

## ПРОГРАММА вступительных испытаний по математике в ИГЭУ

Поступающий в ИГЭУ должен:

- четко знать математические определения и теоремы, предусмотренные программой; уметь доказывать эти теоремы;
- уметь четко и сжато выражать математическую мысль, используя соответствующую символику;
- уверенно владеть математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, уметь применять их при решении задач.

Программа состоит из трех разделов. Первый из них представляет собой перечень основных математических понятий, которыми должен владеть поступающий (уметь правильно их использовать при решении задач, сослаться при доказательстве теорем). Во втором разделе указаны утверждения, у которых нужно знать формулировки и которые надо уметь доказывать. В третьем разделе перечислены основные математические умения и навыки, которыми должен владеть экзаменуемый.

### 1. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

#### Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа ( $N$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа ( $Z$ ). Рациональные числа ( $Q$ ), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа ( $R$ ), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень  $n$ -й степени ( $n \in N$ ).

Логарифмы и их свойства.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции, возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие существования корня уравнения  $f(x)=0$  на данном отрезке.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функции: линейной, квадратичной  $y=ax^2+bx+c$ , степенной  $y=ax^n$  ( $n \in N$ ),  $y=k/x$ , показательной  $y=a^x$ ,  $a>0$ , логарифмической, тригонометрических функций ( $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ), арифметического корня  $y = \sqrt[n]{x}$ .

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула  $n$ -го члена и суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии. Формула  $n$ -го члена и суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии.

Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух аргументов (формулы).

Синус, косинус и тангенс двойного аргумента, синус и косинус половинного аргумента.

Преобразование в произведение сумм  $\sin \alpha \pm \sin \beta$ ,  $\cos \alpha \pm \cos \beta$ .

Преобразование в сумму произведений  $\cos \alpha \cos \beta$ ,  $\sin \alpha \sin \beta$ ,  $\sin \alpha \cos \beta$ .

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл, уравнение касательной к графику функции.

Производные функции  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = a^n$ ,  $y = x^n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ).

## Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразования подобия и его свойства.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Его медиана биссектриса, высота, их свойства. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

Центральные и вписанные углы.

Вписанные и описанные окружности.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью, углы между скрещивающимися прямыми.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла.

Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формула площади поверхности и объема призмы.

Формула площади поверхности и объема пирамиды.

Формула площади поверхности и объема цилиндра.

Формула площади поверхности и объема конуса.

Формула объема шара. Формула площади сферы.

## 2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

### Алгебра и начала анализа

Свойства функции  $y = kx + b$  и ее график.

Свойства функции  $y = k/x$  и ее график.

Свойства функции  $y = ax^2 + bx + c$  и ее график.

Формула корней квадратного уравнения.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функций  $y = \sin x$  и  $y = \cos x$  и их графики.

Определение и свойства функций  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$  и их графики.

Решение уравнений вида  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ .

Формулы приведения.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного аргумента.

Производная суммы двух функций.

Производная произведения постоянной на функцию.

### Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.

Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

Признаки параллельных прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойства.

Измерение угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольников.

Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости.

Признак параллельности плоскостей.

Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикулярность двух плоскостей.

Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Теорема о трех перпендикулярах.

## 3. ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Экзаменуемый должен уметь:

Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами и таблицами для вычислений.

Производить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.

Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции, а также сводящиеся к таким уравнениям и неравенствам.

Пользоваться свойствами функций и их графиков при решении связанных с ними уравнений и неравенств.

Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.

Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии — при решении геометрических задач.

Производить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение векторов на число) и пользоваться свойствами этих операций.

Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы при построении графиков функций.