РАЗДЕЛ 3. Конвективный теплообмен в однофазных средах

§3.1. Основные понятия и определения

Конвекция теплоты осуществляется за счет перемещения макрообъемов среды из области с одной температурой в область с другой температурой. Конвекция протекает совместно с процессом теплопроводности. Сочетание конвекции и теплопроводности, наблюдаемое в текучих средах, называют *конвективным теплообменом.* Поэтому плотность теплового потока при конвективном теплообмене рассчитывается по формуле:

$$q_{кто} = q_{конд} + q_{конв} = -\lambda \cdot \nabla T + \rho \cdot \vec{w} \cdot h,$$

где $q_{кто}$ – плотность теплового потока при конвективном теплообмене, Вт/м^2; $q_{конд}$ – плотность теплового потока при кондуктивном (за счет теплопроводности) теплообмене, Вт/м^2; $q_{конв}$ – плотность теплового потока за счет конвекции текучей среды, Вт/м^2; λ – коэффициент теплопроводности флюида, Вт/(м^2·К); ∇T – градиент температур, К/м; ρ – плотность флюида, кг/м^3; $\vec{w}$ – скорость движения флюида, м/с; $h = c_p \cdot T$ – удельная энтальпия флюида, Дж/кг; Т – температура, ºС или К.

Таким образом, для расчета теплового потока, передаваемого в неизотермической текучей среде необходимо предварительно рассчитать температурное поле и поле скорости.

В *зависимости от причины*, вызывающей движение текучей среды, различают конвекцию при вынужденном движении или *вынужденную конвекцию* и конвекцию при свободном движении или *свободную конвекцию*. При *вынужденной конвекции* движение текучей среды происходит под действием внешней силы – разности давлений в потоке, которую создает какое-либо транспортирующее флюид устройство, например, вентилятор, насос и т.п. При *свободной конвекции* движение среды происходит без приложения внешней силы, а вследствие разности плотностей различных объемов среды, которая может возникать из-за переменного поля температуры, т.к. плотность $\rho = f(T)$. Переменное поле температур вызывает переменное поле плотности и, вследствие этого, в поле земного тяготения происходит перемещение масс с разной плотностью (легкие слои поднимаются вверх, тяжелые опускаются вниз). В этом случае говорят о *свободной тепловой* или *естественной* конвекции. Заметим, что переменная по объему плотность текучей среды может быть создана и путем механического перемешивания сред с различной плотностью (например, при продувке жидкой стальной ванны кислородом).

По *интенсивности движения* различают два основных режима течения: *ламинарный и турбулентный*. Для большинства флюидов существует и *переходный* от ламинарного к турбулентному режим течения.

Признаки *ламинарного режима* течения:

— частицы среды движутся по плавным взаимно непересекающимся траекториям;

— параметры течения (температура, скорость, давление и концентрация примесей) являются гладкими функциями координат и времени;

—перенос субстанции (теплоты, импульса и массы) осуществляется за счет взаимодействия *микрочастиц* среды (атомов, молекул, ионов и т. п.). Поэтому коэффициенты переноса субстанции (коэффициент температуропроводности, коэффициент кинематической вязкости и коэффициент диффузии) являются физическими характеристиками вещества. Коэффициенты переноса субстанции для разных веществ определяют экспериментально и приводят в справочных таблицах в зависимости от температуры.

Признаки *турбулентного режима* течения:

— частицы среды движутся по сложным, ломаным, взаимно пересекающимся траекториям;

— параметры течения (температура, скорость, давление и концентрация примесей) являются пульсирующими функциями координат и времени;

—перенос субстанции (теплоты, импульса и массы) осуществляется за счет взаимодействия макрообъемов среды (турбулентных молей). Поэтому коэффициенты переноса субстанции (коэффициент температуропроводности, коэффициент кинематической вязкости и коэффициент диффузии) зависят от самого режима движения и не являются физическими характеристиками вещества. Коэффициенты турбулентного переноса субстанции рассчитывают по, так называемым, *полуэмпирическим моделям турбулентности*, изучение которых выходит за рамки нашего краткого курса.

Существование *ламинарного* или *турбулентного* режима течения зависит от соотношения двух сил, действующих в текучей среде: силы инерции ($f_{ин}$)и силы трения ($f_{тр}$). При условии $f_{ин} << f_{тр}$ имеет место ламинарный режим течения и, соответственно, наоборот, при $f_{ин} >> f_{тр}$ – турбулентный режим.

§3.2. Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена

В общем случае однофазная химически однородная текучая среда характеризуется:

1. полем температуры $T(x_i, \tau)$ – скалярное поле;
2. полем скорости $\vec{w}(x_i, \tau) = w_x \vec{i} + w_y \vec{j} + w_z \vec{k}$ – векторное поле;
3. полем давления $p(x_i, \tau)$ – скалярное поле,

где x_i – ортогональная система координат (например, для декартовой системы координат $x_1 = x,\ x_2 = y,\ x_3 = z$); τ – время. При этом физические свойства среды (плотность, коэффициенты вязкости, коэффициент теплопроводности) должны быть известны.

Для расчета температуры, давления и, в общем случае, трех составляющих вектора скорости необходимо решить пять дифференциальных уравнений:

— дифференциальное уравнение переноса энергии в текучей среде – уравнение Фурье-Кирхгофа;

— три дифференциальных уравнения переноса импульса в текучей среде – уравнения Навье - Стокса;

— дифференциальное уравнение неразрывности или сплошности.

Дифференциальное уравнение Фурье-Кирхгофа

В векторном виде уравнение переноса энергии в текучей среде имеет вид:

$$\rho \cdot c \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w} \cdot \nabla T \right) = \operatorname{div}[\lambda \cdot \operatorname{grad}(T)] + q_v + \mu \cdot \Phi - p \cdot \operatorname{div}(\overrightarrow{w}),$$

где $\rho \cdot c \cdot \partial T / \partial \tau$ – слагаемое в правой части уравнения энергии, которое отражает нестационарность процесса теплообмена; $\rho \cdot c \cdot \vec{w} \cdot \nabla T$ – конвективный член уравнения энергии – учитывает перенос теплоты за счет движения среды; $\operatorname{div}[\lambda \cdot \operatorname{grad}(T)]$ – диффузионный член уравнения – учитывает перенос теплоты теплопроводностью; q_v – источниковый член уравнения – учитывает поступление или убыль энергии за счет действия внутренних источников или стоков теплоты; $\mu \cdot \Phi$ – слагаемое уравнения энергии, учитывающее нагрев среды вследствие диссипации кинетической энергии движения за счет трения; μ – динамический коэффициент вязкости; Φ – диссипативная функция; $-p \cdot \operatorname{div}\vec{w}$ – слагаемое уравнения энергии, учитывающее изменение энергии флюида при его сжатии или расширении.

Последние два слагаемых в уравнении переноса энергии в значительной степени зависят от скорости движения и для скоростей менее 100 м/с, характерных для энергетических и теплотехнологических агрегатов, в расчетах теплообмена не учитываются в силу их малости. Принимая допущение о независимости физических свойств среды от температуры и отсутствии внутренних источников теплоты уравнение Фурье-Кирхгофа принимает вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w} \cdot \nabla T = a \cdot \nabla^2 T,$$

где $a = \lambda / (\rho \cdot c)$ – коэффициент температуропроводности текучей среды, м^2/с; ρ – плотность, кг/м^3; c – удельная массовая теплоемкость, Дж/(кг·К).

Заметим, что для неподвижной среды ($\vec{w} = 0$) уравнение Фурье-Кирхгофа переходит в уравнение теплопроводности – уравнение Фурье.

Для решения уравнения Фурье-Кирхгофа необходимо предварительно рассчитать поле скорости, решив уравнения Навье - Стокса.

Дифференциальные уравнения движения текучей среды
(уравнения Навье - Стокса)

Вывод уравнений Навье–Стокса основан на законе сохранения количества движения для фиксированной массы M текучей среды, согласно которому изменение импульса равно сумме внешних сил, действующих на элементарный объем массой M:

$$\frac{d\vec{K}}{d\tau} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}},$$

где $\vec{K} = M \cdot \vec{w}$ – импульс, кг·м/с; $\vec{f}_{\text{внешн}}$ – внешние силы, действующие на элементарный объем флюида, Н.

Запишем без вывода уравнения Навье – Стокса в векторной форме для текучих сред с постоянной плотностью:

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + \vec{w} \cdot \nabla \vec{w} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \cdot \nabla^2 \vec{w}.$$

В этом случае уравнение неразрывности принимает вид:

$$\operatorname{div} \vec{w} = 0$$

В уравнении движения текучей среды все слагаемые имеют размерность [Н/кг] и представляют собой массовую плотность силы: $\partial \vec{w} / \partial \tau \equiv f_{\text{лок}}$ – нестационарный член уравнения, имеющий смысл локальной силы; $\vec{w} \cdot \nabla \vec{w} \equiv f_{\text{ин}}$ – конвективный член уравнения – характеризует силу инерции; $\vec{g} \equiv f_g$ – слагаемое, имеющее смысл объемной или массовой силы (силы тяжести); $\frac{1}{\rho} \nabla p \equiv f_p$ – характеризует силу давления; $\nu \cdot \nabla^2 \vec{w} \equiv f_{\text{тр}}$ – диффузионный член уравнения – характеризует силу трения.

Замечание. Знак $\equiv$ можно читать, как «соответствует» или «характеризует».

Условия однозначности, необходимые для решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена

Для выделения единственного решения необходимо задать:
— геометрию расчетной области, ее размеры и время процесса;
— физические свойства текучей среды;
— закон изменения внутренних источников теплоты (в частном случае $q_v = 0$);
— начальные и граничные условия.

Начальные условия определяют распределение температуры, скорости, и давления в начальный момент времени процесса конвективного теплообмена во всей расчетной области

$$T(x_i, \tau = 0) = T_0(x_i)$$

$$\vec{w}(x_i, \tau = 0) = \vec{w}_0(x_i)$$

$$p(x_i, \tau = 0) = p_0(x_i)$$

Граничные условия для уравнения энергии могут иметь вид граничных условий I, II, III и IV родов на твердых ограничивающих течение флюида поверхностях. Например, граничные условия IV рода в этом случае имеют вид

$$\lambda_w \left.\frac{\partial T_w}{\partial n}\right|_w = \lambda_f \left.\frac{\partial T_f}{\partial n}\right|_w,$$

где λ_w и λ_f – коэффициенты теплопроводности ограждений и флюида; **n** – нормаль к, ограждающей поток, поверхности.

Скорость на твердых, ограничивающих текучую среду поверхностях, равна нулю в силу условия прилипания. На свободных поверхностях расчетной области скорость должна быть, либо задана, либо рассчитана в ходе итерационного процесса.

Для расчета поля давления на твердых ограничивающих поверхностях, как правило, задают граничное условие:

$$\left.\frac{\partial p}{\partial n}\right|_w = 0.$$

Аналитическое решение системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена с соответствующими условиями однозначности пока не получено. В настоящее время для моделирования теплообмена в текучих средах применяют численные методы решения вышеуказанной системы дифференциальных уравнений, оформленные в виде вычислительных комплексов (пакетов прикладных программ), изучение которых далеко выходит за рамки нашего курса. Однако, не решая систему уравнений конвективного теплообмена, мы ее тем не менее будем использовать при изучении экспериментального метода расчета конвективного теплообмена, основанного на теории подобия физических процессов.

§3.3. Основные положения теории подобия

При расчете и проектировании теплообменных устройств, как правило, требуется рассчитать тепловой поток при конвективной теплоотдаче от флюида к стенке или, наоборот, от стенки к флюиду. Как мы уже знаем (см. раздел 1), в этом случае тепловой поток находят по закону теплоотдачи, который в 1701 году предложил великий английский ученый Исаак Ньютон:

$$Q = \alpha \cdot \Delta T \cdot F \quad \text{или} \quad q = \alpha \cdot \Delta T,$$

где $\Delta T = |T_w - T_f|$ – модуль разности температур между стенкой и флюидом, ^oC (К);); T_w – температура поверхности теплообмена (стенки), ^oC (К); T_f – температура текучей среды (флюида) вдали от стенки, ^oC (К); Q – тепловой поток, Вт; q = Q/F – поверхностная плотность теплового потока, Вт/м^2; F – площадь поверхности теплообмена (площадь поверхности стенки), м^2; α – средний коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2·К).

При заданных геометрических размерах системы теплообмена, температурах стенки и текучей среды задача расчета теплового потока сводится к определению коэффициента теплоотдачи (α). Заметим, что коэффициент теплоотдачи α не имеет физического смысла и выступает в роли коэффициента пропорциональности в законе теплоотдачи Ньютона. Из анализа закона Ньютона следует, что α численно равен тепловому потоку с 1 м^2 поверхности теплообмена при разности температур ΔT между стенкой и текучей средой в один градус ($\Delta T = 1°C$ или $\Delta T = 1K$).

Коэффициент теплоотдачи находят, используя закон Ньютона, определив экспериментально тепловой поток и разность температур:

$$\alpha = \frac{Q}{\Delta T \cdot F}.$$

В этом случае для сложных систем теплообмена необходимо, в принципе, выполнить бесконечное множество экспериментов, поскольку коэффициент теплоотдачи зависит от многих параметров: координат, скорости, температуры, физических свойств среды и т.д.:

$$\alpha = f\left(x_i, \vec{w}, T, \nu, \lambda, \rho, \ \ldots\right).$$

Для уменьшения числа независимых переменных была разработана *теория подобия*. Теория подобия также дает правила моделирования и позволяет распространить результаты ограниченного числа экспериментов на группу подобных явлений. Теория подобия базируется на трех положениях теоремы Кирпичева-Гухмана:

1. Подобные процессы должны иметь одинаковую физическую природу.
2. В модели и объекте моделирования (образце) должно выполняться подобие условий однозначности, а именно: геометрическое подобие, кинематическое подобие (подобие скоростей), динамическое (подобие сил), тепловое подобие (подобие температурных полей и тепловых потоков).
3. В модели и объекте моделирования (образце) определяющие критерии должна быть равны. В этом случае равны и определяемые критерии.

