое зависит от опыта проектировщика.

§ 12.2.2.2. Алгоритм теплового поверочного расчета по «методу Е – N»

Применяя «метод Е – N», который использует понятие **эффективности** теплообменного аппарата Е и понятие безразмерного коэффициента теплопередачи N (числа единиц переноса теплоты NTU), можно существенно сократить количество итераций при расчете температуры теплоносителей на выходе из теплообменного аппарата.

Алгоритм теплового *поверочного расчета* рекуператора по «методу Е – N», как и по «методу $\bar{\Delta T}_+$ », является итерационным. При этом в качестве итерационного параметра используют искомые температуры на выходе из теплообменника T_1'' и T_2'' .

Алгоритм теплового поверочного расчета по «методу Е – N» содержит следующие этапы.

1. В первом приближении находят коэффициенты теплоотдачи α_1 , α_2 и коэффициент теплопередачи k (см. § 11.5), принимая в качестве определяющих температур известные по условию задачи температуры теплоносителей на входе в теплообменник (T_1' и T_2').

Замечание. На первой итерации *поверочного расчета* коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 можно не рассчитывать, а принять, используя рекомендации [2, 4, 5]:

– нагрев и охлаждение газов $\alpha = 4 \div 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$

– нагрев и охлаждение перегре-

того пара $\alpha = 20 \div 100 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$

– нагрев и охлаждение воды	$\alpha = 200 \div 10000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$
– нагрев и охлаждение масел	$\alpha = 50 \div 1500 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$
– кипение воды	$\alpha = 500 \div 45000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$
– пленочная конденсация водяного пара	$\alpha = 4000 \div 15000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$
– капельная конденсация водяного пара	$\alpha = (40 \div 120) \cdot 10^3 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$
– конденсация органических паров	$\alpha = 500 \div 2000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$

2. Рассчитывают характеристики, определяющие эффективность теплообменника:

- водяные эквиваленты теплоносителей

$$W_1 = G_1 \cdot c_{p1} \text{ и } W_2 = G_2 \cdot c_{p2};$$

- относительный водяной эквивалент

$$\overline{W} = W_{\min} / W_{\max}, \text{ где } W_{\min} = \min(W_1, W_2);$$

- безразмерный коэффициент теплопередачи (NTU)

$$N_{\text{TA}} = \frac{k \cdot F_{\text{TA}}}{W_{\min}}.$$

3. Находят эффективность теплообменника при прямотоке (E_{\Rightarrow}) по формуле (11.50), при противотоке (E_{\Leftrightarrow}) по формуле (11.51) или для любой сложной схемы движения теплоносителей ($E_{2,+}$ и $E_{1,+}$) по формулам (11.66) и (11.67).

4. Рассчитывают температуры теплоносителей на выходе из рекуператора T_1'' и T_2'' для однофазных теплоносителей по формулам (11.46) – (11.49) и по формулам (11.55) – (11.58), если один из теплоносителей изменяет свое агрегатное состояние «капельная жидкость \leftrightarrow газ».

5. Уточняют значение коэффициента теплопередачи с учетом вновь рассчитанных температур T_1'' и T_2'' по методике, изложенной в § 11.5 учебника.

6. Затем расчет повторяют с пункта 2, снова определяя параметры эффективности теплообменника (\bar{W} , N_{TA} , E) и новые значения температур теплоносителей T_1'' и T_2'' на выходе из теплообменного аппарата.

7. Выполняют анализ окончания итерационного процесса. Для этого сравнивают температуры теплоносителей на выходе из аппарата T_1'' и T_2'' , рассчитанные в пункте 4 и в пункте 6. Если относительное расхождение между этими температурами превышает 5 %, то расчет повторяют, начиная с пункта 5.

8. Завершив итерационный процесс, в котором в качестве итерационного параметра были использованы температуры на выходе из теплообменника, находят тепловую мощность аппарата Q по уравнению теплового баланса (11.9) – (11.12) и строят график изменения температур теплоносителей вдоль теплопередающей поверхности $T = f(F)$ (см. § 11.4.1).

Как правило, при использовании «метода $E - N$ », достаточно выполнить 1 или 2 итерации по температуре теплоносителей на выходе из теплообменника. Величину $F_{TA}^{расч}$ по алгоритму «метода $E - N$ » определять не надо, так как в формулы для расчета эффективности E и безразмерного коэффициента теплопередачи N сразу подставляют действительное значение площади поверхности теплообменника F_{TA} .

Анализируя трудоемкость алгоритмов на основе «метода $\bar{\Delta T}_+$ » и «метода $E - N$ » для решения задачи теплового *поверочного* расчета рекуператора, можно сделать вывод о более предпочтительном применении в этом случае «метода $E - N$ ».

§ 12.2.3. Тепловой конструктивный расчет рекуператора

Тепловой конструктивный расчет теплообменника выполняют с целью определения одного из неизвестных условий однозначности краевой задачи теории теплообмена, как правило, это площадь теплопередающей поверхности при заданной (требуемой) тепловой мощности аппарата и заданного (требуемого) температурного поля *технологического* теплоносителя. При этом тип теплообменного аппарата, схема движения теплоносителей и расход *рабочего* теплоносителя могут быть заданы или приняты автором проекта в *определенном смысле* произвольно исходя из технологических ограничений и опыта выполнения работ подобного рода. Физические свойства обоих теплоносителей должны быть известны.

Такую постановку задачи в теории теплообмена называют *обратной*.

Замечание. Вспомним, что *рабочим* теплоносителем называют теплоноситель, который служит для нагрева или охлаждения *технологического* теплоносителя, для которого заданы расход и температуры на входе и выходе из теплообменника по требованиям технологии (см. § 10.1)

В качестве примера рассмотрим задачу расчета площади теплопередающей поверхности F_{TA} , требуемой для охлаждения G_1 горячего (технологического) теплоносителя от температуры T'_1 на входе до температуры T''_1 на выходе из теплообменника рабочим теплоносителем с расходом G_2 и температурой на входе T'_2 . Оба теплоносителя не изменяют своё агрегатное состояние в процессе теплообмена.

Для повышения эффективности тепловой работы теплообменника (см. § 11.6) выбираем вид и расход холодного (рабочего) теплоносителя G_2 по возможности таким образом, чтобы выполнялось условие $W_1 = G_1 c_1 \ll W_2 = G_2 c_{p2}$ или $W_1 = G_1 c_1 \gg W_2 = G_2 c_{p2}$ при котором относительный водяной эквивалент будет много меньше единицы $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max} \ll 1$. Если условие $\bar{W} \ll 1$ по ряду причин невыполнимо, то следует стремиться, чтобы обязательно было выполнено условие $\bar{W} < 1$, при котором расходные теплоемкости теплоносителей не равны ($W_1 \neq W_2$).

Температура холодного теплоносителя на входе в рекуператор T'_2 зависит от вида источника холода и, как правило, определяется возможностями предприятия, поэтому выбор ее значения ограничен.

Для нашего примера выбираем противоточную схему движения теплоносителей, как наиболее эффективную, если нет конструктивных ограничений на транспорт теплоносителей.

Расположение теплообменника (вертикальное, наклонное или горизонтальное) зависит от компоновки технологического оборудования на производственной площадке. Вертикальное, наклонное или горизонтальное расположение теплообменного аппарата влияет на интенсивность теплообмена и на величину гидравлических потерь при транспорте теплоносителей, поэтому этот вопрос надо решить до начала проектирования.

Тепловая мощность аппарата и его габариты, а следовательно, и стоимость теплообменника зависят от материала и толщины теплопередающей поверхности. Материал конструкции теплообменника также определяет межремонтный период его эксплуатации. Этую информацию необходимо

согласовать с заказчиком и включить в техническое задание на проектирование.

В краткой форме записи условие задачи теплового конструктивного расчета теплообменника для *охлаждения технологического теплоносителя* (для условий нашего примера) имеет вид:

Дано:

- тип и конструкция теплообменника, схема движения теплоносителей, физические свойства теплоносителей;
- T'_1 и T''_1 ;
- T'_2 ;
- G_1 и G_2 ;

Найти: Q , T''_2 , F_{TA}

§ 12.2.3.1. Алгоритм теплового конструктивного расчета по «методу $\overline{\Delta T}_+$ »

Используя «метод $\overline{\Delta T}_+$ », рассмотрим два итерационных алгоритма теплового конструктивного расчета теплообменника, отличающихся выбором итерационного параметра при определении коэффициента теплопередачи. В *первом итерационном* алгоритме в качестве итерационного параметра используют *площадь теплопередающей поверхности*, а во *втором итерационном* алгоритме – *температуру стенки теплопередающей поверхности*.

Первый итерационный алгоритм

Последовательность теплового конструктивного расчета путем уточнения *площади теплопередающей поверхности* содержит следующие этапы:

1. Из уравнения теплового баланса для однофазных теплоносителей (11.9) находят тепловую мощность аппарата Q и неизвестную температуру теплоносителя на выходе из теплообменника. Для нашего примера:

$$Q = G_1 c_{p1} (T'_1 - T''_1) \text{ и } T''_2 = T'_2 + Q / G_2 c_{p2}.$$

Замечание. Удельная теплоемкость теплоносителей зависит от температуры $c_p = f(T)$, поэтому ее значение принимают по справочным таблицам при средней температуре теплоносителя. Если значение температуры на выходе заранее неизвестно, то удельную теплоемкость находят итерационным путем, принимая в первом приближении значение средней температуры теплоносителя равным температуре на входе (см. § 12.2.2.1).

2. Строят график изменения температур теплоносителей вдоль поверхности нагрева $T = f(F)$ (см. § 11.4.1) и рассчитывают среднюю разность температур теплоносителей $\overline{\Delta T}$ по формулам (11.83) – (11.85).

3. Рассчитывают коэффициенты теплоотдачи со стороны горячего (α_1) и со стороны холодного (α_2) теплоносителей. Находят термическое сопротивление теплопроводности теплопередающей поверхности и коэффициент теплопередачи k (см. § 11.5). Коэффициент теплопередачи на первой итерации обозначим $k^{n=1}$.

Замечание. В критериальные уравнения для расчета коэффициентов теплоотдачи входит поправка ε_t , учитывающая температуру стенки, которая сама зависит от коэффициента теплопередачи и искомой площади теплообменника (см. формулы (11.97) и (11.98)). Поэтому на первой итерации расчета коэффициентов теплоотдачи (α_1 и α_2) принимают поправку на температуру стенки равной единице $\varepsilon_t = 1$.

4. В первом приближении (на первой итерации $n = 1$) находят площадь теплопередающей поверхности $F_{TA}^{n=1}$ по формуле (11.26), в которую входит коэффициент теплопередачи $k^{n=1}$, рассчитанный приближенно без учета изменения температуры при теплопередаче от горячего теплоносителя к холодному теплоносителю:

$$F_{TA}^{n=1} = \frac{Q}{k^{n=1} \cdot \Delta T}$$

5. Далее расчет повторяют начиная с пункта **3** (вторая итерация $n = 2$) и уточняют значения коэффициентов теплоотдачи (α_1 и α_2) и коэффициента теплопередачи $k^{n=2}$ с учетом температурного поля в стенке теплопередающей поверхности (см. § 11.4.4). По уравнению теплопередачи (11.26) рассчитывают площадь аппарата $F_{TA}^{n=2}$ с уточненным значением коэффициента теплопередачи $k^{n=2}$.

6. На заключительном этапе итерационного процесса сравнивают площади теплообменника, рассчитанные на первой $F_{TA}^{n=1}$ и второй $F_{TA}^{n=2}$ итерациях. Принимая в качестве максимальной погрешности расчета величину 5%, условие окончания итерационного процесса записывают в виде:

$$\Delta_F = \frac{|F_{TA}^{n=1} - F_{TA}^{n=2}|}{F_{TA}^{n=2}} \leq 0,05.$$

Если это условие выполняется, то итерационный расчет заканчивают, иначе вычисления повторяют с пункта **3** (третья итерация) и находят новые значения $k^{n=3}$ и $F_{TA}^{n=3}$.

Уточнение коэффициента теплопередачи и площади теплообмена повторяют до выполнения сходимости итерационного процесса.

7. Выполняют компоновочный расчет для определения конструктивных параметров теплообменного аппарата.

Второй итерационный алгоритм

Последовательность теплового конструктивного расчета по методу $\overline{\Delta T}_+$ путем уточнения температуры стенок тепло-передающей поверхности содержит следующие этапы.

Пункты **п.1** и **п.2** *первого и второго итерационных алгоритмов* по методу $\overline{\Delta T}_+$ совпадают.

3. Методом итераций находят коэффициент теплопередачи с учетом изменения температуры поперек потока теплоносителей (поперек стенки).

3.1. В первом приближении задают неизвестные средние температуры стенок \bar{T}_{w1} и \bar{T}_{w2} по формулам:

а) вариант 1

$$\bar{T}_{w1} = \bar{T}_1 - \overline{\Delta T} / 2; \quad \bar{T}_{w2} = \bar{T}_{w1} - (1 \div 3) ;$$

б) вариант 2

$$\bar{T}_{w1} = \bar{T}_1 - \frac{R_{t,1}}{R_{t,\Sigma}} \cdot \overline{\Delta T}; \quad \bar{T}_{w2} = \bar{T}_2 + \frac{R_{t,3}}{R_{t,\Sigma}} \cdot \overline{\Delta T} ;$$

где \bar{T}_1 и \bar{T}_2 – средние температуры горячего и холодного теплоносителей; \bar{T}_{w1} и \bar{T}_{w2} – средние температуры стенок; $R_{t,\Sigma} = R_{t,1} + R_{t,2} + R_{t,3}$ – суммарное термическое сопротивление теплопередачи плоской стенки, $(m^2 \cdot K) / Bt$; $R_{t,1} = 1 / \alpha_1$ – термическое сопротивление теплоотдачи со стороны горячего теплоносителя, $(m^2 \cdot K) / Bt$; $R_{t,3} = 1 / \alpha_2$ – термическое сопротивление теплоотдачи со стороны холодного теплоносителя, $(m^2 \cdot K) / Bt$; $R_{t,2} = \delta_w / \lambda_w$ – термическое

сопротивление теплопроводности стенки, $(\text{м}^2 \cdot \text{К})/\text{Вт}$; δ_w – толщина стенки, м; λ_w – коэффициент теплопроводности материала стенки, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$.

На первой итерации коэффициенты теплоотдачи можно ориентировочно принять по рекомендациям, приведенным выше в § 12.2.2.2. Коэффициент теплопроводности находят из справочника при среднеарифметической температуре $\bar{T}_{\text{TA}} = (\bar{T}_1 + \bar{T}_2)/2$.

3.2. Рассчитывают коэффициенты теплоотдачи со стороны горячего (α_1), холодного (α_2) теплоносителей и коэффициент теплопередачи k (см. § 11.5).

3.3. Уточняют средние температуры стенок по формулам (см. § 11.4.4):

$$\bar{T}_{w1} = \bar{T}_1 - q / \alpha_1; \quad \bar{T}_{w2} = \bar{T}_2 + q / \alpha_2,$$

где $q = k \cdot \bar{\Delta T}$ – поверхностная плотность теплового потока, $\text{Вт}/\text{м}^2$.

3.4. Выполняют анализ сходимости итерационного процесса по температуре стенок. Если отличие заданных в первом приближении значений температуры стенок \bar{T}_{w1} и \bar{T}_{w2} и, вновь рассчитанных, больше допустимой погрешности (как правило, погрешность расчета принимают не более 5%), то в этом случае расчет температур повторяют начиная с пункта 3.2 алгоритма, используя для расчета коэффициентов теплоотдачи новые значения температур стенок.

4. По уравнению теплопередачи (11.26) рассчитывают площадь теплопередающей поверхности:

$$F_{\text{TA}} = \frac{Q}{k \cdot \bar{\Delta T}}.$$

5. Выполняют компоновочный расчет для определения конструктивных параметров теплообменного аппарата.

§ 12.2.3.2. Алгоритм конструктивного расчета по «методу Е – Н»

Алгоритм *конструктивного* расчета рекуператора по методу Е–Н содержит следующие этапы.

1. Рассчитывают водяные эквиваленты теплоносителей и относительный водяной эквивалент по формулам (11.28) и (11.39). Фактически этот пункт алгоритма был уже выполнен на этапе выбора рабочего теплоносителя при постановке задачи конструктивного расчета. Для данного примера:

$$W_1 = G_1 \cdot c_{p1} = W_{\min} \quad \text{и} \quad W_2 = G_2 \cdot c_{p2} = W_{\max} ;$$

$$\overline{W} = W_{\min} / W_{\max} = W_1 / W_2 .$$

2. Из уравнения теплового баланса (11.9) находят тепловую мощность аппарата Q и неизвестную температуру теплоносителя на выходе из теплообменника. Для указанного примера:

$$Q = G_1 c_{p1} (T'_1 - T''_1) \quad \text{и} \quad T''_2 = T'_2 + Q / G_2 c_{p2} .$$

Замечание. Удельная теплоемкость теплоносителей зависит от температуры $c_p = f(T)$, поэтому ее значение принимают по справочным таблицам при средней температуре теплоносителя. Если значение температуры на выходе заранее неизвестно, то удельную теплоемкость находят итерационным путем, принимая в первом приближении значение средней температуры теплоносителя равным температуре на входе (см. § 12.2.2.1).

3. Рассчитывают эффективность теплообменника по формуле (11.43). Для данного примера:

$$E = \frac{W_1 \cdot \delta T_1}{W_{\min} \cdot \delta T_{\max}} = \frac{\delta T_1}{\delta T_{\max}} = \frac{T'_1 - T''_2}{T'_1 - T'_2}.$$

4. Зная эффективность E и относительный водяной эквивалент \bar{W} , по графику зависимости $E = f(\bar{W}, N)$ находят безразмерный коэффициент теплопередачи N для принятой схемы движения теплоносителей. В данном примере была принята противоточная схема движения теплоносителей, поэтому безразмерный коэффициент теплопередачи N (NTU) надо находить по графику рис. 11.7,б из § 11.6 учебника или по графикам из справочников [22,23].

Замечание. При написании компьютерного кода (вычислительной программы) безразмерный коэффициент теплопередачи N (NTU) находят итерационным путем из формулы (11.50) для прямотока, из формулы (11.51) для противотока или из формул (11.66) и (11.67) для любой сложной схемы движения теплоносителей, поскольку аналитическая зависимость $N = f(\bar{W}, E)$ пока не получена.

5. Зная безразмерный коэффициент теплопередачи $N_{TA} = kF_{TA} / W_{\min}$, искомую площадь теплопередающей поверхности рассчитывают по формуле:

$$F_{TA} = \frac{W_{\min} \cdot N_{TA}}{k}.$$

6. Коэффициент теплопередачи находят методом итераций по любому из двух итерационных алгоритмов, подробно рассмотренных § 11.2.3.1 при описании алгоритма конструктивного расчета теплообменника по методу $\bar{\Delta T}_+$.

7. Выполняют компоновочный расчет для определения конструктивных параметров теплообменного аппарата.

Анализируя трудоемкость алгоритмов на основе «метода $\bar{\Delta T}_+$ » и «метода E-N» для решения задачи теплового

конструктивного расчета рекуператора, можно сделать вывод о более предпочтительном применении в этом случае «метода $\bar{\Delta T}_+$ », который не требует использования графиков эффективности рекуператора $E = f(\bar{W}, N)$ для определения безразмерного коэффициента теплопередачи N (NTU).

§ 12.3. Гидравлический расчет рекуператора

При движении теплоносителей по трактам (каналам) теплообменного аппарата затрачивается механическая энергия на преодоление сопротивлений, которую принято выражать в виде перепада давления [2, 6]. Поэтому гидравлический расчет выполняют в целях определения потерь давления при движении теплоносителей в теплообменном аппарате и затрат механической энергии (мощности) на преодоление сопротивления для каждого тракта перемещения теплоносителей в отдельности.

§ 12.3.1. Расчет механической мощности

В теплообменном аппарате в общем случае используют естественную и вынужденную циркуляцию теплоносителей. Естественная циркуляция теплоносителя происходит за счет термогравитационных сил, возникающих в поле земного тяготения при наличии неоднородного температурного поля. При вынужденной циркуляции необходимо организовать транспорт горячего и холодного теплоносителей при помощи специального устройства (компрессора, вентилятора, насоса). Перекачивающее устройство создает разность давлений в теплообменнике, необходимую для преодоления гидравлического сопротивления перемещению текучих сред.

Теплопередача между теплоносителями зависит от температурного поля в аппарате, физических свойств

теплоносителей, материала теплопередающей поверхности и от *скорости движения* теплоносителей. При этом увеличение скорости теплоносителей приводит к интенсификации теплообмена, росту коэффициента теплопередачи и, соответственно, к уменьшению требуемой площади рекуператора и снижению капитальных затрат. Но при этом растет гидравлическое сопротивление потоку Δp и требуется большая механическая мощность $N_{\text{мех}}$ для перемещения холодного или горячего теплоносителей, которую рассчитывают по формуле:

$$N_{\text{мех}} = \frac{G \cdot \Delta p}{\rho} = \dot{V} \cdot \Delta p = \bar{w} \cdot f \cdot \Delta p \quad (12.10, a)$$

или с учетом к.п.д. устройства $\eta_{\text{эл}}$ для транспорта теплоносителя (компрессора, вентилятора или насоса)

$$N_{\text{эл}} = \frac{N_{\text{мех}}}{\eta_{\text{эл}}} = \frac{G \cdot \Delta p}{\rho \cdot \eta_{\text{эл}}} = \frac{\dot{V} \cdot \Delta p}{\eta_{\text{эл}}}, \quad (12.10, b)$$

где $N_{\text{мех}}$ – механическая мощность, Вт; $N_{\text{эл}}$ – электрическая мощность, забираемая из сети. Вт; Δp – гидравлическое сопротивление, Па; $G = \rho \cdot \bar{w} \cdot f$ – массовый расход теплоносителя, кг/с; $\dot{V} = \bar{w} \cdot f$ – объемный расход теплоносителя, $\text{м}^3/\text{с}$; ρ – плотность теплоносителя, $\text{кг}/\text{м}^3$; \bar{w} – средняя скорость теплоносителя, м/с; f – площадь поперечного сечения трубы или канала, м^2 ; $\eta_{\text{эл}}$ – к.п.д. компрессора, насоса или вентилятора.

Выражая расход теплоносителя из уравнения теплового баланса (11.9) для однофазных теплоносителей

$$Q = G_1 c_{\text{p1}} \cdot \delta T_1 = G_2 c_{\text{p2}} \cdot \delta T_2 \Rightarrow G = \frac{Q}{c_{\text{p}} \cdot \delta T}$$

и подставляя в формулы (12.10,а) и (12.10,б), получим

$$N_{\text{мех}} = \frac{Q \cdot \Delta p}{c_p \delta T \cdot \rho} \quad \text{или} \quad N_{\text{эл}} = \frac{Q \cdot \Delta p}{c_p \delta T \cdot \rho \cdot \eta_{\text{эл}}}, \quad (12.11)$$

где δT – изменение температуры горячего или холодного теплоносителя в рекуператоре, в зависимости от тракта перемещения теплоносителя.

Анализ формулы (12.11) показывает, что при постоянной тепловой мощности рекуператора Q для теплоносителей с меньшей теплоемкостью и меньшей плотностью требуется большая механическая мощность для их перемещения по тракту теплообменного аппарата.

§ 12.3.2. Расчет перепада давления

В общем случае суммарный перепад давления, необходимый для преодоления гидравлического сопротивления тракта рекуператора, равен:

$$\Delta p = \Sigma \Delta p_{\text{тр}} + \Sigma \Delta p_{\text{mc}} + \Delta p_{\text{уск}} + \Delta p_{\text{cc}}, \quad (12.12)$$

где $\Sigma \Delta p_{\text{тр}}$ – суммарное сопротивление трения на всех участках теплопередающей поверхности, Па; $\Sigma \Delta p_{\text{mc}}$ – сумма потерь давления в местных сопротивлениях, Па; $\Delta p_{\text{уск}}$ – потери давления за счет ускорения газообразного теплоносителя, Па; Δp_{cc} – сопротивление самотяги (гидростатические потери) при их наличии.

Основной вклад в величину гидравлического сопротивления теплообменного тракта вносят два первых слагаемых в формуле (12.12) – сопротивление трения $\Sigma \Delta p_{\text{тр}}$ при течении вязкой текучей среды и местные сопротивления,

возникающие из-за локальных препятствий, изменяющих направление и скорость потока теплоносителя $\Sigma\Delta p_{mc}$.

Рассмотрим расчет всех составляющих суммарного перепада давления Δp рекуперативного теплообменного аппарата начиная со слагаемых, которые вносят наименьший вклад в величину суммарного перепада давления – потери давления на ускорение потока газа Δp_{us} и гидростатические потери при наличии самотяги Δp_{cc} .

§ 12.3.2.1. Потери давления на самотягу

Гидравлическое сопротивление самотяги Δp_{cc} (гидростатические потери) рассчитывают при вынужденном движении теплоносителя в вертикальных каналах, *сообщающихся с окружающей средой*, в которых возникает явление свободной конвекции (самотяги). Гидравлическое сопротивление самотяги на вертикальном участке Δp_{cc} равно подъемной силе за счет разности плотностей теплоносителя и окружающей среды:

$$\Delta p_{cc} = \pm g(\rho_0 - \rho) \cdot h_k, \quad (12.13)$$

где g – ускорение свободного падения. m^2/c ; ρ_0 – плотность окружающего воздуха, kg/m^3 ; ρ – средняя плотность теплоносителя, kg/m^3 ; h_k – высота канала, сообщающегося с окружающей средой, м.

При движении теплоносителя «сверху вниз» величина Δp_{cc} является дополнительным гидравлическим сопротивлением канала (знак «+» в формуле (12.13)), а при движении «снизу вверх» – гидравлическое сопротивление канала уменьшается на величину Δp_{cc} и в формуле (12.13) необходимо поставить знак «минус». Для замкнутых

теплообменных аппаратов, в которых теплоносители не сообщаются с окружающей средой, гидростатические потери (потери на самотягу) равны нулю ($\Delta p_{cc} = 0$).

§ 12.3.2.2. Потери давления на ускорение

При неизотермическом движении текучих сред изменяется их плотность, а следовательно, и скорость потока, что приводит к потере давления на ускорение теплоносителя:

$$\Delta p_{уск} = \rho_{вых} \bar{w}_{вых}^2 - \rho_{вх} \bar{w}_{вх}^2, \quad (12.14)$$

где $\rho_{вых}$ и $\bar{w}_{вых}$ – плотность и средняя скорость теплоносителя на выходе из теплообменника; $\rho_{вх}$ и $\bar{w}_{вх}$ – плотность и средняя скорость теплоносителя на входе в теплообменник.

Потери давление за счет ускорения потока при движении капельных жидкостей малы и их в расчете не учитывают $\Delta p_{уск} = 0$.

При нагревании и охлаждении газообразного теплоносителя потери давления на ускорение потока учитывать необходимо. Заметим, что при нагреве холодного газа $\Delta p_{уск} > 0$, а при охлаждении горячего газа – $\Delta p_{уск} < 0$.

§ 12.3.2.3. Потери давления на трение

Потери давления на преодоление сил трения $\Delta p_{тр}$ при ламинарном и турбулентном течении в гидравлически гладких и шероховатых трубах и каналах несжимаемой текучей среды на участках безотрывного течения рассчитывают по формуле Дарси [2]:

$$\Delta p_{tp} = \xi_{из} \frac{L}{d_{экв}} \frac{\rho \bar{w}^2}{2}, \quad (12.15)$$

где $\xi_{из}$ («кси») – коэффициент гидравлического сопротивления [2, 5, 51] (коэффициент сопротивления трения, коэффициент потерь на трение, коэффициент гидравлического трения, коэффициент трения [32]) для изотермического течения (течения при постоянной температуре флюида); L – длина участка безотрывного течения, м; $d_{экв}$ – эквивалентный (гидравлический) диаметр канала (см. главу 7), м; ρ – плотность теплоносителя при определяющей температуре, кг/м³; \bar{w} – средняя скорость теплоносителя, м/с.

Полные (суммарные) потери давления на трение по тракту каждого теплоносителя на его пути от входа в теплообменник до выхода из аппарата, находят суммированием потерь давления на отдельных участках течения.

Понятие шероховатости и гладкости поверхности

Потери механической энергии на транспорт теплоносителей зависят от режима течения теплоносителя, который характеризуется критерием Рейнольдса и *шероховатостью* стенок труб и каналов. Твердые стенки технических труб и каналов не могут быть идеально гладкими, потому что на их поверхности всегда присутствуют неровности разной формы и размеров (микровыступы, микропадины и т.п.), которые распределяются на поверхности каналов произвольно. Шероховатость зависит от материала труб, технологии их изготовления и изменяется в процессе эксплуатации теплообменного оборудования из-за коррозии материала и отложения примесей, присутствующих в теплоносителях. Однако шероховатость стенок может и не влиять на гидравлическое сопротивление при перемещении текучей среды, если выступы (буторки) шероховатости расположены

внутри вязкого подслоя гидродинамического пограничного слоя. В этом случае потери механической энергии не зависят от шероховатости, а определяются только свойствами текучей среды и режимом течения. Если же неровности стенки больше толщины вязкого подслоя и выступают в область турбулентного ядра пограничного слоя, тогда шероховатость создает дополнительную турбулизацию потока и может существенно влиять на потери механической энергии.

Поверхности, у которых ее шероховатость не влияет на сопротивление трения, называют *гидравлически гладкими* поверхностями, в противном случае – *шероховатыми* поверхностями. Деление на гидравлически гладкие и шероховатые поверхности является условным, потому что толщина вязкого подслоя с увеличением турбулизации потока (ростом критерия Рейнольдса) уменьшается и неровности меньшего размера начинают влиять на гидравлическое сопротивление и, как следствие, *гидравлически гладкие* поверхности становятся *шероховатыми*.

Коэффициент гидравлического сопротивления (коэффициент гидравлического трения) у *гидравлически гладких* поверхностей зависит только от критерия Рейнольдса, у *вполне шероховатых* поверхностей – только от шероховатости, а в переходной зоне – от *гидравлически гладких* поверхностей к *вполне шероховатым* поверхностям, коэффициент трения зависит и от Рейнольдса и от уровня шероховатости.

Понятие шероховатости ввел ученик Людвига Прандтля Пауль Блазиус в 1913 году.

Для характеристики шероховатости используют понятие *абсолютной* шероховатости и *относительной* шероховатости. Величину, обратную относительной шероховатости, называют *относительной гладкостью* поверхности труб и каналов.

В гидравлических расчетах различают *абсолютную искусственную (равномерно-зернистую)* шероховатость Δ_0 , *абсолютную естественную* шероховатость Δ и *абсолютную эквивалентную* шероховатость Δ_e . Шероховатость поверхностей измеряют в линейных единицах (миллиметрах или метрах).

