

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Ивановский государственный энергетический  
университет имени В.И. Ленина»

Кафедра теоретических основ теплотехники

## **РАСЧЕТ ПОЛИТРОПНЫХ ПРОЦЕССОВ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ**

Методические указания для выполнения  
расчетно-графической работы № 1  
по курсу «Техническая термодинамика»

Иваново 2018

Составители: В.В. БУХМИРОВ  
Д.В. РАКУТИНА  
А.В. ПЕКУНОВА  
Редактор И.М. ЧУХИН

Методические указания содержат краткие теоретические сведения для расчета и анализа политропных процессов идеальных газов, графическое изображение основных политропных процессов, а также пример выполнения задания 1.2 расчетно-графической работы по курсу «Техническая термодинамика. Часть 1».

Методические указания предназначены для самостоятельной работы студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров и специалистов: 140100, 140700, 141100, 140400, 220400, 280700, изучающих курс технической термодинамики.

Методические указания утверждены цикловой методической комиссией ТЭФ

Рецензент

кафедра теоретических основ теплотехники ФГБОУВО  
«Ивановский государственный энергетический университет  
им. В.И. Ленина»

## РАСЧЕТ ПОЛИТРОПНЫХ ПРОЦЕССОВ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Методические указания для выполнения  
расчетно-графической работы № 1  
по курсу «Техническая термодинамика»

Составители: Бухмиров Вячеслав Викторович  
Ракутина Дарья Валериевна  
Пекунова Анна Витальевна

Редактор Т.В. Соловьева

Подписано в печать Формат 60×84<sup>1/16</sup>.

Печать плоская. Усл.печ.л.1,39. Тираж 100 экз. Заказ №  
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический  
университет им. В.И. Ленина»

Отпечатано в УИУНЛ ИГЭУ

153003 г. Иваново, ул. Рабфаковская, 34

## 1. Расчет политропных процессов идеальных газов [1, 2, 3]

Термодинамические процессы газов разделяют на *политропные* и *изотропные* процессы (*изопрцессы*). В *политропных* процессах одновременно изменяются все параметры состояния. В *изотропных* процессах один из параметров не изменяется.

К основным изопрцессам изменения состояния идеального газа, как правило, относят следующие четыре прцесса:

1. Изобарный прцесс  $p = \text{const}$ ,  $v/T = \text{const}$ ;
2. Изохорный прцесс  $v = \text{const}$ ,  $p/T = \text{const}$ ;
3. Изотермический прцесс  $T = \text{const}$ ,  $p \cdot v = \text{const}$ ;
4. Адиабатный прцесс  $\delta q = 0$ ,  $s = \text{const}$ ,  $p \cdot v^k = \text{const}$ .

В переводе на русский язык слово «политропный» означает «закономерный». Для идеальных газов с постоянными изобарными и изохорными теплоемкостями закономерность политропных прцессов характеризуют следующие величины:

$$\alpha = \frac{du}{\delta q} = \frac{c_v dT}{cdT} = \frac{c_v}{c} = \frac{n-1}{n-k} = \text{const}; \quad (1)$$

$$c = \frac{c_v}{\alpha} = \text{const}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  – отношение изменения внутренней энергии к количеству подведенной теплоты;  $c$  – удельная массовая теплоемкость политропного прцесса, Дж/(кг·К);  $n$  – показатель политропы;  $k = c_p/c_v$  – показатель адиабаты (коэффициент Пуассона);  $c_p$  – удельная массовая теплоемкость при постоянном давлении (изобарная теплоемкость), Дж/(кг·К);  $c_v$  – удельная массовая теплоемкость при постоянном объеме (изохорная теплоемкость), Дж/(кг·К);  $\delta q = c \cdot dT$  – удельная теплота политропного прцесса, Дж/кг;  $du = c_v \cdot dT$  – удельное изменение внутренней энергии, Дж/кг.