Критерий – безразмерный комплекс, который *характеризует* отношение физических эффектов, но не является этим отношением. Другими словами критерий представляет собой *меру* отношения физических эффектов. *Определяемые* критерии также называют *числами подобия.*

Все критерии можно разделить на две основные группы: *определяемые* и *определяющие*. Определяемые критерии находят из эксперимента, а от определяющих критериев зависит результат эксперимента. Существует и группа независимых критериев или параметров, к которым следует отнести безразмерные координаты и безразмерное время. Однако в обратных задачах конвективного теплообмена безразмерное время может быть определяемым критерием.

Любая комбинация критериев является тоже критерием.

Если процесс течения и теплообмена не зависит от какого-либо критерия, то этот процесс называют *автомодельным* (независимым) по отношению к этому критерию.

Определяемые критерии конвективного теплообмена

Пусть флюид (f) омывает стенку произвольной формы (w). Вблизи стенки возникают гидродинамический и тепловой пограничные слои. Внутри гидродинамического пограничного слоя скорость флюида уменьшается от скорости невозмущенного потока (w_0) до нуля на стенке ($w_0 = 0$) в силу условия прилипания. В тепловом пограничном слое происходит изменение температуры от T_0 – температуры за пределами пограничного слоя до T_w – температуры стенки. Пограничный слой имеет сложную структуру, которая описана в специальной литературе, например []. Для нас важно, что в области теплового пограничного слоя, непосредственно примыкающей к стенке, теплота передается только теплопроводностью. Тогда по закону Фурье:

$$q = -\lambda_f \cdot \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_w,$$

где λ_f – коэффициент теплопроводности текучей среды.

Наиболее часто в инженерных расчетах конвективного теплообмена для расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи используют критерий Нуссельта (Нуссельт) и критерий Стантона (Стантон).

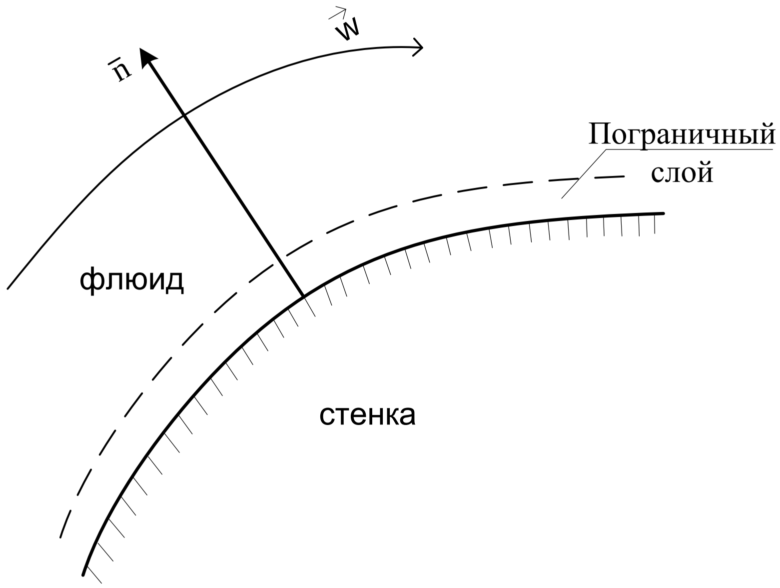


Рис. 3.1. К выводу критерия Нуссельта

Нуссельт характеризует отношение двух форм представления теплового потока, которым обмениваются флюид и стенка. Получим число Nu как отношение тепловых потоков:

$$Nu \equiv \frac{q_{конв}}{q_{конд,f}} = \frac{\alpha \cdot \Delta T}{\lambda_f \cdot \partial T / \partial n},$$

где $q_{конв}$ – плотность теплового потока конвективной теплоотдачей, рассчитываемая по закону теплоотдачи Ньютона, а $q_{конд,f}$ – плотность теплового потока кондукцией в теплопроводной части пограничного слоя, рассчитываемая по закону Фурье. Учитывая, что градиент температур $(\partial T / \partial n)$ прямо пропорционален отношению $(\Delta T / R_0)$ окончательно получим выражение критерия Нуссельта:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot \Delta T}{\lambda_f \dfrac{\Delta T}{R_0}} = \frac{\alpha}{\left(\dfrac{\lambda_f}{R_0}\right)} = \frac{\alpha \cdot R_0}{\lambda_f},$$

где R_0 – определяющий или характерный размер в системе теплообмена, м; λ_f – коэффициент теплопроводности текучей среды, Вт/(м·К).

Критерий **Нуссельта** характеризует отношение плотности теплового потока конвективной теплоотдачей к плотности теплового потока кондукцией в слое текучей среды вблизи стенки.

Без вывода запишем критерий **Стантона** или **Стантон**:

$$St = \frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot w_0} = \frac{Nu}{Pe},$$

где ρ – плотность флюида, кг/м^3; c_p – изобарная теплоемкость, Дж/(кг·К); Pe – критерий **Пекле** – критерий теплового подобия.

К группе определяемых критериев также относят критерий **Эйлера** (безразмерную силу давления) или **Эйлер**:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho \cdot {w_0}^2},$$

который характеризует отношение силы давления к силе инерции или отношение энергии давления к кинетической энергии потока.

Замечание. Формально запись критерия **Нуссельта** и критерия **Био́** совпадают. Действительно: $\mathrm{Bi} = \dfrac{\alpha \cdot R}{\lambda}$ – критерий **Био́** и $\mathrm{Nu} = \dfrac{\alpha \cdot R_0}{\lambda_f}$ – критерий **Нуссельта**.

Однако можно выделить три принципиальных отличия этих критериев подобия:

— во-первых, **Био́** относится к группе *определяющих* критериев, а **Нуссельт** – к группе *определяемых* критериев;

— во-вторых, в критерий **Био́** входит коэффициент теплопроводности твердого тела, а в критерий **Нуссельта** коэффициент теплопроводности текучей среды;

— в-третьих, определяющие размеры R_0, входящие в оба критерия имеют разный смысл и разное значение, поскольку характеризуют разные расчетные области теплообмена.

Определяющие критерии конвективного теплообмена

Для вывода определяющих критериев конвективного теплообмена, запишем систему дифференциальных уравнений конвективного теплообмена в векторной форме:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w} \cdot \nabla T = a \cdot \nabla^2 T;$$

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + \vec{w} \cdot \nabla \vec{w} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \cdot \nabla^2 \vec{w}$$

Зададим *базовые* или *определяющие* параметры расчетной области конвективного теплообмена, которые характеризуют условия однозначности краевой задачи конвективного теплообмена:

— определяющий размер – R_0;

—время процесса в нестационарных задачах конвективного теплообмена – τ_0;

— определяющую температуру – T_0;

— определяющую скорость – w_0;

— давление флюида – p_0;

— физические свойства флюида, взятые из справочника при определяющей температуре: $\rho = f(T_0)$ – плотность, $a = f(T_0)$ – коэффициент температуропроводности, $\nu = f(T_0)$ – кинематический коэффициент вязкости).

Критерии теплового подобия получим отношением всех слагаемых уравнения Фурье-Кирхгофа к диффузионному члену уравнения, который моделирует перенос теплоты теплопроводностью или кондукцией. Отношение локального теплового потока, который характеризует изменение энтальпии элементарного объема, к кондуктивному тепловому потоку дает:

$$\frac{q_{лок}}{q_{конд}} = \frac{\dfrac{\partial T}{\partial \tau}}{a \cdot \nabla^2 T} \equiv \frac{\dfrac{T_0}{\tau_0}}{a \cdot \dfrac{T_0}{R_0^2}} = \frac{T_0 \cdot R_0^2}{a \cdot \tau_0 \cdot T_0} = \frac{R_0^2}{a \cdot \tau_0} = \frac{1}{\mathrm{Fo}},$$

где $\mathrm{Fo} = a \cdot \tau_0 / R_0^2$ – критерий Фурье – безразмерное время в задачах теплообмена.

Отнесем конвективный тепловой поток к кондуктивному тепловому потоку и получим определяющий критерий теплового подобия – критерий **Пекле́**:

$$\frac{q_{конв}}{q_{конд}}=\frac{\vec{w}\cdot\nabla T}{a\cdot\nabla^2 T}\equiv\frac{w_0\cdot\dfrac{T_0}{R_0}}{a\cdot\dfrac{T_0}{R_0^2}}=\frac{w_0\cdot T_0\cdot R_0^2}{a\cdot T_0\cdot R_0}=\frac{w_0\cdot R_0}{a}=Pe\,.$$

Т.о. критерий **Пекле́** характеризует отношение теплового потока, переданного конвекцией к кондуктивному тепловому потоку в данной расчетной области теплообмена.

Критерии гидродинамического подобия получим отношением членов уравнения Навье–Стокса к конвективному члену уравнения, который моделирует силу инерции.

Найдем отношение локальной силы к силе инерции:

$$\frac{f_{лок}}{f_{ин}}=\frac{\dfrac{\partial\vec{w}}{\partial\tau}}{\vec{w}\cdot\nabla\vec{w}}\equiv\frac{\dfrac{w_0}{\tau_0}}{\dfrac{w_0^2}{R_0}}=\frac{w_0\cdot R_0}{w_0^2\cdot\tau_0}=\frac{R_0}{w_0\cdot\tau_0}=\frac{1}{Ho}\,,$$

где $Ho=w_0\cdot\tau_0/R_0$ – критерий **гомохронности** (однородности во времени) – характеризует отношение силы инерции к локальной силе (безразмерное время в задачах движения текучей среды).

Три силы, стоящие в правой части уравнения Навье–Стокса (f_g, f_p, $f_{тр}$) также отнесем к силе инерции. Получим:

$$\frac{f_g}{f_{ин}}=\frac{g}{\vec{w}\cdot\nabla\vec{w}}\equiv\frac{g}{w_0^2/R_0}=\frac{g\cdot R_0}{w_0^2}=Fr\,;$$

$$\frac{f_p}{f_{ин}}=\frac{\dfrac{1}{\rho}\nabla p}{\vec{w}\cdot\nabla\vec{w}}\equiv\frac{\dfrac{p_0}{\rho_0\cdot R_0}}{\dfrac{w_0^2}{R_0}}=\frac{p_0\cdot R_0}{\rho_0\cdot R_0\cdot w_0^2}=\frac{p_0}{\rho_0\cdot w_0^2}=Eu\,;$$

$$\frac{f_{тр}}{f_{ин}}=\frac{\nu\cdot\nabla^2\vec{w}}{\vec{w}\cdot\nabla\vec{w}}\equiv\frac{\nu\dfrac{w_0}{R_0^2}}{\dfrac{w_0^2}{R_0}}=\frac{\nu\cdot w_0\cdot R_0}{w_0^2\cdot R_0^2}=\frac{\nu}{w_0\cdot R_0}=\frac{1}{Re}\,.$$

В вышеприведенных формулах:

$Fr=\dfrac{g\cdot R_0}{w_0^2}$ – критерий **Фруда** или **Фруд** – характеризует отношение силы тяжести (гравитационной силы) к силе инерции;

$Eu=\dfrac{p_0}{\rho_0\cdot w_0^2}$ – критерий **Эйлера** или **Эйлер** – характеризует отношение силы давления к силе инерции;

$Re=\dfrac{w_0\cdot R_0}{\nu}$ – критерий **Ре́йнольдса** или **Ре́йнольдс** (критерий динамического подобия) – характеризует отношение силы инерции к силе трения. По значению критерия Рейнольдса (Re) судят о режиме течения флюида при вынужденной конвекции.

В правой части уравнений Навье–Стокса стоят три критерия: Fr, Eu и Re, два из которых критерия однозначно определяют третий критерий. При моделировании, как правило, считают Fr и Re определяющими критериями, а Eu – определяемым критерием.

При решении задач теплообмена при свободной конвекции скорость течения флюида определить довольно сложно, поэтому ее исключают из критериев подобия и учитывают косвенно, рассчитывая гравитационную силу, возникающую из-за переменного поля плотности в неоднородном поле температур. В этом случае используют критерии **Галлилея** (Ga), **Архимеда** (Ar), **Грасгофа** (Gr) и **Рэлея** (Ra).

Используя правило о том, что комбинация критериев представляет собой тоже критерий, получим:

$$Re^2 \cdot Fr = \frac{w_0^2 \cdot R_0^2}{\nu^2} \cdot \frac{g \cdot R_0}{w_0^2} = \frac{g \cdot R_0^3}{\nu^2} = Ga,$$

где Ga – критерий **Галилея**, который характеризует отношение силы тяжести к силе вязкого трения:

$$Ga = \frac{g \cdot R_0^3}{\nu^2}.$$

Для учета свободной конвекции, возникающей из-за переменной плотности в данном объеме, умножим критерий **Галлилея** (Ga) на параметрический критерий $\Delta\rho/\rho$ и получим критерий **Архимеда**:

$$Ar = Ga \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{g \cdot R_0^3}{\nu^2} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho},$$

где $\Delta\rho$ – изменение плотности флюида, а $\rho = f(T_0)$ – значение плотности флюида при определяющей температуре T_0.

Критерий **Архимеда** характеризует отношение подъемной силы из-за разности плотностей к силе вязкого трения.

Если переменная плотность среды возникает вследствие процесса теплообмена, то $\Delta\rho/\rho = \beta \cdot \Delta T$ и критерий Архимеда переходит в критерий **Грасгофа**:

$$Gr = \frac{g \cdot R_0^3}{\nu^2} \beta \cdot \Delta T,$$

где ΔT – модуль разности температур между стенкой и флюидом, °C (K); β – коэффициент объемного расширения флюида, 1/K.