Абсолютная равномерно-зернистая или *искусственная* шероховатость Δ_0 имеет место, если бугорки (выступы) шероховатости имеют одинаковую форму и высоту и равномерно покрывают поверхность стенки. Такой вид искусственной шероховатости исследовал И.И. Никурадзе в 20-х и начале 30-х годов XX века в Гёттингенском университете (Германия) под руководством Людвига Прандтля.

Замечание. В Гёттингенский институт прикладной механики Иван (Иванэ) Ильич Никурадзе (род. 1894 г.) приехал вместе с братом Александром в составе группы студентов в 1919 году из Тбилисского университета (Россия) для повышения квалификации. Из-за репрессий ученых в советской России он не смог вернуться в Тбилиси и всю жизнь работал за рубежом в Германии и Польше.

Искусственную равномерно-зернистую шероховатость Никурадзе получал путем приклеивания песчинок одного размера на трубы трех диаметров: 25 мм, 50 мм и 100 мм. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления (коэффициента трения) от режима течения в трубах с шестью размерами искусственной равномерно-зернистой шероховатости показана на рис. 12.1 (график Никурадзе) [2].

Для характеристики шероховатости новых и бывших в эксплуатации технических труб вводят понятие *абсолютной естественной* шероховатости (произвольной песочной шероховатости), которая зависит не только от размеров бугорков, но и от их формы и расположения на поверхности

стенки. Абсолютную *естественную* (линейную) шероховатость обозначают символом Δ .

При экспериментальном исследовании сопротивления труб с разными значениями *абсолютной естественной* шероховатости выяснили, что, в принципе, существует множество типов шероховатостей, для которых можно получить свои зависимости для расчета коэффициента трения. Поэтому для унификации расчетов было введено понятие *эквивалентной* равномерно-зернистой шероховатости Δ_3 , которая равна высоте выступов песка Никурадзе при равенстве гидравлических сопротивлений *искусственной* шероховатости Никурадзе и *действительной (естественной)* шероховатости поверхности реального канала. Величину эквивалентной равномерно-зернистой шероховатости Δ_3 находят не измерением высоты бугорков (выступов), а по результатам гидравлических испытаний трубопроводов, поэтому этот вид абсолютной шероховатости называют также *гидравлической* шероховатостью. Определив из эксперимента значение коэффициента трения $\zeta_{\text{эксп}}$, величину эквивалентной шероховатости Δ_3 находят из формулы Прандтля – Никурадзе (12.27) для автомодельной области квадратичного трения:

$$\Delta_3 = d_{\text{экв}} \cdot 10^{\left(0,57 - \frac{1}{2\sqrt{\zeta_{\text{эксп}}}}\right)}, \quad (12.16)$$

где $d_{\text{экв}}$ – диаметр круглой трубы или эквивалентный (гидравлический) диаметр канала, м; $\zeta_{\text{эксп}}$ – экспериментальное значение коэффициента трения для реальной трубы или канала.

Заметим, что отношение *действительной* высоты бугорков (выступов) Δ к высоте выступов *эквивалентной*

равномерно-зернистой шероховатости для разных поверхностей с естественной шероховатостью лежит в широких пределах $\Delta_3 / \Delta = 0,1 \div 10$ [32]. Естественно, что искусственная равномерно-зернистая шероховатость Никурадзе равна эквивалентной шероховатости $\Delta_3 = \Delta_0$.

Значения коэффициента трения у гидравлически гладких труб и труб с эквивалентной шероховатостью для ламинарного и турбулентного режимов течения представлены на рис. 12.2 [6].

Для оценки подобия шероховатых труб разного диаметра и разной абсолютной шероховатости Блазиус в 1913 году предложил понятие *относительной шероховатости*:

$$\bar{\Delta}_0 = \frac{\Delta_0}{d_{\text{экв}}}; \quad \bar{\Delta} = \frac{\Delta}{d_{\text{экв}}}; \quad \bar{\Delta}_3 = \frac{\Delta_3}{d_{\text{экв}}}, \quad (12.17)$$

где Δ_0 , Δ и Δ_3 – абсолютная искусственная, абсолютная естественная и абсолютная эквивалентная шероховатости, м; $\bar{\Delta}_0$, $\bar{\Delta}$ и $\bar{\Delta}_3$ – относительная искусственная, относительная естественная и относительная эквивалентная шероховатости; $d_{\text{экв}}$ – диаметр круглой трубы или эквивалентный диаметр канала, м.

Наиболее полно экспериментальные значения эквивалентной шероховатости Δ_3 поверхности труб и каналов приведены в справочнике И.Е. Идельчика [31] и в качестве примера для некоторых видов поверхностей труб занесены в табл. 12.1.

Относительная гладкость поверхности труб и каналов есть величина обратная относительной шероховатости:

$$\bar{\Delta}'_0 = \frac{1}{\bar{\Delta}_0} = \frac{d_{\text{экв}}}{\Delta_0} \quad \bar{\Delta}' = \frac{1}{\bar{\Delta}} = \frac{d_{\text{экв}}}{\Delta}; \quad \bar{\Delta}'_3 = \frac{1}{\bar{\Delta}_3} = \frac{d_{\text{экв}}}{\Delta_3}, \quad (12.18)$$

где $\bar{\Delta}_0'$, $\bar{\Delta}'$ и $\bar{\Delta}_3'$ – относительная искусственная, относительная естественная и относительная эквивалентная гладкости поверхности труб и каналов.

Таблица 12.1
Эквивалентная шероховатость труб [31]

Материал и состояние труб	Δ_3 , мм
Трубы из стекла, алюминия, латуни или медные, новые	0,001 \div 0,01
Трубы стальные, бесшовные (цельнотянутые), новые, чистые	0,02 \div 0,5
Трубы стальные, сварные, новые, чистые	0,003 \div 0,1
Трубы стальные, бывшие в эксплуатации	0,2 \div 1,25
Трубы чугунные, новые	0,2 \div 0,5
Трубы чугунные, бывшие в эксплуатации	0,5 \div 1,5

Относительные шероховатости и относительные гладкости для труб с искусственной и эквивалентной шероховатостью равны $\bar{\Delta}_0 = \bar{\Delta}_3$ и $\bar{\Delta}_0' = \bar{\Delta}_3'$.

Расчет коэффициента трения

Коэффициент трения при течении вязкой текучей среды в гладких трубах для ламинарного режима найден аналитически, а для турбулентного режима в гладких и шероховатых трубах и в каналах произвольной формы – экспериментально. Анализ зависимости коэффициента трения от режима течения и относительной искусственной шероховатости (рис. 12.1) или относительной эквивалентной шероховатости (рис. 12.2) позволяет выделить пять характерных областей для расчета коэффициента трения, которые обозначим римскими цифрами: I, II, III^{гл}, III^{пер}, III^{шер}:

– область I – область ламинарного течения $Re \leq Re_{kp,1}$;

- область II – область переходного от ламинарного к турбулентному режиму течения $Re_{kp,1} < Re < Re_{kp,2}$;
- область III = III^{ГЛ} + III^{пер} + III^{шер} – область турбулентного течения $Re \geq Re_{kp,2}$,

где область III^{ГЛ} – область турбулентного течения для гидравлически гладких труб; область III^{пер} – турбулентная переходная область от гидравлически гладких труб к вполне шероховатым трубам; область III^{шер} – турбулентная область вполне шероховатых труб или автомодельная область квадратичного сопротивления.

Переход от ламинарного режима течения к турбулентному режиму и наоборот (рис. 12.1 и рис. 12.2) происходит в интервале критических чисел Рейнольдса, в качестве которых в инженерных расчетах коэффициента сопротивления приняты величины $Re_{kp,1} = 2300$ ($\lg 2300 = 3,36$) – точка В и $Re_{kp,2} = 3 \cdot 10^3$ ($\lg 3000 = 3,48$) – точка С на рис. 12.1 и на рис. 12.2. Критические значения $Re_{kp,1}$ и $Re_{kp,2}$ весьма условны и зависят от гидродинамической структуры потока на входе в канал, поэтому ламинарный режим течения может существовать при числах Рейнольдса больших чем $Re_{kp,1} = 2300$ (штриховая линия в продолжение прямой АВ на рис. 12.1 и на рис. 12.2), а турбулентный режим – при критерии Рейнольдса меньше чем $Re_{kp,2} = 3 \cdot 10^3$ (штриховая линия в продолжение прямой DC на рис. 12.1 и на рис. 12.2).

Гладкие трубы и каналы

Области I, II и III^{ГЛ} – это области гидравлически гладких труб, в которых коэффициент трения зависит только от критерия Рейнольдса $\xi = f(Re)$ и для *изотермических*

течений рассчитывается по классическим формулам [2, 6, 32] для ламинарного и турбулентного режима движения:

– в области I для ламинарного режима течения ($Re \leq Re_{kp,1} = 2300$) коэффициент трения рассчитывают по формуле Пуазейля (линия АВ на рис. 12.1 и на рис. 12.2):

$$\xi_{из} = \frac{K_{\phi}}{Re}, \quad (12.19)$$

где K_{ϕ} – коэффициент, учитывающий форму сечения канала (табл. 12.2);

– в области III^{ГЛ} для турбулентного режима гидравлически гладких труб и каналов ($Re_{kp,2} = 3 \cdot 10^3 \leq Re < 1 \cdot 10^5$) коэффициент трения рассчитывают по формуле Блазиуса (линия CD на рис. 12.1 и на рис. 12.2):

$$\xi_{из} = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}; \quad (12.20)$$

– в области III^{ГЛ} для турбулентного режима гидравлически гладких труб и каналов в интервале чисел Рейнольдса $1 \cdot 10^5 \leq Re < 1 \cdot 10^8$ – по формуле Никурадзе (линия DE на рис. 12.1 и на рис. 12.2):

$$\xi_{из} = 0,0032 + \frac{0,221}{Re^{0,237}}. \quad (12.21)$$

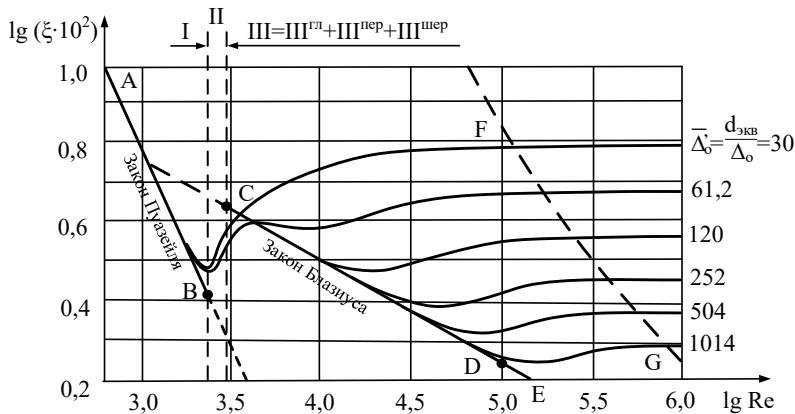


Рис. 12.1. Коэффициент трения для труб с равномерно-зернистой шероховатостью (опыты И. Никурадзе¹)

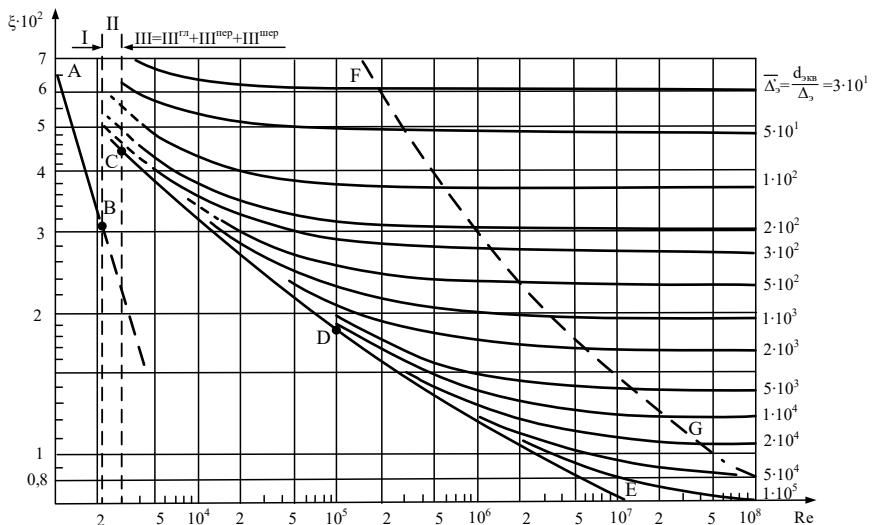


Рис. 12.2. Коэффициент трения для труб и каналов с естественной шероховатостью

¹ Nikuradse J. Strömungsgesetze in rauhen Rohren. – «Forschungsheft», 361, 1933, Ausgabe B, Bd 4, 22 S. Никурадзе И. Законы течения в шероховатых трубах. – «Журнал исследований», 361, 1933, вып. Б, т. 4, 22 с.

Коэффициент сопротивления для турбулентного режима гидравлически гладких труб и каналов можно рассчитать по единой формуле для всей области значений Рейнольдса $Re_{kp,2} = 3 \cdot 10^3 \leq Re \leq 1 \cdot 10^8$ [6]:

$$\xi_{iz} = \frac{1}{(1,82 \cdot \lg Re - 1,64)^2} = \frac{1}{(0,79 \cdot \ln Re - 1,64)^2}. \quad (12.22)$$

Замечание 1. В технической литературе в качестве второго критического числа подобия Рейнольдса часто используют значения, лежащие в интервале $Re_{kp,2} = 4 \cdot 10^3 \div 10^4$.

Замечание 2. Для расчета турбулентного режима в области гидравлически гладких труб Ш^{ГЛ} Прандтль и Никурадзе предложили формулу, которая в дальнейшем была использована при выводе универсальной аппроксимирующей формулы для расчета турбулентного течения в трубах с различной шероховатостью:

$$\frac{1}{\sqrt{\xi_{iz}}} = 2 \cdot \lg Re \cdot \sqrt{\xi_{iz}} - 0,8 = 2 \cdot \lg \frac{Re \sqrt{\xi_{iz}}}{2,51} \quad (12.23, a)$$

или выражая ξ_{iz} получим

$$\xi_{iz} = \frac{1}{\left(2 \cdot \lg Re \cdot \sqrt{\xi_{iz}} - 0,8 \right)^2} = \frac{1}{\left(2 \cdot \lg \frac{Re \sqrt{\xi_{iz}}}{2,51} \right)^2}, \quad (12.23, b)$$

где $2 \cdot \lg \frac{1}{2,51} = -0,8$.

Формула Прандтля – Никурадзе (12.23, а) или (12.23, б) в инженерных расчетах используется редко, потому что требует применения метода последовательных приближений (метода итераций), так как коэффициент трения ξ_{iz} стоит и в левой, и в правой частях этой формулы.

Таблица 12.2
 Эквивалентный диаметр $d_{\text{экв}}$ и коэффициент формы
 сечения канала K_{ϕ} [2]

№ п/п	Форма сечения	$d_{\text{экв}}$	K_{ϕ}
1	Круг диаметром d	d	64
2	Квадрат со стороной a	a	57
3	Равносторонний треугольник со стороной a	0,58a	53
4	Кольцо шириной a	2a	96
5	Прямоугольник со сторонами a и b :		
	$a/b=0$ (узкие щели, когда $a \ll b$)	2a	96
	$a/b=0,1$	1,81a	85
	$a/b=0,2$	1,67a	76
	$a/b=0,25$	1,6a	73
	$a/b=0,33$	1,5a	69
	$a/b=0,5$	1,3a	62

Переходный режим течения теплоносителей для гидравлически гладких труб $Re_{\text{кр},1} < Re < Re_{\text{кр},2}$ является неустойчивым и, в принципе, в этом интервале значений критерия Рейнольдса коэффициент трения можно рассчитывать по формулам и для ламинарного, и для турбулентного режимов течения. Для приближенных технических расчетов рекомендуется коэффициент трения для переходной области находить с учетом коэффициента перемежаемости γ ламинарного и турбулентного режима течения:

$$\xi_{из} = \gamma \cdot \xi_{турб} + (1 - \gamma) \cdot \xi_{лам}, \quad (12.24)$$

где $\xi_{лам}$ – коэффициент трения для ламинарного режима течения (рассчитывают по формуле (12.19)); $\xi_{турб}$ – коэффициент трения для турбулентного режима течения (рассчитывают по формулам (12.20), (12.21) или (12.22)); γ – коэффициент перемежаемости, который при допущении линейной интерполяции между ламинарным и турбулентным режимами течения в диапазоне чисел подобия Рейнольдса $2300 < Re < 3 \cdot 10^3$, равен:

$$\gamma = Re / 700 - 3,28, \quad (12.25)$$

где при $Re_{kp,1} = 2300$ коэффициент перемежаемости равен нулю $\gamma = 0$ и изотермический коэффициент трения $\xi_{из} = \xi_{лам}$, а при $Re_{kp,2} = 3 \cdot 10^3$ коэффициент перемежаемости равен единице $\gamma = 1$ и, соответственно, изотермический коэффициент трения $\xi_{из} = \xi_{турб}$.

Шероховатые трубы и каналы

На рис. 12.1 и рис. 12.2 область расчета коэффициента гидравлического трения для шероховатых труб при турбулентном режиме течения $Re \geq Re_{kp,2}$ расположена правее линии CDE, которая представляет графическую зависимость коэффициента трения от числа Рейнольдса для гидравлически гладких труб (область III^{ГЛ}). Зона шероховатого трения состоит из двух областей – области вполне шероховатого трения III^{шер} или области квадратичного трения (расположена правее штриховой линии FG) и переходной области III^{пер} от гидравлически гладких труб к вполне шероховатым трубам (расположена между линиями CDE и FG).

Границы расчетных зон для гидравлически шероховатых труб при турбулентном течении задают переходными числами Рейнольдса:

$$Re_{\text{пер},1} = C_1 / \bar{\Delta}_s; \quad Re_{\text{пер},2} = C_2 / \bar{\Delta}_s, \quad (12.26)$$

где $\bar{\Delta}_s = \Delta_s / d_{\text{экв}}$ – относительная эквивалентная шероховатость; $C_1 = 10 \div 40$ и $C_2 = 500 \div 570$ – эмпирические коэффициенты по данным ряда ученых.

Замечание. В гидравлических расчетах наиболее часто используют значения эмпирических коэффициентов $C_1 = 10$ и $C_2 = 500$ [32].

При известных переходных числах Рейнольдса область шероховатых труб и каналов приобретает следующие границы:

- при $Re < Re_{\text{пер},1}$ шероховатость канала не влияет на гидравлическое сопротивление и расчет коэффициента трения выполняют по формулам для гидравлически гладких труб;
- при $Re_{\text{пер},1} \leq Re \leq Re_{\text{пер},2}$ имеет место зона *доквадратичного* сопротивления – переходная зона от гидравлически гладких труб к зоне квадратичного сопротивления;
- при $Re > Re_{\text{пер},2}$ имеет место зона *квадратичного* сопротивления трения (зона *вполне шероховатых* труб).

В области *вполне шероховатых* труб $\text{III}^{\text{шер}}$ коэффициент гидравлического сопротивления (коэффициент трения) зависит только от уровня шероховатости $\xi = f(\bar{\Delta})$ и не зависит от режима течения, то есть он является автомодельным по отношению к критерию Рейнольдса $\xi \neq f(Re)$ (линии графика $\xi = f(Re)$ на рис. 12.1 и рис. 12.2 идут параллельно оси

абсцисс). Область III^{шер} называют областью *квадратичного сопротивления*, потому что при независимости коэффициента трения от скорости течения, потери давления на трение зависят только от квадрата скорости течения флюида (см. формулу (12.15)).

Для расчета коэффициента гидравлического сопротивления в *автомодельной* области квадратичного сопротивления предложено несколько формул, которые являются аппроксимацией результатов эксперимента и поэтому априори являются приближенными формулами. Наиболее востребованными в гидравлических расчетах при турбулентном течении $Re \geq Re_{kp,2}$ и в области вполне шероховатых труб $Re > Re_{per,2}$ является формула Прандтля – Никурадзе и формула Б.Л. Шифринсона [2, 32]:

– формула Прандтля – Никурадзе

$$\frac{1}{\sqrt{\xi_{из}}} = 2 \cdot \lg \frac{1}{\bar{\Delta}_3} + 1,14 = 2 \cdot \lg \left(\frac{3,7}{\bar{\Delta}_3} \right); \quad (12.27, a)$$

или, выражая $\xi_{из}$, получим

$$\xi_{из} = \frac{1}{\left(2 \cdot \lg \frac{1}{\bar{\Delta}_3} + 1,14 \right)^2} = \frac{1}{\left(2 \cdot \lg \frac{3,7}{\bar{\Delta}_3} \right)^2}; \quad (12.27, b)$$

– формула Б.Л. Шифринсона

$$\xi_{из} = 0,11 \cdot \left(\bar{\Delta}_3 \right)^{0,25}, \quad (12.28)$$

где $\bar{\Delta}_3 = \Delta_3 / d_{экв}$ – относительная эквивалентная шероховатость; член $2 \cdot \lg(3,7)$ в формуле (12.27) равен $2 \cdot \lg(3,7) = 1,14$.

Замечание. А.Д. Альтшуль разработал оригинальную методику гидравлических расчетов на основе понятия *приведенной естественной* (линейной) шероховатости Δ_1 технических труб, которая характеризует *среднее значение* выступов шероховатости. Если экспериментально установлена величина *приведенной естественной* (линейной) шероховатости Δ_1 технических трубопроводов, то в этом случае коэффициент гидравлического трения в *автомодельной* области шероховатости $\Pi^{\text{шер}}$ можно рассчитать по формуле А.Д. Альтшуля (1953г.) [32]:

$$\xi_{\text{из}} = \frac{1}{\left(1,8 \cdot \lg \frac{1}{\Delta_1}\right)^2}, \quad (12.29)$$

где $\bar{\Delta}_1 = \Delta_1 / d_{\text{экв}}$ – относительная *приведенная естественная* (линейная) шероховатость. В приближенных инженерных расчетах для задания Δ_1 допустимо использовать соотношение между *эквивалентной* Δ_3 и *естественной* (линейной) шероховатостью Δ_1 , которое получено экспериментально и составляет $\Delta_3 / \Delta_1 = 7 \div 12$. Если принять $\Delta_3 / \Delta_1 \approx 10$, то получим $\Delta_1 \approx 0,1 \cdot \Delta_3$.

В *переходной области* $\Pi^{\text{шер}}$, которая существует при турбулентном течении ($Re \geq Re_{kp,2}$) и в интервале переходных чисел Рейнольдса ($Re_{\text{пер},1} \leq Re \leq Re_{\text{пер},2}$) коэффициент трения зависит от режима течения теплоносителя и от уровня шероховатости поверхности $\xi = f(Re, \bar{\Delta})$. Анализируя графики изменения коэффициента трения в переходной области, ограниченной линиями CDE и FG на рис. 12.1 и 12.2, можно сделать следующие выводы:

а) для всех значений относительной шероховатости закономерности коэффициента трения $\xi = f(Re)$ для технических труб (рис. 12.2) принципиально отличаются от

закономерностей Никурадзе (рис.12.1), которые он получил, исследуя трубы с искусственной равномерно-зернистой шероховатостью. Кривые Никурадзе имеют впадину, которую называют «седлом Никурадзе», а коэффициент трения $\xi = f(Re)$ для технических труб с увеличением Рейнольдса плавно убывает;

б) коэффициент трения для технических труб с естественной или эквивалентной шероховатостью в переходной области всегда больше коэффициента трения в квадратичной области, а не меньше, как в опытах Никурадзе для искусственной шероховатости;

в) переходная область для технических труб с естественной шероховатостью имеет большие размеры по сравнению с аналогичной переходной областью в опытах Никурадзе.

Заметим, что Прандтль и Никурадзе для переходной области III^{пер} от гидравлически гладких труб к автомодельной области квадратичного трения *не предложили* расчетные формулы для коэффициента трения.

В 1939 году английский ученый Колбрюк (Colebrook C.F.) объединил формулы Прандтля – Никурадзе для гидравлически гладких (12.23) и вполне шероховатых труб (12.27) в единую формулу:

$$\frac{1}{\sqrt{\xi_{из}}} = -2 \cdot \lg \left(\frac{\bar{\Delta}_3}{3,7} + \frac{2,51}{Re} \cdot \frac{1}{\sqrt{\xi_{из}}} \right), \quad (12.30)$$

где $\xi_{из}$ – коэффициент трения для изотермического течения в трубе; $\bar{\Delta}_3 = \Delta_3 / d_{экв}$ – относительная эквивалентная шероховатость; Δ_3 – абсолютная эквивалентная шероховатость, м (мм); $d_{экв}$ – диаметр трубы или эквивалентный диаметр канала, м (мм).

Формула Колброка (12.30) широко используют за рубежом для расчета коэффициента трения во всей области $\text{III} = \text{III}^{\text{гл}} + \text{III}^{\text{пер}} + \text{III}^{\text{шер}}$ турбулентного течения $\text{Re} \geq \text{Re}_{\text{кр},2}$ для гладких и шероховатых труб.

Из формулы Колброка (12.30) как частные случаи можно получить формулы Прандтля – Никурадзе:

– для гидравлически гладких труб при $\bar{\Delta}_3 \rightarrow 0$ (см. формулу (12.23,а))

$$\frac{1}{\sqrt{\xi_{\text{из}}}} = -2 \cdot \lg \left(\frac{2,51}{\text{Re}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\xi_{\text{из}}}} \right) = 2 \cdot \lg \left(\frac{\text{Re}}{2,51} \cdot \sqrt{\xi_{\text{из}}} \right);$$

– для вполне шероховатых труб при $\text{Re} \rightarrow \infty$ (см. формулу (12.27,а))

$$\frac{1}{\sqrt{\xi_{\text{из}}}} = -2 \cdot \lg \left(\frac{\bar{\Delta}_3}{3,7} \right) = 2 \cdot \lg \left(\frac{3,7}{\bar{\Delta}_3} \right).$$

Экспериментальные исследования, выполненные учеными разных стран, включая и Россию, показали очень хорошее совпадение результатов расчета по формуле Колброка с экспериментальным значением коэффициента трения для труб из разного материала и разного уровня шероховатости. По информации [32], максимальное отличие результатов расчета по универсальной формуле Колброка (12.30) от экспериментальных данных не превышает 6%.

Однако интерполяционная формула Колброка (12.30) неудобна для инженерных расчетов, потому что искомое значение коэффициента трения $\xi_{\text{из}}$ стоит и в левой, и в правой частях формулы, и поэтому для расчета $\xi_{\text{из}}$ необходимо применять метод итераций. В связи с этим были предприняты попытки представить формулу Колброка в явном виде $\xi_{\text{из}} = f(\text{Re}, \bar{\Delta})$. Наибольшую популярность в

гидравлических расчетах приобрела приближенная формула А.Д. Альтшуля (1950 г.) [32], аппроксимирующая формулу Колбрука:

$$\xi_{из} = 0,11 \left(\bar{\Delta}_3 + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}, \quad (12.31)$$

где $\bar{\Delta}_3 = \Delta_3 / d_{экв}$ – относительная эквивалентная шероховатость.

Формула А. Д. Альтшуля для гидравлически гладких труб при $\bar{\Delta}_3 \rightarrow 0$ практически совпадает (отличие менее 0,2 %) с формулой Блазиуса (12.20):

$$\xi_{из} = 0,11 \left(\frac{68}{Re} \right)^{0,25} = \frac{0,3159}{Re^{0,25}},$$

а при $Re \rightarrow \infty$ с формулой Шифринсона (12.28)

$$\xi_{из} = 0,11 \cdot \left(\bar{\Delta}_3 \right)^{0,25}.$$

Замечание. О возможности получения универсальной формулы для расчета трения в трубах писал великий русский ученый Д.И. Менделеев еще в 1883 году: «Должно думать, что всё дело трения в трубах сведется к одному общему закону, в котором при больших скоростях окажут влияние те члены, которые почти исчезают при малых, и обратно». Заметим также, что гидродинамический пограничный слой при течении жидкости около твердой стенки Дмитрий Иванович Менделеев описал раньше Людвига Прандтля, который опубликовал свое открытие только в 1904 году.

Для приближенных расчетов коэффициента трения можно использовать экспериментальные данные, полученные для стальных труб во Всесоюзном теплотехническом институте имени Ф.Э. Дзержинского под руководством Г.А. Мурина, которые представлены графически на рис. 12.3

(график Г.А. Мурина). Расхождение расчетов по формуле Колброка с экспериментом Г.А. Мурина не превышает 3,5 % [32].

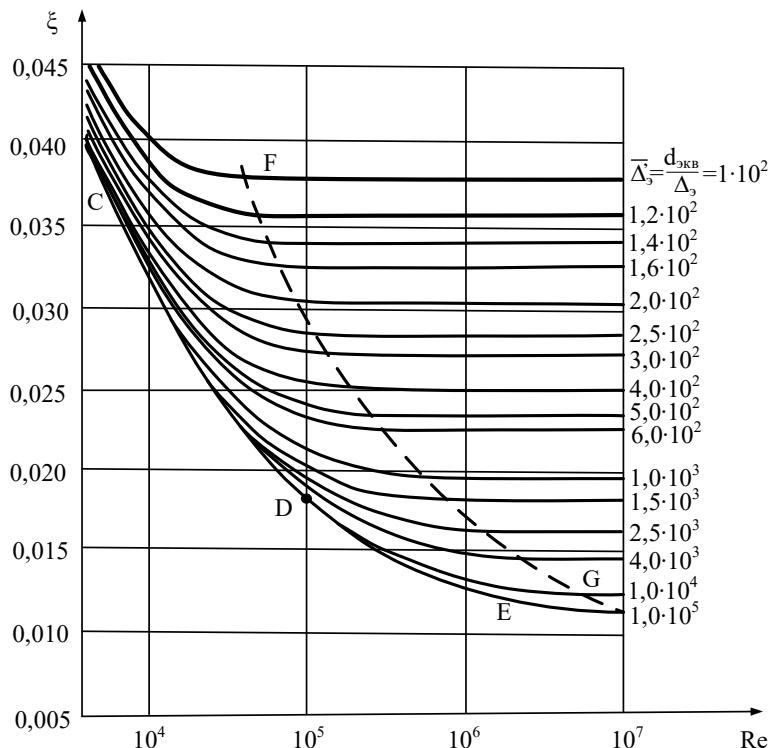


Рис. 12.3. Коэффициент гидравлического трения для стальных трубопроводов (график Г.А. Мурина)

Обратим внимание, что огибающая переходную зону трения линия CDE на графике рис. 12.3 не является прямой, как на графике рис. 12.2, который нарисован в логарифмических координатах, потому что на оси ординат нанесена равномерная шкала коэффициента трения, которая более удобна при использовании номограммы.