Уравнения политропы, описывающие взаимосвязь параметров  $p$ ,  $v$  и  $T$ , имеют вид

$$pv^n = \text{const}; \quad (3)$$

$$Tv^{n-1} = \text{const}; \quad (4)$$

$$Tp^{-\frac{1-n}{n}} = \text{const}. \quad (5)$$

Показатель политропы  $n$ , если он не известен, можно определить по заданным начальным и конечным параметрам, используя уравнения (3) ÷ (5). Например, из уравнения (3) следует

$$n = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{v_1}{v_2}}. \quad (6)$$

При заданном коэффициенте  $\alpha$  или при известных для исследуемого процесса  $q$ ,  $l$ ,  $\Delta u$  показатель политропы находят из уравнения (1)

$$n = \frac{1 - \alpha \cdot k}{1 - \alpha}. \quad (7)$$

Зная удельные массовые теплоемкости политропного, изобарного и изохорного процессов показатель политропы рассчитывают по формуле

$$n = \frac{c - c_p}{c - c_v}. \quad (8)$$

Если показатель политропы  $n$  известен, то из формулы (8) определяют теплоемкость политропного процесса

$$c = c_v \frac{k - n}{1 - n}, \quad (9)$$

где  $k = c_p/c_v$  – показатель адиабаты (коэффициент Пуассона).

Все изопроцессы изменения состояния идеального газа являются частными случаями политропного процесса.

Изобарный процесс  $p = \text{const}$  получают при  $n = 0$   
 $p \cdot v^0 = p = \text{const}$ . Теплоемкость изобарного процесса  $c = c_p$ .

Формула изохорного процесса при  $n = \pm\infty$  имеет вид

$p \cdot v^n = p^{1/n} \cdot v = v = \text{const}$ . Теплоемкость изохорного процесса  $c = c_v$ .

Изотермический процесс  $T = \text{const}$  получают при  $n = 1$   
 $p \cdot v^1 = p \cdot v = \text{const}$ . Теплоемкость изотермического процесса  $c = +\infty$  при расширении и  $c = -\infty$  при сжатии газа.

Адиабатный процесс  $s = \text{const}$ ,  $\delta q = 0$  идет при  $n = k$   
 $p \cdot v^k = \text{const}$ . Теплоемкость адиабатного процесса  $c = 0$ .

В политропном процессе 1-2 изменение внутренней энергии  $\Delta u$ , изменение энтальпии  $\Delta h$  и изменение энтропии  $\Delta s$  рассчитывают по формулам

$$\Delta u = u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1); \quad (10)$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1); \quad (11)$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c \frac{dT}{T} = c \ln \frac{T_2}{T_1} = c_v \frac{n-k}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1} = \quad (12)$$

$$= c_v \frac{n-k}{n-1} \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} = c_v \frac{n-k}{n-1} \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-n}{n}}.$$

Удельную теплоту на политропном процессе 1-2 рассчитывают по формуле

$$q_{12} = c \cdot \Delta T = c(T_2 - T_1) = c_v \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1), \quad (13)$$

где  $c$  – удельная массовая теплоемкость политропного процесса, Дж/(кг·К);  $\Delta T = T_2 - T_1$  – изменение температуры на процессе 1-2;  $T_1$  и  $T_2$  – начальная и конечная температуры процесса.

В зависимости от заданных термических параметров расчет удельной работы на политропном процессе 1-2 выполняют по формулам

$$l_{12} = c_v \frac{k-1}{n-1} (T_2 - T_1) = \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2); \quad (14)$$

или

$$l_{12} = \frac{1}{n-1}(p_1v_1 - p_2v_2), \quad (15)$$

где  $R = 8314/\mu$  – газовая постоянная, Дж/(кг·К).

Абсолютное значение энтропии идеального газа рассчитывают по формуле

$$s = s - s_0 = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p}{p_0}. \quad (16)$$

Начало отсчета энтропии  $s_0$  необходимо зафиксировать любой парой термических параметров состояния, например, приняв  $s_0=0$  при  $T_0$  и  $p_0$ .