Т.о. критерий **Грасгофа** является частным случаем критерия **Архимеда** и характеризует отношение термо-гравитационной силы к силе вязкого трения.

Замечание. Коэффициент объемного расширения капельных жидкостей приведен в справочниках в зависимости от температуры флюида, а для газов его рассчитывают по формуле:

$$\beta = \frac{1}{T_0},$$

где T_0 – определяющая температура в **Кельвинах!**

По величине критерия Gr судят о режиме течения в задачах теплообмена при свободной конвекции для конкретного флюида.

Для обобщения экспериментальных данных о режиме течения флюидов разной физической природы используют критерий **Рэлея**:

$$Ra = Gr \cdot Pr,$$

где Pr – критерий **Прандтля**:

$$Pr = \frac{\nu}{a}.$$

Критерий **Прандтля** представляет собой отношение двух характеристик молекулярного переноса импульса (ν) и теплоты (a) и является физическим параметром среды, значение которого приводят в справочниках в зависимости от температуры.

По величине критерия **Прандтля** (Pr) все текучие среды можно разделить на три группы:

— $Pr \ll 1$ – жидкие металлы;
— $Pr \approx 1$ – газы;
— $Pr > 1$ – вода, минеральные масла и органические жидкости.

Уравнения подобия

Функциональную связь между определяемыми и определяющими критериями называют уравнениями подобия. Для расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи – критерия Нуссельта в стационарных задачах конвективного теплообмена используют следующие уравнения подобия:

$\overline{Nu} = f(Gr,\ Pr)$ – свободная конвекция;

$\overline{Nu} = f(Gr,\ Re,\ Pr)$ – вынужденная конвекция (ламинарный режим течения);

$\overline{Nu} = f(Re,\ Pr)$ – вынужденная конвекция (переходный и турбулентный режимы течения),

где $\overline{Nu}$ – среднее по всей поверхности теплообмена значение критерия Нуссельта.

Уравнения подобия получают в два этапа. На первом этапе строят физическую модель процесса, соблюдая правила моделирования, и выполняют эксперимент на модели. В модели и объекте моделирования добиваются равенства определяющих критериев. Например:

$Re_{мод} = Re_{обр}$, $Gr_{мод} = Gr_{обр}$, $Pe_{мод} = Pe_{обр}$ и т.д.,

где индекс "мод" означает "модель", а индекс "обр" – "образец" или объект моделирования.

На втором этапе моделирования выполняют статистическую обработку результатов эксперимента, рассчитывают коэффициент теплоотдачи по закону Ньютона и получают конкретный вид уравнений подобия или т.н. критериальные уравнения, используя правило теории подобия:

$$Nu_{мод} = Nu_{обр} \quad \text{или} \quad St_{мод} = St_{обр}.$$

При построении модели и обработке результатов эксперимента в виде критериальных формул необходимо задать определяющие параметры, которые прямо или косвенно входят в критерии подобия. В стационарных задачах конвективного теплообмена к определяющим параметрам относят: определяющий размер (R_0), определяющую температуру (T_0) и в задачах вынужденной конвекции – определяющую скорость (w_0). Теория подобия не дает однозначного ответа на вопрос: "Какие величины принимать в качестве определяющих параметров?" Поэтому эту задачу решает сам ученый – автор критериального уравнения.

В качестве определяющего размера принимают тот размер системы конвективного теплообмена, от которого зависит конвекция. Например, при свободной конвекции около вертикальных поверхностей в качестве R_0 логично принять высоту объекта ($R_0 = H$), а при вынужденном течении в трубах – внутренний диаметр трубы ($R_0 = d_{вн}$).

В качестве определяющей температуры, как правило, принимают температуру, которую несложно измерить или рассчитать. За определяющую температуру чаще всего принимают средние температуры в системе теплообмена (в трубах и каналах, в трубных пучках и т.д.) – $T_0 = \overline{T}$, температуру флюида за пределами теплового пограничного слоя – $T_0 = T_f$ и среднюю температуру пограничного слоя – $T_0 = 0{,}5 \cdot (T_w + T_f)$.

Определяющую скорость находят из уравнения неразрывности:

$w_0 = G/(\rho \cdot f)$,

где G – расход флюида, кг/с; ρ – плотность, кг/м^3; f – площадь поперечного сечения для прохода теплоносителя, м^2.

Внимание! При использовании критериальных уравнений определяющие параметры необходимо принимать точно так же, как это сделал автор формулы. Назначенные автором характерные или определяющие параметры R_0, T_0 и w_0 указывают в комментариях к критериальной формуле.

Конкретный вид функциональной зависимости в уравнениях подобия задает ученый – автор формулы. В принципе для аппроксимации экспериментальных данных можно использовать любую полиноминальную зависимость. В отечественной литературе, как правило, в качестве аппроксимирующих уравнений применяют степенные функции вида:

— $\overline{Nu} = c \cdot Gr^n \cdot Pr^m \cdot \varepsilon_t$ – свободная конвекция;

— $\overline{Nu} = c \cdot Gr^k \cdot Re^n \cdot Pr^m \cdot \varepsilon_t \cdot \prod_{i=1}^{n} \varepsilon_i$ – вынужденная конвекция (ламинарный режим течения);

— $\overline{Nu} = c \cdot Re^n \cdot Pr^m \cdot \varepsilon_t \cdot \prod_{i=1}^{n} \varepsilon_i$ – вынужденная конвекция (переходный и турбулентный режимы течения),

где c, n, m, k – эмпирические коэффициенты, которые находят путем статистической обработки экспериментальных данных; ε_t – поправка, учитывающая зависимость физических свойств флюида от температуры; ε_i – поправка, учитывающая особенности течения и теплообмена в заданной системе тел.

§3.4. Основные критериальные уравнения

(справочные данные)

Критериальные уравнения для расчета коэффициента теплоотдачи и физические свойства некоторых текучих сред приведены Методических указаниях "Расчет конвективной теплоотдачи", которые находятся на кафедре ТОТ ИГЭУ и представлены на сайте www.tot.ispu.ru. Ниже приведены фрагменты этого справочника.

3.4.1. Конвективная теплоотдача при свободном движении текучей среды

$$Nu = f(Gr, Pr), \quad Pr \ge 0{,}7$$

Теплоотдача при свободном движении текучей среды вдоль вертикальной пластины или вертикальной трубы

(критериальные уравнения В.П. Исаченко [2])

По данным профессора В.П. Исаченко:

а) ламинарный режим ($10^3 < Gr \cdot Pr < 10^9$):

$$\overline{Nu}_{f,h} = 0{,}75 \cdot Ra_f^{0,25} \cdot \varepsilon_t;$$

б) переходный и турбулентный режимы ($Gr \cdot Pr \ge 10^9$):

$$\overline{Nu}_f = 0{,}15 \cdot Ra_f^{0,333} \cdot \varepsilon_t,$$

где $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – поправка, учитывающая зависимость физических свойств текучей среды от температуры.

Определяющие параметры:

$R_0 = h$ – высота вертикальной поверхности);

$T_0 = T_f$ – температура текучей среды вдали от поверхности теплообмена (за пределами теплового пограничного слоя).

Теплоотдача при свободном ламинарном движении текучей среды около горизонтальных цилиндров (труб)
(критериальная формула И.М. Михеевой [4]*)*

Средний коэффициент теплоотдачи при ламинарном режиме течения $Ra_{f,d} = 10^3 \div 10^8$ по данным [4]:

$$\overline{Nu}_{f,d} = 0{,}5 \cdot Ra_{f,d}^{0,25} \cdot \varepsilon_t ,$$

где $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – поправка, учитывающая зависимость физических свойств текучей среды от температуры.

Определяющие параметры:

$T_0 = T_f$ – температура текучей среды вдали от поверхности теплообмена (за пределами теплового пограничного слоя);

$R_0 = d_н$ – наружный диаметр трубы (цилиндра).

Теплоотдача при свободном движении среды около вертикальных пластин и труб, горизонтальных пластин и труб и шаров
(критериальное уравнение М.А. Михеева)

По данным академика М.А. Михеева средний коэффициент теплоотдачи при свободном движении текучей среды около вышеуказанных тел можно рассчитать по формуле

$$\overline{Nu}_m = C \cdot Ra_m^n ,$$

где коэффициенты C и n в зависимости от режима течения

$Ra_m = Gr_m \cdot Pr_m$	Режим течения	C	n
$10^{-3} \div 5 \cdot 10^2$	Переходный от пленочного к ламинарному	1,18	1/8
$5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^7$	Ламинарный и переходный к турбулентному	0,54	1/4
$> 2 \cdot 10^7$	Турбулентный	0,135	1/3

Определяющие параметры:

$T_0 = T_m = 0{,}5 \cdot (T_f + T_w)$ – средняя температура пограничного слоя;

$R_0 = d_н$ – наружный диаметр горизонтальных труб и шаров;

R_0 = h – высота вертикальной плоской поверхности или вертикальной трубы;

$R_0 = \min(a, b)$, где a,b- размеры прямоугольной плиты. При этом, если поверхность теплообмена обращена вверх, то $\overline{\alpha}_{гор} = 1{,}3 \cdot \overline{\alpha}_{расчет}$, а если поверхность теплообмена обращена вниз, то $\overline{\alpha}_{гор} = 0{,}7 \cdot \overline{\alpha}_{расчет}$.

Теплообмен при свободном движении текучей среды в ограниченном пространстве

В узких щелях, плоских и кольцевых каналах, прослойках различной формы средняя плотность теплового потока условно вычисляют по формулам стационарной теплопроводности через плоскую стенку, вводя при этом понятие *эквивалентного коэффициента теплопроводности* [4]:

$$\lambda_{экв} = \lambda_f \cdot \varepsilon_к$$

где $\varepsilon_к$ – *коэффициент конвекции* – поправка, учитывающая усиление теплообмена вследствие свободной конвекции [4]:

$$\varepsilon_к = \frac{\lambda_{экв}}{\lambda_f},$$

λ_f – табличное значение коэффициента теплопроводности текучей среды.

Коэффициент конвекции определяется величиной критерия Рэлея:

а) при значениях $Ra_f < 10^3$

$$\varepsilon_к = 1;$$

б) при значениях $10^3 < Ra_f < 10^6$

$$\varepsilon_к = 0{,}105 \cdot Ra_f^{0,3};$$

в) при значениях $10^6 < Ra_f < 10^{10}$

$$\varepsilon_к = 0{,}40 \cdot Ra_f^{0,2}.$$

В приближенных расчетах вместо двух последних уравнений для всей области значений аргументов $Ra_f > 10^3$ можно применять зависимость [4]:

$$\varepsilon_к = 0{,}18 \cdot Ra_f^{0,25}.$$

Определяющие параметры:

$T_0 = T_f = 0{,}5 \cdot (T_{w,1} + T_{w,2})$ – средняя температура текучей среды;

$R_0 = \delta$ – ширина прослойки.

3.4.2. Конвективная теплоотдача при вынужденном движении текучей среды в трубах и каналах

$$\overline{Nu} = f(Re, Pe, Gr, Pr), \quad Pr \ge 0{,}7$$

В зависимости от значения критерия Рейнольдса существует ламинарный ($Re_{f,d} \le 2300$), турбулентный ($Re_{f,d} > 10^4$) и переходный ($2300 \le Re_{f,d} \le 10^4$) от ламинарного к турбулентному режимы течения.

Определяющие параметры для расчета критерия Рейнольдса:

$T_0 = \overline{T}_f = 0{,}5 \cdot \left(T_{f,вх} + T_{f,вых}\right)$; $R_0 = d_{вн}$ - внутренний диаметр трубы;

$w_0 = G/(\rho \cdot f)$ - средняя по сечению трубы скорость движения флюида.

Теплоотдача при ламинарном движении текучей среды в трубах (Re≤2300)

При ламинарном режиме движения в прямых гладких трубах и *наличии участков гидродинамической и тепловой стабилизации* для более точной аппроксимации экспериментальных данных выделяют два подрежима – ламинарный *вязкостный* и ламинарный *вязкостно-гравитационный.* Ламинарный *вязкостный* режим течения имеет место при числах Рэлея Ra < $8{\cdot}10^5$, а ламинарный *вязкостно-гравитационный* режим при числах Рэлея Ra ≥ $8{\cdot}10^5$.

Определяющие параметры для расчета критерия Рэлея*:*

$T_0 = 0{,}5 \cdot \left(T_w + \overline{T}_f\right)$, где $\overline{T}_f = 0{,}5 \cdot \left(T_{f,вх} + T_{f,вых}\right)$; $R_0 = d_{вн}$ - внутренний диаметр трубы.

А. Ламинарный вязкостный режим движения флюида в трубах (R e≤ 2300; Ra < $8{\cdot}10^5$)

Средняя по длине ℓ теплоотдача определяется по формуле Б.Г.Петухова [3], полученная при $\ell/(Pe \cdot d) \le 0.05$ и $0.07 \le \mu_w/\mu_f \le 1500$:

$$\overline{Nu} = 1{,}55 \cdot (Pe \cdot d_{вн}/\ell)^{1/3} (\mu_f/\mu_w)^{0.14} \overline{\varepsilon_\ell}.$$

Определяющие параметры:

$T_0 = 0{,}5 \cdot \left(T_w + \overline{T}_f\right)$, где $\overline{T}_f = 0{,}5 \cdot \left(T_{f,вх} + T_{f,вых}\right)$; $R_0 = d_{вн}$ – внутренний диаметр трубы;
$w_0 = G/(\rho \cdot f)$ - средняя по сечению скорость движения флюида.

Замечание. Значение μ_w выбирают для флюида при температуре стенки T_w.