Учет неизотермичности теплоносителей

Формулы для расчета коэффициента трения для ламинарного (12.19), турбулентного (12.20) – (12.23) и переходного (12.24) режимов течения теплоносителей в *гладких* трубах и каналах и формулы для расчета коэффициента трения в шероховатых трубах и каналах (12.27) – (12.31) справедливы для *изотермических* условий, поэтому надо вводить поправку на *неизотермичность* потока. Академик М.А. Михеев [2] для ламинарного режима течения в *гладких* трубах и каналах предложил формулу (12.19) записывать в виде:

$$\xi = \frac{K_\phi}{Re_f} \cdot \left(\frac{Pr_w}{Pr_f} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left[1 + 0,22 \left(\frac{Ra_f}{Re_f} \right)^{0,15} \right], \quad (12.32)$$

где $Ra = Gr \cdot Pr$ – критерий Рэлея; Gr – критерий Грасгофа; Pr_w – критерий Прандтля, рассчитанный или принятый по справочным таблицам при температуре стенки теплопередающей поверхности; Pr_f – критерий Прандтля, рассчитанный или принятый по справочным таблицам при средней температуре теплоносителя.

Для турбулентного и переходного режимов течения теплоносителей в *гладких* трубах и каналах, а также для зоны доквадратичного и квадратичного сопротивления при течении теплоносителей в *шероховатых* трубах и каналах значения коэффициента трения, рассчитанные по формулам (12.20) – (12.31), рекомендуется умножить на поправочный коэффициент $(Pr_w/Pr_f)^{1/3}$, также предложенный академиком М.А. Михеевым [2]. Тогда формула для расчета коэффициента трения ξ при *неизотермическом* течении принимает вид:

$$\xi = \xi_{из} \cdot (Pr_w / Pr_f)^{1/3}, \quad (12.33)$$

где $\xi_{из}$ – коэффициент трения, рассчитанный при постоянной температуре текучей среды (в изотермических условиях).

В качестве определяющей температуры для выбора физических свойств теплоносителей, входящих в критерии подобия Re_f , Gr_f , Pr_f принята средняя температура теплоносителя в рекуператоре $T_f = 0,5 \cdot (T_{вх} + T_{вых})$.

Замечание. В процессе эксплуатации рекуператора возможно появление отложений на внутренней поверхности труб и каналов теплообменника, которые уменьшают площадь поперечного сечения для прохода теплоносителя, что приводит при постоянном расходе теплоносителя к увеличению скорости потока и, как следствие к росту потерь давления на трение. Анализируя формулу (12.15) для расчета потерь давления на трение, получим зависимость потерь давления на преодоление трения от эквивалентного диаметра канала $\Delta p_{tp} = f(d)$:

$$\Delta p_{tp} \sim \xi_{из} \cdot d^{-1} \cdot \bar{w}^2 \sim d^{-0,25} \cdot d^{-1} \cdot d^{-4} = d^{-5,25},$$

где коэффициент трения $\xi_{из} \sim d^{-0,25}$ для турбулентного режима течения в гладких и шероховатых трубах; $\bar{w} \sim d^{-2}$ – средняя скорость потока, что следует из уравнения неразрывности $G = \rho \cdot \bar{w} \cdot \pi d^2 / 4 = \text{пост.}$

Если обозначить потери давления на трение для чистой трубы как $\Delta p_{tp,1}$, а для трубы с отложениями через $\Delta p_{tp,2}$, то можем оценить увеличение потерь механической энергии по формуле

$$\frac{\Delta p_{tp,2}}{\Delta p_{tp,1}} = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{5,25} = \left(\frac{d_1}{d_1 - 2\delta_{заг}} \right)^{5,25},$$

где $\delta_{заг}$ – толщина отложений на стенке трубы, м (мм).

Например, толщина отложений (загрязнений) в 1% ($\delta_{заг} = 0,01d$) увеличивает потери на трение, а следовательно, и рост мощности на транспорт теплоносителя на 11%:

$$\frac{\Delta p_{tp,2}}{\Delta p_{tp,1}} = \left(\frac{d_1}{d_1 - 2 \cdot 0,01 \cdot d_1} \right)^{5,25} = \left(\frac{1}{0,98} \right)^{5,25} = 1,11.$$

§ 12.3.2.4. Потери давления в местных сопротивлениях

Потери давления в местных сопротивлениях (сужение и расширение канала, поворот канала под углом, обтекание препятствия и т.д.) Δp_{mc} рассчитывают по формуле:

$$\Delta p_{mc} = \zeta_m \frac{\rho \bar{w}^2}{2}, \quad (12.34)$$

где ζ_m («дзэта») – коэффициент местного сопротивления; ρ – плотность теплоносителя при определяющей температуре, кг/м³; \bar{w} – средняя скорость теплоносителя, м/с.

Коэффициенты местного сопротивления найдены экспериментально для всех основных вариантов деформации потока флюида и приведены в справочной и учебной литературе [2, 31, 32]. Для примера в табл. 12.3 приведены значения некоторых местных сопротивлений [32].

§ 12.3.2.5. Потери давления в пучках труб

Потери механической энергии при омывании пучка труб зависят направления движения потока в пучке. Различают продольное и поперечное обтекание пучка труб.

Таблица 12.3
Коэффициенты местных сопротивлений [32]

№ п/п	Элемент	ζ_m
1	Входная и выходная камера (удар и поворот)	1,5
2	Вход в трубное пространство или выход из него	1,0
3	Поворот на 180° между ходами или секциями	2,5
4	Поворот на 180° через колено в секционных теплообменных аппаратах	2,0
5	Поворот на 180° около перегородок в межтрубном пространстве	1,5
6	Вход в межтрубное пространство	1,5
7	Огибание перегородок, поддерживающих трубы	0,5
8	Переход из одной секции в другую (межтрубный поток)	2,5
9	Поворот на 90°	0,5

Продольное обтекание пучка

При продольном обтекании пучка, состоящего из n труб, заключенных в канале диаметром D , потери давления на трение рассчитывают по формуле (12.15) как для прямого канала с эквивалентным диаметром:

$$d_{экв} = 4 \cdot \frac{f}{P} = \frac{\frac{\pi D^2}{4} - n \cdot \frac{\pi d_{нап}^2}{4}}{\pi D + n \cdot \pi d_{нап}} = \frac{D^2 - d_{нап}^2 \cdot n}{D + d_{нап} \cdot n}, \quad (12.35)$$

где f – площадь живого сечения для прохода теплоносителя, m^2 ; P – смоченный периметр, m ; D – диаметр канала, в котором расположен трубный пучок, m ; $d_{нап}$ – наружный диаметр труб пучка, m ; n – число труб в пучке.

Коэффициент трения для ламинарного, турбулентного и переходного режимов при продольном течении в гидравлически гладких пучках рассчитывают по формулам (12.19) – (12.24). При ламинарном режиме течения теплоносителя коэффициент формы канала K_{ϕ} в формуле (12.19) зависит от наружного диаметра труб $d_{\text{нар}}$ и шага труб s в трубной решетке (см. главу 7) и приведен в табл. 12.4.

Таблица 12.4

Коэффициент формы канала K_{ϕ} при продольном ламинарном течении вдоль пучка труб [22]

s/d	1,0	1,1	1,5	2,0	3,0	$4,0^\circ$
K_{ϕ}	40	57	124	160	240	324

Коэффициент трения для турбулентного режима течения теплоносителя в шероховатых трубных пучках находят по формулам (12.27) – (12.31). При нагревании и охлаждении теплоносителей коэффициент трения зависит от температуры и в расчет необходимо вводить поправочные коэффициенты (12.32) для ламинарного и (12.33) для турбулентного режима.

Поперечное обтекание пучка

При поперечном омывании пучка труб потери давления на трение и потери в местных сопротивлениях сужения и расширения потока флюида учитывают по единой формуле, аналогичной формуле для расчета потерь давления в местных сопротивлениях при течении в каналах:

$$\Delta p_{\text{пуч}} = \zeta_{\text{пуч}} \frac{\rho \bar{w}^2}{2}, \quad (12.36)$$

где $\Delta p_{\text{пуч}}$ – суммарное гидравлическое сопротивление на трение и местные сопротивления пучка труб, Па; $\xi_{\text{пуч}}$ – коэффициент гидравлического сопротивления пучка; \bar{w} – средняя скорость потока в самом узком сечении пучка.

Для расчета коэффициента гидравлического сопротивления коридорного и шахматного пучков труб существует много методик расчета, основанных на результатах эксперимента [2, 5, 13, 23, 31]. В качестве примера приведем методику расчета гидравлического сопротивления при поперечном обтекании пучка труб, предложенную академиком М.А. Михеевым [2, 6] и апробированную на практике. Согласно методике [2, 6], коэффициент сопротивления можно рассчитать по формулам:

– для шахматных пучков при соотношении $\frac{s_1}{d} < \frac{s_2}{d}$

$$\xi_{\text{пуч}} = (4 + 6,6 \cdot n_2) \cdot Re_f^{-0,28} \cdot \varepsilon_{\varphi}; \quad (12.37)$$

– для шахматных пучков при соотношении $\frac{s_1}{d} > \frac{s_2}{d}$

$$\xi_{\text{пуч}} = (5,4 + 3,4 \cdot n_2) \cdot Re_f^{-0,28} \cdot \varepsilon_{\varphi}; \quad (12.38)$$

– для всех коридорных пучков

$$\xi_{\text{пуч}} = (6 + 9 \cdot n_2) \cdot \left(\frac{s_1}{d} \right)^{-0,23} \cdot Re_f^{-0,26} \cdot \varepsilon_{\varphi}, \quad (12.39)$$

где s_1 – поперечный шаг труб, м; s_2 – продольный шаг труб, м; d – наружный диаметр труб, м; n_2 – число рядов труб вдоль потока; $Re_f = \bar{w} \cdot d / \nu$ – критерий Рейнольдса; \bar{w} – средняя скорость потока в узком сечении пучка, м/с; ν – кинематический коэффициент вязкости, $\text{м}^2/\text{с}$;

ε_φ – поправочный коэффициент на угол атаки набегающего потока, значения которого приведены в табл. 12.5.

Таблица 12.5
Поправка на угол атаки пучка [2]

φ	90°	80°	70°	60°	50°	40°	30°	10°
ε_φ	1,0	1,0	0,95	0,83	0,69	0,53	0,38	0,15

Плотность ρ и кинематический коэффициент вязкости ν теплоносителя принимают из справочника при средней температуре в пучке $\bar{T}_f = 0,5 \cdot (T_{f,вх} + T_{f,вых})$, где $T_{f,вх}$ – температура теплоносителя на входе в пучок, °C (К); $T_{f,вых}$ – температура теплоносителя на выходе из пучка, °C (К).

В методике Всесоюзного теплотехнического института (ВТИ, г. Москва) [5] предложено не рассчитывать отдельно коэффициент гидравлического сопротивления пучка, а сразу находить потери давления $\Delta p_{пуч}$ из критериального уравнения, полученного в результате обработки эксперимента, следуя правилам теории подобия:

$$Eu = f(\bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}'_2, n_2, Re^m); m = f_1(\bar{s}_1, \bar{s}_2), \quad (12.40)$$

где $Eu = \Delta p_{пуч} / \rho \bar{w}^2$ – число Эйлера; $\bar{s}_1 = s_1 / d$ – относительный поперечный шаг пучка; $\bar{s}_2 = s_2 / d$ – относительный продольный шаг пучка; $\bar{s}'_2 = s'_2 / d$ – относительный диагональный шаг (см. главу 7). Уравнения подобия вида (12.40) с ограничениями на их применение и коэффициентами аппроксимации подробно изложены в учебнике [5]. Для учета угла атаки набегающего потока число Эйлера (Eu),

рассчитанное по формуле (12.40), надо умножить на поправочный коэффициент ε_φ из табл. 12.4:

$$Eu_\varphi = Eu \cdot \varepsilon_\varphi. \quad (12.41)$$

Рассчитав число Эйлера по уравнению подобия (12.40), находят искомый перепад давления в пучке по формуле:

$$\Delta p_{\text{пуч}} = Eu \cdot \rho \bar{w}^2. \quad (12.42)$$

Определяющие параметры (температура, размер и скорость) в методике ВТИ приняты такими же, как и в методике М.А. Михеева [2].

Замечание. При использовании в расчетах коэффициентов теплообмена, массообмена и гидравлического сопротивления, вычисленных по методикам, основанным на аппроксимации экспериментальных данных, необходимо учитывать их погрешность, которая по оценкам ученых составляет не менее 10 – 15% [23, 32, 33].

§ 12.4. Критерии оценки эффективности рекуператора

При проектировании и эксплуатации теплообменного оборудования встает вопрос об эффективности его работы, которую характеризуют специальными показателями или *критериями эффективности*. Оптимизацию переноса теплоты в рекуператоре (теплопередачи) и оптимизацию конструкции аппарата выполняют путем достижения минимума или максимума принятого (заданного) критерия эффективности (критерия оптимальности или функции цели). Можно утверждать, что абсолютно оптимального режима или абсолютной оптимальной конструкции аппарата, в принципе, не существует, а есть оптимальный (рациональный) показатель его работы – предварительно заданный

критерий эффективности. При этом, используя разные критерии эффективности, получают и разные оптимальные режимные и конструктивные характеристики теплообменника. Поэтому проектировщики теплообменного оборудования оптимизируют не процесс теплопередачи и не конструкцию теплообменника, а показатель его работы – критерий эффективности!

Все показатели работы теплообменников можно разделить на *три* группы.

Первые *две* группы показателей относятся непосредственно к работе теплообменного аппарата:

– показатели, характеризующие режим движения теплоносителей и теплообмена в аппарате (расходы или скорости теплоносителей и температуры на выходе теплоносителей из теплообменника), поэтому эти показатели называют *режимными* показателями;

– показатели, характеризующие геометрию аппарата (площадь теплопередающей поверхности и размеры трактов (каналов) для прохода теплоносителей), поэтому эти показатели называют *конструктивными* показателями.

Наиболее востребованным конструктивным параметром для оценки эффективности теплообменников является площадь теплопередающей поверхности. С технической точки зрения теплообменный аппарат однозначно характеризует величина теплопередающей поверхности F , которая необходима для передачи требуемого количества теплоты (тепловой мощности) в целях достижения заданных конечных температур теплоносителей при заданном ограничении на объем (количество) механической энергии для транспорта (прокачки) теплоносителей через теплообменник. Поэтому площадь поверхности теплообмена F часто используют в качестве *основного критерия эффективности*, добиваясь его минимального значения при условии выполнения

ограничений на температурный и гидравлический режимы работы.

Третья группа показателей эффективности – это группа комплексных показателей или критериев эффективности, которую используют для анализа работы теплообменных аппаратов с целью учета влияния режимных и конструктивных параметров на эффективность функционирования теплообменного аппарата.

Критерии эффективности академика М.А. Михеева

Назначение теплообменника заключается в передаче теплоты от горячего теплоносителя к холодному теплоносителю, поэтому академик М.А. Михеев предложил коэффициент полезного действия (к.п.д.) теплообменника рассчитывать по формуле [2]:

$$\eta_{TA} = \frac{Q_2}{Q_{pac}} = \frac{G_2 c_{p,2} \cdot (T_2'' - T_2')}{G_1 c_{p,1} \cdot (T_1' - T_{oc})}, \quad (12.43)$$

где Q_2 – количество теплоты (тепловой поток), переданное холодному теплоносителю, Вт; Q_{pac} – располагаемое количество теплоты горячим теплоносителем, Вт; T_2' и T_2'' – температура холодного теплоносителя на входе и выходе из аппарата, $^{\circ}\text{C}$ (К); T_1' – температура горячего теплоносителя на входе в теплообменник, $^{\circ}\text{C}$ (К); T_{oc} – температура внешней среды, окружающей теплообменник, $^{\circ}\text{C}$ (К).

Располагаемое количество теплоты Q_{pac} равно количеству теплоты, которое может быть отдано горячим теплоносителем при его охлаждении от температуры T_1' на входе в теплообменник до минимальной температуры T_{oc} , равной температуре окружающей среды. Таким образом, *располагаемая теплота* по своей сути является *эксергией*

термодинамической системы «теплообменный аппарат – окружающая среда», поскольку равна наибольшему возможному (предельному!) значению энергии, которое может быть использовано для нагрева холодного теплоносителя [17]. Таким образом, коэффициент полезного действия η_{TA} является *эксергетическим* к.п.д. теплообменника. Заметим, что формулу для расчета к.п.д. рекуператора в виде (12.43) академик Михеев предложил в 40-е годы прошлого века, а термин «эксергия» был введен Зораном Рантом позднее в 1955 году, поэтому термин «эксергетический к.п.д.» в работах М.А. Михеева не использовался.

Для характеристики потерь теплоты ΔQ в окружающую среду академик М.А. Михеев предложил использовать *коэффициент удержания теплоты* $\eta_{пот}$, который равен отношению теплоты, полученной холодным теплоносителем Q_2 , к теплоте, отданной горячим теплоносителем [2]:

$$\eta_{пот} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q_1 - \Delta Q}{Q_1} = 1 - \frac{\Delta Q}{Q_1}, \quad (12.44)$$

где $Q_1 = Q_2 + \Delta Q$ – теплота (тепловой поток), отдаваемая горячим теплоносителем, Вт; ΔQ – тепловые потери в окружающую среду, Вт.

Критерий эффективности академика М.В. Кирпичева

Для характеристики, оптимального соотношения тепловой мощности рекуператора Q и механической мощности $N_{мех}$, затраченной на транспорт теплоносителей академик М.В. Кирпичев в 1949 году предложил *энергетический коэффициент*:

$$En = \frac{Q}{N_{мех}}, \quad (12.45)$$

где Q – тепловая мощность теплообменника, Вт; $N_{\text{мех}}$ – механическая мощность, затраченная на транспорт теплоносителя, Вт.

Очевидно, что энергетический коэффициент должен быть больше единицы ($Q > N_{\text{мех}}$) и с энергетической точки зрения наиболее совершенным считается теплообменник, у которого энергетический коэффициент наибольший по сравнению с другими теплообменными аппаратами. Иными словами, чем больше значение En , тем эффективнее способ интенсификации конвективного теплообмена. Однако оптимизация теплообменника по максимуму энергетического коэффициента оказалась не востребована, потому что *отсутствует однозначная зависимость* этого коэффициента от теплового (уровня температур) и гидродинамического (скорости и гидравлического сопротивления) режимов работы теплообменного аппарата.

Известно, что гидродинамический режим движения теплоносителей в трубах и каналах и интенсивность конвективной теплоотдачи к поверхности твердой стенки взаимно влияют друг на друга. Например, из анализа формулы (12.10) для расчета мощности перекачивающего устройства следует, что $N_{\text{мех}} \sim G \cdot \Delta p$. Так как из уравнения неразрывности (11.15) следует, что расход теплоносителя пропорционален скорости перемещения в первой степени $G \sim \bar{w}$, а перепад давления (12.15) при транспорте теплоносителей в квадратичной области трения ($\xi \neq \bar{w}$) пропорционален квадрату скорости $\Delta p \sim \bar{w}^2$, то можно заключить, что мощность, пропорциональна средней скорости теплоносителя в кубе $N_{\text{мех}} \sim \bar{w}^3$. При этом коэффициент теплоотдачи при течении теплоносителя увеличивается с ростом скорости в степени меньшей единицы (например, при турбулентном течении в трубах $\alpha \sim \bar{w}^{0,8}$). Поэтому можно сделать вывод о

том, что интенсификация теплообмена за счет увеличения скорости приводит к большему увеличению затрат механической энергии на транспорт теплоносителей по сравнению с ростом тепловой мощности

Аналогичные процессы имеют место при интенсификации конвективной теплоотдачи путем увеличения искусственной шероховатости стенок теплопередающей поверхности за счет дополнительной турбулизации потока в области пограничного слоя, поскольку при этом растет и коэффициент гидравлического трения, а следовательно, и потери давления на трение. При этом соотношение Q и $N_{\text{мех}}$ носит неоднозначный характер и зависит от конкретных условий течения и шероховатости.

Модифицированный критерий эффективности Кирпичева – Михеева

М.А. Михеев усовершенствовал энергетический коэффициент М.В. Кирпичева и отметил, что «в практических случаях сравнение различных вариантов теплообменника производят по величинам капитальных затрат и годовых эксплуатационных расходов» [2]. Иными словами, М.А. Михеев для оптимизации теплообменников предложил не технический (энергетический коэффициент), а экономический показатель. Действительно, с *энергетической* точки зрения один ватт (1 Вт) тепловой мощности и один ватт (1 Вт) механической мощности абсолютно равнозначны. Однако затраты на их производство, а следовательно, и их стоимость безусловно разные, поэтому для сравнения вариантов эффективности теплообменников энергетический коэффициент следует переписать в виде:

$$En_{\text{ЭК}} = \frac{3_Q}{3_N} \cdot En = \frac{3_Q}{3_N} \cdot \frac{Q}{N_{\text{мех}}} = \frac{3_Q}{3_N} \cdot \frac{Q}{N_{\text{эл}} \cdot \eta_{\text{эл}}}, \quad (12.46)$$

где 3_Q – финансовые затраты на получение 1 Вт тепловой мощности, руб/Вт; 3_N – финансовые затраты на получение 1 Вт электрической мощности, руб/Вт; $N_{\text{мех}} = N_{\text{эл}} \cdot \eta_{\text{эл}}$ – механическая мощность, Вт; $N_{\text{эл}}$ – электрическая мощность, Вт; $\eta_{\text{эл}}$ – к.п.д. электрического привода нагнетателя или насоса.

Коэффициент $En_{\text{ЭК}} = \frac{3_Q}{3_N} \cdot En$ можно назвать *модифицированным* энергетическим коэффициентом или *экономическим* энергетическим коэффициентом. Задавая значения затрат на получение тепловой 3_Q и электрической 3_N энергии путем оптимизационного расчета, можно достичь максимального значения показателя $En_{\text{ЭК}}$.

К финансовым затратам относят все затраты, связанные с получением первичной энергии. Например, для органического топлива это затраты, связанные с его добычей, транспортом, обогащением и превращением в тепловую или электрическую энергию в специальных реакторах (котлах) или тепловых электростанциях, также затраты на передачу тепловой и электрической энергии до теплообменного аппарата. Поэтому модифицированный критерий Кирпичева является *технико-экономическим* критерием эффективности.

Критерий эффективности Кирпичева – Антуфьева

Метод оценки эффективности на основе энергетического коэффициента М.В. Кирпичева развил В.М. Антуфьев, который ввел удельные показатели для оценки тепловой и механической мощности теплообменника. Критерий В.М. Антуфьева — это критерий *теплоэнергетической* или точнее *теплогидравлической* эффективности теплопередающей поверхности. Получим критерий Антуфьева, подставляя

в формулу (12.45) значение теплового потока Q , поступающего на поверхность от горячего теплоносителя или уходящего с поверхности к холодному теплоносителю, по закону теплоотдачи Ньютона и значение механической мощности из формулы (12.10):

$$En = \frac{Q}{N_{\text{мех}}} = \frac{\alpha \cdot \Delta T \cdot F}{\dot{V} \cdot \Delta p} = \frac{\alpha \cdot \Delta T \cdot F}{\bar{w} \cdot f \cdot \Delta p}, \quad (12.47)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2\text{К})$; ΔT – перепад температур между теплоносителем и стенкой, $^{\circ}\text{C}$ (К); F – площадь поверхности теплообмена, м^2 ; Δp – гидравлическое сопротивление, Па; $\dot{V} = \bar{w} \cdot f$ – объемный расход теплоносителя, $\text{м}^3/\text{с}$; \bar{w} – средняя скорость теплоносителя, $\text{м}/\text{с}$; f – площадь поперечного сечения трубы или канала, м^2 .

Далее для получения удельных показателей теплообмена и удельных затрат на транспорт теплоносителя разделим числитель и знаменатель в формуле (12.47) на площадь теплопредающей поверхности и получим:

$$En = \frac{Q/F}{N_{\text{мех}}/F} = \frac{\alpha \cdot \Delta T}{\bar{w} \cdot f \cdot \Delta p / F} = \frac{q}{n_{\text{мех}}}, \quad (12.48)$$

где $q = \alpha \cdot \Delta T$ – плотность теплового потока, $\text{Вт}/\text{м}^2$; $n_{\text{мех}} = \bar{w} \cdot f \cdot \Delta p / F$ – удельная механическая мощность на транспорт теплоносителя, $\text{Вт}/\text{м}^2$.

Если принять допущение о том, что температурный напор не влияет на оценку теплоэнергетической (теплогидравлической) эффективности поверхности, то в этом случае при $\Delta T = 1$ $^{\circ}\text{C}$ энергетический коэффициент Кирпичева запишется в виде энергетического коэффициента Кирпичева – Антуфьева:

$$En^F = \frac{\alpha \cdot 1}{n_{\text{мех}}} = \frac{\alpha}{n_{\text{мех}}}. \quad (12.49)$$

Энергетический коэффициент Кирпичева – Антуфьева является *критерием теплоэнергетической эффективности* и характеризует количество теплоты переданное от теплоносителя к 1 м² поверхности при разности температур в 1°C при затратах 1 Вт механической энергии на перемещение теплоносителя при обтекании 1 м² поверхности. Этот критерий эффективности применяют при оптимизации режимных и конструктивных параметров конкретного теплообменника.

Для характеристики эффективности рекуператора в целом энергетический критерий Кирпичева – Антуфьева (12.49) записывают в виде:

$$En^F = \frac{k}{n_{\text{мех}}^1 + n_{\text{мех}}^2} n_{\text{мех}}^1, \quad (12.50)$$

где k – коэффициент теплопередачи; $n_{\text{мех}}^1$ и $n_{\text{мех}}^2$ – удельные мощности на транспорт горячего и холодного теплоносителей.

Критерий эффективности МЭИ

На кафедре «Теоретические основы теплотехники» Московского энергетического института (МЭИ) для анализа теплоэнергетической эффективности рекуператора предложено применять целевую функцию (критерий эффективности), равную сумме частных критериев в виде [14]:

$$Z = F + C_N \cdot N_{\text{мех}} \rightarrow \min, \quad (12.51)$$

где F – площадь теплопередающей поверхности, м²; $N_{\text{мех}}$ – мощность на прокачку теплоносителей, Вт; C_N – весовой коэффициент, м²/Вт.

Весовой коэффициент задают исходя из требований, предъявляемых к теплообменнику. Если требуется построить компактный теплообменник для транспортной установки –

теплообменник с минимальным значением поверхности теплообмена F , то в этом случае принимают малую величину весового коэффициента C_N . И, наоборот, при проектировании стационарного теплообменного аппарата с минимальными затратами энергии на перемещение теплоносителей необходимо задавать весовой коэффициент C_N большим. Таким образом, весовой коэффициент C_N рассчитывают с учетом капитальных затрат и затрат на эксплуатацию аппарата. Поэтому критерий эффективности Z так же, как и модифицированный критерий Кирпичева является *технико-экономическим* критерием.

При использовании критерия Z площадь теплопередающей поверхности F и затраты мощности на транспорт теплоносителей $N_{\text{мех}}$ находят из теплового и гидравлического расчетов рекуператора для набора конструктивных варьируемых параметров. Затем вычисляют целевую функцию Z для этих варьируемых параметров и, применяя известные методы поиска экстремума целевой функции [19], находят оптимальные значения конструктивных параметров, при которых целевая функция минимальна.

Критерий эффективности Ю.Г. Назмеева

Для сравнения теплогидравлической эффективности различных по конструкции интенсификаторов теплообмена в рекуператорах (искусственной шероховатости, завихрителей и т.д.) Ю.Г. Назмеев предложил использовать следующее соотношение [29]:

$$\frac{\overline{Nu}}{Nu_0} / \frac{\xi}{\xi_0} = f(Re), \quad (12.52)$$

где $\overline{Nu_0}$ и \overline{Nu} – средние значения безразмерного коэффициента теплоотдачи до и после внедрения интенсификатора

теплообмена; ξ_0 и ξ – коэффициенты гидравлического трения в трубах и каналах рекуператора до и после внедрения интенсификатора.

Термодинамическая эффективность рекуператора

Термодинамическая эффективность рекуперативного теплообменного аппарата, суть которой подробно изложена выше (см. § 11.4.2), показывает, какая доля теплоты передается в конкретном теплообменнике по сравнению с идеальным противоточным аппаратом с бесконечно большой поверхностью теплообмена и с теми же значениями температуры на входе. Термодинамическая эффективность рекуператора E зависит от расходных теплоемкостей теплоносителей $\bar{W} = W_{\min} / W_{\max}$, безразмерного коэффициента теплопередачи $N = k \cdot F / W_{\min}$ и схемы движения теплоносителей $E = f(\bar{W}, N, \text{схема тока})$. Наиболее эффективным, в смысле этого критерия оптимальности, считается теплообменник с максимальной термодинамической эффективностью, в идеале стремящейся к единице ($E \rightarrow 1$). Процедура поиска оптимальных режимов переноса теплоты в рекуператоре по критерию термодинамической эффективности подробно изложена в главе 11 учебника.

Частные критерии эффективности

К группе частных критериев эффективности относят коэффициенты, характеризующие теплоперенос и конструкцию теплообменного аппарата:

– коэффициент теплопередачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$

$$k = \frac{Q}{\Delta T \cdot F};$$

– безразмерный коэффициент теплопередачи (NTU)

$$N = \frac{k \cdot F}{W_{\min}} :$$

– коэффициент использования массы (M_{TA}), $\text{Вт}/(\text{кг} \cdot \text{К})$

$$k_M = \frac{Q}{\Delta T \cdot M_{TA}} ;$$

– коэффициент использования объема (V_{TA}), $\text{Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$

$$k_V = \frac{Q}{\Delta T \cdot V_{TA}} ;$$

– коэффициент компактности, $\text{м}^2/\text{м}^3$

$$k_{FV} = \frac{F}{V_{TA}} ,$$

который показывает, какой объем занимает теплопередающая поверхность рекуператора.

Замечание. Для теплообменных и теплотехнологических аппаратов *ответственного назначения* на первый план выступает **критерий надежности**, который можно оценить длительностью работы теплообменника без капитального ремонта (длительностью межремонтного периода).

Контрольные вопросы по материалам двенадцатой главы

1. Назовите основные требования при проектировании теплообменного аппарата.
2. Назовите виды расчетов теплообменного аппарата.
3. Назовите цели теплового поверочного и теплового конструктивного расчета рекуператора.
4. Назовите два метода расчета теплообменного аппарата.
5. Какой алгоритм предпочтительнее при выполнении теплового поверочного расчета?