Для определения абсолютных значений внутренней энергии и энтальпии идеального газа необходимо зафиксировать начало их отсчета только при заданной температуре. Например, приняв  $u_0=0$  при  $T_0=0$  К, получим расчетные выражения удельной внутренней энергии и энтальпии идеального газа в виде

$$u = u - u_0 = c_v(T - T_0) = c_v T; \quad (17)$$

$$h = u + pv = c_v T + RT = c_p T. \quad (18)$$

Основные расчетные зависимости для политропных процессов идеальных газов приведены в табл. 1.

## 2. Графическое изображение политропных процессов в $p, v$ - и $T, s$ - диаграммах [1, 2, 5, 6]

На рис. 1 изображены характерные политропные процессы в  $p, v$ - координатах. Все процессы проведены через общую точку А, что позволяет наглядно сопоставить изображение политроп с различными значениями показателя политропы  $n$ .

Показатель политропы определяет характер процесса. В  $p, v$ -координатах политропа описывается уравнением  $pv^n = \text{const}$ , в соответствии с которым основные процессы будут представлять:

**изобара** – горизонтальная прямая,  $n=0$ ,  $p=\text{const}$ ;

**изохора** – вертикальная прямая,  $n=\pm\infty$ ,  $v=\text{const}$ ;

Таблица 1

**Основные уравнения, используемые для расчета  
политропных процессов идеальных газов**

Процесс	n	c	$\alpha$	Уравнение	q	$\ell$	$\Delta s$	$\Delta u, \Delta h$
<b>p=const</b>	0	$c_p$	$1 - \frac{1}{k}$	$\frac{V}{T} = \text{const}$	$c_p \Delta t$	$p \Delta V = R \Delta T$	$c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$	$\Delta u = c_v(t_2 - t_1), \Delta h = c_p(t_2 - t_1)$
<b>v=const</b>	$\pm \infty$	$c_v$	1	$\frac{p}{T} = \text{const}$	$c_v \Delta t$	0	$c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$	
<b>T=const</b>	1	$\pm \infty$	0	$pV = \text{const}$	$RT \ln \frac{p_1}{p_2} = RT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$	$R \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = R \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$	
<b>s=const</b> ( $\delta q = 0$ )	k	0	$\pm \infty$	$T p^{\frac{1-k}{k}} = \text{const}$ $p v^k = \text{const}$ $T v^{k-1} = \text{const}$	0	$u_1 - u_2 = c_v(T_1 - T_2) = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2)$	0	
<b>Политропа</b> <b>n=const,</b> <b><math>\alpha = \text{const}</math></b>	$\frac{c_p - c}{c_v - c}$	$\frac{n-k}{c_v} \frac{n-1}{n-1}$	$\frac{1-n}{k-n}$	$T p^n = \text{const}$ $p v^n = \text{const}$ $T v^{n-1} = \text{const}$	$c \Delta t$	$\frac{R}{n-1}(T_1 - T_2) = \frac{1}{n-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2)$	$c \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$	

**изотерма** – равнобокая гиперболола с осями асимптот в виде осей координат  $p$  и  $v$ , т.к. при  $n=1$  уравнение изотермы  $p=\text{const}/v$ , причем константа – величина положительная;  
**адиабата** – неравнобокая гиперболола, т.к. при  $n=k>1$  уравнение адиабаты  $p=\text{const}/v^k$ , адиабата круче изотермы.