Величина ε_ℓ – поправка на начальный участок гидродинамической стабилизации потока. Эта поправка вводится, если перед обогреваемым участком трубы отсутствует участок гидродинамической стабилизации):

если $\ell/(Re_f \cdot d) < 0{,}1$, то $\overline{\varepsilon_\ell} = 0{,}6 \cdot \left[\ell/(Re \cdot d)\right]^{-1/7} \cdot \left[1 + 2{,}5 \cdot \ell/(Re \cdot d)\right]$;

если $\ell/(Re_f \cdot d) \ge 0{,}1$, то $\overline{\varepsilon_\ell} \approx 1$,

где ℓ – длина трубы.

Определяющие параметры в формулах для расчета $\overline{\varepsilon_\ell}$:

$T_0 = \overline{T}_f = 0{,}5 \cdot \left(T_{f,вх} + T_{f,вых}\right)$; $R_0 = d_{вн}$ - внутренний диаметр трубы;
$w_0 = G/(\rho \cdot f)$ - средняя по сечению скорость движения флюида.

Б. Ламинарный вязкостно-гравитационный режим движения текучей среды в трубах ($Re \le 2300$; $Ra > 8 \cdot 10^5$)

Приближённая оценка среднего коэффициента теплоотдачи может быть произведена по критериальному уравнению, полученному М. А. Михеевым [4]:

$$\overline{Nu}_{f,d} = 0{,}15 \cdot Re_{f,d}^{0,33} \cdot Pr_f^{0,33} \cdot (Gr_{f,d} \cdot Pr_f)^{0,1} \cdot \varepsilon_t \cdot \overline{\varepsilon_\ell},$$

где $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – поправка, учитывающая зависимость физических свойств текучей среды от температуры.

Определяющие параметры:

$T_0 = \overline{T}_f = 0{,}5 \cdot \left(T_{f,вх} + T_{f,вых}\right)$ – средняя температура флюида в трубе;
$R_0 = d_{вн}$ - внутренний диаметр трубы;
$w_0 = G/(\rho \cdot f)$ - средняя по сечению скорость движения флюида.

Поправочный коэффициент $\overline{\varepsilon_\ell}$ учитывает влияние начального участка тепловой и гидродинамической стабилизации потока:

если $\ell/d \ge 50$, то $\overline{\varepsilon_\ell} = 1$;

если $\ell/d < 50$, то значение $\overline{\varepsilon_\ell}$ определяется по таблице

Таблица. Значение $\overline{\varepsilon_\ell}$ при вязкостно-гравитационном режиме

ℓ/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$\overline{\varepsilon_\ell}$	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1

Теплоотдача при турбулентном режиме течения ($Re > 10^4$)

Средняя теплоотдача при турбулентном течении несжимаемой жидкости с числами $Pr>0{,}7$ и $Re>10^4$ в прямых гладких трубах рассчитывается по формуле М. А. Михеева [4]:

$$\overline{Nu}_{f,d} = 0{,}021 \cdot Re_{f,d}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \varepsilon_t \cdot \overline{\varepsilon_\ell},$$

где $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – поправка, учитывающая зависимость физических свойств текучей среды от температуры.

Величина $\overline{\varepsilon_\ell}$ – поправка, учитывающая изменение коэффициента теплоотдачи на начальном участке гидродинамической и тепловой стабилизации:

при $\ell/d > 50$ $\overline{\varepsilon_\ell} = 1$;

при $\ell/d < 50$ $\bar{\varepsilon}_\ell \approx 1 + 2d/\ell$.

Определяющие параметры:

$T_0 = \overline{T}_f = 0{,}5 \cdot \left(T_{f,вх} + T_{f,вых}\right)$ – средняя температура флюида в трубе;

$R_0 = d_{вн}$ – внутренний диаметр трубы;

$w_0 = G/(\rho \cdot f)$ – средняя по сечению скорость движения флюида.

Теплоотдача при переходном режиме течения флюида (2300 ≤Re ≤ 10^4)

Переходный режим течения характеризуется перемежаемостью ламинарного и турбулентного течений. Приближённо коэффициент теплоотдачи можно рассчитать по формуле [4]:

$$\overline{Nu}_{f,d} = K_0 \cdot Pr_{f,d}^{0,43} \cdot \varepsilon_t \cdot \bar{\varepsilon}_\ell,$$

где $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – поправка, учитывающая зависимость физических свойств текучей среды от температуры; значение комплекса K_0 зависит от числа Рейнольдса и приведено в таблице; поправка на начальный участок $\bar{\varepsilon}_\ell$ рассчитывается также как и при турбулентном режиме течения флюида.

Таблица. Зависимость комплекса K_0 от числа Рейнольдса

$Re \cdot 10^{-3}$	2,2	2,3	2,5	3,0	3,5	4,0	5	6	7	8	9	10
K_0	2,2	3,6	4,9	7,5	10	12,2	16,5	20	24	27	30	33

Определяющие параметры:

$T_0 = \overline{T}_f = 0{,}5 \cdot \left(T_{f,вх} + T_{f,вых}\right)$ – средняя температура флюида в трубе;

$R_0 = d_{вн}$ - внутренний диаметр трубы;

$w_0 = G/(\rho \cdot f)$ - средняя по сечению скорость движения флюида.

Переходный режим течения флюида в прямых гладких трубах также можно рассчитать и по методике, изложенной в [10]:

$$\overline{Nu} = \gamma \cdot \overline{Nu}_{турб} + (1-\gamma) \cdot \overline{Nu}_{лам},$$

где $\overline{Nu}_{лам}$ и $\overline{Nu}_{турб}$ числа Нуссельта, рассчитанные по формулам ламинарного и турбулентного режимов соответственно, γ – коэффициент перемежаемости равный

$$\gamma = 1 - \exp(1 - Re/2300).$$

Теплоотдача при движении газов в трубах

Для газов температурная поправка $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25} \approx 1$, а $Pr_f \approx 0,7 \div 1,0$ и вышеприведенные критериальные формулы приводится к виду:

ламинарный режим $\overline{Nu}_{f,d} = 0,146 \cdot Re_{f,d}^{0,33} \cdot Gr_{f,d}^{0,1}$;

турбулентный режим $\overline{Nu}_{f,d} = 0,018 \cdot Re_{f,d}^{0,8}$;

переходный режим $\overline{Nu}_{f,d} = 0,86 \cdot K_0$.

Теплоотдача при движении текучей среды в каналах произвольного поперечного сечения

Все вышеприведенные критериальные формулы для расчета теплоотдачи в круглой трубе применимы и для каналов другой формы сечения (прямоугольной, треугольной, кольцевой), при продольном омывании пучков труб (в трубе большого диаметра расположено несколько труб меньшего диаметра и флюид движется вдоль труб), а также при движении жидкости, не заполняющей всего сечения канала. При этом в качестве характерного размера следует применять *эквивалентный или гидравлический диаметр*

$$R_0 = d_{экв} = 4f/P,$$

где f- площадь поперечного сечения потока, м^2; P – смоченный периметр потока (независимо от того, какая часть периметра участвует в теплообмене), м.

3.4.3. Конвективная теплоотдача при вынужденном внешнем обтекании тел

$$Nu = f(Re, Pr), \quad Pr \ge 0,7$$

Продольное обтекание плоской поверхности

Толщина динамического пограничного слоя на расстоянии **x** от передней кромки пластины (трубы) при течении жидкости с постоянными физическими свойствами вдоль плоской поверхности или вдоль поверхности трубы [3]:

при $Re_x \le 5 \cdot 10^5$ $\quad \delta / x = 4,64 / Re_x^{0,5}$;

при $Re_x > 5 \cdot 10^5$ $\quad \delta / x = 0,376 / Re_x^{0,2}$.

Определяющие параметры:

$T_0 = T_f$ – температура текучей среды вдали от поверхности теплообмена (за пределами теплового пограничного слоя);

$R_0 = x$ – продольная координата;

w_0 – скорость невозмущенного потока (за пределами гидродинамического пограничного слоя).

Ламинарный режим течения

Местный и средний по длине коэффициенты теплоотдачи при *ламинарном течении* флюида ($Re<5 \cdot 10^5$) с постоянными физическими свойствами вдоль плоской поверхности или трубы по данным [1] и [6]:

при T_w=const $\quad Nu_x = 0,332 \cdot Re_x^{0.5} \cdot Pr^{1/3} \cdot (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$;

$$\overline{Nu} = 0,664 \cdot Re^{0.5} \cdot Pr^{1/3} \cdot (Pr_f / Pr_w)^{0,25};$$

при q_w=const $\quad Nu_x = 0{,}46 \cdot Re_x^{0,5} \cdot Pr^{1/3} \cdot (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$;

$$\overline{Nu} = 0{,}69 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{1/3} \cdot (Pr_f / Pr_w)^{0,25}.$$

Турбулентный режим течения

Местный и средний коэффициенты теплоотдачи при *турбулентном течении* жидкости ($Re \geq 5 \cdot 10^5$) с постоянными физическими свойствами при T_w = const и при q_w = const [2]:

$$Nu_x = 0{,}0296 \cdot Re_x^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \cdot (Pr_f / Pr_w)^{0,25};$$

$$\overline{Nu} = 0{,}037 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \cdot (Pr_f / Pr_w)^{0,25}.$$

Определяющие параметры:

$T_0 = T_f$ – температура текучей среды вдали от поверхности теплообмена (за пределами теплового пограничного слоя).

$R_0 = x$ – продольная координата в формулах для расчета локального значения Нуссельта;

$R_0 = \ell$ – длина плоской пластины в формулах для расчета среднего значения Нуссельта;

w_0 – скорость невозмущенного потока (за пределами гидродинамического пограничного слоя).

Поперечное обтекание одиночной трубы

Средний по поверхности трубы или цилиндра коэффициент теплоотдачи по данным [5]:

$1 < Re < 40$, $\quad \overline{Nu} = 0{,}76 \cdot Re^{0,4} \, Pr^{0,37} \, \varepsilon_t \cdot \varepsilon_q \cdot \varepsilon_\varphi$;

$40 < Re < 10^3$, $\quad \overline{Nu} = 0{,}52 \cdot Re^{0,5} \, Pr^{0,37} \, \varepsilon_t \cdot \varepsilon_q \cdot \varepsilon_\varphi$;

$10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$, $\quad \overline{Nu} = 0{,}26 \cdot Re^{0,6} \, Pr^{0,37} \, \varepsilon_t \cdot \varepsilon_q \cdot \varepsilon_\varphi$;

$2 \cdot 10^5 < Re < 10^7$, $\quad \overline{Nu} = 0{,}023 \cdot Re^{0,8} \, Pr^{0,4} \, \varepsilon_t \cdot \varepsilon_q \cdot \varepsilon_\varphi$,

где $\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25}$ – поправка, учитывающая зависимость физических свойств текучей среды от температуры.

Поправка ε_q учитывает сужение потока в самом узком сечении канала (см. рис.4.2) и рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_q = \left[1 - (d/H)^2\right]^{0,8}$$

Поправка ε_φ учитывает величину угла атаки φ набегающего потока (угол атаки φ – угол между вектором скорости и осью трубы). Значения поправки в зависимости от угла атаки φ приведены в таблице [3]:

Таблица. Поправка на угол атаки набегающего потока

φ^o	90	80	70	60	50	40	30
ε_φ	1,0	1,0	0,99	0,93	0,87	0,76	0,66

Для приближенного расчета ε_φ предложены формулы, аппроксимирующие экспериментальные данные:

— по данным [1] $\varepsilon_\varphi = 1 - 0{,}54\cos^2\varphi$;

— по данным [5] $\varepsilon_\varphi = \sqrt{\sin\varphi}$.

Определяющие параметры:

$T_0 = T_f$ – температура текучей среды вдали от поверхности теплообмена (за пределами теплового пограничного слоя).

$R_0 = d_н$ – наружный диаметр трубы;

$w_0 = w_{max} = G/(\rho \cdot f_{min})$ – максимальная скорость потока в самом узком поперечном сечении канала в ограниченном потоке (см. рис.4.2, **а**) или скорость набегания в неограниченном потоке (см. рис.4.2, **б**).

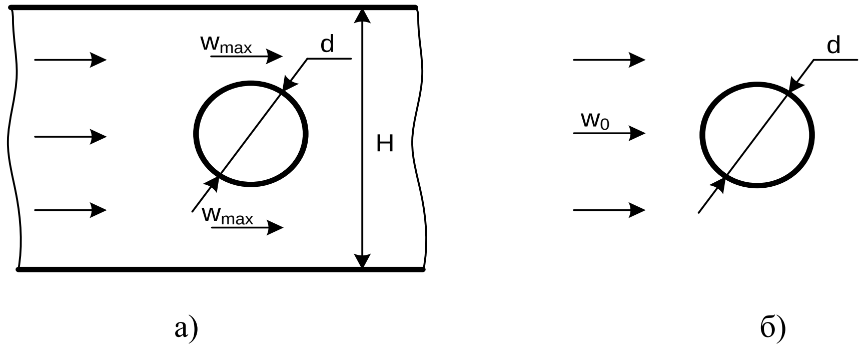


Рис.3.2. Обтекание одиночной трубы в ограниченном (а) и неограниченном потоке (б).

Теплоотдача при поперечном обтекании трубного пучка

Средний коэффициент теплоотдачи α_3 для третьего ряда труб и всех последующих рядов труб в пучке по направлению потока флюида при $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$ [3]:

$$\overline{Nu}_3 = C \cdot Re^n \cdot Pr^{1/3} (Pr_f / Pr_w)^{0,25} \cdot \varepsilon_\varphi \cdot \varepsilon_s,$$

где $C = 0{,}26$ и $n = 0{,}65$ – при коридорном расположении труб в пучке (рис.4.3, **а**);

где $C = 0{,}41$ и $n = 0{,}60$ – при шахматном расположении труб в пучке (рис.4.3, **б**);

Поправка ε_φ учитывает величину угла атаки φ набегающего потока (угол атаки φ – угол между вектором скорости и осью трубы) и рассчитывается по формулам для поперечного обтекания одиночной трубы. Более точное значение поправки ε_φ приведено в [3] в виде табличных данных:

Таблица. Поправка на угол атаки набегающего потока в трубном пучке

φ^o	90	80	70	60	50	40	30	20	10
ε_φ	1,0	1,0	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	42

Поправка ε_s учитывает взаимное расположение труб в пучке:

— для глубинных рядов коридорного пучка

$$\varepsilon_s = (d/S_2)^{0,15};$$

— для глубинных рядов шахматного пучка

$$\varepsilon_s = (S_1/S_2)^{1/6}, \text{ если } S_1/S_2 < 2,$$

$$\varepsilon_s = 1{,}12, \qquad \text{если } S_1/S_2 \geq 2;$$

где S_1 – поперечный шаг; S_2–продольный шаг труб в пучке.