6. Какой алгоритм предпочтительнее при выполнении теплового конструктивного расчета?
7. Назовите цель гидравлического расчета рекуператора.
8. Назовите два основных гидравлических сопротивления при движении теплоносителя в рекуператоре.
9. Напишите формулу для расчета потерь давления на трение.
10. Напишите формулу для расчета потерь давления в местных сопротивлениях.
11. Какие параметры шероховатости и гладкости используют при выполнении гидравлического расчета.
12. С какой целью ввели понятие гидравлической (эквивалентной) шероховатости?
13. Дайте определение абсолютной и относительной шероховатости поверхности.
14. Дайте определение абсолютной и относительной гладкости поверхности.
15. Назовите пять областей для расчета коэффициента трения.
16. Назовите особенности расчета потерь давления при попечном обтекании пучка труб.
17. Дайте характеристику критериев эффективности теплообменного аппарата.

ЧАСТЬ 5

МАССООБМЕН. АНАЛОГИЯ ПЕРЕНОСА В НЕРАНОВЕСНЫХ СИСТЕМАХ

ГЛАВА 13. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МАССООБМЕНА

Основные понятия массообмена подробно изложены во *второй* главе учебного пособия, поэтому данная глава является продолжением описания методов расчета массообмена в технических устройствах. Массообмен (перенос массы) заданного компонента смеси в твердых и текучих средах происходит в переменном поле концентрации этого компонента. Поэтому для расчета потока массы необходимо предварительно найти распределение концентрации всех компонент смеси в заданной расчетной области и во времени – поле концентрации.

§ 13.1. Математическая модель массообмена

Массообмен в твердых телах и омывающих эти тела текучих средах следует рассчитывать одновременно путем согласования полей концентрации и потоков массы на границе контакта. Как известно (см. § 3.1 первого тома учебника [45]), такие задачи называют *сопряженными* задачами массообмена. Для упрощения решения сопряженной задачи массообмена отдельно рассматривают *внешнюю* и *внутреннюю* задачи массообмена. Согласование полей концентрации, полученных в результате решения внешней и внутренней задач массообмена, выполняют итерационными методами, удовлетворяя закон сохранения массы на границе фаз.

§ 13.1.1. Математическая модель внешнего массообмена (краевая задача конвективной диффузии)

Дифференциальное уравнение конвективной диффузии (конвективного массообмена) представляет собой баланс массы i -го компонента смеси в элементарном объеме dV за бесконечно малый интервал времени dt в процессе массообмена диффузией и конвекцией (см. § 3.2.2.1). Баланс массы каждого компонента смеси выражается дифференциальным уравнением [45]:

$$d^2M_i = d^2M_{i,\text{дифф}(f)} + d^2M_{i,\text{конв}} + d^2M_{i,\text{ист}}, \quad (13.1)$$

где d^2M_i – изменение массы i -го компонента вещества в dV за время dt , кг; $d^2M_{i,\text{дифф}(f)}$ – поступление или уход массы i -го компонента вещества молекулярной диффузией в текучих средах в dV за dt , кг; $d^2M_{i,\text{конв}}$ – поступление или уход массы i -го компонента вещества конвекцией в текучих средах в dV за dt , кг; $d^2M_{i,\text{ист}}$ – поступление или уменьшение массы i -го компонента вещества в результате различных превращений вещества в dV за dt , кг.

Уравнение (13.1) можно переписать в виде:

$$d^2M_i = d^2M_{i,\text{кмо}} + d^2M_{i,\text{ист}}, \quad (13.2)$$

где $d^2M_{i,\text{кмо}} = d^2M_{i,\text{дифф}(f)} + d^2M_{i,\text{конв}}$ – поступление или уход теплоты за счет конвективного массообмена (конвективной диффузии) в dV за dt , кг.

Вывод формул для расчета слагаемых уравнения (13.1) и (13.1,а) приведен в классических учебниках по тепломассообмену [4, 5, 13]. Без вывода запишем дифференциальное

уравнение конвективной диффузии в векторном виде при отсутствии превращений вещества ($d^2M_{i,\text{ист}} = 0$):

$$\frac{\partial C_{f,i}}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla C_{f,i} = D_{f,i} \nabla^2 C_{f,i}, \quad (13.3)$$

где $\partial C_{f,i} / \partial \tau \equiv d^2M_i$ – слагаемое, характеризующее изменение концентрации i - того компонента смеси в элементарном объеме среды во времени (нестационарный член дифференциального уравнения конвективной диффузии); $\vec{w} \nabla C_{f,i} \equiv d^2M_{i,\text{конв}}$ – слагаемое, характеризующее изменение концентрации i - того компонента смеси в элементарном объеме среды вследствие перемещения текучей среды в данной расчетной области (конвективный член дифференциального уравнения); $D_{f,i} \nabla^2 C_{f,i} \equiv d^2M_{i,\text{дифф}(f)}$ – слагаемое, характеризующее изменение концентрации i - того компонента смеси в элементарном объеме вследствие молекулярной диффузии в текучей среде (диффузионный член дифференциального уравнения); $C_{f,i}$ – относительная массовая концентрация i - того компонента смеси текучей среды, кг/кг; τ – время процесса, с; w – скорость течения среды, м/с; $D_{f,i}$ – коэффициент диффузии i - того компонента в текучей среде, $\text{м}^2/\text{с}$.

Замечание. Знак « \equiv » в этом случае показывает, что данный член дифференциального уравнения (13.2) соответствует или характеризует аналогичный член дифференциального уравнения (13.1), потому что оба слагаемых в уравнениях имеют один и тот же физический смысл.

Если умножить все члены уравнения (13.2) на плотность смеси ρ , то получим дифференциальное уравнение

конвективной диффузии для парциальной плотности i -того компонента смеси ρ_i :

$$\frac{\partial \rho_{f,i}}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla \rho_{f,i} = D_{f,i} \nabla^2 \rho_{f,i}. \quad (13.4)$$

В этом случае все слагаемые дифференциального уравнения конвективной диффузии имеют размерность $[(\text{кг}/\text{м}^3)/\text{с} = \text{кг}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})]$, которая показывает, что дифференциальное уравнение конвективной диффузии отражает баланс массы в элементарном объеме текучей среды в единицу времени.

Заметим, что форма записи дифференциального уравнения конвективной диффузии аналогична записи дифференциального уравнения переноса тепловой энергии (7.25) для расчета конвективного теплообмена.

Для решения дифференциального уравнения конвективной диффузии (ДУКД) необходимо знать поле скорости, поэтому уравнение (13.2) или (13.3) решают совместно с дифференциальным уравнением Навье-Стокса (13.5) и уравнением неразрывности (13.6):

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla \vec{w} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + v \nabla^2 \vec{w}; \quad (13.5)$$

$$\operatorname{div}(\vec{w}) = 0. \quad (13.6)$$

Для решения системы дифференциальных уравнений конвективного массообмена (13.2) или (13.3), (13.5) и (13.6) необходимо задать *условия однозначности*, которые позволяют получить единственные значения полей концентрации и скорости:

- размер расчетной области: геометрию зоны массообмена и время конвективной диффузии;
- физические свойства текучей многокомпонентной среды;

– краевые условия: начальные и граничные условия.

Начальные условия задают поле концентрации для всех компонентов смеси в начальный момент времени процесса конвективного массообмена в заданной расчетной области:

$$C_{f,i}(x_j, \tau = 0) = C_{0,i}(x_j); \quad \rho_{f,i}(x_j, \tau = 0) = \rho_{0,i}(x_j). \quad (13.7)$$

Расчетная область имеет свободные границы для входа и выхода флюида из зоны массообмена и границы, расположенные на поверхностях твердых тел. По аналогии с заданием граничных условий для расчета температурного поля в текучих средах на всех границах области конвективного массообмена можно задать: значение концентрации i - того компонента смеси (граничное условие I рода) или поток массы (градиент концентрации) i - того компонента смеси (граничное условие II рода). На твердых поверхностях в области диффузационного пограничного слоя справедливо равенство (граничные условия IV рода):

$$D_{f,i} \frac{\partial C_{f,i}}{\partial n} \bigg|_{\text{гр}} = D_{w,i} \frac{\partial C_{w,i}}{\partial n} \bigg|_{\text{гр}} ; \quad (13.8)$$

$$D_{f,i} \frac{\partial \rho_{f,i}}{\partial n} \bigg|_{\text{гр}} = D_{w,i} \frac{\partial \rho_{w,i}}{\partial n} \bigg|_{\text{гр}} , \quad (13.9)$$

где $D_{f,i}$ – коэффициент диффузии i - того компонента в текучей среде, $\text{м}^2/\text{с}$; $D_{w,i}$ – коэффициент диффузии i - того компонента в твердом теле, $\text{м}^2/\text{с}$; n – нормаль к твердой поверхности; нижние индексы: f – текучая среда; w – стенка; гр – граница соприкосновения текучей среды и твердой стенки.

Краевые условия, необходимые для решения уравнения Навье-Стокса (13.5) и уравнения неразрывности (13.6) подробно изложены в § 7.3.3 учебника.

Систему дифференциальных уравнений (13.2) или (13.3), (7.36) и (7.28) с заданными краевыми условиями называют краевой задачей конвективной диффузии (КЗКД) или краевой задачей конвективного массообмена.

Информация о методах решения задач тепломассообмена, при помощи которых можно решить краевую задачу конвективной диффузии (конвективного массообмена), приведена в § 3.2 первого тома учебника [45].

§ 13.1.2. Инженерный метод расчета конвективного массообмена

В настоящее время востребованным является метод расчета конвективного массообмена, основанный на использовании уравнения массоотдачи [45]:

– для относительной массовой концентрации C_i

$$j_{i,w} = \beta \rho \cdot |C_{i,f} - C_{i,w}| = \beta_C \cdot |C_{i,f} - C_{i,w}|; \quad (13.10)$$

– для парциальной плотности ρ_i

$$j_{i,w} = \beta \cdot |\rho_{i,f} - \rho_{i,w}|, \quad (13.11)$$

где $j_{i,w}$ – плотность потока массы i - того компонента смеси, поступающего на поверхность или уходящего с поверхности, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$; ρ – плотность смеси, $\text{кг}/\text{м}^3$; β – коэффициент массоотдачи, $\text{м}/\text{с}$; $\beta_C = \beta \rho$ – коэффициент массоотдачи при использовании в расчетах относительной массовой концентрации (C_i), $\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$; $\rho_{i,f}$ и $\rho_{i,w}$ – парциальные плотности i - того компонента смеси в текучей среде и на поверхности раздела фаз, $\text{кг}/\text{м}^3$; $C_{i,f}$ и $C_{i,w}$ – массовые (относительные) концентрации i - того компонента смеси в текучей среде и

на поверхности раздела фаз (в области вязкого подслоя диффузионного пограничного слоя), кг/кг.

Коэффициенты массоотдачи находят по эмпирическим формулам, которые получены в результате обработки экспериментальных данных, следуя требованиям и правилам теории подобия (см. § 3.2.3.2 [45]).

В общем случае критериальное уравнение подобия физических процессов можно записать в виде (3.30) [45]:

$$Kr_0 = f(Kr_\tau, X_i, Kr_l, Kr_2, Kr_3, \dots), \quad (13.12)$$

где Kr_0 – определяемый критерий (число подобия); Kr_τ – безразмерное время; X_i – безразмерные координаты; Kr_l, Kr_2, Kr_3, \dots – определяющие критерии, характеризующие безразмерные эффекты изучаемого физического процесса, в нашем случае процесса массообмена.

Определяемый критерий массоотдачи (число массоотдачи) – это безразмерный комплекс, который должен отражать физическую суть процесса переноса массы в непосредственной близости от поверхности твердого тела – в вязком подслое диффузионного пограничного слоя (ДПС). В вязком подслое диффузионного пограничного слоя перенос массы происходит только молекулярной диффузией по закону Фика [45]:

$$\vec{j}_i = -D_i \cdot \text{grad}(\rho_i) \quad (13.13)$$

или

$$\vec{j}_i = -\rho D_i \cdot \text{grad}(C_i), \quad (13.14)$$

где D_i – коэффициент диффузии i - того компонента смеси, $\text{м}^2/\text{с}$; $\text{grad}(\rho_i)$ – градиент парциальной плотности, $(\text{кг}/\text{м}^3)/\text{м}$; $\text{grad}(C_i)$ – градиент относительной массовой концентрации, $(\text{кг}/\text{кг})/\text{м}$.

Для вывода определяемого критерия массоотдачи запишем дифференциальное уравнение массоотдачи, которое получим, приравнивая правые части закона Фика (13.14) [45] для области диффузационного пограничного слоя и уравнения массоотдачи (13.10) [45]:

$$\rho D_{i,f} \cdot \frac{\partial C_{i,f}}{\partial n} \Big|_{n=0} = \beta \cdot \rho |C_{i,f} - C_{i,w}|$$

или

$$\beta = \frac{D_{i,f}}{|C_{i,f} - C_{i,w}|} \cdot \frac{\partial C_{i,f}}{\partial n} \Big|_{n=0}, \quad (13.15)$$

где $D_{i,f}$ и $C_{i,f}$ – коэффициент диффузии и концентрация i - того компонента текущей среды; $C_{i,w}$ – концентрация i - того компонента смеси на стенке (в области вязкого подслоя диффузационного пограничного слоя); n – координата, направленная по нормали к стенке.

По формуле (13.15) можно рассчитать коэффициент массоотдачи, если известно (рассчитано или определено экспериментально) распределение концентрации в области диффузационного пограничного слоя $C_{i,f} = f(n)$, $0 < n < \delta_{дпс}$, где $\delta_{дпс}$ – толщина диффузационного пограничного слоя.

Для вывода определяемого критерия конвективного массообмена приведем уравнение массоотдачи к безразмерному виду (см. § 3.2.3.2 [45]), приняв в качестве геометрического масштаба характерный (определяющий) размер расчетной области конвективного массообмена R_0 и разность концентраций $|C_{i,f} - C_{i,w}|$ для получения безразмерной концентрации $\tilde{C}_{i,f}$:

$$\beta = D_{i,f} \cdot \frac{\partial \left(\frac{C_{i,f}}{|C_{i,f} - C_{i,w}|} \right)}{\partial (N \cdot R_0)} \Bigg|_{n=0} = \frac{D_{i,f}}{R_0} \frac{\partial \tilde{C}_{i,f}}{\partial N} \Bigg|_{n=0}$$

или

$$\frac{\beta \cdot R_0}{D_{i,f}} = \frac{\partial \tilde{C}_{i,f}}{\partial N} \Bigg|_{n=0}, \quad (13.16)$$

где $N = n / R_0$ – безразмерная координата, направленная по нормали к стенке; $\tilde{C}_{i,f} = C_{i,f} / |C_{i,f} - C_{i,w}|$ – безразмерная концентрация.

Обозначив безразмерный комплекс в левой части уравнения (13.7) как Sh (Шервуд), окончательно получим дифференциальное уравнение массоотдачи в безразмерном виде:

$$Sh = \frac{\partial \tilde{C}_{i,f}}{\partial N} \Bigg|_{n=0}. \quad (13.17)$$

В левой части безразмерного дифференциального уравнения массоотдачи (13.17) стоит безразмерный коэффициент массоотдачи – *определяемый критерий* в расчетах конвективного массообмена, который называют критерием Шервуда (Sh) или диффузионным (массообменным) критерием Нуссельта (Nu_D)

$$Sh = \frac{\beta R_0}{D_i} \quad \text{или} \quad Nu_D = \frac{\beta R_0}{D_i}, \quad (13.18)$$

где β – коэффициент массоотдачи, м/с; R_0 – характерный (определяющий) размер в задачах конвективного массообмена, м; D_i – коэффициент диффузии i - того компонента смеси.

Замечание. Нижний индекс « f » (текущая среда) у коэффициента диффузии D_i опускаем, поскольку очевидно, что выполняем расчет конвективного массообмена для текущей среды.

Определяемый критерий Шервуда (число Шервуда) зависит от *определяющих критериев* конвективного массообмена, которые по записи аналогичны критериям конвективного теплообмена и получены на основе дифференциального уравнения конвективной диффузии (13.3) по методике, изложенной в § 3.2.3.2 первого тома учебника [45].

В нестационарных процессах массообмена применяют критерий безразмерного времени – диффузионный (массообменный) критерий Фурье, который характеризует отношение диффузионного члена $D_{f,i} \nabla^2 C_{f,i}$ к нестационарному члену $\partial C_{f,i} / \partial \tau$ дифференциального уравнения конвективной диффузии (13.3):

$$Fo_D = \frac{D_i \cdot \tau}{R_0^2}, \quad (13.19)$$

где τ – время процесса, с.

Аналогично критерию теплового подобия Пекле ($Pe = wR_0 / a$) в расчетах массообмена используют диффузионный критерий Пекле, который характеризует отношение конвективного потока $\vec{w} \nabla C_{f,i}$ массы к диффузионному потоку массы $D_{f,i} \nabla^2 C_{f,i}$:

$$Pe_D = \frac{wR_0}{D_i}, \quad (13.20)$$

где w – определяющая скорость течения флюида, м/с.

Для характеристики соотношения толщин гидродинамического ($\delta_{гпс}$) и диффузионного ($\delta_{дпс}$) пограничных слоев в расчет вводят критерий Шмидта, который также называют диффузионным критерием Прандтля (Pr_D):

$$Sc = \frac{v}{D_i} \text{ или } Pr_D = \frac{v}{D_i}, \quad (13.21)$$

где v – кинематический коэффициент вязкости, m^2/c .

Замечание. Критерий Прандтля $Pr = v/a$ характеризует отношение толщин гидродинамического $\delta_{гпс}$ и теплового $\delta_{тпс}$ пограничных слоев. Аналогично критерий Шмидта является характеристикой отношения гидродинамического $\delta_{гпс}$ и диффузионного $\delta_{дпс}$ пограничных слоев.

Для характеристики интенсивности свободного и вынужденного движения текучей среды (ламинарный или турбулентный режим течения) в расчетах конвективного маскообмена, также как и в расчетах конвективного теплообмена, используют критерий Грасгофа (Gr) и критерий Рейнольдса (Re), значения которых находят по формулам:

$$Gr = \frac{gR_0^3}{v^2} \beta \Delta T; \quad (13.22)$$

$$Re = \frac{wR_0}{v}, \quad (13.23)$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; v – кинематический коэффициент вязкости, m^2/c ; β – коэффициент

объемного расширения текучей среды, K^{-1} ; $\Delta T = |T_w - T_f|$ – перепад температур между стенкой и текучей средой, К ($^{\circ}$ С); w – характерная (определяющая) скорость перемещения смеси, м/с; R_0 – характерный (определяющий) размер системы конвективного массообмена, м.

Как известно (см. § 3.2.3.2 [45]), любая комбинация безразмерных комплексов – критериев подобия тоже является безразмерным комплексом. Например, по аналогии с критерием теплового подобия – критерием Пекле ($Pe = Re \cdot Pr$) диффузионный критерий Пекле равен:

$$Pe_D = Re \cdot Sc = \frac{wR_0}{v} \cdot \frac{v}{D_i} = \frac{wR_0}{D_i}. \quad (13.24)$$

Замечание. В инженерных расчетах массообмена диффузионный критерий Пекле Pe_D часто заменяют произведением ($Re \cdot Sc$).

Экспериментальные значения коэффициента массоотдачи обрабатывают в виде критериальных уравнений:

– для расчета массообмена при *свободной* конвекции в нестационарном и стационарном режимах конвективной диффузии используют формулы:

$$Sh = f(Fo_D, Gr, Sc); \quad (13.25)$$

$$Sh = f(Gr, Sc); \quad (13.26)$$

– расчет массообмена при *вынужденной* конвекции в нестационарном и стационарном режимах конвективной диффузии выполняют по формулам:

$$Sh = f(Fo_D, Re, Sc); \quad (13.27)$$

$$Sh = f(Re, Sc). \quad (13.28)$$

Рассчитав безразмерный коэффициент массоотдачи – критерий Шервуда, коэффициент массоотдачи находят по формуле:

$$\beta = \text{Sh} \frac{D_i}{R_0}. \quad (13.29)$$

При решении сопряженных задач *тепломассообмена* в расчетах используют критерий Льюиса–Семенова (Le') и критерий Льюиса (Le). Критерий Льюиса–Семенова характеризует отношение толщины диффузионного пограничного слоя ($\delta_{дпс}$) к толщине теплового пограничного слоя ($\delta_{тпс}$):

$$Le' = \frac{Pr}{Sc} = \frac{v \cdot D_i}{a \cdot v} = \frac{D_i}{a}. \quad (13.30)$$

Критерий Льюиса является обратным к критерию Льюиса–Семенова ($Le = 1/Le'$) и характеризует отношение интенсивности переноса теплоты теплопроводностью к интенсивности переноса компонента смеси диффузией:

$$Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{v \cdot a}{D_i \cdot v} = \frac{a}{D_i}. \quad (13.31)$$

Критериальные уравнения для конкретных процессов массообмена в промышленных технических устройствах получают методами теории подобия, либо выполняя эксперимент, либо используя аналогию процессов переноса теплоты и массы, приведены в учебниках и справочниках по тепломассообмену [4, 5, 13, 15, 23].

Аналогия процессов конвективной диффузии и конвективного теплообмена выполняется при равенстве критериев Рейнольдса для текучей среды при массообмене и теплообмене и равенстве критериев Прандтля и Шмидта ($Pr = Sc$). Только при выполнении этих условий критериальные зависимости для расчета конвективного

теплообмена можно использовать для расчета конвективного массообмена и, соответственно, наоборот. Например, теплоотдачу при продольном обтекании пластины для ламинарного режима течения рассчитывают по формуле (7.216) (см. § 7.7.3.1):

$$\overline{Nu} = 0,664 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{1/3},$$

а для расчета аналогичного процесса массоотдачи при ламинарном течении можно использовать выражение:

$$\overline{Sh} = 0,664 \cdot Re^{0,5} \cdot Sc^{1/3}. \quad (13.32)$$

В технических проектных расчетах, как правило, принимают допущение о равенстве турбулентных чисел Прандтля и Шмидта, поэтому формулы для расчета *массообмена* в турбулентных потоках можно использовать аналогичные формулы для расчета *конвективной теплоотдачи*. При этом свойства текущей среды (ρ , v , a , D , β) при расчете массообмена принимают для смеси.

Коэффициент массоотдачи рассчитывают по критериальным уравнениям массоотдачи, используя алгоритм применения критериальных формул для расчета коэффициента теплоотдачи, который подробно изложен в §7.5.

Установим функциональную связь коэффициента теплоотдачи (α) и коэффициента массоотдачи (β) при условии геометрического и гидродинамического подобия процессов теплообмена и массообмена. Для этого запишем критериальные уравнения для расчета теплоотдачи и массоотдачи в виде:

$$Nu = c \cdot Re^n \cdot Pr^m; \quad (13.33)$$

$$Sh = c \cdot Re^n \cdot Sc^m \quad (13.34)$$

и найдем их отношение

$$\frac{Nu}{Sh} = \left(\frac{Pr}{Sc} \right)^m \text{ или } Nu = Sh \cdot \left(\frac{Pr}{Sc} \right)^m. \quad (13.35)$$

Заменив критерии, входящие в формулу (13.35), их значениями, получим:

$$\frac{\alpha R_0}{\lambda_f} = \frac{\beta R_0}{D_i} \cdot \left(\frac{v}{a} \cdot \frac{D_i}{v} \right)^m \text{ или } \frac{\alpha}{\lambda_f} = \frac{\beta}{D_i} \cdot \left(\frac{D_i}{a} \right)^m. \quad (13.36)$$

Откуда окончательно имеем:

$$\alpha = \beta \frac{\lambda_f}{D_i} \cdot \left(\frac{D_i}{a} \right)^m. \quad (13.37)$$

Далее, вынося отношение (D_i / a) за скобки и учитывая соотношение между основными теплофизическими коэффициентами $a = \lambda / (\rho \cdot c_p)$, запишем:

$$\alpha = \beta \frac{\lambda_f}{D_i} \frac{D_i}{a} \cdot \left(\frac{D_i}{a} \right)^{m-1} = \beta \rho c_p \cdot \left(\frac{D_i}{a} \right)^{m-1}. \quad (13.38)$$

При равенстве коэффициентов переноса теплоты и массы ($a = D_i$) формула (13.38) упрощается и принимает вид:

$$\alpha = \beta \rho c_p. \quad (13.39)$$

Зная коэффициент теплоотдачи (α), из формулы (13.39) можно найти и коэффициент массоотдачи по формуле, которую называют *формулой Льюиса* [9]:

$$\beta = \alpha / \rho c_p. \quad (13.40)$$

Замечание 1. Формула Льюиса следует также из аналогии записи закона теплоотдачи для удельной объемной энталпии [45]:

$$q = \frac{\alpha}{\rho c_p} \cdot |h'_f - h'_w| = \alpha_h \cdot |h'_f - h'_w| \quad (13.41)$$

и закона массоотдачи для парциальной плотности ρ_i [45]:

$$j_{i,w} = \beta \cdot |\rho_{i,f} - \rho_{i,w}|. \quad (13.42)$$

Анализ записи законов (13.41) и (13.42) позволяет сделать вывод о том, что $\beta = \alpha / \rho c_p$.

Замечание 2. Абсолютная аналогия процессов теплообмена и массообмена *невозможна* по причине зависимости физических свойств среды от температуры и концентрации компонентов смеси, поэтому расчеты конвективного массообмена по критериальным уравнениям конвективного теплообмена и, соответственно, наоборот являются приближенными.

Замечание 3. Для бинарных смесей, у которых в смеси только два компонента, коэффициенты взаимной диффузии равны и поэтому нижний индекс «*i*» у коэффициента диффузии в формулах можно опустить, приняв $D_i = D$.

§ 13.1.3. Математическая модель внутреннего массообмена (краевая задача молекулярной диффузии)

Рассмотрим расчет поля концентрации в твердом теле, окруженном текучей средой (расплавленным материалом, капельной жидкостью или газом), которая содержит вещество, проникающее за счет молекулярной диффузии в твердое тело (при $C_f > C_w$) или уходящее из тела (при $C_f < C_w$), где C_f и C_w – концентрация диффундирующего вещества в текучей среде и твердом теле. Такого рода задачи описывают процессы поглощения вещества твердым телом (адсорбция, ле-грирование) или удаление вещества из твердого тела (сушка, десорбция, экстрагирование). В теории массообмена

диффундирующее в тело вещество называют также *распределяемым*, а среда, в которой происходит массоперенос – *распределяющей* средой (в данном случае твердое тело).

Диффузия данного конкретного текучего вещества в исследуемом твердом теле (бинарная система тел) описывается законом Фика, который в *скалярной* форме и с учетом знака градиента концентрации в заданной системе координат имеет вид:

$$j = \rho D \cdot \text{grad}(C). \quad (13.43)$$

или

$$j = D \cdot \text{grad}(\rho C), \quad (13.44)$$

где D – коэффициент диффузии распределяемого (диффундирующего) вещества в твердом теле, $\text{м}^2/\text{с}$; $\text{grad}(C)$ – градиент относительной массовой концентрации диффундирующего вещества, $(\text{кг}/\text{кг})/\text{м}$; $\text{grad}(\rho C)$ – градиент парциальной плотности распределяемого вещества, $(\text{кг}/\text{м}^3)/\text{м}$.

Нижний индекс «*i*» в формулах (13.43) и (13.44) и в последующих формулах данного раздела опущен, потому что мы рассматриваем математическое описание диффузии одного конкретного диффундирующего (распределяемого) вещества в твердом теле (распределяющей среде) с известными физическими свойствами. В этом случае коэффициент диффузии для исследуемой пары тел находят экспериментально и приводят в справочниках.

Дифференциальное уравнение молекулярной диффузии (ДУМД) в твердом теле отражает баланс массы диффундирующего вещества в элементарном объеме твердого тела dV за бесконечно малый интервал времени dt в процессе массообмена диффузией (см. § 3.2.2.1 [45]). Дифференциальное уравнение молекулярной диффузии можно получить исключением конвективного члена ($d^2M_{i,\text{конв}} = 0$) в дифференциальном уравнении конвективной диффузии (13.1), потому

что частицы твердого тела не перемещаются относительно друг друга:

$$d^2M_i = d^2M_{i,\text{дифф}(w)} + d^2M_{i,\text{ист}}, \quad (13.45)$$

где d^2M_i – изменение массы диффундирующего вещества в dV за время $d\tau$, кг; $d^2M_{i,\text{дифф}(w)}$ – поступление или уход массы диффундирующего вещества молекулярной диффузией в твердых телах в dV за $d\tau$, кг; $d^2M_{i,\text{ист}}$ – поступление или уменьшение массы диффундирующего вещества в результате различных превращений в dV за $d\tau$, кг.

Вывод формул для расчета слагаемых уравнения (13.45) приведен в классических учебниках по тепломассообмену [4, 5, 13]. Запишем дифференциальное уравнение молекулярной диффузии в векторном виде при отсутствии превращений диффундирующего вещества ($d^2M_{i,\text{ист}} = 0$):

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D \nabla^2 C, \quad (13.46)$$

где $\partial C / \partial \tau \equiv d^2M_i$ – слагаемое, характеризующее изменение концентрации распределяемого (диффундирующего) вещества в элементарном объеме твердого тела во времени (нестационарный член ДУМД); $D \nabla^2 C \equiv d^2M_{i,\text{дифф}(w)}$ – слагаемое, характеризующее изменение концентрации распределяемого (диффундирующего) вещества в элементарном объеме твердого тела вследствие молекулярной диффузии; C – относительная массовая концентрация диффундирующего в твердом теле вещества, кг/кг; τ – время процесса, с; D – коэффициент диффузии распределяемого (диффундирующего) вещества в твердом теле (распределяющей среде), $\text{м}^2/\text{с}$.

Замечание. Знак « \equiv » показывает, что данный член дифференциального уравнения (13.46) соответствует или характеризует аналогичный член дифференциального уравнения (13.45), потому что оба слагаемых в уравнениях имеют один и тот же физический смысл.

При записи дифференциального уравнения молекулярной диффузии (13.46) принято допущение о том, что коэффициент диффузии не зависит от концентрации и температуры $D \neq f(C, T)$, поэтому в такой форме записи дифференциальное уравнение (13.46) является линейным дифференциальным уравнением математической физики параболического типа. Для тел простой формы ДУМД принимает вид:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x_1^2} + \frac{k-1}{x_1} \cdot \frac{\partial C}{\partial x_1} \right), \quad (13.47)$$

где x_1 – первая координата в ортогональной системе координат: $x_1 = x$ – декартовая система координат, $x_1 = r$ – цилиндрическая и сферическая система координат; k – коэффициент формы тела: $k = 1$ – бесконечная (неограниченная) пластина; $k = 2$ – бесконечный (неограниченный) цилиндр; $k = 3$ – шар или сфера.