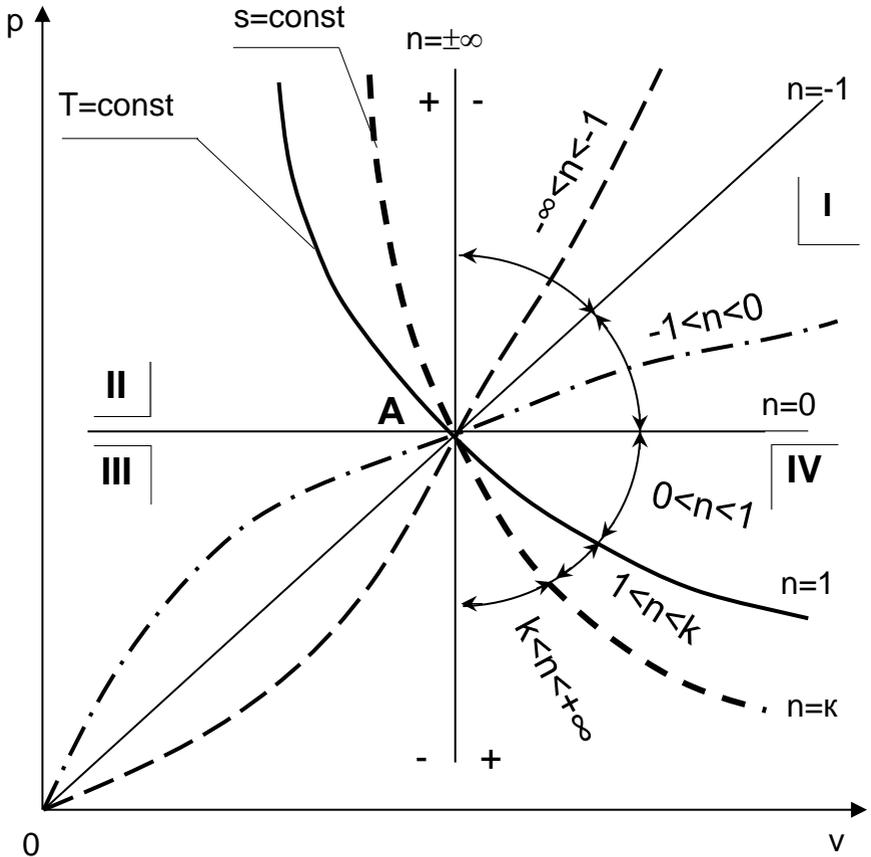


Рис. 1. Изображение политропных процессов в P, v- диаграмме

Политропы при  $0 < n < +\infty$  в соответствии с уравнением  $p = \text{const}/v^n$  представляют собой гиперболы, крутизна которых возрастает с увеличением показателя  $n$ . Самая крутая из них – изохора ( $n = \infty$ ), а самая пологая – изобара ( $n = 0$ ). Все политропы с положительным показателем  $n > 0$  располагаются во II и IV квадрантах относительно точки А.

Политропы с  $1 < n < k$  располагаются между изотермой и адиабатой и имеют отрицательную теплоемкость. В таких процессах при подводе теплоты температура газа уменьшается, а при отводе теплоты от газа его температура увеличивается.

Политропы с отрицательным показателем  $-\infty < n < 0$  – это кривые, которые в соответствии с уравнением  $p = \text{const}/v$  проходят через начало координат, причем если  $n = -1$  – это прямая линия,  $-1 < n < 0$  – кривая выпуклостью вверх,  $-\infty < n < -1$  – кривая выпуклостью вниз.

При  $n = -1$  теплоемкость процесса имеет среднее арифметическое значение между изобарной и изохорной теплоемкостями:  $c = (c_p + c_v)/2$ .

Все политропы с отрицательным показателем  $n < 0$  располагаются в I и III квадрантах относительно точки А.

Характер основных политропных процессов в  $T, s$ - диаграмме показан на рис. 2.

Политропы  $k < n < +\infty$  располагаются между адиабатой  $n = k$  и изохорой  $n = +\infty$ , политропы  $-\infty < n < 0$  – между изохорой  $n = -\infty$  и изобарой  $n = 0$ , а политропы  $0 < n < 1$  – между изобарой  $n = 0$  и изотермой  $n = 1$ . Все они имеют вид логарифмической кривой с положительной теплоемкостью выпуклостью вниз и проходят через I и III квадранты.

Политропы  $1 < n < k$  располагаются в квадрантах II и IV между изотермой  $n = 1$  и адиабатой  $n = k$  и имеют вид логарифмической кривой с отрицательной теплоемкостью выпуклостью вниз.

Политропы, проходящие через I и III квадранты, относительно точки А имеют положительную теплоемкость, при-

чем изохора круче изобары, т.к.  $c_p > c_v$ . Самая крутая политропа – адиабата, для нее теплоемкость равна нулю. Самая пологая политропа – изотерма, для нее теплоемкость равна бесконечности. Политропы, проходящие через II и IV квадранты, имеют отрицательную теплоемкость.