Определяющие параметры:

$T_0 = \overline{T}_f = 0{,}5 \cdot \left(T_{f,вх.} + T_{f,вых.}\right)$ – средняя температура флюида в пучке;

$R_0 = d_н$ – наружный диаметр трубы;

$w_0 = w_{max} = G/\left(\rho \cdot f_{min}\right)$ – максимальная скорость потока в самом узком поперечном сечении пучка, проходящем через оси поперечного ряда труб.

Коэффициент теплоотдачи для труб первого ряда по направлению потока в коридорных и шахматных пучках:

$\alpha_1 = 0{,}6 \cdot \alpha_3$.

Коэффициент теплоотдачи для труб второго ряда в коридорных и шахматных пучках соответственно:

— коридорный пучок $\alpha_2 = 0{,}9 \cdot \alpha_3$;

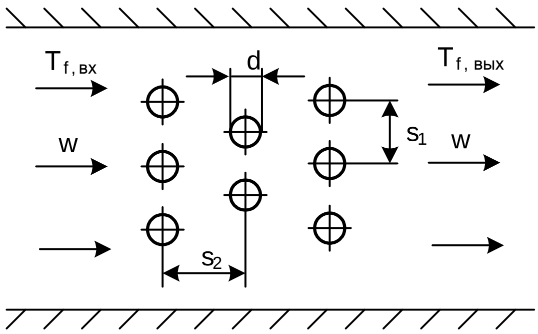
— шахматный пучок $\alpha_2 = 0{,}7 \cdot \alpha_3$,

где α_3 - коэффициент теплоотдачи для труб третьего ряда.

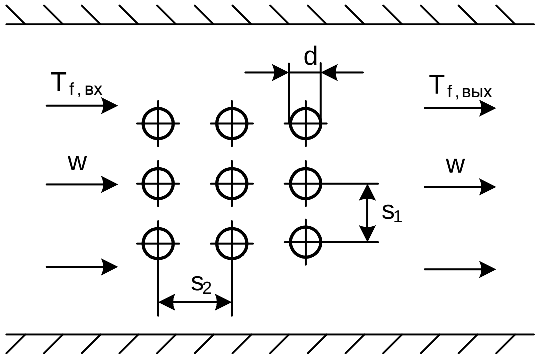
Средний коэффициент теплоотдачи при обтекании пучка труб жидкостью или газом ($Re=10^3 \div 2 \cdot 10^5$) в зависимости от числа рядов по ходу движения флюида ($n \geq 3$):

$$\overline{\alpha} = \left[\alpha_1 + \alpha_2 + \left(n_2 - 2\right) \cdot \alpha_3\right] / n_2,$$

где n_2 – число рядов труб по направлению потока флюида (жидкости или газа).



а)



б)

Рис.3.3. Геометрические параметры шахматного (а) и коридорного (б) пучков

§3.5. Алгоритм расчета коэффициента теплоотдачи по критериальным уравнениям

Примерный алгоритм расчета коэффициента теплоотдачи по критериальным формулам заключается в следующем.

1. Определяют вид конвективного теплообмена: свободная или вынужденная конвекция и объект, где она происходит. Затем в справочной литературе находят критериальные формулы данного вида конвекции.

2. Согласно требованиям, изложенным в комментариях к критериальным формулам, находят определяющие параметры:

— определяющий размер;

— определяющую температуру, по которой из справочных таблиц находят физические свойства текучей среды (ν, λ, Pr и т.д.);

— при вынужденном течении жидкости в трубах и каналах по интегральному уравнению неразрывности рассчитывают определяющую скорость течения флюида.

3. Определяют режим течения среды:

— при вынужденном движении по критерию Рейнольдса (Re);

— при свободном движении по критерию Рэлея (Ra)

и уточняют критериальную формулу в зависимости от режима течения.

4. По критериальному уравнению находят безразмерный коэффициент теплоотдачи – число Нуссельта (Nu) или число Стантона (St).

5. Рассчитав значение безразмерного коэффициента теплоотдачи, находят коэффициент конвективной теплоотдачи α:

$$\alpha = \mathrm{Nu}\frac{\lambda}{R_0} \text{ или } \alpha = \mathrm{St} \cdot \rho \cdot c_p \cdot \overline{w}.$$

РАЗДЕЛ 4. Конвективный теплообмен при конденсации паров и кипении жидкостей

В зависимости от фазового состояния флюида различают конвективный теплообмен в однофазной среде и конвективный теплообмен при фазовых превращениях, к которому относят теплообмен при конденсации (переход пара в жидкость) и теплообмен при кипении (переход жидкости в пар).

Процесс теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества (при конденсации и кипении) относят к конвективному теплообмену и рассчитывают по закону теплоотдачи Ньютона:

$$Q = \alpha \cdot \Delta T \cdot F, \tag{4.1}$$

где α – коэффициент теплоотдачи при конденсации или кипении, Вт/(м^2·К); F – площадь поверхности теплообмена, м^2; ΔT – разность температур (температурный перепад) между флюидом и стенкой, °С (К).

Процесс конденсации возможен при условии $T_w < T_н$, поэтому при конденсации перепад температур равен:

$$\Delta T = T_н - T_w \tag{4.2}$$

При кипении, наоборот, температура стенки должна быть перегрета относительно температуры насыщения при данном давлении и, в этом случае

$$\Delta T = T_w - T_н \tag{4.3}$$

Изменение агрегатного состояния вещества происходит при постоянной температуре и характеризуется выделением (при конденсации) или поглощением (при кипении) теплоты фазового перехода (скрытой теплоты парообразования для воды)– **r**, Дж/кг (см. рис.4.1).

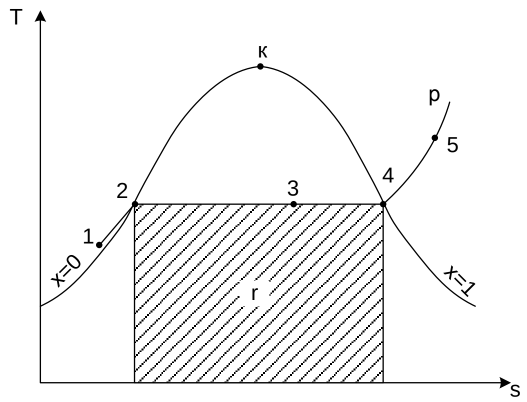


Рис.4.1. Фазовая (T, s) – диаграмма водяного пара

При стационарном процессе конденсации или кипения тепловой поток фазового перехода равен:

$$Q = G \cdot r\,, \tag{4.4}$$

где Q – тепловой поток от пара к стенке при конденсации или от стенки к кипящей жидкости при кипении, Вт; G – расход конденсата или паровой фазы, кг/с.

Сравнивая формулы (4.1) и (4.4) получаем основное уравнение расчета теплообмена при фазовых превращениях вещества – уравнение теплового баланса:

$$Q = G \cdot r = \alpha \cdot \Delta T \cdot F\,. \tag{4.5}$$

По уравнению теплового баланса в зависимости от постановки задачи находят расход (G), разность температур (ΔT) или температуру стенки (T_w), площадь поверхности теплообмена (F) и тепловой поток (Q). Расчет теплоотдачи сводится к определению коэффициента теплоотдачи (α), т.к., входящие в уравнение теплового баланса скрытая теплота парообразования (r) и температура насыщения при данном давлении ($T_н$) – величины, принимаемые по справочным данным ["Таблицы водяного пара"].

§4.1. Теплоотдача при конденсации паров

Конденсация – процесс перехода пара (газа) в жидкое или твердое состояние (десублимация). При конденсации пара выделяется теплота фазового перехода (скрытая теплота парообразования), поэтому процесс конденсации неразрывно связан с теплообменом.

Условия протекания стационарного процесса конденсации:

1) температура стенки должна быть ниже температуры насыщения при данном давлении ($T_w < T_н$);

2) отвод теплоты от поверхности, на которой образуется конденсат.

Различают три вида конденсации: *пленочную*, *капельную* и *смешанную*. *Пленочная* конденсация возможна при условии смачивания конденсирующейся жидкостью данной поверхности. При этом конденсат стекает с поверхности теплообмена в виде пленки. На плохо смачивающихся (загрязненных) поверхностях наблюдается *капельная* конденсация, при которой конденсат образуется в виде капель разных размеров. При *смешанной* конденсации на разных участках поверхности теплообмена одновременно происходит и капельная и пленочная конденсация. Интенсивность теплоотдачи при пленочной конденсации ниже, чем при капельной из-за термического сопротивления пленки конденсата. В теплообменных устройствах пленочная конденсация наблюдается значительно чаще, чем капельная, поэтому в нашем кратком курсе рассмотрим только расчет теплоотдачи при *пленочной* конденсации водяного пара.

Критерий Рейнольдса при конденсации

Интенсивность теплоотдачи при пленочной конденсации зависит от режима течения пленки конденсата, который определяется по значению критерия Рейнольдса – *определяющему* критерию гидродинамического подобия:

$$\mathrm{Re} = \frac{\overline{w} \cdot R_0}{\nu_{пл}} = \frac{\overline{w} \cdot \delta}{\nu_{пл}}, \qquad (4.6)$$

где $\overline{w}$ – средняя скорость течения пленки в данном сечении, м/с; $R_0 = \delta$ – толщина конденсатной пленки, м; $\nu_{пл}$ – кинематический коэффициент вязкости пленки, м^2/с.

При течении пленки конденсата различают три режима: *ламинарный*, *волновой* и *турбулентный*. Волновой режим течения характеризуется наличием волн на поверхности ламинарной конденсатной пленки. Экспериментально установлено критическое число Ре́йнольдса при течении пленки конденсата $\mathrm{Re}_{кр} \approx 400$. При $\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{кр}$ наблюдается ламинарный режим течения пленки, а при $\mathrm{Re} \geq \mathrm{Re}_{кр}$ – волновой и турбулентный режимы течения.

Получим *определяемый* критерий при конденсации – безразмерный коэффициент теплоотдачи. Для этого запишем уравнение теплового баланса (4.5) для процесса конденсации на вертикальной плоскости высотой H и шириной ℓ_z (см. рис.4.2):

$$Q = G \cdot r = \overline{\alpha} \cdot (T_н - T_w) \cdot F, \qquad (4.7)$$

где $F = H \cdot \ell_z$ – площадь поверхности теплообмена.

Расход конденсата найдем по уравнению неразрывности

$$G = \rho_{пл} \cdot \overline{w} \cdot f = \rho_{пл} \cdot \overline{w} \cdot \delta \cdot \ell_z, \qquad (4.8)$$

где $\rho_{пл}$ – плотность пленки, кг/м^3; δ – толщина пленки, м; $f = \delta \cdot \ell_z$ – площадь поперечного сечения конденсатной пленки.

Подставляя значение расхода в уравнение теплового баланса, получим

$$\rho_{пл} \cdot \overline{w} \cdot \delta \cdot \ell_z \cdot r = \overline{\alpha} \cdot (T_н - T_w) \cdot \ell_z \cdot H,$$

откуда

$$\overline{w} \cdot \delta = \frac{\overline{\alpha} \cdot (T_н - T_w) \cdot H}{\rho_{пл} \cdot r}. \qquad (5.9)$$

Заменив произведение $\overline{w} \cdot \delta$ в формуле критерия Ре́йнольдса (4.6) выражением (4.9), окончательно находим:

$$\mathrm{Re} = \frac{\overline{\alpha} \cdot \Delta T \cdot H}{\nu_{пл} \cdot \rho_{пл} \cdot r} = \frac{\overline{\alpha} \cdot \Delta T \cdot H}{\mu_{пл} \cdot r}, \qquad (5.10)$$

где $\mu_{пл} = \rho_{пл} \cdot \nu_{пл}$ – динамический коэффициент вязкости конденсата, Па·с.

Анализируя формулу (4.10) можем сделать вывод о том, что при пленочной конденсации пара критерий Рейнольдса является и *определяющим* и *определяемым* критерием.

Замечание. Рассуждая аналогично, несложно получить определяемый критерий Рейнольдса при конденсации на горизонтальной трубе:

$$\mathrm{Re} = \frac{\overline{\alpha} \cdot \Delta T \cdot \pi \cdot D_{тр}}{\mu_{пл} \cdot r}, \qquad (4.10')$$

где $D_{тр}$ – наружный диаметр трубы.

Пленочная конденсация на вертикальной поверхности

Схема движения пленки и теплоотдачи при пленочной конденсации пара на вертикальной поверхности показана на рис. 4.2. Без вывода запишем формулы для расчета основных гидродинамических параметров пленки и коэффициента теплоотдачи при ламинарном режиме течения.