Чтобы выделить единственное решение из бесконечного множества возможных решений дифференциального уравнения молекулярной диффузии необходимо задать условия однозначности. Например, при решении дифференциального уравнения молекулярной диффузии для тел простой формы (13.47), необходимо задать:

– параметры расчетной области: геометрический размер R и время процесса τ_k при нестационарной диффузии. Для симметричного процесса диффузии в бесконечной пластине $R = \delta/2$, а для несимметричной диффузии – $R = \delta$, где δ – толщина пластины. Для бесконечного цилиндра и шара

расчетный размер равен радиусу цилиндра ($R = r_{\text{II}}$) и радиусу шара ($R = r_{\text{III}}$);

– коэффициент диффузии D для условий конкретной задачи;

– краевые условия: начальное условие и граничные условия.

Начальное условие показывает распределение концентрации по сечению тела классической формы в начальный момент времени:

$$C(x_1, \tau = 0) = f(x_1) \quad (13.48)$$

или при равномерном начальном распределении концентрации распределяемого вещества, равной C_0 :

$$C(x_1, \tau = 0) = C_0. \quad (13.49)$$

Граничные условия в расчетах молекулярной диффузии в твердых телах по аналогии с теплопроводностью классифицируют на четыре группы и называют *родами*. При симметричной диффузии в теле простой формы расчетная область имеет две границы – внутреннюю (ось симметрии) с координатой $x_1 = 0$ и внешнюю с координатой $x_1 = R$ (см. § 5.4.2.3 [45]).

Если на границе расчетной области известно значение концентрации диффундирующего в твердое тело (или из твердого тела) распределяемого вещества и закон ее изменения во времени, то граничные условия *первого рода* (ГУ I род) записывают в виде:

$$C|_w = C_w(\tau) \quad (13.50)$$

или в частном случае при неизменной во времени концентрации диффундирующего вещества на поверхности C_w :

$$C|_w = C_w = \text{пост.} \quad (13.51)$$

Если на границе расчетной области задан поток массы или плотность потока массы распределяемого вещества, то граничные условия *второго рода* (ГУ II род) имеют вид:

– на внешней границе тела ($x_1 = R$)

$$D \frac{\partial(\rho C)}{\partial x_1} \bigg|_w = j_w(\tau) \quad (13.52)$$

или при постоянном потоке массы

$$D \frac{\partial(\rho C)}{\partial x_1} \bigg|_w = j_w = \text{пост}; \quad (13.53)$$

– на внутренней границе (на оси симметрии) поток массы равен нулю и поэтому

$$\frac{\partial C}{\partial x_1} \bigg|_{x_1=0} = 0, \quad (13.54)$$

где j_w – плотность потока массы распределяемого вещества, $\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$; ρ – плотность диффундирующего вещества, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Если по условию задачи задана концентрация распределяемого вещества в окружающей твердое тело среде C_f и формула для расчета плотности потока массы, поступающего на поверхность тела или уходящего с этой поверхности, то граничные условия третьего рода (ГУ III род) с учетом знака градиента и знака потока массы принимают вид:

$$D \frac{\partial C}{\partial x_1} \bigg|_w = \beta(C_f - C_w), \quad (13.55)$$

где β – коэффициент массоотдачи, $\text{м}/\text{с}$; C_f – концентрация распределяемого вещества за пределами диффузационного пограничного слоя, $\text{кг}/\text{кг}$; C_w – концентрация

распределяемого вещества на поверхности твердого тела (в вязком подслое диффузионного пограничного слоя), кг/кг.

При помощи граничных условий четвертого рода (ГУ IV рода) моделируют процесс взаимной диффузии при идеальном контакте двух твердых тел – тела I с телом II:

$$D_I \frac{\partial C_I}{\partial x_1} \bigg|_{w+} = D_{II} \frac{\partial C_{II}}{\partial x_1} \bigg|_{w-}, \quad (13.56)$$

где C_I – концентрация первого вещества (тело I) во втором теле II; C_{II} – концентрация второго вещества (тело II) в первом теле I; D_I – коэффициент диффузии первого вещества (тело I) во второе тело II; D_{II} – коэффициент диффузии второго вещества (тело II) в первое тело I.

Дифференциальное уравнение молекулярной диффузии в записи (13.46) или (13.47) с заданными краевыми условиями представляет собой математическую формулировку краевой задачи молекулярной диффузии (КЗМД).

Безразмерная форма записи краевой задачи молекулярной диффузии

Запишем математическую формулировку КЗМД для процесса симметричной диффузии в телах простой формы при граничных условиях III рода в *безразмерной* форме. Для этого введем безразмерную координату $X = x_1 / R$ и по аналогии с безразмерной температурой при ГУ III рода

$\Theta = \frac{T_f - T}{T_f - T_0}$ безразмерную концентрацию:

$$\tilde{C} = \frac{C_f - C}{C_f - C_0}, \quad (13.57)$$

где $C = f(x_1, \tau)$ – текущее значение концентрации; C_f – концентрация распределяемого вещества за пределами диффузионного пограничного слоя текучей среды; C_0 – начальная концентрация распределяемого вещества в твердом теле.

После приведения дифференциального уравнения молекулярной диффузии для тел простой формы (13.47) к безразмерному виду получим уравнение аналогичное безразмерному дифференциальному уравнению теплопроводности (см. § 5.5.1 [45]):

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial F_{D_0}} = \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial X^2} + \frac{k-1}{X} \cdot \frac{\partial \tilde{C}}{\partial X}, \quad (13.58)$$

где $F_{D_0} = \frac{D \cdot \tau}{R^2}$ – критерий Фурье диффузионный (массообменный) в задачах молекулярной диффузии, характеризующий безразмерное время процесса молекулярной диффузии в твердом теле; τ – время диффузии, с; D – коэффициент диффузии распределяемого (диффундирующего) вещества в твердом теле (распределяющей среде), m^2/s .

Начальное условие в безразмерной форме записи:

$$\tilde{C}_0 = \frac{C_f - C_0}{C_f - C_0} = 1. \quad (13.59)$$

На внутренней границе расчетной области (ось симметрии) при $X = 0$ формула (13.54) в безразмерной форме принимает вид:

$$\left. \frac{\partial \tilde{C}}{\partial X} \right|_{X=0} = 0. \quad (13.60)$$

Границные условия III рода на внешней границе тела ($X = 1$) в безразмерном виде:

$$-\frac{\partial \tilde{C}}{\partial X}\bigg|_{X=1} = Bi_D \cdot \tilde{C}_w, \quad (13.61)$$

где диффузионный критерий Био равен

$$Bi_D = \frac{\beta R}{D}. \quad (13.62)$$

Для понятия физического смысла диффузионного критерия Био перепишем его в виде:

$$Bi_D = \frac{\beta}{(D/R)} \quad (13.63)$$

и в виде

$$Bi_D = \frac{R/D}{1/\beta}. \quad (13.64)$$

Анализ формулы (13.63) показывает, что диффузионный критерий Био *характеризует* отношение интенсивности внешнего массообмена (β) к интенсивности внутреннего массопереноса (D/R). А формула (13.64) показывает, что диффузионный критерий Био *характеризует* отношение диффузионного сопротивления молекулярной диффузии (R/D) к диффузионному сопротивлению массоотдаче ($1/\beta$). По величине критерия Bi_D можно судить о том, какой вид массообмена внешний или внутренний, преобладает в каждом конкретном случае молекулярной диффузии в твердом теле. Данная информация необходима для выбора формулы расчета поля концентрации $\tilde{C}(X, F_D)$.

Решение краевой задачи молекулярной диффузии (13.58) – (13.61) формально совпадает с решением краевой задачи теории теплопроводности и в форме записи профессора Л.А. Бровкина приведено в § 5.5.3.1 первого тома учебника [45]. При использовании решения краевой задачи

теории теплопроводности для расчета поля концентраций необходимо во всех расчетных формулах в разделе § 5.5.3.1[45] заменить безразмерную температуру $\Theta(X, Fo)$ на безразмерную концентрацию $\tilde{C}(X, Fo_D)$, критерий Фурье (Fo) заменить на диффузионный критерий (Fo_D) и критерий Био (Bi) заменить на диффузионный критерий Био (Bi_D). Например, для расчета безразмерной концентрации $\tilde{C}(X, Fo_D)$ при регулярном режиме массообмена, который наступает с момента времени $Fo_D \geq 1/(3k)$, где k – коэффициент формы тела, формула для расчета безразмерной температуры $\Theta(X, Fo) = A_1 \Lambda_2(\mu_1 X) \exp(-\mu_1^2 Fo)$ [45] принимает вид:

$$\tilde{C}(X, Fo_D) = A_1 \Lambda_2(\mu_1 X) \exp(-\mu_1^2 Fo_D), \quad (13.65)$$

где A_1 , $\Lambda_2(\mu_1 X)$, μ_1 – параметры аналитического решения краевой задачи теории теплопроводности (см. § 5.5.3.1 [45]).

Для расчета поля безразмерной концентрации $\tilde{C}(X, Fo_D) = f(k, X, Fo_D, Bi_D)$ можно использовать и графический метод при помощи номограмм, который подробно изложен в разделе § 5.5.3.4 первого тома учебника [45]. График изменения безразмерной концентрации в пространстве и времени совпадает с графиком безразмерного температурного поля, изображенного на рис. 5.13 в разделе § 5.5.5 первого тома учебника [45].

Рассчитав поле безразмерной концентрации $\tilde{C}(X, Fo_D)$, концентрацию *распределяемого* вещества в твердом теле находят из формулы (13.57):

$$C = C_f - \tilde{C} \cdot (C_f - C_0). \quad (13.66)$$

Замечание. В научно-технической литературе иногда процесс молекулярной диффузии в твердых телах по аналогии с

теплопроводностью называют *массопроводностью*. В этом случае закон Фика называют *законом массопроводности*, а коэффициент молекулярной диффузии – *коэффициентом массопроводности*.

§ 13.2. Массопередача

Рассмотрим процесс массопередачи в стационарном режиме массообмена через пористую стенку, разделяющую две текучие среды с разной концентрацией примеси, которую характеризуют парциальной плотностью i - того компонента смеси ρ_i , $\text{кг}/\text{м}^3$ или относительной массовой концентрацией этого компонента C_i , $\text{кг}/\text{кг}$. В этом случае возникает градиент концентрации, который приводит к переносу массы через стенку или к *массопередаче* i - того компонента смеси через стенку (рис. 13.1).

Процесс массопередачи аналогичен процессу теплопередачи и включает в себя три этапа:

- массоотдача от первого флюида с высокой концентрацией примеси к стенке;
- диффузия примеси в пористой стенке (массопроводность в стенке);
- массоотдача от стенки ко второму флюиду с низкой концентрацией примеси.

Расчет плотности потока массы i - того компонента примеси через пористую плоскую стенку выполняют по формуле аналогичной формуле для расчета поверхностной плотности теплового потока при теплопередаче через плоскую стенку, которая имеет вид [45]:

$$q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = k \cdot (T_{f1} - T_{f2}) = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{R_t}. \quad (13.67)$$

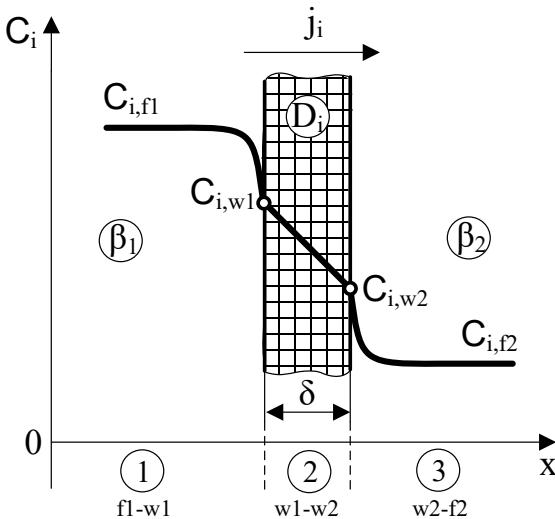


Рис. 13.1. Массопередача через плоскую стенку

В соответствии с аналогией переноса теплоты и массы ($q \leftrightarrow j_i$; $T \leftrightarrow C_i$; $h' = \rho c_p T \leftrightarrow \rho_i$; $\alpha \leftrightarrow \beta \rho$; $\lambda \leftrightarrow \lambda_D = \rho D_i$) заменим в формуле теплопередачи через плоскую стенку (13.67) параметры теплообмена на параметры массообмена и получим формулу для расчета *плотности потока массы* j_i через плоскую стенку в стационарном режиме массообмена, $\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$:

– для относительной массовой концентрации C_i , $\text{кг}/\text{кг}$

$$j_i = \frac{C_{i,f1} - C_{i,f2}}{\frac{1}{\rho \beta_1} + \frac{\delta}{\rho D_i} + \frac{1}{\rho \beta_2}} = k_C (C_{i,f1} - C_{i,f2}), \quad (13.68)$$

где коэффициент массопередачи k_C равен, $\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$,

$$k_C = \frac{1}{\frac{1}{\rho\beta_1} + \frac{\delta}{\rho D_i} + \frac{1}{\rho\beta_2}}; \quad (13.69)$$

– для парциальной плотности ρ_i , кг/м³

$$j_i = \frac{\rho_{i,f1} - \rho_{i,f2}}{\frac{1}{\beta_1} + \frac{\delta}{D} + \frac{1}{\beta_2}} = k_p (\rho_{i,f1} - \rho_{i,f2}), \quad (13.70)$$

где коэффициент массопередачи k_p равен, м/с,

$$k_p = \frac{1}{\frac{1}{\beta_1} + \frac{\delta}{D_i} + \frac{1}{\beta_2}}. \quad (13.71)$$

Замечание. Знаком «↔» обозначено соответствие или аналогия параметров теплообмена и массообмена.

Уравнения массопередачи (13.68) – (13.71) можно переписать, используя понятие сопротивления массопередаче. В этом случае:

– для относительной массовой концентрации C_i , кг/кг

$$j_i = \frac{C_{i,f1} - C_{i,f2}}{\frac{1}{\rho\beta_1} + \frac{\delta}{\rho D_i} + \frac{1}{\rho\beta_2}} = \frac{C_{i,f1} - C_{i,f2}}{R_C}, \quad (13.72)$$

где сопротивление массопередачи R_C равно, (с·м²)/кг,

$$R_C = \frac{1}{\rho\beta_1} + \frac{\delta}{\rho D_i} + \frac{1}{\rho\beta_2}; \quad (13.73)$$

– для парциальной плотности ρ_i , кг/м³

$$j_i = \frac{\rho_{i,f1} - \rho_{i,f2}}{\frac{1}{\beta_1} + \frac{\delta}{D_i} + \frac{1}{\beta_2}} = \frac{\rho_{i,f1} - \rho_{i,f2}}{R_p}, \quad (13.74)$$

где сопротивление массопередачи R_p равно, с/м,

$$R_p = \frac{1}{\beta_1} + \frac{\delta}{D_i} + \frac{1}{\beta_2}. \quad (13.75)$$

Алгоритм расчета массопередачи совпадает с алгоритмом расчета теплопередачи и изложен в разделе § 4.4.4 первого тома учебника [45].

§ 13.3. Аналогия переноса теплоты и массы

Тепломассообмен (тепло- и массообмен) – научная дисциплина, в которой изучают законы переноса теплоты и массы в сплошных средах при экспериментальном и математическом исследовании теплообмена и массообмена, не учитывая, как правило, микрофизическое строение вещества. Основанием для совместного изучения процессов теплопереноса и массопереноса в сплошных средах служит аналогия математического описания этих процессов. Заметим, что не только массообмен изучают на основе законов теплообмена, но и экспериментальная информация, полученная при исследовании массопереноса, используется для расчета теплопереноса. Аналогия математического описания процессов теплообмена и массообмена приведена в таблице 13.1, в которой представлено соответствие термических и массообменных параметров, потоков теплоты и массы, а также показана аналогия молекулярного и конвективного переноса теплоты и массы и аналогия стационарного процесса переноса теплоты и массы через плоскую стенку.

Таблица 13.1

Аналогия математического описания теплообмена
и массообмена

Название	Теплообмен	Массообмен
Параметр	а) температура: $T, [{}^{\circ}\text{C}]$ или $[\text{K}]$; б) удельная энталпия (внутренняя энергия): $h' = \rho h$ ($u' = \rho u$) $[\text{Дж}/\text{м}^3]$	а) относительная массовая концентрация: $C_i, [\text{кг}/\text{кг}]$; б) объемная концентрация (парциальная плотность) $\rho_i,$ $[\text{кг}/\text{м}^3]$
Поле параметра	а) температурное поле: $T(x_i, \tau),$ $[{}^{\circ}\text{C}]$ или $[\text{K}]$ б) поле удельной энталпии: $h'(x_i, \tau), [\text{Дж}/\text{м}^3]$	а) поле относительной массовой концентрации: $C_i(x_j, \tau), [\text{кг}/\text{кг}]$ б) поле объемной концентрации: $\rho_i(x_j, \tau), [\text{кг}/\text{м}^3]$
Субстанция	Теплота: $Q_t,$ $[\text{Дж}]$	Масса i -го компонента смеси: $M_i, [\text{кг}]$
Поток субстанции	Тепловой поток: \vec{Q} $[\text{Дж}/\text{с} = \text{Вт}]$	Поток массы i -го компонента смеси: $\vec{m}_i, [\text{кг}/\text{с}]$
Плотность потока субстанции	Плотность теплового потока: $\vec{q},$ $[\text{Дж}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)] =$ $[\text{Вт}/\text{м}^2]$	Плотность потока массы: $\vec{j}_i, [\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)]$

Продолжение табл. 13.1
 Аналогия математического описания теплообмена
 и массообмена

Название	Теплообмен	Массообмен
<i>Диффузионный (молекулярный) перенос</i>		
Градиент поля параметра	<p>а) градиент температурного поля:</p> $\nabla(T) = \frac{\partial T}{\partial n} \vec{n}_0,$ $\left[\frac{^0C}{M} = \frac{K}{M} \right];$ <p>б) градиент поля удельной энталпии:</p> $\nabla(T) = \frac{\partial h'}{\partial n} \vec{n}_0,$ $\left[\frac{Дж / M^3}{M} \right]$	<p>а) градиент относительной массовой концентрации:</p> $\nabla(C_i) = \frac{\partial C_i}{\partial n} \vec{n}_0,$ $\left[\frac{кг / кг}{M} \right]$ <p>б) градиент объемной концентрации:</p> $\nabla(\rho_i) = \frac{\partial \rho_i}{\partial n} \vec{n}_0,$ $\left[\frac{кг / M^3}{M} \right]$
Закон молекулярного переноса	<p>Закон Фурье:</p> <p>а) при использовании в расчетах T :</p> $\vec{q} = -\lambda \cdot \text{grad}(T);$ <p>б) при использовании в расчетах h' :</p> $\vec{q} = -a \cdot \text{grad}(h')$	<p>Закон Фика:</p> <p>а) при использовании в расчетах C_i :</p> $\vec{j}_i = -\lambda_D \cdot \text{grad}(C_i),$ <p>где $\lambda_D = \rho D_i$;</p> <p>б) при использовании в расчетах ρ_i :</p> $\vec{j}_i = -D_i \cdot \text{grad}(\rho_i).$

Продолжение табл. 13.1

Аналогия математического описания теплообмена
и массообмена

Название	Теплообмен	Массообмен
Коэффициенты переноса	<p>а) при использовании в расчетах T: коэффициент теплопроводности λ, [Bt/(m·K)];</p> <p>б) при использовании в расчетах h': коэффициент температуропроводности a, [m²/c]</p>	<p>а) при использовании в расчетах C_i: коэффициент массопроводности $\lambda_D = \rho D_i$, [kg/(c·m)];</p> <p>б) при использовании в расчетах ρ_i: коэффициент диффузии D, [m²/c]</p>
Дифференциальное уравнение молекулярного переноса	<p>Дифференциальное уравнение теплопроводности: а) при использовании в расчетах T: $\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T;$ </p> <p>б) при использовании в расчетах h': $\frac{\partial h'}{\partial \tau} = a \nabla^2 h'$ </p>	<p>Дифференциальное уравнение молекулярной диффузии: а) при использовании в расчетах C_i: $\frac{\partial C_i}{\partial \tau} = D \nabla^2 C_i;$ </p> <p>б) при использовании в расчетах ρ_i: $\frac{\partial \rho_i}{\partial \tau} = D \nabla^2 \rho_i$ </p>

Продолжение табл. 13.1

Аналогия математического описания теплообмена
и массообмена

Название	Теплообмен	Массообмен
Критерии подобия молекулярного переноса	<p>а) критерий Фурье</p> $Fo = \frac{a \cdot \tau}{R^2};$ <p>б) критерий Био</p> $Bi = \frac{\alpha R}{\lambda};$ <p>в) безразмерная температура</p> $\Theta = \frac{T_f - T}{T_f - T_0}$	<p>а) диффузионный критерий Фурье</p> $Fo_D = \frac{D \cdot \tau}{R^2};$ <p>б) диффузионный критерий Био</p> $Bi_D = \frac{\beta R}{D};$ <p>в) безразмерная концентрация</p> $\tilde{C} = \frac{C_f - C}{C_f - C_0}$
Конвективный перенос		
Конвективный перенос в объеме текущей среды	<p>Конвективный теплообмен:</p> <p>а) при использовании в расчетах T:</p> $\vec{q}_{\text{кто}} = \vec{q}_{\text{конд}} + \vec{q}_{\text{конв}} = -\lambda_f \nabla T + \rho \vec{w} h$ <p>б) при использовании в расчетах h':</p> $\vec{q}_{\text{кто}} = \vec{q}_{\text{конд}} + \vec{q}_{\text{конв}} = -a \nabla h' + \vec{w} h'$	<p>Конвективный массообмен:</p> <p>а) при использовании в расчетах C_i:</p> $\vec{j}_{\text{кмо}} = \vec{j}_{\text{дифф}} + \vec{j}_{\text{конв}} = -\rho D_i \nabla C_i + \rho \vec{w} C_i$ <p>б) при использовании в расчетах ρ_i:</p> $\vec{j}_{\text{кмо}} = \vec{j}_{\text{дифф}} + \vec{j}_{\text{конв}} = -D_i \nabla \rho_i + \vec{w} \rho_i$

Продолжение табл. 13.1

Аналогия математического описания теплообмена
и массообмена

Название	Теплообмен	Массообмен
Конвектив- ный перенос на границе раз- дела сред: флюид- стенка (f-w)	<p>Конвективная тепло- отдача:</p> <p>а) при использовании в расчетах T:</p> $q_w = \alpha \cdot T_f - T_w $ <p>б) при использовании в расчетах h':</p> $q_w = \alpha_h \cdot h'_f - h'_w ,$ <p>где $\alpha_h = \alpha / (\rho c_p)$</p>	<p>Конвективная массоот- дача:</p> <p>а) при использовании в расчетах C_i:</p> $j_{i,w} = \beta \cdot \rho C_{i,f} - C_{i,w} $ <p>б) при использовании в расчетах ρ_i:</p> $j_{i,w} = \beta \cdot \rho_{i,f} - \rho_{i,w} $
Дифферен- циальное уравнение конвектив- ного переноса	<p>Дифференциальное уравнение конвективного теплообмена:</p> <p>а) при использовании в расчетах T:</p> $\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla T = a \nabla^2 T ;$ <p>б) при использовании в расчетах h':</p> $\frac{\partial h'}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla h' = a \nabla^2 h'$	<p>Дифференциальное уравнение конвективной диффузии:</p> <p>а) при использовании в расчетах C_i:</p> $\frac{\partial C_i}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla C_i = D_i \nabla^2 C_i$ <p>б) при использовании в расчетах ρ_i:</p> $\frac{\partial \rho_i}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla \rho_i = D_i \nabla^2 \rho_i$

Продолжение табл. 13.1

Аналогия математического описания теплообмена
и массообмена

Название	Теплообмен	Массообмен
Критерии подобия конвективного переноса	<p>а) Критерий Фурье</p> $Fo = \frac{a\tau}{R_0^2};$ <p>б) Критерий Пекле</p> $Pe = \frac{wR_0}{a}$ <p>в) Критерий Прандтля</p> $Pr = \frac{v}{a}$ <p>г) Критерий Нуссельта</p> $Nu = \frac{\alpha R_0}{\lambda_f}$	<p>а) Диффузионный критерий Фурье</p> $Fo_D = \frac{D_i \tau}{R_0^2};$ <p>б) Диффузионный критерий Пекле</p> $Pe_D = \frac{wR_0}{D_i}$ <p>в) Критерий Шмидта (Прандтль диффузионный)</p> $Sc \equiv Pr_D = \frac{v}{D_i}$ <p>г) Критерий Шервуда (Нуссельт диффузионный)</p> $Sh \equiv Nu_D = \frac{\beta R_0}{D_i}$

Продолжение табл. 13.1

Аналогия математического описания теплообмена
и массообмена

Название	Теплообмен	Массообмен
Передача через плоскую стенку		
Коэффици- ент пере- дачи суб- станции че- рез плоскую стенку в стационар- ном режиме	<p>Коэффициент тепло- передачи: а) при использовании в расчетах T, [$\text{Bt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$]:</p> $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}};$ <p>б) при использовании в расчетах h', [м/с]:</p> $k_h = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{h,1}} + \frac{\delta}{D} + \frac{1}{\alpha_{h,2}}},$ <p>где $\alpha_h = \alpha / (\rho c_p)$</p>	<p>Коэффициент массопе- редачи: а) при использовании в расчетах C_i, $\text{kg}/(\text{c} \cdot \text{m}^2)$:</p> $k_C = \frac{1}{\frac{1}{\rho \beta_1} + \frac{\delta}{\lambda_D} + \frac{1}{\rho \beta_2}},$ <p>где $\lambda_D = \rho D_i$;</p> <p>б) при использовании в расчетах ρ_i, [м/с]:</p> $k_\rho = \frac{1}{\frac{1}{\beta_1} + \frac{\delta}{D_i} + \frac{1}{\beta_2}}$

Продолжение табл. 13.1

Аналогия математического описания теплообмена
и массообмена

Название	Теплообмен	Массообмен
Сопротивление передачи субстанции через плоскую стенку в стационарном режиме	<p>Термическое сопротивление теплопередачи:</p> <p>а) при использовании в расчетах T, $[(\text{м}^2 \cdot \text{К})/\text{Вт}]$:</p> $R_t = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2};$ <p>б) при использовании в расчетах h', $[\text{с}/\text{м}]$:</p> $R_h = \frac{1}{\alpha_{h,1}} + \frac{\delta}{a} + \frac{1}{\alpha_{h,2}}$ <p>где $\alpha_h = \alpha / (\rho c_p)$</p>	<p>Сопротивление массопередачи:</p> <p>а) при использовании в расчетах C_i, $[(\text{с} \cdot \text{м}^2)/\text{кг}]$:</p> $R_C = \frac{1}{\rho \beta_1} + \frac{\delta}{\lambda_D} + \frac{1}{\rho \beta_2},$ <p>где $\lambda_D = \rho D_i$</p> <p>б) при использовании в расчетах ρ_i, $[\text{с}/\text{м}]$:</p> $R_\rho = \frac{1}{\beta_1} + \frac{\delta}{D_i} + \frac{1}{\beta_2}$

**Контрольные вопросы
по материалам тринадцатой главы**

1. Укажите аналогию передачи теплоты и массы через плоскую стенку.
2. Укажите аналогию конвективного переноса теплоты и массы.
3. Укажите аналогию молекулярного переноса теплоты и массы.
4. Напишите дифференциальное уравнение конвективной диффузии.

5. Перечислите условия однозначности для решения краевой задачи конвективной диффузии (КЗКД).
6. Опишите суть инженерного метода расчета конвективного массообмена.
7. Назовите определяемые и определяющие критерии конвективного массообмена.
8. Напишите формулу Льюиса и укажите область ее применения.
9. Напишите дифференциальное уравнение молекулярной диффузии.
10. Сформулируйте краевую задачу теории молекулярной диффузии.
11. Перечислите условия однозначности для решения краевой задачи молекулярной диффузии (КЗМД).
12. Опишите процесс массопередачи через плоскую проницаемую стенку.
13. Напишите формулу для расчета коэффициента массопередачи через плоскую проницаемую стенку.
14. Назовите физический смысл диффузионного критерия Био (Bi_D).
15. Напишите формулу для расчета сопротивления массопередачи через плоскую проницаемую стенку.
16. Изобразите график изменения концентрации при массопередаче через плоскую проницаемую стенку.

ГЛАВА 14. АНАЛОГИЯ ПЕРЕНОСА В НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМАХ

В неравновесных системах – системах, в которых происходит обмен тепловой и электрической энергией, массой или импульсом в *стационарном* или *нестационарном* режимах, аналогия переноса субстанции проявляется «*в поразительной аналогичности дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений. Разумеется ... аналогия не означает тождества*»¹. Аналогичное протекание процессов переноса разной физической природы расширяет возможности изучения тепломассообмена за счет создания натурных моделей, в которых проведение эксперимента проще.

§ 14.1. Аналогия переноса теплоты, массы и импульса

Аналогия молекулярного и конвективного переноса теплоты и массы в рамках изучения дисциплины ТМО рассмотрена в разделе § 13.3. Однако в текучих средах наряду с переносом теплоты и массы происходит и непрерывный обмен импульсом между элементарными объемами жидкости или газа. Рассмотрим аналогию молекулярного и конвективного переноса тепловой формы энергии (теплоты), массы и импульса, используемых в расчетах теплообмена, массообмена и механики жидкости и газа. Для краткости изложения при описании характеристик всех трех величин (теплоты, массы и импульса) применим термин «субстанция», которым будем называть параметры термодинамической системы, *существующие независимо друг от друга*.

¹ Ленин В.И. Материализм и эмпириокритицизм / В.И. Ленин // полн. собр. соч. 5, Т. 18.- М.: Политическая литература, 1968. – 525 с.

§ 14.1.1. Аналогия молекулярного переноса субстанции

Рассмотрим аналогию молекулярного переноса трех субстанций (тепловой формы энергии (теплоты), массы и импульса), используемых в теплотехнике и, соответственно, в расчетах теплообмена, массообмена и механики жидкости и газа. Для этого запишем основные параметры и законы переноса теплоты, массы и импульса с указанием размерности физических величин.

Субстанция:

- теплота Q_τ , [Дж];
- масса M_i , [кг];
- импульс $\vec{I} = M \cdot \vec{w}$, $\left[\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$,

где M_i – масса i -го компонента смеси, кг; M – масса элементарного объема текучей среды, кг; \vec{w} – скорость элементарного объема текучей среды, м/с.

Поток субстанции:

- тепловой поток, $\left[\frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт} \right]$:
- $$\vec{Q} = \frac{dQ_\tau}{d\tau} \vec{n}_0; \quad (14.1)$$

- поток массы i -го компонента смеси, $\left[\frac{\text{кг}}{\text{с}} \right]$:
- $$\vec{m}_i = \frac{dM_i}{d\tau} \vec{n}_0; \quad (14.2)$$
- поток импульса или сила, $\left[\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{1}{\text{с}} = \text{Н} \right]$:

$$\vec{f} = \frac{d\vec{I}}{d\tau} = \frac{d(M \cdot \vec{w})}{d\tau}, \quad (14.3)$$

где τ – время, с.

Плотность потока субстанции:

– плотность теплового потока, $\left[\frac{B_T}{M^2} \right]$:

$$\vec{q} = \frac{d^2 Q_\tau}{d\tau \cdot dF} \vec{n}_0 = \frac{d\vec{Q}}{dF}; \quad (14.4)$$

– плотность потока массы i – того компонента смеси,

$$\left[\frac{kg}{c \cdot m^2} \right]:$$

$$\vec{j}_i = \frac{dM_i}{d\tau} \vec{n}_0 = \frac{d\vec{m}_i}{d\tau}; \quad (14.5)$$

– плотность потока импульса или напряжение, $\left[\frac{H}{M^2} \right]$:

$$\sigma_{ij} = \frac{df}{dF}, \quad (14.6)$$

где σ_{ij} – касательное напряжение трения в ламинарном потоке текучей среды при $i \neq j$, где i и j – обозначение ортогональных координат.

Закон молекулярного переноса субстанции:

– закон переноса теплоты (закон Фурье) в энергетической форме записи:

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T = -a \rho c_p \nabla T = -a \nabla h', \quad (14.7)$$

где $h' = \rho h = \rho c T$ – удельная объемная энталпия, Дж/м³;

a – коэффициент температуропроводности, м²/с; ρ – плотность, кг/м³;

– закон переноса массы – закон Фика:

$$\vec{j}_i = -\rho D_i \nabla C_i = -D_i \nabla(\rho C_i) = -D_i \nabla \rho_i, \quad (14.8)$$

где D_i – коэффициент молекулярной диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$; ρ_i – объемная концентрация i – го компонента смеси, $\text{кг}/\text{м}^3$;

– закон переноса импульса – закон вязкого трения Ньютона:

$$\sigma_{ij} = \mu \nabla(\vec{w}) = v \nabla(\rho \vec{w}), \quad (14.9)$$

где $\mu = \rho v$ – динамический коэффициент вязкости, $\text{Па}\cdot\text{с}$; ρ – плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$; v – кинематический коэффициент вязкости, $\text{м}^2/\text{с}$; $\rho \vec{w}$ – объемная плотность импульса, $\left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}\right) / \text{м}^3$.

Анализ вышеизложенной информации позволяет сделать вывод о полной аналогии молекулярных механизмов переноса теплоты, массы и импульса, имеющих разную физическую природу, потому что они подчиняются одному закону переноса, который формулируется следующим образом.

Плотность потока субстанции прямо пропорциональна градиенту объемной плотности субстанции $[\nabla h', \nabla \rho_i, \nabla(\rho \vec{w})]$, который выступает в качестве движущей силы процесса переноса. Коэффициент пропорциональности в законе переноса (a , D_i , v) называют коэффициентом переноса субстанции. Коэффициент переноса теплоты, массы и импульса имеет одинаковую размерность $[\text{м}^2/\text{с}]$.

§ 14.1.2. Аналогия конвективного переноса субстанции

Конвективный перенос субстанции (теплоты, массы и импульса) происходит в текучих средах за счет

перемещения макрообъемов среды одновременно с молекулярным переносом, поскольку существует неравновесное поле субстанции и макрообъемы состоят из микрочастиц среды.

Для анализа аналогии конвективного переноса теплоты, массы и импульса запишем дифференциальные уравнения конвективного переноса:

– уравнение переноса энергии – дифференциальное уравнение Фурье-Кирхгофа

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla T = a \nabla^2 T; \quad (14.10)$$

– уравнение переноса массы – дифференциальное уравнение конвективной диффузии

$$\frac{\partial C_{f,i}}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla C_{f,i} = D_{f,i} \nabla^2 C_{f,i}; \quad (14.11)$$

– уравнение переноса импульса – дифференциальное уравнение Навье-Стокса

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla \vec{w} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + v \nabla^2 \vec{w}. \quad (14.12)$$

Анализ дифференциальных уравнений переноса (14.10), (14.11) и (14.12) показывает, что аналогия конвективного и молекулярного переноса субстанции наблюдается только при отсутствии или малости градиента давления ($\nabla p \rightarrow 0$) и допущении малости гравитационных сил ($f_g \equiv g$) по сравнению с силой инерции ($f_{ин} \equiv \vec{w} \nabla \vec{w}$) и силой трения ($f_{тр} \equiv v \nabla^2 \vec{w}$) в уравнении переноса импульса (при условии $f_g \ll (f_{ин}, f_{тр})$). В этом случае дифференциальное уравнение Навье-Стокса (14.12) записывают в виде аналогичном записи дифференциального уравнения Фурье-Кирхгофа

(14.10) и дифференциального уравнения конвективной диффузии (14.11):

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla \vec{w} = v \nabla^2 \vec{w}. \quad (14.13)$$

Таким образом, в тепломассообменных аппаратах, в которых объемные силы (силы гравитации) и силы давления малы по сравнению с силами инерции и силами вязкого трения, наблюдается полная *аналогия* конвективного переноса теплоты, массы и импульса, которая выражается в аналогичной записи дифференциальных уравнений конвективного переноса субстанции (14.10), (14.11) и (14.13).

§ 14.2. Электрическая аналогия переноса теплоты и массы

§ 14.2.1. Идея метода электрической аналогии

Для получения информации о полях температуры и концентрации, а также о потоках теплоты и массы в неравновесных термодинамических системах применяют электрические устройства – *электроинтеграторы*, принцип действия которых основан на аналогии переноса электрической энергии по проводнику и процессов тепломассообмена. Данный метод – метод *электротепловой* и *электромассовой* аналогии является экспериментальным и требует соответствующего измерительного оборудования.

По форме записи закон переноса электрического заряда (закон Ома) аналогичен закону теплопроводности (закон Фурье) и закону диффузии (закон Фика):

– закон Ома [7]

$$\vec{j}_3 = -\sigma_3 \nabla \varphi_3; \quad (14.14)$$

– закон Фурье (14.7)

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T;$$

– закон Фика (14.8)

$$\vec{j}_i = -\rho D_i \nabla C_i = -\lambda_D \nabla C_i,$$

где \vec{j}_i – плотность потока электрического заряда, A/m^2 ;
 $\nabla \varphi$ – градиент электрического потенциала, V/m ; σ – коэффициент электрической проводимости, $1/(Ом\cdot м)$;
 \vec{q} – плотность теплового потока, $Вт/m^2$; λ – коэффициент теплопроводности, $Вт/(м\cdot К)$; ∇T – градиент температурного поля, K/m ; \vec{j}_i – плотность потока массы i - того компонента смеси, $кг/(с\cdot м^2)$; $\lambda_D = \rho D_i$ – коэффициент массопроводности, $кг/(с\cdot м)$; ∇C_i – градиент относительной массовой концентрации, $(кг/кг)/м$.

Изменение состояния технической системы *во времени* зависит от емкости этой системы [7]:

– изменение электрического заряда

$$dq_3|_{\tau} = C_3 d\varphi|_{\tau} = C_3 \frac{\partial \varphi}{\partial \tau_3} d\tau_3; \quad (14.15)$$

– изменение количества теплоты

$$dQ_{\tau}|_{\tau} = C_T dT|_{\tau} = C_T \frac{\partial T}{\partial \tau_T} d\tau_T; \quad (14.16)$$

– изменение массы i - того компонента смеси

$$dM_i|_{\tau} = C_M dC_i|_{\tau} = C_M \frac{\partial C_i}{\partial \tau_M} d\tau_M, \quad (14.17)$$

где q_3 – электрический заряд в кулонах, $Кл$; C_3 – электрическая емкость в фарад, $Ф$; φ – электрический потенциал в вольтах, $В$; Q_{τ} – количество теплоты, $Дж$;

C_T – теплоемкость системы, Дж/К; T – температура, К (^0C); M_i – масса i - того компонента смеси, кг; C_M –емкость системы для i - того компонента смеси, кг; C_i – относительная массовая концентрация i - того компонента смеси, кг/кг; τ_ϕ , τ_T и τ_M – время переноса электрического заряда, теплоты и массы, с.

Для потоков электрической, тепловой и массовой субстанции изменение во времени равно:

$$dI = \frac{dq_\phi}{d\tau_\phi} = C_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \tau_\phi}; \quad (14.18)$$

$$dQ = \frac{dQ_T}{d\tau_T} = C_T \frac{\partial T}{\partial \tau_T}; \quad (14.19)$$

$$dm_i = \frac{dM_i}{d\tau_M} = C_M \frac{\partial C_i}{\partial \tau_M}, \quad (14.20)$$

где I – электрический ток, Кл/с = А; τ_ϕ , τ_T и τ_M – время переноса электрического заряда, теплоты и массы, с; Q – тепловой поток, Дж/с = Вт; m_i – поток массы i - того компонента смеси, кг/с.

Дифференциальные уравнения переноса электрической, тепловой и массовой субстанции имеют вид:

– уравнение электропроводности

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau_\phi} = a_\phi \nabla^2 \phi; \quad (14.21)$$

– уравнение теплопроводности (5.29) [45]

$$\frac{\partial T}{\partial \tau_T} = a \nabla^2 T;$$

– уравнение молекулярной диффузии (13.32)

$$\frac{\partial C_i}{\partial \tau_m} = D \nabla^2 C_i,$$

где a_3 – коэффициент переноса электричества, $\text{м}^2/\text{с}$;
 a – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$; D – коэффициент диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$.

Коэффициент переноса электричества a_3 можно записать, используя аналогию с переносом тепловой энергии, в виде:

$$a_3 = \frac{\sigma_3}{C_3 / V_3} = \frac{L_3}{R_3 \cdot F_3} \cdot \frac{L_3 \cdot F_3}{C_3} = \frac{1}{(R_3 / L_3) \cdot (C_3 / L_3)}, \quad (14.22)$$

где $\sigma_3 = L_3 / (R_3 \cdot F_3)$ – коэффициент электрической проводимости, $1/(\text{Ом} \cdot \text{м})$; R_3 – электрическое сопротивление, Ом ;
 C_3 – электрическая емкость, Φ ; $V_3 = L_3 \cdot F_3$ – объем проводника, м^3 ; F_3 – площадь поперечного сечения проводника, м^2 ;
 L_3 – длина проводника, м .

В интегральной форме записи закона Ома (14.14) принимает вид:

$$I = \frac{U}{R_3} = \frac{U}{\sum_{k=1}^n R_{3,k}}, \quad (14.23)$$

где I – ток, А ; U – разность потенциалов на концах проводника, В ; R_3 и $R_{3,k}$ – электрическое сопротивление проводника и электрическое сопротивление k -того участка электрической цепи, состоящей из n участков, Ом .

Электрическое сопротивление рассчитывают по формуле:

$$R_3 = \rho_3 \cdot \frac{L_3}{F_3} = \frac{1}{\sigma_3} \cdot \frac{L_3}{F_3}, \quad (14.24)$$

где ρ_3 – удельное электрическое сопротивление, Ом·м; σ_3 – коэффициент электрической проводимости, 1/(Ом·м); L_3 – длина проводника, м; F_3 – площадь поперечного сечения проводника, м².

Коэффициенты ρ_3 и σ_3 связаны между собой соотношением:

$$\rho_3 \cdot \sigma_3 = 1. \quad (14.25)$$

В *стационарном* процессе теплопередачи и массопередачи также наблюдается аналогия переноса теплоты, массы и электрического заряда, которая видна из анализа формул:

$$I = \frac{U}{R_3}; \quad Q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{R_{t,F}}; \quad m_i = \frac{C_{i,f1} - C_{i,f2}}{R_{C,F}}, \quad (14.26)$$

где I – электрический ток, А; Q – тепловой поток, Вт; m_i – поток массы i - того компонента смеси, кг/с; R_3 – электрическое сопротивление участка цепи, Ом; $R_{t,F}$ – термическое сопротивление теплопередачи через плоскую стенку площадью F (см. § 1.7 [45]), К/Вт; $R_{C,F}$ – сопротивление массопередачи через плоскую стенку площадью F (см. § 13.2), с/кг.

Сопротивления теплопередачи и массопередачи через плоскую стенку площадью F получим, разделив $R_{t,F}$ (формул (4.35) [45]) и $R_{C,F}$ (формула (13.58)) на площадь поверхности теплообмена или массообмена:

$$R_{t,F} = \frac{R_t}{F} = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) \cdot \frac{1}{F}; \quad (14.27)$$

$$R_{C,F} = \frac{R_C}{F} = \left(\frac{1}{\rho\beta_1} + \frac{\delta}{\rho D_i} + \frac{1}{\rho\beta_2} \right) \cdot \frac{1}{F}. \quad (14.28)$$

Анализируя математическое описание переноса электричества, теплоты и массы, можно сделать вывод о том, что законы переноса электрического заряда, теплоты и массы, формулы для расчета емкости всех систем, дифференциальные уравнения переноса электрической, тепловой и массовой субстанции и, наконец, формулы для расчета теплопередачи, массопередачи и переноса электрического заряда в стационарном режиме *абсолютно аналогичны*, что и позволяет использовать метод *электротепловой* и *электромассовой* аналогии на практике.

Исследование теплообмена и массообмена при помощи электрической аналогии выполняют при помощи электрических моделей в виде электрических цепей. В этом случае область исследования разбивают на ряд объемов и каждому конечному объему приписывают свою электрическую емкость (аналог теплоемкости) и электрическое сопротивление (аналог термического сопротивления). Потенциал в любой точке электрической модели соответствует температуре, а электрический ток – тепловому потоку. Разность потенциалов (напряжение) моделирует перепад температур в тепловой системе. Такие электрические модели называют *моделями с сосредоточенными параметрами*.

Замечание. Аналоговые вычислительные машины – электрические интеграторы в СССР изготавливали на заводах счетной техники промышленным способом. В настоящее время метод электрической аналогии используют для проверки адекватности численного моделирования ответственных объектов в специальных лабораториях.

§ 14.2.2. Пример использования метода электротепловой аналогии

В качестве примера расчета теплообмена методом *электротепловой* аналогии, рассмотрим перенос теплоты через

непроницаемую двухслойную плоскую стенку, моделирующую ограждение здания, в стационарном и нестационарном (переходном от одного стационарного состояния системы к другому) режимах теплообмена.

На рис. 14.1 представлено температурное поле в плоской стенке для двух случаев стационарной теплопередачи:

- от внутренней среды с температурой T_{f1} к окружающей среде с температурой T_{f2} ;
- от внутренней среды с температурой T_{f1}^* к окружающей среде с температурой T_{f2}^* .

Для теплопередачи, показанной на рис. 14.1, наблюдаем четыре участка теплообмена:

1. Теплоотдача от внутренней среды к стенке;
2. Теплопроводность в первом слое стенки;
3. Теплопроводность во втором слое стенки;
4. Теплоотдача от стенки к внешней среде.

В стационарном режиме теплопередачи и при допущении независимости коэффициентов теплопроводности от температуры расчет температурного поля в двухслойной стенке заключается в определении всего трех температур – температуры поверхностей (T_{w1} и T_{w2}) и температуры на границе идеального контакта слоев (T_{12}), потому что температура в стенке изменяется линейно. В этом случае термическое сопротивление теплопроводности каждого слоя стенки (участки 2 и 3 теплообмена) можно заменить только одним эквивалентным электрическим сопротивлением:

$$R_{s2} \equiv R_{t2,F} = \frac{\delta_1}{\lambda_1} \cdot \frac{1}{F}; \quad (14.29)$$

$$R_{s3} \equiv R_{t3,F} = \frac{\delta_2}{\lambda_2} \cdot \frac{1}{F}, \quad (14.30)$$

где δ_1 и δ_2 – толщины слоев, м; λ_1 и λ_2 – коэффициенты теплопроводности слоев, Вт/(м·К); F – площадь поверхности стенки, м².

Аналогично термические сопротивления теплоотдачи моделируют электрическими сопротивлениями:

$$R_{\vartheta 1} \equiv R_{t1,F} = \frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{1}{F}; \quad (14.31)$$

$$R_{\vartheta 4} \equiv R_{t4,F} = \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{1}{F}. \quad (14.32)$$

Электрическая модель теплопередачи при неизменной во времени температуре в помещении (T_{f1} или T_{f1}^*) и постоянной температуре окружающей среды (T_{f2} или T_{f2}^*) приведена на рис. 14.2, для которой потенциалы U_1 и U_1^* соответствуют температурам T_{f1} и T_{f1}^* , а потенциалы U_2 и U_2^* – температурам T_{f2} и T_{f2}^* .

Электрическая модель на рис. 14.2 позволяет исследовать теплопередачу в широком диапазоне коэффициентов теплоотдачи, геометрических размеров слоев и их теплофизических свойств, путем изменения значения электрического сопротивления каждого участка при помощи переменного сопротивления. Заметим, что при экспериментальном исследовании теплопередачи методами *теории подобия* изменение термических сопротивлений теплоотдачи и термических сопротивлений теплопроводности в заданном диапазоне значений далеко нетривиальная и очень трудоёмкая задача, которую не всегда удается решить.

Нестационарный перенос теплоты через двухслойную непроницаемую стенку происходит при изменении во времени температуры текучих сред, которые разделяют стенка.

В качестве примера на рис. 14.1 приведено температурное поле в стенке при одновременном изменении температуры внутренней текучей среды от T_{f1} до T_{f1}^* и температуры внешней среды от T_{f2} до T_{f2}^* . При этом за время τ_* происходит перестройка температурного поля из одного стационарного состояния в другое стационарное состояние. На рис. 14.1 для одного из моментов времени τ_1 ($0 < \tau_1 < \tau_*$) штриховой линией показано изменение температуры по сечению стенки.

На рис. 14.3 показана электрическая схема, моделирующая переходный (из одного стационарного состояния в другое) нестационарный процесс теплопроводности в двухслойной плоской стенке. При нестационарной теплопроводности необходимо учитывать теплоемкость каждого слоя стенки, которая моделирует поглощение теплоты при нагреве слоя или выделение теплоты при его охлаждении. В самом простом случае теплоемкость первого слоя стенки C_{t2} (второй участок теплопередачи) в некотором масштабе соответствует электрической емкости C_{s2} , а теплоемкость C_{t3} второго слоя стенки соответствует электрической емкости C_{s3} . Электрическую емкость устанавливают в центр слоя. Поэтому каждый слой разбивают на два подслоя с электрическими сопротивлениями $R_{s2}/2$ и $R_{s3}/2$ соответственно.

При отключенных конденсаторах электрическая схема на рис. 14.3 тождественна электрической схеме на рис. 14.2 для моделирования стационарной теплопередачи.

Для увеличения точности моделирования каждый слой стенки необходимо условно разбивать на несколько подслоев со своим значением теплоемкости.

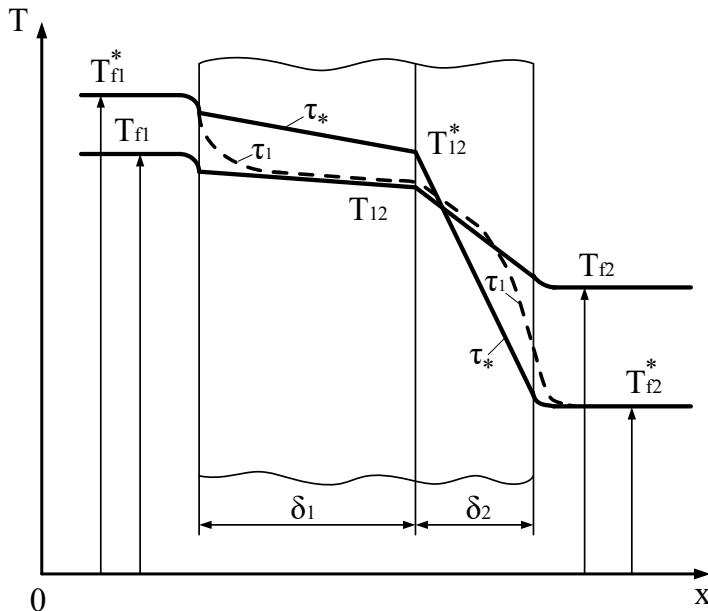


Рис. 14.1. Температурное поле при теплопередаче через двухслойную стенку

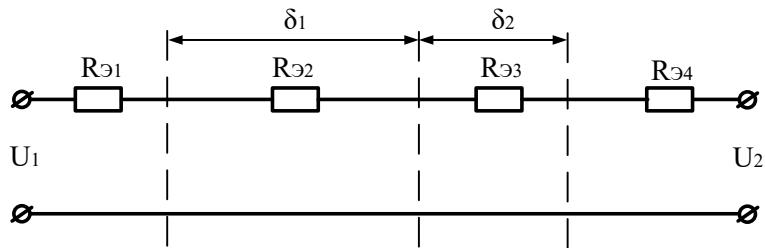


Рис. 14.2. Электрическая модель стационарной теплопередачи через двухслойную стенку

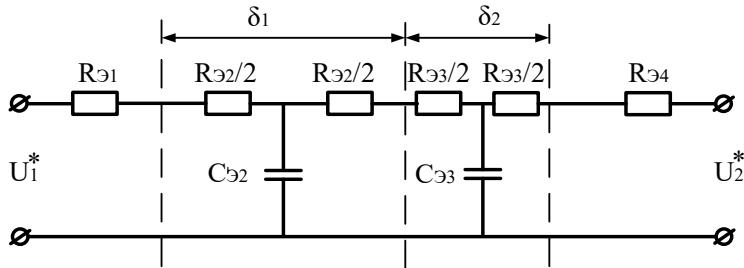


Рис. 14.3. Электрическая модель нестационарной теплопередачи через двухслойную стенку

В настоящее время основным методом исследования и получения информации о работе технических систем как на этапе их проектирования, так и при эксплуатации является теоретический метод компьютерного или математического моделирования. Однако результаты численных расчетов необходимо проверять опытным путем на физических моделях, к которым относятся и электрические модели, построенные по методу электротепловой и электромассовой аналогии.

Экспериментальный метод электрической аналогии тепломассообмена обладает невысокой точностью получаемых результатов, однако позволяет с незначительными, в сравнении с экспериментами по методу теории подобия затратами, воспроизводить исследуемые процессы переноса теплоты и массы с целью проверки достоверности теоретических расчетов.

Замечание 1. Электрическое моделирование процессов переноса массы выполняют по алгоритму электротепловой аналогии.

Замечание 2. В некоторых современных программных вычислительных комплексах, в которых имитируют (симулируют) процессы тепломассообмена, используют в том числе и принцип электротепловой и электромассовой аналогии для расчета полей температуры и концентрации, тепловых потоков и потоков массы путем замены краевой задачи ТМО на электрическую модель.

§ 14.3. Гидравлическая аналогия переноса теплоты и массы

Для решения дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа, к классу которых относятся дифференциальное уравнение теплопроводности и дифференциальное уравнение молекулярной диффузии, можно использовать гидравлическую аналогию переноса теплоты и переноса массы (объема) воды при ее ламинарном течении в трубах и каналах. Для подтверждения гидравлической аналогии кратко запишем основные соотношения для переноса теплоты и переноса массы воды.

Субстанция:

- теплота Q_τ , [Дж];
- объем воды V , [м^3].

Поток субстанции:

- тепловой поток (14.1), $\left[\frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт} \right]$:

$$\vec{Q} = \frac{dQ_\tau}{d\tau} \vec{n}_0;$$

- объемный расход воды $\left[\frac{\text{м}^3}{\text{с}} \right]$:

$$\dot{V} = \frac{dV}{d\tau_r}. \quad (14.33)$$

Изменение состояния технической системы *во времени* зависит от емкости этой системы:

- изменение количества теплоты (формула (14.16))

$$dQ_{\tau}|_{\tau} = C_T dT|_{\tau} = C_T \frac{\partial T}{\partial \tau_T} d\tau_T;$$

– изменение объема

$$dV|_{\tau} = C_r dH|_{\tau} = C_r \frac{\partial H}{\partial \tau_r} d\tau_r, \quad (14.34)$$

где T – температура, К (^0C); Q_{τ} – количество теплоты, Дж; C_T – теплоемкость системы, Дж/К; V – объем воды, m^3 ; \dot{V} – объемный расход воды, $\text{m}^3/\text{с}$; $C_r = F_r$ – емкость системы для воды, равная площади поперечного сечения канала F_r , m^2 ; H – гидравлический напор, равный высоте столба жидкости в капиллярном сосуде, м; τ_T и τ_r – время переноса теплоты и массы воды, с.

Изменение во времени теплового потока и объемного расхода воды можно найти по формулам:

$$\begin{aligned} dQ &= \frac{dQ_{\tau}}{d\tau_T} = C_T \frac{\partial T}{\partial \tau_T}; \\ \dot{dV} &= \frac{dV}{d\tau_r} = C_r \frac{\partial H}{\partial \tau_r}; \end{aligned} \quad (14.35)$$

где Q – тепловой поток, Дж/с = Вт; \dot{V} – объемный расход воды, $\text{m}^3/\text{с}$.

Дифференциальные уравнения переноса теплоты и массы (объема) воды имеют вид:

– уравнение теплопроводности (5.29) [45]

$$\frac{\partial T}{\partial \tau_T} = a \nabla^2 T;$$

– уравнение гидравлического напора

$$\frac{\partial H}{\partial \tau_r} = a_r \nabla^2 H, \quad (14.36)$$

где a_r – коэффициент переноса объемного расхода воды, который характеризует скорость изменения гидравлического напора (аналог коэффициента температуропроводности), $\text{м}^2/\text{с}$.

В стационарном процессе теплопередачи и переноса объемного расхода можно записать:

$$Q = \frac{\Delta T}{R_{t,F}}; \quad \dot{V} = \frac{\Delta H}{R_r}, \quad (14.37)$$

где Q – тепловой поток, Вт ; \dot{V} – объемный расход воды, $\text{м}^3/\text{с}$; ΔT – перепад температур, К ($^{\circ}\text{C}$); ΔH – перепад напоров в капиллярных трубках, м ; $R_{t,F}$ – термическое сопротивление теплопередачи через стенки площадью F (см. § 1.71 первого тома [45]), К/Вт ; R_r – гидравлическое сопротивление, $\text{с}/\text{м}^2$.

Анализ математического описания переноса теплоты и расхода (объема) воды полностью подтверждает аналогию этих процессов.

На основе гидротепловой аналогии в СССР был разработан «водянной компьютер» – гидроинтегратор инженера В.С. Лукьянова, который выпускался серийно. Гидравлическая модель представляла собой набор стеклянных сосудов, соединенных капиллярами с заранее рассчитанными гидравлическими сопротивлениями, которые в масштабе соответствуют термическим сопротивлениям. Каждый сосуд имел свою емкость, пропорциональную площади сечения трубы. Число сосудов равнялось числу слоев разбиения тела. Уровень воды в стеклянных трубках соответствует значению температуры в данном слое тела. Начальные условия моделировали заполнением всех сосудов водой до

заданного уровня. Границные условия изменяли поднятием и опусканием вручную граничных сосудов с водой. При расчете нестационарных процессов в заданные моменты времени перекрывали течение воды в гидроинтеграторе и измеряли уровни воды в трубках, по значению которых находили температуру, используя масштаб моделирования.

Замечание. В настоящее время гидроинтеграторы *не используют* для получения информации о процессах тепломассообмена. Отметим, что до появления цифровых электронно-вычислительных машин (прообраза современных компьютеров) гидроинтеграторы и электроинтеграторы были единственными аналоговыми вычислительными устройствами для решения краевых задач математической физики.

Контрольные вопросы по материалам четырнадцатой главы

1. Назовите признаки аналогии молекулярного переноса субстанции.
2. Назовите признаки аналогии конвективного переноса субстанции.
3. Назовите условия, при которых наблюдается аналогия конвективного переноса теплоты, массы и импульса.
4. Сформулируйте закон молекулярного переноса теплоты, массы и импульса.
5. Поясните идею электротепловой аналогии.
6. Поясните идею электромассовой аналогии.
7. Поясните идею гидравлической аналогии переноса теплоты и массы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кирпичев, М.В. Теплопередача: учебник для энергетических вузов / М.В. Кирпичев, М. А. Михеев, Л. С. Эйгенсон / Государственное энергетическое изд-во. - М-Л, 1940. – 292 с.
2. Михеев, М.А. Основы теплопередачи: учебник для энергетических и электротехнических вузов и факультетов / ГЭИ. - М-Л, 1956. – 390 с.- Издание третье, переработанное.
3. Шорин, С.Н. Теплопередача: учебное пособие / С.Н. Шорин. – М.: Высш. шк., 1964.– 490 с.
4. Теория тепломассообмена: учебник для технических университетов и вузов; под ред. А.И. Леонтьева. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. – 683 с.
5. Исаченко, В.П. Теплопередача: учебник для вузов / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
6. Михеев, М.А. Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.: Энергия, 1977. – 344 с.
7. Вейник, А.И. Техническая термодинамика и основы теплопередачи: учеб. пособие. – М.: Металлургия, 1965.– 375 с.
8. Бровкин, Л.А. Температурные поля тел при нагреве и плавлении в промышленных печах / Л.А. Бровкин / Изд-во ИЭИ. – Иваново, 1973. – 364 с.
9. Галин, Н.М. Тепломассообмен (в ядерной энергетике) / Н.М. Галин, Л.П. Кириллов. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 376 с.
10. Арутюнов, В.А. Математическое моделирование промышленных печей / В.А. Арутюнов, В.В. Бухмиров, С.А. Крупенников. – М.: Металлургия, 1990. – 239 с.
11. Сапожников, С.З. Техническая термодинамика и теплопередача: учебник для вузов / С.З. Сапожников, Э.Л. Китанин. – СПб.: Изд-во СПб ГТУ, 1999. – 319 с.
12. Кириллов, П.Л. Тепломассообмен в ядерных энергетических установках / П.Л. Кириллов, Г.П. Богословская. – М.: Энергоатомиздат, 2000. – 456 с.
13. Цветков, Ф.Ф. Тепломассообмен: учебник для вузов / Ф.Ф. Цветков, Б.А. Григорьев. – М.: Издательский дом МЭИ, 2011. – 562 с.