Средняя в данном сечении скорость движения пленки

$$\overline{w}(x) = \frac{\rho_{пл} \cdot g \cdot \delta^2(x)}{3 \cdot \mu_{пл}}, \tag{4.11}$$

где $g = 9{,}8$ м/с^2 – ускорение свободного падения; **x** – координата, отсчитываемая от верхней точки поверхности, м; $\delta(x)$ – толщина пленки конденсата в данном сечении

$$\delta(x) = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot \lambda_{пл} \cdot \mu_{пл} \cdot (T_н - T_w) \cdot x}{g \cdot r \cdot \rho_{пл}^2}}. \tag{4.12}$$

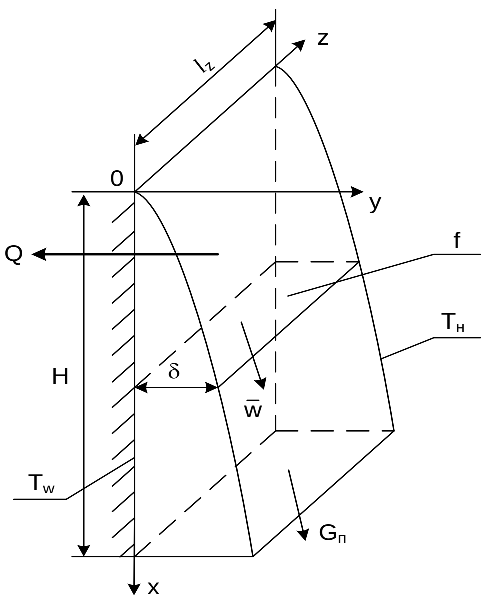


Рис. 4.2. К расчету пленочной конденсации пара на вертикальной поверхности

Локальный коэффициент теплоотдачи рассчитывается по формуле

$$\alpha(x) = \frac{\lambda_{пл}}{\delta(x)} = \frac{\lambda_{пл}}{\sqrt[4]{\dfrac{4 \cdot \lambda_{пл} \cdot \mu_{пл} \cdot (T_н - T_w) \cdot x}{g \cdot r \cdot \rho_{пл}^2}}} = \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \rho_{пл}^2 \cdot \lambda_{пл}^3}{4 \cdot \mu_{пл} \cdot (T_н - T_w) \cdot x}}. \tag{4.13}$$

где $\lambda_{пл}$ – коэффициент теплопроводности пленки конденсата, Вт/(м·К).

Анализ формул (4.12) и (4.13) показывает, что толщина конденсатной пленки увеличивается вниз по течению по закону $\delta \sim x^{\frac{1}{4}}$, а коэффициент теплоотдачи – уменьшается по закону $\alpha \sim x^{-\frac{1}{4}}$.

Найдем средний по всей поверхности коэффициент теплоотдачи

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{H}\int_0^H \alpha(x)dx = \frac{1}{H}\int_0^H \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \rho_{пл}^2 \cdot \lambda_{пл}^3}{4 \cdot \mu_{пл} \cdot (T_н - T_w) \cdot x}}dx = \frac{4}{3} \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \rho_{пл}^2 \cdot \lambda_{пл}^3}{4 \cdot \mu_{пл} \cdot (T_н - T_w) \cdot H}}$$

Или вычислив значение числового коэффициента $4/3 \cdot \sqrt[4]{1/4}$, окончательно получим:

$$\overline{\alpha} = 0{,}943 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \rho_{пл}^2 \cdot \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} \cdot (T_н - T_w) \cdot H}}. \tag{4.14}$$

Формула (4.14) предложена немецким ученым Нуссельтом в 1916 году и носит его имя.

Внимание! Физические свойства жидкой пленки находят в справочнике по температуре насыщения при данном давлении.

Из последней формулы видно, что коэффициент теплоотдачи уменьшается с увеличением температурного перепада по закону $\bar{\alpha} \sim \Delta T^{-0,25}$. Однако тепловой поток растет с увеличением разности температур $\Delta T = T_н - T_w$, хотя и более медленно, чем при конвективной теплоотдаче в однофазных средах. Действительно:

$$q = \bar{\alpha} \cdot \Delta T \sim \Delta T^{-0,25} \cdot \Delta T = \Delta T^{0,75}.$$

Для учета зависимости физических свойств конденсата от температуры и волнового течения пленки в расчет вводят соответствующие поправки ε_t и $\varepsilon_в$

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_{Nu} \cdot \varepsilon_t \cdot \varepsilon_в, \qquad (4.15)$$

где $\bar{\alpha}_{Nu}$ – коэффициент теплоотдачи, рассчитываемый по формуле Нуссельта (4.14).

Поправку, учитывающую зависимость физических свойств пленки от температуры, рассчитывают по формуле

$$\varepsilon_t = \left[\left(\frac{\lambda_w}{\lambda_н}\right)^3 \cdot \left(\frac{\mu_н}{\mu_w}\right)\right]^{\frac{1}{8}}, \qquad (4.16)$$

в которой $\lambda_н$ и $\mu_н$ коэффициенты теплопроводности и динамической вязкости, найденные из справочника по температуре насыщения ($T_н$), а λ_w и μ_w – те же коэффициенты, найденные по температуре стенки (T_w).

Поправка на волновое число имеет вид:

$$\varepsilon_в = Re^{0,04}. \qquad (4.17)$$

Пленочная конденсация на наклонной поверхности

Средний коэффициент теплоотдачи на наклонной поверхности (рис. 5.3) рассчитывают по формуле:

$$\bar{\alpha}_{накл} = \bar{\alpha}_{вертик} \cdot \sqrt[4]{\cos\varphi}, \qquad (4.18)$$

где $\bar{\alpha}_{вертик}$ – коэффициент теплоотдачи, рассчитываемый по формуле Нуссельта для вертикальной поверхности; φ – угол между направлением силы тяжести и осью Ox, направленной вдоль поверхности теплообмена.

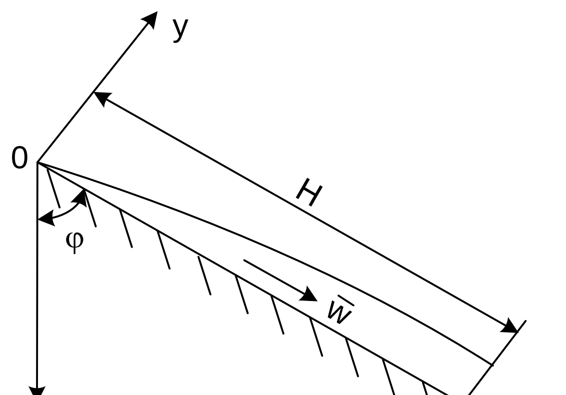


Рис. 4.3. К расчету пленочной конденсации пара на наклонной поверхности

Пленочная конденсация на горизонтальной трубе

Средний коэффициент теплоотдачи при пленочной конденсации на горизонтальной трубе (рис. 4.4) при ламинарном течении пленки конденсата рассчитывают по формуле Нуссельта, которая в этом случае имеет вид

$$\overline{\alpha} = 0{,}728 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \rho_{пл}^2 \cdot \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} \cdot (T_н - T_w) \cdot d_{тр}}}\,, \qquad (4.19)$$

где $d_{тр}$ – наружный диаметр трубы, м.

Формула (4.19) справедлива для ламинарного режима течения пленки, который существует, если выполняется условие:

$$d_{тр} < 20 \cdot \left(\frac{\sigma_{пл}}{g \cdot \rho_{пл}} \right)^{0{,}5}, \qquad (4.20)$$

где $\sigma_{пл}$ – сила поверхностного натяжения пленки, Н/м, принимаемая по справочным данным при температуре насыщения.

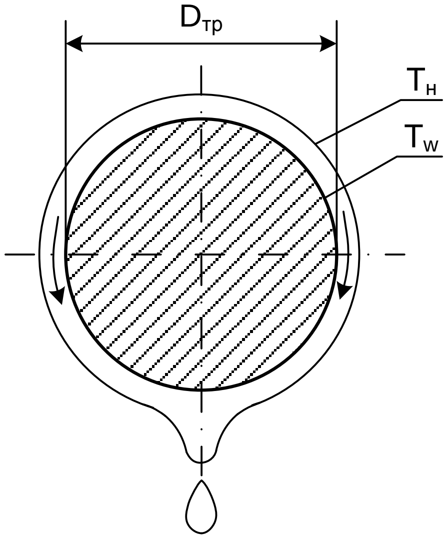


Рис. 4.4. К расчету пленочной конденсации пара на горизонтальной трубе

Критериальная форма записи выражений для расчета среднего коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации

А. Вертикальная поверхность

При ламинарном течении пленки конденсата, который имеет место при Z < 2300 безразмерный коэффициент теплоотдачи – критерий Рейнольдса равен

$$Re = 0{,}943\, Z^{3/4}, \qquad (4.21)$$

где $Re = \dfrac{\overline{\alpha} \cdot \Delta T \cdot H}{\mu_{пл} \cdot r}$; H – высота вертикальной стенки или вертикальной трубы; Z – приведенная высота стенки:

$$Z = H \cdot \left(\frac{g}{\nu_{пл}{}^2} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\lambda_{пл} \cdot \Delta T}{\mu_{пл} \cdot r} = Ga^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\lambda_{пл} \cdot \Delta T}{\mu_{пл} \cdot r}\,,$$

в которой, $Ga = \dfrac{g \cdot H^3}{\nu_{пл}^2}$ – критерий Галилея.

Для расчета процесса конденсации на стенках большой высоты в технической литературе рекомендуют следующую формулу:

$$\mathrm{Re} = \left[89 + 0{,}024 \cdot \left(\frac{\mathrm{Pr_н}}{\mathrm{Pr_w}} \right)^{0,25} \cdot \mathrm{Pr_н}^{0,5} \cdot (Z - 2300) \right]^{\frac{4}{3}}, \tag{4.22}$$

где $\mathrm{Pr_н}$ и $\mathrm{Pr_w}$ критерии Прандтля, найденные по справочным данным для конденсата по температуре насыщения и температуре стенки соответственно.

При Z = 2300 из формулы (4.22) получаем Re = $89^{4/3} \approx 400$ – критическое число Рейнольдса. При Z < 2300 по формуле (4.22) рассчитывают $\bar{\alpha}$ при пленочной конденсации для ламинарного режима течения пленки, а при Z > 2300 – для волнового и турбулентного режимов.

Б. Горизонтальная труба

Критериальные уравнения для расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации пара на горизонтальной трубе для ламинарного режима течения ($Z < 3900$) пленки имеют вид:

$$\mathrm{Re} = 3{,}25 \cdot Z^{0,75}, \tag{4.23}$$

где $\mathrm{Re} = \dfrac{\bar{\alpha} \cdot \Delta T \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_{тр}}{\mu_{пл} \cdot r}$ – критерий Рейнольдса; $R_{тр}$ – наружный радиус трубы; Z – приведенный расчетный размер трубы

$$Z = \pi \cdot R_{тр} \cdot \left(\frac{g}{\nu_{пл}^2} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\lambda_{пл} \cdot \Delta T}{\mu_{пл} \cdot r}. \tag{4.24}$$

Факторы, влияющие на процесс пленочной конденсации неподвижного пара

А. Влияние скорости движения пара

Все вышеуказанные формулы расчета теплообмена при конденсации пара получены при допущении малой скорости движения пара в теплообменном устройстве. В этом случае пар можно считать неподвижным. Если скорость пара достаточно велика и поток пара оказывает влияние на течение конденсатной пленки, то это явление учитывают при помощи поправочного коэффициента на движение пара

$$\alpha_w = \alpha_{w=0} \cdot \varepsilon_w,$$

где $\varepsilon_w = f(w)$ – поправочный коэффициент, расчет которого приводится в справочной литературе, например [], для конкретного типа теплообменного устройства.

Б. Влияние влажности и перегрева пара

Все вышеуказанные формулы были получены для расчета теплоотдачи при пленочной конденсации сухого насыщенного водяного пара (т.4 на рис.4.1). В теплообменник пар может поступать, как в перегретом (т.5 на рис.4.1), так и во влажном насыщенном состоянии (т.3 на рис.4.1). Отличие состояния пара от сухого насыщенного учитывают при расчете теплового потока фазового перехода, входящего в уравнение теплового баланса.

Для влажного насыщенного водяного пара

$$Q = G \cdot r \cdot x,$$

где Q – тепловой поток от пара к стенке при конденсации, Вт; G – расход конденсата, кг/с; **r** – скрытая теплота парообразования, Дж/кг; **x** – степень сухости пара.

Для перегретого пара:

$$Q = G \cdot (r + q_{пер}) = G \cdot (r + c_п \cdot \Delta T_{пер}) = G \cdot [r + (h_5 - h_4)],$$

где $q_{пер}$ – удельная теплота перегрева, Дж/кг; **c**$_п$ – теплоемкость перегретого пара, Дж/(кг·K); h_5 и h_4 – удельные энтальпии перегретого пара (точка 5) и сухого насыщенного водяного пара (точка 4), Дж/кг.

В. Влияние неконденсирующихся газов в паре

Если в водяном паре присутствуют неконденсирующиеся газы (например, воздух), то теплоотдача резко снижается. В этом случае воздух на поверхности пленки конденсата создает воздушную прослойку, препятствующую конденсации пара (см. рис. 4.5). Экспериментально получено, что присутствие в паре 1% воздуха уменьшает теплоотдачу приблизительно в два раза. Поэтому воздух необходимо удалять из теплообменных аппаратов.