14. Солодов, А.П. Практикум по теплопередаче: учеб. пособие для вузов / А.П. Солодов, Ф.Ф. Цветков, А.В. Елисеев, В.А. Осипова; под ред. А.П. Солодова. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 296 с.
15. Теплотехнический справочник / под ред. В.Н. Юрненева и П.Д. Лебедева. Т. 2. – М.: Энергия, 1976. – 896 с.
16. Краснощеков, Е.А. Задачник по теплопередаче / Е.А. Краснощеков, А.С. Сукомел. – М.: Энергия, 1980. – 288 с.
17. Коновалов, В.И. Техническая термодинамика: учебник / ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – 2-е изд. – Иваново, 2005. – 620 с.
18. Блох, А.Г. Теплообмен излучением / А.Г. Блох, Ю.А. Журавлев, Л.Н. Рыжков. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 431 с.
19. Самарский, А.А. Вычислительная теплопередача / А.А. Самарский, П.Н. Вибищевич. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
20. Бухмиров, В.В. Исследование процесса нестационарной теплопроводности и термонапряженного состояния твердых тел на имитационной математической модели / В.В. Бухмиров, Т.Е. Созинова, С.В. Носова, К.Б. Никитин; ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2003. – 38 с.
21. Бухмиров, В.В. Справочные материалы для решения задач по курсу «Тепломассообмен» / В.В. Бухмиров, Д.В. Ракутина; ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2017. – 120 с.
22. Бакластов, А.М. Промышленные тепломассообменные процессы и установки: учебник для вузов / А.М. Бакластов, В.А. Горбенко, О.Л. Данилов; под ред. А.М. Бакластова. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 328 с.
23. Справочник по теплообменникам: В 2 т. Т.1 Пер. с англ.; под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 560 с.
24. Кэйс, В.М. Компактные теплообменники / В.М. Кэйс, А.Л. Лондон. – М.: Энергия, 1967. – 224 с.

25. Маньковский, О.Н. Теплообменная аппаратура химических производств / О.Н. Маньковский, А.Р. Толчинский, М.В. Александров. – Л.: Химия, 1976. – 368 с.
26. Бажан, П.И. Справочник по теплообменным аппаратам / П.И. Бажан, Г.Е. Каневец, В.М. Селиверстов. – М.: Машиностроение, 1989. – 367 с.
27. Калинин, Э.К. Эффективные поверхности теплообмена / Э.К. Калинин, Г.А. Дрейцер, И.З. Копп, А.С. Мясошкин. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 408 с.
28. Гавра, Г.Г. Тепловой и гидравлический расчет теплообменных аппаратов компрессорных установок: учебное пособие / Г.Г. Гавра, П.М. Михайлов, В.В. Рис. – Л., ЛПИ, 1982. – 72 с.
29. Байгалиев, Б.Е. Теплообменные аппараты: учебное пособие / Б.Е. Байгалиев, А.В. Щелчков, А.Б. Яковлев, П.Ю. Гортышев. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2012. – 180 с.
30. Зысин, Л.В. Теплообменное оборудование: учебное пособие / Л.В. Зысин, А.А. Калютик. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. – 230 с.
31. Идельчик, И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / под ред. М. О. Штейнберга. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.; Машиностроение, 1992.— 672 с.
32. Альтшуль, А.Д. Гидравлические сопротивления. – 2-е изд. перераб. и доп. - М.: Недра, 1982.— 224 с
33. Бухмиров, В.В. Термомассообмен: учеб. пособие / ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2014. – 360 с.
34. Бухмиров, В.В. Теоретические основы теплотехники: курс лекций / В.В. Бухмиров, А.Ю. Гильмутдинов, Г.Н. Щербакова; ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2007. – 84 с.
35. Бухмиров, В.В. Теоретические основы теплотехники. Основы тепломассообмена / В.В. Бухмиров; ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2011. – 68 с
36. Бухмиров, В.В. Теоретические основы теплотехники в примерах и задачах: учебное пособие / В.В. Бухмиров, Г.Н. Щербакова, А.В. Пекунова / ФГБОУВПО «Ивановский

государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2013. – 128 с.

37. Бухмиров, В.В. Стационарная теплопроводность и тепло-передача» курса ТМ / В.В. Бухмиров, Т.Е. Созинова; ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2018. – 88 с.

38. Бухмиров, В.В. Тепловой и гидравлический расчет рекуперативного теплообменного аппарата: учебное пособие / В.В. Бухмиров, Д.В. Ракутина, М.В. Родионова. А.К. Гаськов; ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2021. – 164 с

39. Бухмиров, В.В. Нестационарная теплопроводность. Справочные материалы для решения задач / В.В. Бухмиров, Д.В. Ракутина, Ю.С. Солнышкова / ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2013. – 36 с.

40. Бровкин, Л.А. Теплообмен и тепловые режимы промышленных печей: учеб. пособие / Л.А. Бровкин / Ивановский гос. университет. – Иваново, 1982. – 88 с.

41. Роуч, П. Вычислительная гидродинамика /П. Роуч. Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

42. Жуков, А.В. Теплогидравлический расчет реакторов. Часть 1. Общие вопросы: лекции для студентов / А.В. Жуков; ГНЦ РФ ФЭИ. – Обнинск, 2001. – 210 с.

43. Кириллов, П.Л. Теплофизические свойства материалов ядерной техники: учеб. справоч. пособие / П.Л. Кириллов, М.И. Терентьева, Н.Б. Денискина; под общ. ред. проф. П.Л. Кириллова; 2-е изд. перераб. и доп. – М.: ИздАт, 2007.– 200 с.

44. Цветков, Ф.Ф. Задачник по тепломассообмену / Ф.Ф. Цветков, Р.В. Керимов, В.И. Величко; под ред. Ф.Ф. Цветкова. – М.: Изд-во МЭИ, 1997. – 136 с.

45. Бухмиров, В.В. Тепломассообмен: Учебник в 2-х т. Т.1 / В.В. Бухмиров. – ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2023. – 364 с.

46. Дульнев, Г.Н. Теория тепло -и массообмена / Г.Н. Дульнев. – СПб: НИУ ИМТО, 2012. – 195 с.

47. Эккерт, Э.Р. Введение в теорию тепло- и массообмена / Э.Р. Эккерт. – М-Л.: ГЭИ, 1957. – 280 с.
48. Петухов, Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах / Б.С. Петухов. – М.: Энергия, 1967. – 412 с.
49. Дрейцер, Г.А. Конвективный теплообмен в каналах: учебное пособие / Г.А. Дрейцер. – М.: МАИ, 1984. – 77 с.
50. Петухов, Б.С. Теплообмен в ядерных энергетических установках / Б.С. Петухов, Л.Г. Генин, С.А. Ковалев, С.Л. Соловьев. – М.: Издательство МЭИ, 2003. – 548 с.
51. Аметистов, Е.В. Основы теории теплообмена: учебное пособие / Е.В. Аметистов. – М.: Издательство МЭИ, 2000. – 247 с.
52. Ганчев Б.Г. Ядерные энергетические установки: учебное пособие / Б.Г. Ганчев, Л.Л. Калишевский, Р.С. Демешев и др.; под общ. ред. акад. Н.А. Долежаля. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 504 с.
53. Жуков, А.В. Теплогидравлический расчет реакторов. Часть 2. Конвективный теплообмен при однофазном течении (классические современные представления и решения): учебное пособие. Лекции для студентов / А.В. Жуков; ГНЦ РФ ФЭИ. – Обнинск, 2003. – 400 с.
54. Боришанский, В.М. Жидкометаллические теплоносители / В.М. Боришанский, С.С. Кутателадзе, И.И. Новиков, О.С. Федынский. – М.: Атомиздат, 1976. – 300 с.
55. Кутателадзе, С.С. Основы теории теплообмена. Изд.5-е, перераб. и доп. / С.С. Кутателадзе. – М.: Атомиздат, 1979. – 416 с.
56. Справочник по теплообменникам: В 2 т. Т.2 Пер. с англ.; под ред. О.Г. Мартыненко и др. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 352 с.
57. Бродов, Ю.М. Конденсационные установки паровых турбин / Ю.М. Бродов, Р.З. Савельев. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 288 с.
58. Александров, А.А. Теплофизические свойства рабочих веществ теплоэнергетики: справочник / А.А. Александров, К.А. Орлов, В.Ф. Очков. – 2-е изд., перераб., и доп. – М.: Издательский дом МЭИ, 2017. – 226 с.
59. Мак-Адамс Вильям Х. Теплопередача / Вильям Х. Мак-Адамс. – М.: МЕТАЛЛУРГИЗДАТ, 1961. – 686 с.

60. Гребер, Г. Основы учения о теплообмене / Г. Гребер, С. Эрк, У. Григуль. – М.: Иностранная Литература, 1958. – 566 с.
61. Эккерт, Э.Р. Теория тепло- и массообмена / Э.Р. Эккерт, Р.М. Дрейк – М-Л.: ГЭИ, 1961. – 680 с.
62. Телегин, А.С. Тепломассоперенос / А.С. Телегин, В.С. Швыдкий, Ю.Г. Ярошенко. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2002. – 455 с.
63. Лабунцов, Д.А. Механика двухфазных систем / Д.А. Лабунцов, В.В. Ягов. – М.: Издательство МЭИ, 2000. – 374 с.
64. Рассохин, Н.Г. Парогенераторные установки атомных электростанций: учебник для вузов / Н.Г. Рассохин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 384 с.
65. Толубинский, В.И Теплообмен при кипении / В.И. Толубинский. – Киев: Наук. думка, 1980. – 316 с.
66. Кутателадзе, С.С. Теплопередача при конденсации и кипении / С.С. Кутателадзе. – 2-е изд., перераб. и доп. – М-Л: ГНТИ машиностроительной лит-ры, 1952. – 232 с.
67. Кириллов, П.Л. Банк данных по теплообмену в жидкых металлах. Часть 2. Теплообмен при кипении жидких металлов / П.Л. Кириллов. – ФЭИ – 3276. Обнинск: ФЭИ, 2017. – 40 с.
68. Авчухов, В.В. Задачник по процессам тепломассообмена: учебное пособие для вузов / В.В. Авчухов, Б.Я. Паюсте. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 144 с.
69. Оцисик, М.Н. Сложный теплообмен / М.Н. Оцисик. – М.: Мир, 1976. – 616 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

П.3. ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П.3.1

Коэффициент теплопроводности газов и паров [12]:
 p , МПа; T , °C; $\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м·К)

Газ (пар)	p	T								
		0	100	200	300	400	500	600	800	1000
Азот (N_2)	0,1	23,0	30,9	37,2	43,0	48,4	53,5	58,4	68,6	79,6
	20,0	34,0	39,4	43,3	48,1	52,4	56,6	61,6	70,7	81,5
	50,0	51,3	54,5	54,7	56,2	59,1	62,9	66,9	74,5	84,3
Аммиак (NH_3)	0,1	21,1	33,9	48,8	65,5	84,0	104	124	—	—
Аргон (Ar)	0,1	16,4	21,0	25,4	29,6	33,2	36,5	39,8	45,6	50,8
Водород (H_2)	0,1	169	214	256	290	332	368	403	477	557
	50,0	210	246	282	313	345	380	413	486	567
Гелий (He)	0,1	143	174	209	242	270	297	323	372	423
	30	160	183	220	251	279	307	329	377	427
Кислород (O_2)	0,1	24,4	29,8	38,6	45,6	51,3	57,4	63,4	74,5	85,7
	10	31,6	36,3	42,4	47,8	53,7	59,7	64,9	75,2	86,5
	30	51,9	48,3	51,3	55,1	59,3	64,1	69,1	78,4	88,6
Криптон (Kr)	0,1	8,8	11,7	14,3	16,8	19,0	21,2	23,3	27,1	30,3
Ксенон (Xe)	0,1	5,2	7,7	8,6	10,2	11,7	13,1	14,5	17,2	19,7
Метан (CH_4)	0,1	30,4	45,0	62,0	80,1	99,2	—	—	—	—
	5,0	35,4	48,2	64,5	82,1	—	—	—	—	—
	10,0	43,8	52,0	67,1	84,0	—	—	—	—	—
Неон (Ne)	0,1	46,4	57,0	67,2	76,9	86,0	94,8	103	118	—
Окись углерода (CO)	0,1	23,3	30,1	36,5	42,6	48,5	54,1	59,7	70,1	80,6
Пропан (C_3H_8)	0,1	15,0	27,4	41,7	57,9	76,0	95,9	—	—	—
Ртуть (Hg)	0,1			7,02	8,7	10,4	12,0	13,7	17,0	20,2
Диоксид серы (SO_2)	0,1	8,4	12,3	16,6	21,2	25,8	30,7	35,8	46,3	57,6
Диоксид углерода (CO_2)	0,1		22,2	30,2	38,5	46,1	53,3	60,0	72,7	84,6
	5,0		26,2	33,0	40,7	48,0	54,9	61,3	73,6	85,4
Углерод четыреххлористый (CCl_4)	0,1		8,7	11,6	14,7	17,8	21,2	24,5	—	—
Фтор (F_2)	0,1	24,8	32,5	39,7	46,8	53,5	—	—	—	—
Хлор (Cl_2)	0,1	7,9	11,4	14,9	18,0	20,8	—	—	—	—

Таблица П.3.2
Основные теплофизические свойства жидких металлов [12]:

Li, Na, K, Cs

Свойства	Li	Na	K	Cs
Атомный номер	3	11	19	55
Атомная масса	6,94	22,99	391	132,9
Температура плавления				
°C	180,5	98	63,6	28,5
К	453,7	371	336,8	301,6
Температура кипения				
°C	1347	883	774	678
К	1620	1156	1047	951,6
Теплота плавления				
кДж/кг	663	113,1	61,4	15,73
кДж/моль	4,6	2,64	2,40	2,09
Теплота испарения				
кДж/кг	19409	3873	1983	495,9
кДж/моль	134,7	89,04	77,53	65,90
Плотность, кг/м ³				
тверд. 20 °C	534	966	862	1873
жидк. 450 °C	491	844	731	1597
Теплоемкость, кДж/(кг·К)				
тверд. 20 °C	3,569	1,230	0,756	0,242
жидк. 450 °C	4,205	1,242	0,763	0,220
Теплопроводность, Вт/(м·К)				
тверд. 20 °C	84,7	130	102,4	35,9
жидк. 450 °C	51,3	71,2	41,8	18,5
Вязкость (450 °C) 10 ⁷ , м ² /с	7,1	3,7	2,4 ⁷	1,28
Число Прандтля (450 °C)	0,0287	0,0045	0,0032	0,0021
Поверхностное натяжение (450 °C), мН/м	371	164	164	50,4
Изменение объема при плавлении, %	+3,9	+2,65	+2,5	+2,7

Продолжение табл. П.3.2

Hg, Pb, Bi, Ga, In

Свойства	Hg	Pb	Bi	Ga	In
Атомный номер	80	82	83	31	49
Атомная масса	200,6	207,2	209,0	69,72	114,82
Температура плавления					
°C	−38,9	327,4	271,4	29,8	156,2
К	234,3	600,8	544	302,9	429,32
Температура кипения					
°C	356,7	1745	1552	2403	2080
К	629,7	2018	1825	2676	2353
Теплота плавления					
кДж/кг	11,62	24,7	50,15	80,2	28,47
кДж/моль	2,331	5,12	10,48	5,59	3,27
Теплота испарения					
кДж/кг	294,9	865,8	857	3673	1972
кДж/моль	59,15	179,4	179,1	256,1	226,4
Плотность, кг/м ³	14,193				
тверд. 20 °C	(−38,9°C)	11340	9780	5907	7310
жидк. 450 °C	12510	10520	9854	5822	7010
Теплоемкость, кДж/(кг·К)					
тверд. 20 °C	27,98	0,127	0,129	0,371	0,238
жидк. 450 °C	0,137	0,147	0,150	0,380	0,252
Теплопроводность, Вт/(м·К)					
тверд. 20 °C	8,34	35	8,4	40,6	81,6
жидк. 450 °C	13	17,1	14,2	50,9	48
Вязкость (450 °C) 10 ⁷ , м ² /с	0,66	1,9	1,3	1,59	
Число Прандтля (450 °C)	0,0087	0,0174	0,0135	0,0069	
Поверхностное натяжение (450 °C), мН/м	359	480	370	693	540
Изменение объема при плавлении, %	+3,7	+3,6	−3,3	−3,2	+3,94

Окончание табл. П.3.2

Na-K, Na-K-Cs, Pb-Bi, Pb-Li

Свойства	NaK	NaKCs	PbBi	PbLi
Атомный номер				
Атомная масса	34	76,8	208,2	173,16
Температура плавления				
°C	−12,6	−78	125	235
К	260,5	195	398	508
Температура кипения				
°C	784		1638	
К	1057		1911	
Теплота плавления				
кДж/кг			38,9	29,6
кДж/моль			8,09	5,12
Теплота испарения				
кДж/кг			862	
кДж/моль			179,2	
Плотность, кг/м ³				
тверд. 20 °C			10474	9495
жидк. 450 °C	762	1375	10150	9400
Теплоемкость, кДж/(кг·К)				
тверд. 20 °C			0,128	~0,250
жидк. 450 °C	0,873	0,384	0,146	~0,168
Теплопроводность, Вт/(м·К)				
тверд. 20 °C			10	~40
жидк. 450 °C	26	13,6	14,2	16
Вязкость (450 °C) 10 ⁷ , м ² /с	2,4	1,38	1,4	2,7
Число Прандтля (450 °C)	0,0063	0,0053	0,0147	0,027
Поверхностное натяжение (450 °C), мН/м	110	81	392	420(?)
Изменение объема при плавлении, %	+2,5	+2,6	+0,5	+3,6(?)
Массовые доли	22/78	4,2/22,1/ 73,7	44,5/55,5	99,32/ 0,68
Мольные доли	32/68	13,9/43,5/ 42,6	43,7/56,3	83/17

Таблица П.3.3

Теплофизические свойства жидких металлов [12]:

Галлий Ga

T, K	t, °C	ρ, кг/м ³	c _p , Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	a 10 ⁻⁶ , м ² /с	γ·10 ⁻⁸ , м ² /с	Pr, 10 ⁻²	σ·10 ⁻³ , Н/м	ρ _с ·10 ⁻⁸ , Ом·м
303	30	6084	397,9	28,9	11,93	22,84	1,91	712,6	25,81
373	100	6039	394,2	33,2	13,95	21,59	1,55	709,3	27,26
473	200	5976	389,4	39,0	16,74	19,87	1,19	704,7	29,29
573	300	5913	385,2	44,1	19,38	18,21	0,94	700,0	31,27
673	400	5852	381,7	48,8	21,84	16,62	0,76	695,3	33,22
773	500	5791	378,8	52,9	24,11	15,09	0,63	690,7	35,12
873	600	5732	376,6	56,5	26,16	13,63	0,52	686,0	36,99
923	700	5673	375,0	59,5	27,97	12,24	0,44	681,3	38,81

Ртуть Hg

T, K	t, °C	ρ, кг/м ³	c _p , Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	a·10 ⁻⁶ , м ² /с	γ·10 ⁻⁸ , м ² /с	Pr, 10 ⁻²	σ·10 ⁻³ , Н/м	ρ _с ·10 ⁻⁸ , Ом·м	г 10 ³ , Дж/кг
273	0	13595	140	8,18	4,285	1,241	2,81	486,0	95,80	306,8
373	100	13351	137	9,48	5,175	0,929	1,80	457,9	105,28	303,3
473	200	13112	135	10,64	5,990	0,793	1,32	429,8	114,77	300,1
573	300	12873	135	11,69	6,710	0,719	1,07	401,7	124,25	296,8
673	400	12633	136	12,60	7,310	0,676	0,92	373,6	133,74	293,3
773	500	12386	139	13,39	7,780	0,648	0,83	345,5	143,22	289,1
873	600	12130	143	14,04	8,110	0,630	0,78	317,4	152,70	283,8
973	700	11863	148	14,58	8,320	0,623	0,75	289,3	162,19	276,8

Натрий Na

t, °C	ρ, кг/м ³	c _p , Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	α·10 ⁻⁶ , м ² /с	γ·10 ⁻⁸ , м ² /с	Pr·10 ⁻²	σ·10 ⁻³ , Н/м	p, МПа	ρ _c ·10 ⁻⁸ , Ом·м
100	925	1382	84,9	66,42	73,67	1,11	200,1	1,848·10 ⁻¹¹	9,49
200	904	1343	81,0	66,68	50,01	0,75	189,2	2,232·10 ⁻⁸	12,8
300	881	1309	77,1	66,85	38,76	0,58	178,9	2,170·10 ⁻⁶	16,6
400	856	1283	73,2	66,64	32,38	0,49	167,0	5,287·10 ⁻⁵	20,8
500	832	1264	69,3	65,91	28,36	0,43	159,4	5,560·10 ⁻⁴	25,6
600	808	1253	65,4	64,57	25,62	0,40	150,1	3,382·10 ⁻³	31,1
700	784	1252	61,5	62,62	23,68	0,38	140,9	1,412·10 ⁻²	37,2
800	761	1259	57,5	60,10	22,26	0,37	131,7	4,504·10 ⁻²	44,3
900	737	1274	53,6	57,09	21,21	0,37	122,5	1,176·10 ⁻¹	52,3
1000	713	1299	49,7	53,67	20,45	0,38	113,1	2,637·10 ⁻¹	61,4
1100	689	1332	45,8	49,94	19,91	0,40	103,5	5,251·10 ⁻¹	71,9
1200	663	1374	41,9	45,98	19,56	0,43	93,5	9,511·10 ⁻¹	84,0
1300	637	1425	38,0	41,87	19,36	0,46	83,0	1,595	97,8

Калий K

t, °C	ρ, кг/м ³	c _p , Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	α·10 ⁻⁶ , м ² /с	γ·10 ⁻⁸ , м ² /с	Pr·10 ⁻²	σ·10 ⁻³ , Н/м	p, МПа	ρ _c ·10 ⁻⁸ , Ом·м
100	821	813	50,9	76,22	53,87	0,71	109,5	3,033·10 ⁻⁹	15,8
200	797	791	48,3	76,57	38,05	0,50	102,8	1,043·10 ⁻⁶	21,4
300	774	775	45,7	76,28	30,18	0,40	95,8	4,463·10 ⁻⁵	27,7
400	750	765	43,1	75,16	25,61	0,34	88,6	6,086·10 ⁻⁴	34,9
500	727	763	40,6	73,14	22,68	0,31	81,2	4,152·10 ⁻³	43,2
600	704	768	38,0	70,27	20,70	0,29	73,7	1,806·10 ⁻²	52,8
700	680	781	35,4	66,64	19,31	0,29	66,2	5,772·10 ⁻²	64,1
800	656	802	32,8	62,38	18,33	0,29	58,8	1,480·10 ⁻¹	77,1
900	631	831	30,2	57,64	17,65	0,31	51,5	3,224·10 ⁻¹	92,7
1000	605	869	27,7	52,58	17,19	0,33	44,4	6,201·10 ⁻¹	111,4
1100	579	914	25,1	47,35	16,91	0,36	37,5	1,082	134,2
1200	553	967	22,5	42,06	16,79	0,40	31,0	1,747	162,4
1300	526	1029	19,9	36,8	16,81	0,46	24,9	2,645	198,1

Цезий Cs

t, °C	ρ, кг/м ³	c _p , Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	a·10 ⁻⁶ , м ² /с	γ·10 ⁻⁸ , м ² /с	Pr·10 ⁻²	σ 10 ⁻³ , Н/м	p, МПа	ρ _c ·10 ⁻⁸ , Ом·м
30	1835	245,6	19,46	44,69	36,52	0,82	71,1	3,358·10 ⁻¹⁰	35,9
100	1797	242,9	19,52	46,80	26,20	0,56	67,5	8,376·10 ⁻⁸	44,2
200	1740	235,1	19,39	50,92	19,22	0,38	62,4	1,226·10 ⁻⁵	56,4
300	1682	227,5	19,12	55,47	15,67	0,28	57,5	3,006·10 ⁻⁴	69,3
400	1625	222,0	18,72	59,96	13,58	0,23	52,8	2,776·10 ⁻³	83,0
500	1569	219,3	18,19	64,06	12,23	0,19	48,1	1,423·10 ⁻²	98,0
600	1511	219,8	17,53	67,54	11,34	0,17	43,5	4,982·10 ⁻²	114,7
700	1452	223,7	16,74	70,29	10,73	0,15	39,0	1,344·10 ⁻¹	133,5
800	1391	231,1	15,82	72,27	10,32	0,14	34,5	3,011·10 ⁻¹	155,3
900	1327	242,1	14,77	73,53	10,08	0,14	30,0	5,872·10 ⁻¹	181,1
1000	1261	256,6	13,59	74,19	9,96	0,13	25,5	1,030	212,6
1100	1194	274,8	12,28	74,39	9,96	0,13	21,0	1,659	252,0
1200	1124	296,6	10,84	74,36	10,06	0,14	16,3	2,498	303,4

Литий Li

t, °C	ρ, кг/м ³	c _p , Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	a·10 ⁻⁶ , м ² /с	γ·10 ⁻⁸ , м ² /с	Pr·10 ⁻²	σ 10 ⁻³ , Н/м	p, МПа	ρ _c ·10 ⁻⁸ , Ом·м
200	513	4357	43,5	19,45	110,79	5,70	404,6	1,290·10 ⁻¹³	25,4
300	505	4279	46,8	21,66	89,48	4,13	392,1	1,217·10 ⁻¹⁰	28,4
400	496	4225	49,8	23,79	76,22	3,20	378,1	1,453·10 ⁻⁸	31,1
500	486	4188	52,7	25,85	67,25	2,60	363,0	4,935·10 ⁻⁷	33,8
600	477	4164	55,2	27,84	60,81	2,18	347,0	7,375·10 ⁻⁶	36,3
700	467	4151	57,6	29,74	56,01	1,88	330,4	6,266·10 ⁻⁵	38,9
800	457	4147	59,7	31,55	52,30	1,66	313,2	3,553·10 ⁻⁴	41,4
900	446	4152	61,6	33,25	49,38	1,48	295,9	1,493·10 ⁻³	44,1
1000	436	4165	63,3	34,82	47,02	1,35	278,5	5,000·10 ⁻³	46,8
1100	426	4187	64,7	36,26	45,10	1,24	261,4	1,403·10 ⁻²	49,7
1200	417	4217	65,9	37,53	43,50	1,16	244,6	3,421·10 ⁻²	52,8
1300	407	4255	66,9	38,64	42,18	1,09	228,6	7,454·10 ⁻²	56,1

Сплав 4,2%Na-22,2%K-73,6%Cs

t, °C	ρ, кг/м ³	c _p , Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	a·10 ⁻⁶ , м ² /с	γ·10 ⁻⁸ , м ² /с	Pr 10 ⁻²	σ 10 ⁻³ , Н/м	p, МПа	ρ _ε ·10 ⁻³ , Н/м
-70	1444	477	6,08	8,85	126	14,2	115,3	2,26·10 ⁻¹⁶	7,68
0	1420	455	8,20	12,72	60,5	4,75	110,8	1,09·10 ⁻¹¹	7,66
100	1380	428	10,5	17,84	33,7	1,89	104,2	4,91·10 ⁻⁸	8,14
200	1339	408	12,2	22,26	23,9	1,08	97,6	6,49·10 ⁻⁶	8,95
300	1297	394	13,1	25,73	19,1	0,74	91,1	1,58·10 ⁻⁴	10,03
400	1255	386	13,6	28,07	16,3	0,58	84,5	1,51·10 ⁻³	11,39
500	1214	384	13,6	29,22	14,6	0,50	78,0	8,12·10 ⁻³	13,06
600	1172	388	13,3	29,25	13,4	0,46	71,5	2,99·10 ⁻²	15,10
700	1129	399	12,7	28,34	12,6	0,45	65,0	8,45·10 ⁻²	17,56
800	1085	415	12,0	26,77	12,1	0,45	58,6	1,98·10 ⁻¹	20,49
900	1039	437	11,3	24,87	11,7	0,47	52,2	4,02·10 ⁻¹	23,88
1000	992	466	10,6	22,94	11,5	0,50	45,9	7,32·10 ⁻¹	27,62
1100	944	501	10,1	21,28	11,5	0,54	39,6	1,23	31,42

Сплав 22%Na-78%K

t, °C	ρ, кг/м ³	c _p , Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	a·10 ⁻⁶ , м ² /с	γ·10 ⁻⁸ , м ² /с	Pr·10 ⁻²	σ 10 ⁻³ , Н/м	p, МПа	ρ _ε ·10 ⁻³ , Н/м
0	863	962	21,7	26,15	7,60	2,91	146,5	7,29·10 ⁻¹⁴	33,8
100	841	937	23,4	29,70	5,33	1,79	138,5	2,07·10 ⁻⁹	39,6
200	818	911	24,7	33,10	3,90	1,18	130,5	7,16·10 ⁻⁷	45,3
300	795	891	25,5	36,04	3,07	0,85	122,4	3,10·10 ⁻⁵	51,0
400	771	877	26,0	38,38	2,60	0,68	114,3	4,31·10 ⁻⁴	56,7
500	748	871	26,0	39,86	2,34	0,59	106,2	3,00·10 ⁻³	62,4
600	724	873	25,6	40,46	2,18	0,54	98,2	1,34·10 ⁻²	68,1
700	700	883	24,8	40,07	2,03	0,51	90,1	4,38·10 ⁻²	73,8
800	676	901	23,5	38,64	1,89	0,49	82,1	1,15·10 ⁻²	79,5
900	651	928	21,9	36,26	1,78	0,49	74,2	2,57·10 ⁻¹	85,2
1000	626	962	19,8	32,94	1,77	0,54	66,4	5,06·10 ⁻¹	90,9
1100	600	1005	17,4	28,79	1,99	0,69	58,6	9,04·10 ⁻¹	96,6
1200	574	1056	14,5	23,87	2,60	1,09	51,0	1,49	102,3

Свинец Pb

T, K	t, °C	ρ, кг/м ³	c _p , Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	α·10 ⁻⁶ , м ² /с	γ·10 ⁻⁸ , м ² /с	Pr·10 ⁻²	σ·10 ⁻³ , Н/м	ρ _с ·10 ⁻³ , Ом·м
603	330	10670	147,30	15,83	10,07	23,90	2,37	439,83	93,77
673	400	10580	147,30	16,58	10,64	20,99	1,97	435,84	97,02
773	500	10460	147,30	17,66	11,46	17,63	1,54	430,14	101,67
873	600	10340	147,30	18,74	12,31	15,19	1,23	424,44	106,32
973	700	10210	147,30	19,82	13,18	13,69	1,04	418,74	110,97
1073	800	10090	147,30	20,90	14,07	13,13	0,93	413,04	115,62
1173	900	996	147,30	21,98	14,98	13,50	0,90	407,34	120,27
1273	1000	984	147,30	23,06	15,91	14,80	0,93	401,64	124,92

Сплав 44,5%Pb-55,5%Bi

T, K	t, °C	ρ, кг/м ³	c _p , Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	α·10 ⁻⁶ , м ² /с	γ·10 ⁻⁸ , м ² /с	Pr·10 ⁻²	σ·10 ⁻³ , Н/м	ρ _с ·10 ⁻³ , Ом·м
403	130	10540	146,00	11,03	7,17	29,41	3,10	414,00	84,05
473	200	10450	146,00	11,73	7,69	24,85	2,64	413,99	84,09
573	300	10330	146,00	12,72	8,44	19,52	2,07	413,99	84,14
673	400	10200	146,00	13,72	9,21	15,58	1,61	413,98	84,20
773	500	10080	146,00	14,71	10,00	13,03	1,24	413,98	84,25
873	600	995	146,00	15,70	10,81	11,87	0,98	413,97	84,30
973	700	982	146,00	16,69	11,64	12,10	0,83	413,96	84,36
1073	800	970	146,00	17,69	12,49	13,72	0,77	413,96	84,41

Таблица П.3.4

**Теплофизические свойства диоксида урана (UO_2)
теоретической плотности [12]:**

Твердое состояние UO_2

$M=270$, $T_{\text{пл}}=2850^{\circ}\text{C}=3120\pm30$ К, $Q_{\text{пл}}=277,1 \pm 3,7$ кДж/кг

$t, ^\circ\text{C}$	$T, \text{К}$	$\rho, \text{кг}/\text{м}^3$	$c_p, \text{Дж}/\text{кг}$	$\lambda, \text{Вт}/\text{м К}$	$\Lambda(T), \text{Вт}/\text{м}$	$a 10^{-6}, \text{м}^2/\text{с}$	$\beta 10^{-5}, \text{К}^{-1}$
0	273	10960	228	10,35	0	4,14	2,926
27	300	10951	236	9,70	301	3,75	2,927
100	373	10928	256	8,46	934	3,03	2,932
200	473	10896	275	7,15	1711	2,38	2,946
300	573	10864	288	6,19	2375	1,98	2,969
400	673	10831	297	5,46	2956	1,70	2,998
500	773	10799	302	4,88	3472	1,50	3,036
600	873	10766	306	4,41	3936	1,34	3,082
650	923	10749	308	4,21	4152	1,27	3,107
700	973	10733	310	4,03	4358	1,21	3,136
800	1073	10699	315	3,71	4744	1,10	3,171
900	1173	10664	319	3,43	5101	1,01	3,256
1000	1273	10628	324	3,20	5432	0,93	3,362
1100	1373	10591	328	3,10	5590	0,89	3,490
1132	1405	10579	329	3,00	5742	0,86	3,562
1200	1473	10552	330	2,84	6034	0,81	3,721
1300	1573	10512	333	2,70	6311	0,77	3,901
1400	1673	10470	336	2,60	6576	0,74	4,102
1500	1773	10426	342	2,52	6832	0,71	4,323
1600	1873	10380	349	2,47	7081	0,68	4,565
1700	1973	10331	361	2,46	7327	0,66	4,828
1800	2073	10280	376	2,47	7573	0,64	5,111
1900	2173	10226	397	2,51	7821	0,62	5,414
2000	2273	10169	424	2,57	8075	0,60	5,737
2100	2373	10109	458	2,66	8336	0,57	6,081
2200	2473	10046	500	2,78	8608	0,55	6,444
2300	2573	9979,3	550	2,92	8893	0,53	6,827
2400	2673	9909,4	619	3,07	9192	0,50	7,230
2500	2773	9835,9	619	3,25	9508	0,53	7,652
2600	2873	9758,8	619	3,44	9842	0,57	8,094
2700	2973	9678,1	619	3,64	10196	0,61	8,555
2800	3073	9593,5	619	3,86	10571	0,65	9,036

Окончание табл. П.3.4

Жидкое состояние UO_2

М=270, Т_{кип}=3640 °С =3820 ± 50 К, О_{исп}=1530 кДж/кг

t, °C	T, K	ρ , кг/м ³	c_p , Дж/(кг·К)	λ , Вт/(м·К)	μ , МПа/с	$a \cdot 10^{-7}$, м ² /с	$\beta \cdot 10^{-4}$, К ⁻¹	σ , мН/м	p, МПа
2850	3123	8857,2	505	2,5	4,34	6,0	1,048	512	0,00469
2900	3173	8810,8	489	—	4,24	—	1,054	503	0,00625
3000	3273	8717,9	460	—	4,05	—	1,065	484	0,0104
3100	3373	8625,1	433	—	3,89	—	1,077	465	0,0169
3200	3473	8532,2	408	2,8	3,74	8,2	1,088	446	0,0264
3300	3573	8439,4	386	—	3,60	—	1,100	427	0,0403
3400	3673	8346,5	365	—	3,48	—	1,112	408	0,0599
3500	3773	8253,7	346	—	3,36	—	1,125	389	0,0871
3600	3873	8160,8	328	—	3,26	—	1,138	370	0,124
3700	3973	8068,0	312	—	3,16	—	1,151	351	0,173
3800	4073	7975,1	297	—	3,07	—	1,164	332	0,237
3900	4173	7882,3	283	—	2,99	—	1,178	313	0,320
4000	4273	7789,4	270	—	2,91	—	1,192	294	0,424
4100	4373	7696,6	258	—	2,84	—	1,206	—	0,555
4200	4473	7603,7	246	3,6	2,78	11,0	1,221	—	0,716
4300	4573	7510,9	236	—	2,71	—	1,236	—	0,913
4400	4673	7418,0	226	—	2,66	—	1,252	—	1,15
4500	4773	7325,2	216	—	2,60	—	1,268	—	1,43
4600	4873	7232,3	208	—	2,55	—	1,284	—	1,77
4700	4973	7139,5	199	—	2,50	—	1,301	—	2,16
4800	5073	7046,6	192	—	2,46	—	1,318	—	2,61
4900	5173	6953,8	184	—	2,41	—	1,335	—	3,14
5000	5273	6860,9	177	—	2,37	—	1,353	—	3,74
5100	5373	6768,1	171	—	2,33	—	1,372	—	4,42
5200	5473	6675,2	165	—	2,30	—	1,391	—	5,19
5300	5573	6582,4	159	—	2,26	—	1,411	—	6,05
5400	5673	6489,5	153	—	2,23	—	1,431	—	7,01
5500	5773	6396,7	148	—	2,20	—	1,452	—	8,07
5600	5873	6303,8	143	—	2,17	—	1,473	—	9,25

Таблица П.3.5
Теплофизические свойства материалов [12]:

Материалы	t, °C	ρ, кг/м ³	c _p , Дж/кг	λ, Вт/(м К)	a 10 ⁻⁶ , м ² /с	b = $\sqrt{\rho c_p \lambda}$, Вт·с ^{1/2} /(м ² ·К)
<i>Металлы/ сплавы</i>						
Алюминий 99,99	20	2700	945	238	93,4	24700
Бериллий	20	1848	1780	180	54,7	24300
Бронза (84 Cu, 9 Zn, 6 Sn, 1 Pb)	20	8800	377	61,7	18,6	14300
Ванадий	50	6120	498	31,0	10,2	9720
Висмут	60	9798	125	7,6	6,2	3050
Вольфрам	20	19000	138	130	49,6	18500
Вуда сплав (50 Bi, 25 Pb, 12,5 Cd, 5 Sn)	20	9730	147	12,8	8,96	4280
Галлий	20	6090	364	37	16,7	9060
Дюралюминий (95 Al, 4,5 Cu, 0,5 Mg)	20	2790	912	165	64,8	20490
Железо	20	7870	456	75	20,9	16400
Золото	20	19290	128	310	125	27700
Иридий	20	22400	133	147	49,3	20900
Индий	20	7280	239	81,8	47,0	11930
Кадмий	100	8640	246	94,2	44,3	14100
Калий	20	870	766	97	298	11400
Кобальт	20	8780	427	69,1	18,4	16100
Константан (60 Cu, 40 Ni)	20	8900	410	22,6	6,19	9080
Литий	20	534	3280	71	40,5	11150
Магний	20	1740	1050	159	87,0	37190
Медь 99,99	20	8960	385	401	116	37190

Продолжение табл. П.3.5

Материалы	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг}/\text{м}^3$	$c_p, \text{Дж}/\text{кг}$	$\lambda, \text{Вт}/(\text{м К})$	$a \cdot 10^{-6}, \text{м}^2/\text{с}$	$b = \sqrt{\rho c_p \lambda}, \text{Вт} \cdot \text{с}^{1/2}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$
Олово	20	7290	221	62,8	39,0	10100
Палладий	20	11970	242	71,2	24,6	14400
Платина	20	21500	133	71,2	24,9	14300
Плутоний	20	19860	140	5,2	1,87	3800
Рений	20	21020	138	48,1	16,6	11800
Родий	20	12500	246	151	49,1	21500
Свинец	20	11340	131	35,3	23,8	7240
Серебро	20	10497	234	418	170	32040
Стали:						
углеродистая (Ст. 20)	20	7860	483	52	13,7	14050
аустенитная (Х18Н10Т)	20	7900	470	14,5	3,9	7340
низколегированная						
перлитная (Х2М)	20	7800	486	10,6	10,6	12300
Тантал	20	16500	142	57,5	24,5	11600
Титан	20	4500	522	21,9	9,32	7170
Торий	20	11200	120	35	26,0	21700
Уран 99,9	500	18600	174	30	9,26	9850
Хром	20	7100	474	88,6	26,3	17300
Цезий	20	1900	236	23,8	63,1	3270
Цинк	20	7130	1385	113	41,2	17600
Цирконий	70	6500	290	22,7	12,0	6540
<i>Строительные и теплоизоляционные материалы</i>						
Асфальт	20	2120	1700	0,70	0,19	1590
Бетон	20	2200	879	1,28	0,66	1570
Дерево (сосна)	20	550	2700	0,16	0,10	472
Железобетон	20	2200	840	1,50	0,81	1660
Кирпич красный	20	1800	890	0,77	0,49	1100
Кирпич силикатный	20	1900	840	0,81	0,51	1140
Песок	20	1500	1020	0,50	0,33	875
Цемент	20	3400	750	0,30	0,13	840
Цементный раствор	20	1900	800	0,93	0,61	1190
Шлакобетон	0	1500	750	0,87	0,77	990
Асбестовое волокно	50	470	820	0,11	0,29	210
Асбест картон	20	900	816	0,16	0,22	340
Минеральная вата	50	200	920	0,046	0,25	92

Окончание табл. П.3.5

Материалы	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг}/\text{м}^3$	$c_p, \text{Дж}/\text{кг}$	$\lambda, \text{Вт}/\text{м К}$	$a \cdot 10^{-6}, \text{м}^2/\text{с}$	$b = \sqrt{\rho c_p \lambda}, \text{Вт} \cdot \text{с}^{1/2}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$
Стекловата	0	200	660	0,037	0,28	70
Шлаковата	25	200	800	0,05	0,31	89
<i>Различные материалы</i>						
Бакелит	20	1270	1590	0,23	0,114	680
Бумага	20	700	1200	0,12	0,14	320
Гетинакс	25	1350	1420	0,23	0,12	664
Гранит	20	2750	890	2,9	1,2	2700
Графит (природный)	20	2000- -2500	610	155	1,02-1,27	13700- 15400
Грунт (плотный)	20	1900	1150	1,5	0,69	1810
Каменный уголь(бурый)	20	1200- -1500	1260	0,26	0,14-0,17	630-700
Кварц	20	2500	780	1,4	0,72	1650
Лед	0	917	2040	2,25	1,20	2050
Мел	20	2000	880	0,93	0,53	1280
Парафин	30	870- 925	2900	0,24- 0,27	0,095- 0,10-	780-850
Поливинилхлорид	20	1380	960	0,15	0,113	445
Полистирол	20	1050	1250	0,14	0,107	430
Полиуретан	20	1200	2090	0,32	0,128	800
Полиэтилен	25	930	250	0,28	1,2	255
Поливинилхлорид	20	1380	960	0,15	0,113	445
Резина белая	20	1100	1670			540-650
Резина пористая	20	250	2050	0,06	0,12	17
Сера	20	2070	720	0,27	0,18	630
Снег (свежий)	0	200	2100	0,10	0,24	648
Снег (плотный)	0	350	2100	0,35	0,48	507
Стекло:						
оконное	20	2480	800	1,16	0,58	1520
кварцевое	20	2210	730	1,40	0,87	1500
свинцовое	20	2890	680	0,80	0,40	1250
Текстолит	20	1350	1500	0,28	1,38	753
Фарфор	25	2400	1080	1,03	0,4	1600
Хлопок	30	80	1150	0,059	0,63	74

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ПЕРВОГО ТОМА

ПРЕДИСЛОВИЕ	9
ВВЕДЕНИЕ	11
ЧАСТЬ I. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ	
ТЕПЛОМАССООБМЕНА. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА	15
ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ	
ТЕПЛООБМЕНА	16
§ 1.1. Температурное поле. Изотермическая	
поверхность	16
§ 1.2. Градиент температурного поля	23
§ 1.3. Количество теплоты. Тепловой поток.	
Удельные тепловые потоки	24
§ 1.4. Элементарные способы передачи теплоты.	
Сложный теплообмен	32
§ 1.5. Расчет тепловых потоков в процессе	
теплообмена	34
§ 1.5.1. Теплопроводность	34
§ 1.5.2. Конвективный теплообмен	36
§ 1.5.3. Теплообмен излучением	37
§ 1.6. Теплоотдача	39
§ 1.7. Теплопередача	44
ГЛАВА 2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ	
МАССООБМЕНА	50
§ 2.1. Поле концентраций. Градиент концентрации	51
§ 2.2. Поток массы. Плотность потока массы	54
§ 2.3. Способы переноса массы. Расчет потока	
массы в процессе массообмена	55
§ 2.3.1. Диффузионный массоперенос	55
§ 2.3.2. Конвективный массоперенос	59
§ 2.4. Массоотдача	59
ГЛАВА 3. КЛАССИФИКАЦИЯ И МЕТОДЫ	
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕПЛОМАССООБМЕНА	63

§ 3.1. Классификация задач тепломассообмена	63
§ 3.2. Методы решения задач тепломассообмена	67
§ 3.2.1. Понятие модели физического процесса	67
§ 3.2.2. Теоретические методы решения задач тепломассообмена	69
§ 3.2.3. Экспериментальные методы решения задач тепломассообмена	90
ГЛАВА 4. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ НЕПРОНИЦАЕМЫЕ СТЕНКИ	104
§ 4.1. Понятие процесса теплопередачи	104
§ 4.2. Расчет теплоотдачи	106
§ 4.3. Расчет стационарной теплопроводности в стенках простой формы	107
§ 4.4. Расчет теплопередачи через стенки простой формы	115
§ 4.4.5. Интенсификация теплопередачи через непроницаемые стенки	138
§ 4.4.6. Критический радиус цилиндрической и шаровой стенок. Выбор изоляции	142
ЧАСТЬ 2. ВНУТРЕННИЙ ТЕПЛООБМЕН	154
ГЛАВА 5. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ	154
§ 5.1. Основной закон теории теплопроводности. Закон (гипотеза) Фурье	154
§ 5.2. Коэффициент температуропроводности. Энергетическая форма записи основного закона теплопроводности	158
§ 5.3. Дифференциальное уравнение теплопроводности	161
§ 5.3.1. Вывод дифференциального уравнения теплопроводности	161
§ 5.3.2. Частные случаи записи дифференциального уравнения Фурье	168
§ 5.4. Условия однозначности, необходимые для решения дифференциального уравнения Фурье	178

§ 5.5. Нестационарная теплопроводность в телах простой формы	192
§ 5.5.1. Математическая формулировка задачи	192
§ 5.5.2. Графические представление температурного поля при граничных условиях I, II, и III родов в телах простой формы	195
§ 5.5.3. Аналитическое решение краевой задачи теории теплопроводности при граничных условиях третьего рода	206
§ 5.5.4. Расчет температурного поля в телах сложной формы по номограммам	229
§ 5.5.5. Температурное поле тел простой формы в зависимости от критерия Био	230
§ 5.5.6. Расчет температурных полей тел простой формы методом сеток	235
ГЛАВА 6. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛОТЫ	264
§ 6.1. Математическая формулировка задачи	264
§ 6.2. Теплопроводность неограниченной пластины с внутренними источниками теплоты	266
§ 6.3. Теплопроводность неограниченного цилиндра с внутренними источниками теплоты	272
§ 6.4. Теплопроводность шара с внутренними источниками теплоты	278
§ 6.5. Общее решение задачи стационарной теплопроводности для тел простой формы с внутренними источниками теплоты	283
§ 6.6. Теплопроводность неограниченной цилиндрической стенки с внутренними источниками теплоты	285
§ 6.7. Температурное поле в стержневом тепловыделяющем элементе (твэле)	301
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	317
ПРИЛОЖЕНИЯ	321

СОДЕРЖАНИЕ ВТОРОГО ТОМА

ПРЕДИСЛОВИЕ	10
ВВЕДЕНИЕ	12
ЧАСТЬ 3. ВНЕШНИЙ ТЕПЛООБМЕН	15
ГЛАВА 7. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОДНОФАЗНЫХ ТЕКУЧИХ СРЕДАХ	15
§ 7.1. Основные понятия и определения	15
§ 7.2. Физические свойства сплошных текучих сред	24
§ 7.3. Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена	43
§ 7.3.1. Дифференциальное уравнение переноса энергии в текучей среде	45
§ 7.3.2. Дифференциальные уравнения движения текучей среды	49
§ 7.3.2.1. Уравнение неразрывности	50
§ 7.3.2.2. Уравнение переноса импульса (уравнение Навье-Стокса)	51
§ 7.3.3. Условия однозначности, необходимые для решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена	54
§ 7.3.4. Методы решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена	56
§ 7.4. Инженерный метод расчета конвективного теплообмена	57
§ 7.4.1. Применение теории подобия для расчета конвективного теплообмена	57
§ 7.4.2. Определяемые критерии конвективного теплообмена	62
§ 7.4.3. Определяющие критерии конвективного теплообмена	73
§ 7.4.4. Уравнения подобия конвективного теплообмена	84

§ 7.5. Алгоритм расчета коэффициента теплоотдачи по критериальным формулам уравнениям подобия	92
§ 7.6. Влияние температурного поля флюида на конвективную теплоотдачу	94
§ 7.7. Расчет коэффициента конвективной теплоотдачи (основные критериальные уравнения)	98
§ 7.7.1. Конвективная теплоотдача при свободном движении текучей среды	99
§ 7.7.1.1. Теплоотдача при свободной конвекции около вертикальных пластин и вертикальных труб	100
§ 7.7.1.2. Теплоотдача при свободной конвекции около горизонтальных и наклонных пластин	119
§ 7.7.1.3. Теплоотдача при свободном движении текучей среды при малых числах Рэлея	122
§ 7.7.1.4. Теплоотдача при свободной конвекции около горизонтальных цилиндров (труб)	124
§ 7.7.1.5. Теплоотдача при свободном движении около вертикальных пластин, вертикальных труб, горизонтальных пластин, горизонтальных труб и шаров (формула М.А. Михеева [2])	126
§ 7.7.1.6. Теплообмен при свободном движении текучей среды в ограниченном пространстве	127
§ 7.7.2. Конвективная теплоотдача при вынужденном движении текучей среды в трубах и каналах	130
§ 7.7.2.1. Основные положения	130
§ 7.7.2.2. Теплоотдача при движении флюида в прямых гладких трубах	138
§ 7.7.2.3. Теплоотдача при движении флюида в каналах произвольного поперечного сечения	168
§ 7.7.2.4. Теплоотдача при турбулентном движении флюида в изогнутых трубах	173
§ 7.7.3. Конвективная теплоотдача при вынужденном внешнем обтекании тел	174
§ 7.7.3.1. Продольное обтекание пластины	175

§ 7.7.3.2. Теплоотдача при поперечном обтекании одиночной трубы и при обтекании шара	185
§ 7.7.3.3. Теплоотдача при поперечном обтекании трубного пучка	193
§ 7.8. Конвективная теплоотдача жидких металлов [4 – 6, 9 – 15, 42 – 44, 50, 52 – 54]	201
Контрольные вопросы <i>по материалам седьмой главы</i>	209
ГЛАВА 8. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ И КИПЕНИИ 212	
§ 8.1. Теплоотдача при конденсации паров	219
§ 8.1.1. Основные понятия и определения	219
§ 8.1.2. Критерий Рейнольдса при конденсации на вертикальной поверхности и на поверхности горизонтальной трубы	220
§ 8.1.3. Пленочная конденсация на вертикальной поверхности	225
§ 8.1.4. Пленочная конденсация на наклонной поверхности	235
§ 8.1.5. Пленочная конденсация на горизонтальной трубе	235
§ 8.1.6. Критериальные уравнения теплоотдачи при пленочной конденсации	240
§ 8.1.6.1. Пленочная конденсация на вертикальной поверхности	241
§ 8.1.6.2. Пленочная конденсация на горизонтальной трубе	248
§ 8.1.7. Факторы, влияющие на процесс пленочной конденсации неподвижного пара	253
§ 8.1.7.1. Влияние скорости движения пара	254
§ 8.1.7.2. Влияние влажности и перегрева пара	255
§ 8.1.7.3. Влияние неконденсирующихся газов в паре	257
§ 8.1.7.4. Влияние состояния поверхности на теплоотдачу при конденсации пара	259
§ 8.1.8. Отдельные задачи при конденсации пара	261

§ 8.1.8.1. Капельная конденсация пара	262
§ 8.1.8.2. Конденсация пара в горизонтальных пучках труб	268
§ 8.1.8.3. Теплообмен при пленочной конденсации движущегося пара в трубах и каналах	272
§ 8.2. Теплоотдача при кипении жидкостей	278
§ 8.2.1. Основные понятия и определения	278
§ 8.2.2. Критический радиус парового пузыря	283
§ 8.2.3. Режимы кипения в большом объеме (кривая кипения)	286
§ 8.2.3.1. Описание кривой кипения воды в большом объеме при атмосферном давлении	286
§ 8.2.3.2. Смена режимов кипения жидкости	304
§ 8.2.4. Расчет теплоотдачи при кипении	311
§ 8.2.4.1. Пузырьковое кипение в большом объеме	313
§ 8.2.4.2. Пленочное кипение в большом объеме	326
§ 8.2.4.3. Кризисы кипения. Переходное кипение	331
§ 8.2.4.4. Расчет теплоотдачи при кипении в условиях вынужденного движения	341
§ 8.2.5. Кипение жидких металлов	353
§ 8.2.6. Факторы, влияющие на теплоотдачу при кипении	361
Контрольные вопросы <i>по материалам восьмой главы</i>	379
ГЛАВА 9. РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛООБМЕН	382
§ 9.1. Основные понятия и определения	382
§ 9.1.1. Особенности радиационного теплообмена	383
§ 9.1.2. Параметры и характеристики теплового излучения	384
§ 9.1.3. Поглощающая, отражательная и пропускающая способности тела	386
§ 9.1.4. Собственное, результирующее и эффективное излучение тела	388
§ 9.2. Основные законы излучения абсолютно черного тела	391
§ 9.2.1. Закон Планка	392
§ 9.2.2. Закон смещения Вина	393

§ 9.2.3. Закон Стефана–Больцмана	394
§ 9.3. Излучение реальных тел	395
§ 9.3.1. Спектры реальных тел. Спектральная степень черноты	395
§ 9.3.2. Закон Кирхгофа	396
§ 9.3.3. Понятие серого тела	398
§ 9.3.4. Угловая плотность и яркость излучения	400
§ 9.4. Радиационный теплообмен в замкнутой системе из двух серых тел, разделенных диатермичной средой	403
§ 9.4.1. Угловые коэффициенты излучения	405
§ 9.4.1.1. Свойство замкнутости (замыкаемости) угловых коэффициентов	406
§ 9.4.1.2. Свойство взаимности угловых коэффициентов	407
§ 9.4.1.3. Свойство невогнутости угловых коэффициентов	408
§ 9.4.2. Частные случаи расчета радиационного теплообмена	408
§ 9.5. Радиационный теплообмен при установке экранов	410
§ 9.6. Излучение газов	415
§ 9.6.1. Особенности излучения газов	415
§ 9.6.2. Перенос лучистой энергии в ослабляющей среде	419
§ 9.6.3. Радиационный теплообмен между газом и окружающей его замкнутой серой оболочкой	422
§ 9.7. Дифференциальный и интегральный методы расчета радиационного теплообмена	433
§ 9.7.1. Дифференциальный метод расчета радиационного теплообмена	433
§ 9.7.2. Зональный метод расчета радиационного теплообмена [10]	437
§ 9.7.2.1. Постановка задачи расчета радиационного теплообмена зональным методом	437
§ 9.7.2.2. Понятие зонального метода расчета	439
§ 9.7.2.3. Обобщенные и разрешающие угловые коэффициенты излучения	441

§ 9.7.2.4. Классический зональный метод расчета радиационного теплообмена	446
§ 9.7.2.5. Резольвентный зональный метод расчета радиационного теплообмена	452
§ 9.7.2.6. Модификации зонального метода расчета радиационного теплообмена	458
Контрольные вопросы <i>по материалам девятой главы</i>	472
ЧАСТЬ 4. ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ	475
ГЛАВА 10. КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ	475
§ 10.1. Классификация по назначению и виду теплоносителя	476
§ 10.2. Классификация по принципу действия	479
§ 10.2.1. Теплообменники с внутренним источником теплоты	480
§ 10.2.2. Контактные теплообменные аппараты	482
§ 10.2.3. Регенеративные теплообменные аппараты	486
§ 10.2.4. Рекуперативные теплообменные аппараты	492
§ 10.3. Конструкции рекуператоров	496
§ 10.3.1. Кожухотрубный теплообменный аппарат	496
§ 10.3.2. Кожухотрубный теплообменный аппарат типа «труба в трубе»	501
§ 10.3.3. Пластинчатый теплообменный аппарат	503
Контрольные вопросы <i>по материалам десятой главы</i>	506
ГЛАВА 11. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В РЕКУПЕРАТОРЕ	508
§ 11.1. Методы расчета теплообменного аппарата	508
§ 11.2. Уравнение теплового баланса рекуператора	510
§ 11.3. Уравнение теплопередачи в рекуператоре	515
§ 11.4. Температурное поле в рекуператоре	519
§ 11.4.1. Графики изменения температуры теплоносителей в рекуператоре	519
§ 11.4.2. Расчет изменения температуры теплоносителей в рекуператоре	525

§ 11.4.3. Расчет разности температур теплоносителей в рекуператоре	536
§ 11.4.4. Расчет средних температур теплоносителей в рекуператоре	544
§ 11.4.5. Расчет средних температур стенок теплопередающей поверхности	547
§ 11.5. Расчет коэффициента теплопередачи в рекуператоре	549
§ 11.6. Анализ эффективности рекуперативного теплообменного аппарата в зависимости от схемы движения теплоносителей	555
Контрольные вопросы по материалам <i>одиннадцатой главы</i>	563
ГЛАВА 12. ТЕПЛОВОЙ И ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РЕКУПЕРАТОРА	564
§ 12.1. Задачи расчета теплообменного аппарата	564
§ 12.2. Тепловой расчет рекуператора	566
§ 12.2.1. Методы теплового расчета рекуператора	566
§ 12.2.2. Тепловой поверочный расчет рекуператора	570
§ 12.2.2.1. Алгоритм теплового поверочного расчета по «методу $\bar{\Delta}T_+$ »	571
§ 12.2.2.2. Алгоритм теплового поверочного расчета по «методу $E - N$ »	574
§ 12.2.3. Термический конструктивный расчет рекуператора	577
§ 12.2.3.1. Алгоритм теплового конструктивного расчета по «методу $\bar{\Delta}T_+$ »	579
§ 12.2.3.2. Алгоритм теплового конструктивного расчета по «методу $E - N$ »	584
§ 12.3. Гидравлический расчет рекуператора	586
§ 12.3.1. Расчет механической мощности	586
§ 12.3.2. Расчет перепада давления	588
§ 12.3.2.1. Потери давления на самотягу	589
§ 12.3.2.2. Потери давления на ускорение	590
§ 12.3.2.3. Потери давления на трение	590

§ 12.3.2.4. Потери давления в местных сопротивлениях	612
§ 12.3.2.5. Потери давления в пучках труб	612
§ 12.4. Критерии оценки эффективности рекуператора	617
Контрольные вопросы по материалам <i>двенадцатой главы</i>	628
ЧАСТЬ 5. МАССООБМЕН. АНАЛОГИЯ ПЕРЕНОСА В НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМАХ	630
ГЛАВА 13. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МАССООБМЕНА	630
§ 13.1. Математическая модель массообмена	630
§ 13.1.1. Математическая модель внешнего массообмена (краевая задача конвективной диффузии)	631
§ 13.1.2. Инженерный метод расчета конвективного массообмена	635
§ 13.1.3. Математическая модель внутреннего массообмена (краевая задача молекулярной диффузии)	645
§ 13.2. Массопередача	655
§ 13.3. Аналогия переноса теплоты и массы	658
Контрольные вопросы по материалам <i>тринадцатой главы</i>	666
ГЛАВА 14. АНАЛОГИЯ ПЕРЕНОСА В НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМАХ	668
§ 14.1. Аналогия переноса теплоты, массы и импульса	668
§ 14.1.1. Аналогия молекулярного переноса субстанции	669
§ 14.1.2. Аналогия конвективного переноса субстанции	671
§ 14.2. Электрическая аналогия переноса теплоты и массы	673
§ 14.2.1. Идея метода электрической аналогии	673
§ 14.2.2. Пример использования метода электротепловой аналогии	678
§ 14.3. Гидравлическая аналогия переноса теплоты и массы	684

Контрольные вопросы по материалам четырнадцатой главы	687
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	688
ПРИЛОЖЕНИЯ	694

БУХМИРОВ Вячеслав Викторович

ТЕПЛОМАССОБМЕН

Учебник в двух томах

TOM II

Редактор Т.В. Соловьева

Подписано в печать . Формат 60×84¹/₁₆.

Печать плоская. Усл. печ. л. 41,85. Уч.-изд, л. 39,8.

Тираж 330. Заказ № .

ФГБОУВО “Ивановский государственный энергетический
университет имени В.И. Ленина”
153003, г. Иваново, ул. Рабфаковская, 34.

Отпечатано в типографии «ПресСто»,
153025, Ивановская обл., г. Иваново, ул. Дзержинского, 39, строение 8.
Тел.: 8-930-330-36-20, E-mail: pressto@mail.ru