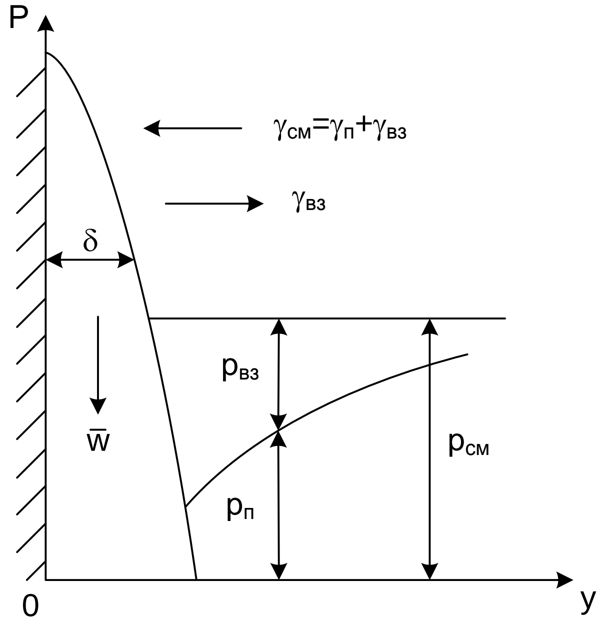


Рис. 4.5. Схема конденсации смеси пар-воздух:
$\gamma_{см}$ – поток смеси; $\gamma_{вз}$ – поток воздуха; $\gamma_п$ – поток пара;
$p_{см}$ – давление смеси; $p_{вз}$ – давление воздуха; $p_п$ – давление пара

§4.2. Теплоотдача при кипении жидкостей

Кипение – процесс интенсивного образования пара внутри объема жидкости при температуре насыщения или выше этой температуры.

При кипении поглощается теплота фазового перехода, поэтому для осуществления стационарного процесса кипения необходим повод теплоты (см. формулу (4.4)).

Различают *поверхностное* и *объемное* кипение. Объемное кипение жидкости встречается достаточно редко (например, при резком уменьшении давления) и, в этом случае, температура жидкости становится больше температуры насыщения при данном давлении. В нашем курсе будем рассматривать только теплообмен при кипении на твердых поверхностях или *поверхностное* кипение.

Процесс кипения зависит от граничных условий теплообмена, давления среды, физических свойств жидкости, пара и твердой стенки, состояния твердой поверхности, геометрии системы, режима движения жидкости и т.д. Поэтому разработать математическую модель

процесса кипения не представляется возможным и все сведения о механизме кипения получены опытным путем. При этом используется следующая классификация видов кипения:
— по роду или режиму кипения – пузырьковое или пленочное;
— по типу конвекции – при свободной (в большом объеме) или при вынужденной (в ограниченном пространстве);
— по расположению поверхности кипения – у вертикальной, наклонной или горизонтальной поверхности;
— по характеру – неразвитое, неустойчивое, развитое.

В процессе теплоотдачи в кипящей жидкости формируется температурное поле (рис.4.6 ,б). При этом жидкость оказывается перегретой выше температуры насыщения, соответствующей давлению в жидкости.

При кипении на твердых поверхностях можно выделить две области с разным по характеру изменением температурного поля: тепловой пограничный слой и тепловое ядро в жидкости.

Тепловой пограничный слой – весьма тонкий слой жидкости, прилегающий непосредственно к поверхности стенки, в пределах которого сосредоточено практически все изменение температуры жидкости: от температуры поверхности до температуры в ядре потока (см. рис.4.6).

Тепловое ядро жидкости – вся остальная жидкость за пределами теплового пограничного слоя.

В зависимости от конкретных условий теплообмена перегрев жидкости вблизи стенки или перегрев стенки может составлять величину $\Delta T = 5 \div 35$ °C. Дело в том, что паровые пузырьки зарождаются не в любой точке поверхности теплообмена, а только в, так называемых, центрах парообразования – микровпадинах (трещинах, кавернах и т.п.), в которых сила поверхностного натяжения жидкости минимальна.

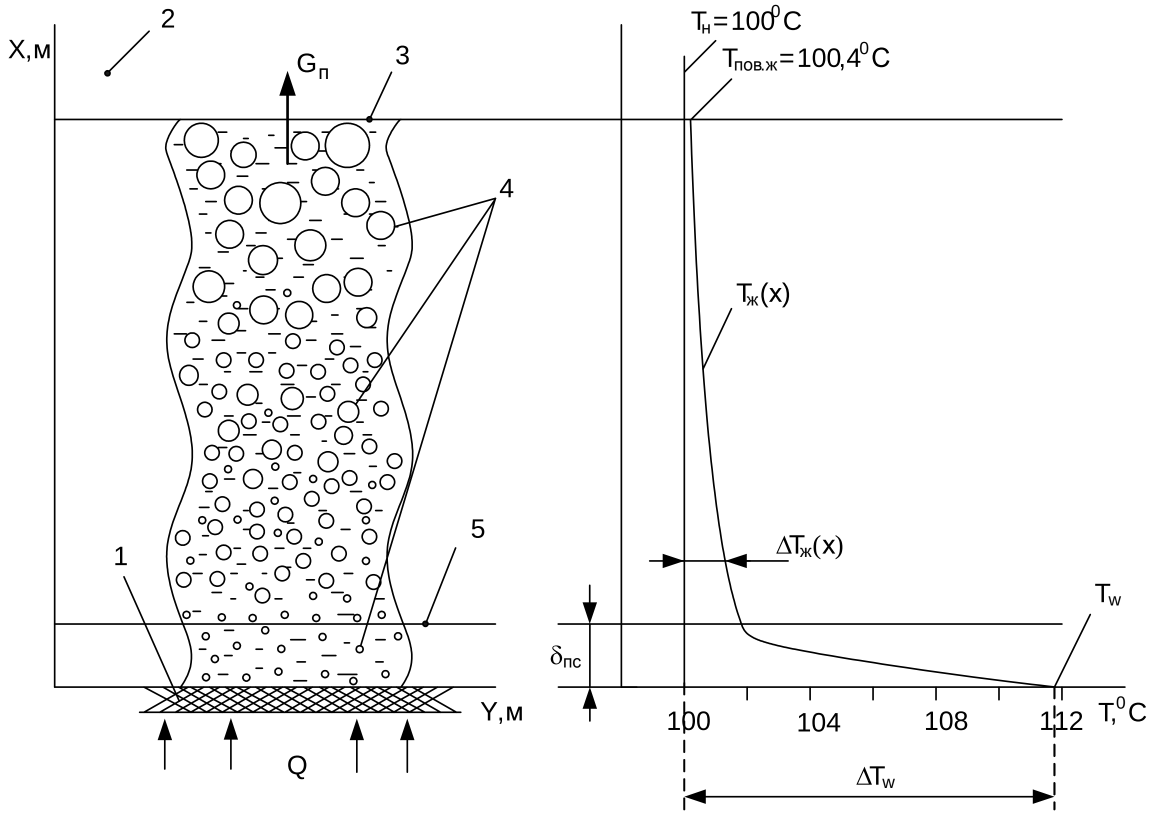


Рис.4.6. Пример распределения температуры в объеме кипящей воды (T_w=111,8^{0}C, $p_н$=1 бар):

а – картина процесса кипения; б – распределение температуры; 1 – поверхность теплообмена (стенка); 2 – насыщенный водяной пар; 3 – поверхность воды; 4 – всплывающие паровые пузыри; 5 – внешняя граница пограничного слоя; $T_{пов.ж}$ – температура поверхности жидкости;

T_w – температура поверхности теплообмена (стенки); $T_н$ – температура насыщения жидкости при заданном давлении; $p_н$ – давление насыщения; $\delta_{пс}$ – толщина пограничного слоя; Q – тепловой поток от стенки к воде; $G_п$ – массовый расход пара

Для того чтобы паровой пузырь образовался в микровпадине, необходимо, чтобы ее размеры были больше некоторого минимального или критического радиуса пузырька:

$$R_{кр} = \frac{2 \cdot \sigma}{\Delta p}, \tag{4.25}$$

где σ – сила поверхностного натяжения жидкости при температуре насыщения, Н/м; Δp – перепад давления между паром в пузыре ($p_п$) и окружающей его жидкостью ($p_н$). Перепад давления рассчитывают по формуле:

$$\Delta p = p_п - p_н = \frac{r \cdot p_н \cdot \Delta T}{R_г \cdot T_н^2}, \tag{4.26}$$

в которой r – скрытая теплота парообразования, Дж/кг; $p_н$ – давление насыщения пара , Па; $\Delta T = T_w - T_н$ – перепад температур между стенкой и жидкостью, °С (К); $R_г$ – газовая постоянная, Дж/(кг·К); $T_н$ – температура насыщения, К.

Заметим, что с увеличением перегрева стенки $\Delta T = T_w - T_н$ и ростом давления насыщения $p_н$ критически радиус парового пузыря уменьшается и впадины меньших размеров могут служить центрами парообразования, что в итоге приводит к интенсификации кипения.

Режимы кипения в большом объеме (кривая кипения)

Для анализа процесса кипения широко используют экспериментально полученную зависимость плотности теплового потока q, подводимого к обогреваемой поверхности от температурного перепада $\Delta T = T_w - T_н$, график которой показан на рис. 4.7. Это график в научно-технической литературе называют "кривой кипения". На этой кривой выделяют несколько интервалов ΔT, соответствующих различным режимам теплоотдачи, название которых приведено в тексте, поясняющем рис. 4.7.

Пузырьковый режим кипения наблюдается при значениях ΔT соответствующих второй области на кривой кипения. Радиус межфазной поверхности пузырька – зародыша пропорционален размеру образующей его микрошероховатости на поверхности стенки. Поэтому в начале пузырькового режима кипения, при незначительном перегреве жидкости, "работают" лишь крупные центры парообразования, поскольку пузырьки - зародыши малых центров парообразования имеют радиус меньше критического. В этом случае происходит неустойчивое или слаборазвитое пузырьковое кипение. С увеличением перегрева жидкости активизируются более мелкие центры парообразования, поэтому количество образующихся пузырей и частота их отрыва возрастают. В результате интенсивность теплоотдачи чрезвычайно быстро увеличивается (см. рис.4.7, область 2).

Интенсивность теплоотдачи обусловлена термическим сопротивлением теплопроводности тонкой жидкой пленки, которая смачивает твердую поверхность и находится под областью паровых пузырей. С увеличением количества и частоты отрыва пузырей жидкая прослойка разрушается (турбулизируется) и ее термическое сопротивление уменьшается.

Коэффициент теплоотдачи (α) при развитом пузырьковом кипении достигает десятков и даже сотен тысяч Вт/(м^2·К) (при высоких давлениях). Это обусловлено большой удельной теплотой фазового перехода и интенсивным перемешиванием жидкости растущими и отрывающимися пузырьками пара.

Режим пузырькового кипения обеспечивает наиболее эффективную теплоотдачу. Этот режим кипения применяется в парогенераторах тепловых и атомных электростанций, при охлаждении двигателей, элементов конструкции энергетических, металлургических и химических агрегатов, работающих в условиях высоких температур.

При дальнейшем увеличении перегрева стенки равном перегреву жидкости в пограничном слое ($\Delta T = T_w - T_н$) интенсивность теплоотдачи, достигнув максимума в критической точке "кр1", начинает снижаться из-за слияния все возрастающего количества пузырей в паровые пятна (см. рис.4.7, область 3). Площадь паровых пятен возрастает по мере увеличения ΔT и охватывает в итоге всю стенку, превращаясь в сплошную паровую пленку, плохо проводящую теплоту. Таким образом, происходит постепенный переход от пузырькового режима кипения к пленочному, сопровождающийся снижением интенсивности теплоотдачи.

Начало такого перехода называют *первым кризисом кипения*. Под *кризисом* понимают коренное изменение механизма кипения и теплоотдачи.

При дальнейшем увеличении перегрева (ΔT) интенсивность теплоотдачи, достигнув минимума во второй критической точке "кр2", снова начинает возрастать в области пленочного режима кипения (см. рис.4.7, области 4 и 5). Такую перемену характера влияния перегрева на теплоотдачу называют *вторым кризисом кипения*.

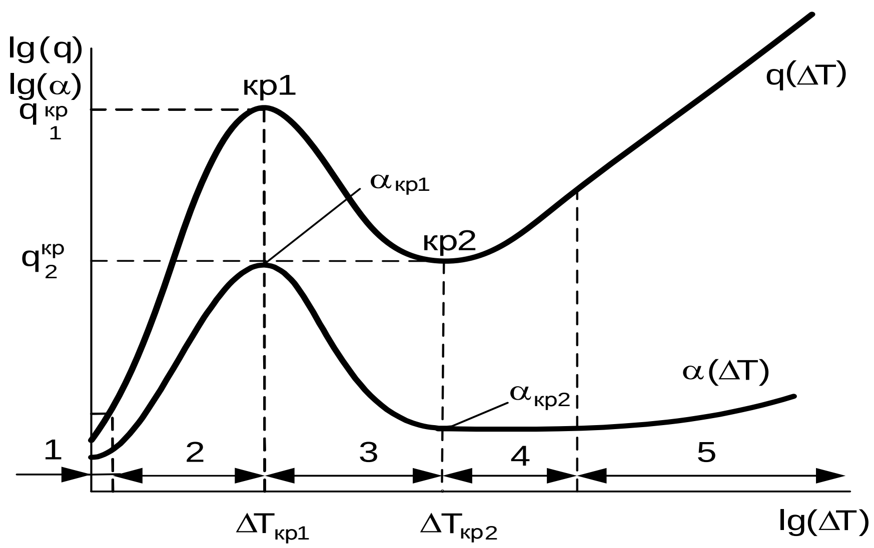


Рис. 4.7. Изменение плотности теплового потока и коэффициента теплоотдачи от перегрева жидкости в пограничном слое

1 – конвективная область без кипения; 2 – область пузырькового кипения; 3 – переходная область; 4 – область пленочного кипения; 5 – участок пленочного кипения со значительной долей передачи тепла излучением; кр1, кр2 – соответственно точки первого и второго кризисов кипения

В пленочном режиме кипения сплошная пленка пара оттесняет жидкость от поверхности, и условия теплообмена стабилизируются, а коэффициент теплоотдачи перестает снижаться, оставаясь практически постоянным. Тепловой поток согласно закону Ньютона (4.1) снова начинает увеличиваться из-за возрастания температурного напора ΔT. Заметим, что увеличение теплового потока в области развитого пленочного кипения (при больших ΔT) происходит и из-за возрастания переноса теплоты излучением в паровой прослойке.

Интенсивность теплоотдачи при пленочном режиме кипения весьма низка, что приводит к сильному перегреву поверхности теплообмена.

Два вида перехода от пузырькового режима к пленочному

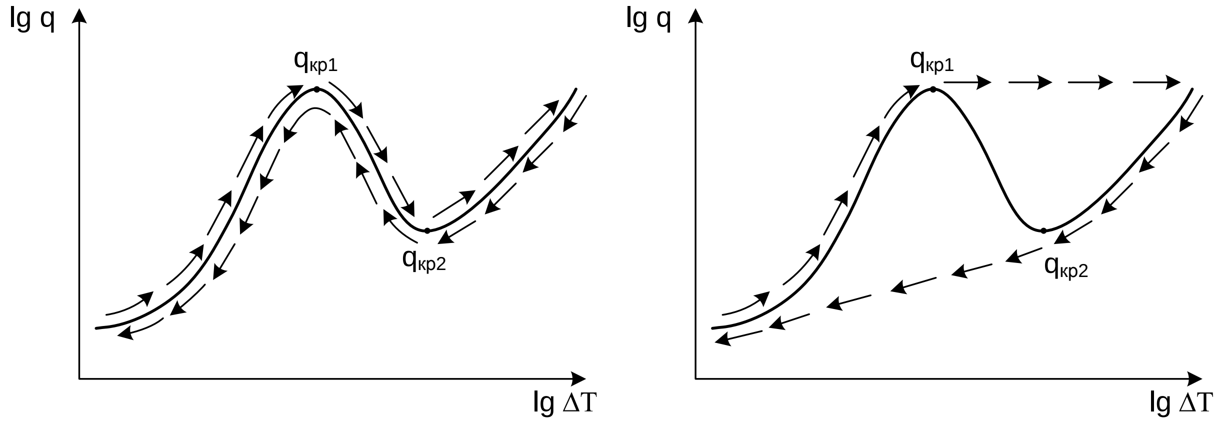
В зависимости от граничных условий теплообмена на поверхности теплообмена переход от пузырькового режима к пленочному может происходить, либо следуя кривой кипения (рис. 4.8, **а**), либо скачкообразно (рис. 4.8, **б**). Постепенный переход от развитого пузырькового кипения к пленочному имеет место при регулируемой температуре стенки (граничные условия I рода), а скачкообразный – при постоянном тепловом потоке, поступающем от стенки к жидкости (граничные условия II рода).

Для объяснения этого явления запишем формулу для расчета плотности теплового потока через тепловой пограничный слой (см. рис. 4.6):

$$q = \frac{\Delta T}{R_{t,пс}} = \frac{\Delta T}{\delta_{пс} / \lambda_{пс}}, \qquad (4.27)$$

где $\Delta T = T_w - T_н$ – перепад температур в пограничном слое; $R_{t,пс}$ – термическое сопротивление пограничного слоя; $\delta_{пс}$ – толщина пограничного слоя (см. рис. 4.6); $\lambda_{пс}$ – коэффициент теплопроводности пограничного слоя.

При заданной постоянной температуре стенки (T_w) перепад температур ($\Delta T = T_w - T_н$) не зависит от процесса теплообмена.. Поэтому при увеличении термического сопротивления пограничного слоя в переходной области вследствие ухудшения теплопроводных свойств пристенного слоя ($\lambda_{пс} \downarrow \Rightarrow R_{t,пс} \uparrow$), тепловой поток начинает уменьшаться ($q \downarrow$) (см. рис. 5.8, **а**).



а) ГУ I рода

б) ГУ II рода

Рис. 4.8. Два вида перехода от пузырькового режима кипения к пленочному

При заданном постоянном тепловом потоке ($q = пост$) увеличение термического сопротивления ($\lambda_{пс} \downarrow \Rightarrow R_{t,пс} \uparrow$) приводит к скачкообразному росту перепада температур в пограничном слое ($\Delta T \uparrow$) и, следовательно, к перегреву стенки ($T_w \uparrow$)и возможному ее разрушению.

При снижении тепловой нагрузки переход к пузырьковому кипению произойдет скачком при минимальной тепловой нагрузке.

Расчет теплоотдачи при кипении

Все формулы расчета теплоотдачи при кипении получены на основе обработки многочисленных экспериментальных данных учеными разных научных школ. Поскольку условия проведения опыта у разных экспериментаторов точно не совпадали, то и α, рассчитанные по формулам разных авторов, могут существенно отличаться. Поэтому ниже приведем только простейшие по форме, но достаточно апробированные расчетные формулы по теплоотдаче при кипении.

А. Пузырьковое кипение в большом объеме

Теплоотдача при пузырьковом режиме прямопропорциональна количеству действующих центров парообразования и частоте отрыва пузырей, которые, в свою очередь, пропорциональны максимальному перегреву $\Delta T = T_w - T_н$ жидкости и давлению $p_н$. В силу этого средний коэффициент теплоотдачи может быть рассчитан по формуле

$$\alpha = C_1 \cdot \Delta T^n \cdot p_н^z. \qquad (4.28)$$

С другой стороны, выражая перепад температур из закона теплоотдачи Ньютона $\Delta T = q/\alpha$ и подставляя в формулу (4.28), получим:

$$\alpha = C_2 \cdot q^m \cdot p_н^k, \qquad (4.29)$$

где C_1, C_2, k, z, m, n – коэффициенты, полученные в результате статистической обработки экспериментальных данных.; ΔT – перегрев стенки, ^{0}C (K); $p_н$ – давление насыщения (внешнее давление жидкости), **бар**; q – поверхностная плотность теплового потока, Вт/м^2.

Для расчета теплоотдачи при кипении воды формулы (4.28) и (4.29) принимают вид:

$$\alpha = 38{,}7 \cdot \Delta T^{2{,}33} \cdot p_н^{0{,}5} \qquad (4.30)$$

$$\alpha = 3{,}0 \cdot q^{0{,}7} \cdot p_н^{0{,}15}, \qquad (4.31)$$

где $p_н$ – давление насыщения, бар; q – плотность теплового потока, Вт/м^2;

Формулу (4.30) используют в расчетах пузырькового кипения при граничных условиях первого рода. В этом случае регулируемой (заданной) величиной является температура стенки и, следовательно, перегрев жидкости (ΔT), а формулу (4.31) применяют в расчетах кипения при граничных условиях второго рода (заданная величина – плотность теплового потока (q) на поверхности стенки). Определив α по формуле (4.31), несложно найти перегрев стенки (перегрев жидкости в пограничном слое) и температуру стенки:

$$\Delta T = \frac{q}{\alpha} \;\Rightarrow\; T_w = T_н + \frac{q}{\alpha} \qquad (4.32)$$

Б. Пленочное кипение в большом объеме

Схема пленочного кипения показана на рис. 4.9. Из рисунка видно, что наблюдается

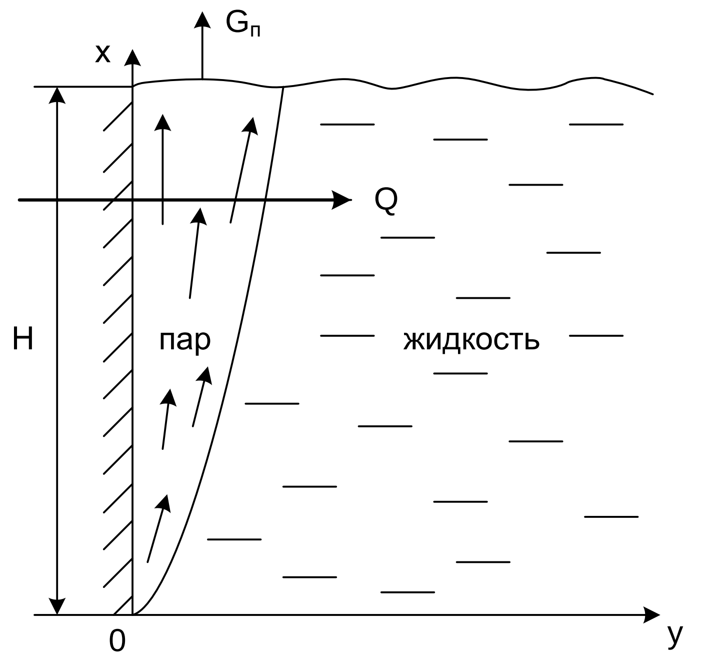


Рис. 4.9. К расчету пленочного кипения

аналогия процессов конденсации и пленочного кипения. Поэтому формулы для расчета коэффициента теплоотдачи при пленочном кипении имеют вид:

— кипение на вертикальной поверхности

$$\alpha = 0{,}943 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \rho_п \cdot (\rho_ж - \rho_п) \cdot \lambda_п^3}{\mu_п \cdot \Delta T \cdot H}}; \qquad (4.33)$$

— кипение на горизонтальной трубе

$$\alpha = 0{,}728 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \rho_п \cdot (\rho_ж - \rho_п) \cdot \lambda_п^3}{\mu_п \cdot \Delta T \cdot d_{тр}}}, \qquad (4.34)$$

где $\rho_п$, $\lambda_п$ и $\mu_п$ плотность, коэффициент теплопроводности и динамический коэффициент вязкости пара; $\rho_ж$ – плотность жидкости; r – скрытая теплота парообразования.

В качестве определяющей температуры в формулах (4.33) и (4.34) принята температура насыщения при данном давлении.

В. Расчет первого кризиса кипения

Расчет максимальной плотности теплового потока при пузырьковом режиме кипения (критической тепловой нагрузки) проводят по формуле

$$q_{кр,1} = 0{,}14 \cdot r \cdot \sqrt[4]{\sigma \cdot g \cdot (\rho_ж - \rho_п) \cdot \rho_п^2}, \qquad (4.35)$$

в которой σ – сила поверхностного натяжения жидкости; $\rho_ж$ и $\rho_п$ – плотности жидкости и пара; r – скрытая теплота парообразования.

Г. Расчет теплоотдача при кипении в трубах и каналах

Теплоотдача при кипении в трубах и каналах существенно отличается от теплоотдачи при кипении в большом объёме, потому что процесс непрерывного парообразования оказывает существенное влияние на гидродинамику течения, а, следовательно, и на теплообмен. При кипении в трубах с постоянным подводом теплоты происходит непрерывное увеличение паровой и уменьшение жидкой фазы. Гидродинамическая структура двухфазного потока также зависит от расположения труб и каналов в пространстве.

В настоявшее время математическое моделирование течения и теплообмена двухфазных потоков чрезвычайно сложная и трудоемкая задача, поэтому информацию об уровне теплоотдачи при кипении в трубах и каналах получают из эксперимента. На рис.4.10. изображена зависимость коэффициента теплоотдачи в зависимости от плотности теплового потока, поступающего на внешнюю поверхность трубы и скорости течения двухфазного флюида. При малых скоростях течения коэффициент теплоотдачи не зависит от скорости, а зависит только от теплового потока (тепловой нагрузки), поступающего к пароводяной смеси (участок 1). В этом случае расчет теплоотдачи при кипении в трубах аналогичен расчету при кипении в большом объеме. При больших скоростях двухфазного потока, наоборот, теплоотдача зависит только от скорости течения флюида – наблюдается турбулентный режим конвективного теплообмена (участок 3). Существует и переходный участок от режима кипения воды в большом объеме до режима конвективного теплообмена при турбулентном течении в трубах.

Методика расчета коэффициента теплоотдачи при кипении и движении двухфазных потоков в трубах и каналах заключается в следующем. На первом этапе расчета находят коэффициент теплоотдачи при кипении в большом объеме по формуле

$$\alpha_{кип} = 3{,}0 \cdot q^{0,7} \cdot p_н^{0,15}. \qquad (4.36)$$

Затем рассчитываю коэффициент теплоотдачи при вынужденном турбулентном течении в трубах и каналах по критериальной формуле М.А. Михеева:

$$\overline{Nu}_{f,d} = 0{,}021 \cdot Re_{f,d}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \varepsilon_t \quad и \quad \alpha_w = Nu \cdot \lambda / d, \qquad (4.37)$$

где d – внутренний диаметр трубы или эквивалентный диаметр канала. В качестве определяющей температуры в формулах (4.36) и (4.37) необходимо принимать температуру насыщения при данном давлении.

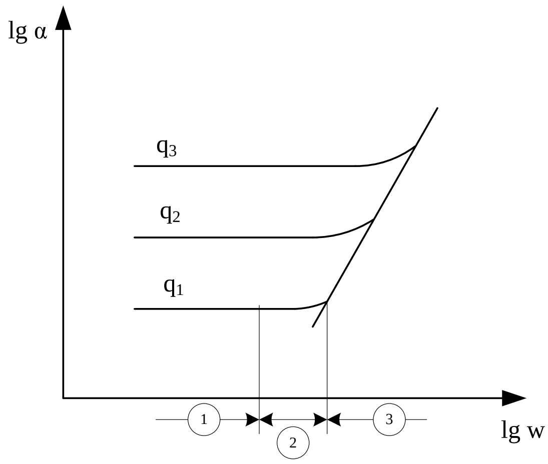


Рис. 4.10. К расчету теплоотдачи при кипении в трубах и каналах

Определив $\alpha_{кип}$ и α_w, окончательный расчет коэффициента теплоотдачи α выполняют следующим образом:

а) если $\alpha_{кип} / \alpha_w > 2$, то $\alpha = \alpha_{кип}$;

б) если $\alpha_{кип} / \alpha_w < 0{,}5$, то $\alpha = \alpha_w$;

в) если $0{,}5 < \alpha_{кип} / \alpha_w < 2$, то $\alpha = \alpha_w \cdot \varepsilon_{кип}$,

где поправочный коэффициент на теплоотдачу при кипении рассчитывается по формуле:

$$\varepsilon_{кип} = \frac{4 \cdot \alpha_w + \alpha_{кип}}{5 \cdot \alpha_w - \alpha_{кип}}. \qquad (4.38)$$