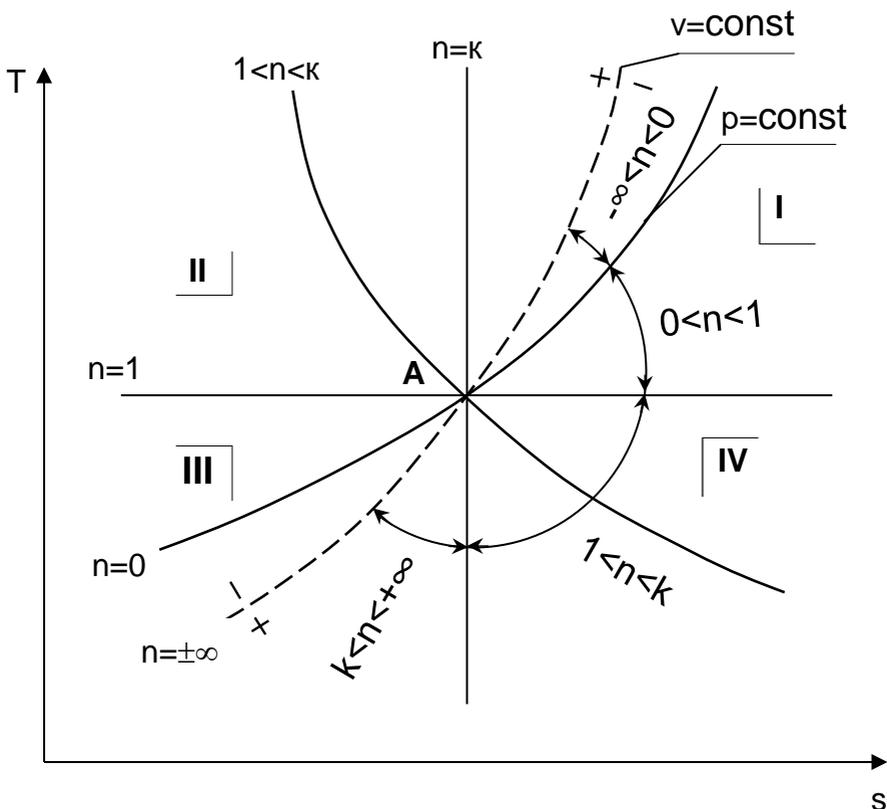


Рис. 2. Изображение политропных процессов в T,s- диаграмме

### 3. Анализ политропных процессов [3]

Для идеального газа внутренняя энергия  $u$  и энтальпия  $h$  являются функциями только температуры  $du = c_v dT$  и  $dh = c_p dT$ . Поэтому при возрастании температуры ( $T \uparrow$ ) внутренняя энергия и энтальпия тоже увеличиваются ( $u \uparrow$ ,  $h \uparrow$ ), и, соответственно, наоборот, при уменьшении температуры внутренняя энергия и энтальпия – уменьшаются ( $u \downarrow$ ,  $h \downarrow$ ). Здесь стрелками  $\uparrow$  и  $\downarrow$  показано увеличение или уменьшение соответствующего параметра или функции состояния термодинамического процесса.

Термодинамические процессы (кроме процесса  $v = \text{const}$ ) могут протекать с увеличением объема (процесс расширения  $v \uparrow \Rightarrow dv > 0$ ) или с уменьшением объема (процесс сжатия  $v \downarrow \Rightarrow dv < 0$ ). При этом в процессе расширения работа изменения объема  $\delta \ell = pdv$  положительная  $\delta \ell > 0$ , а в процессе сжатия – отрицательная  $\delta \ell < 0$ .

С другой стороны, термодинамические процессы (кроме адиабатного процесса  $ds = 0 \Rightarrow \delta q = 0$ ) могут происходить с подводом теплоты ( $\delta q = Tds > 0 \Rightarrow ds > 0$ , т.к.  $T > 0$ ) или с отводом теплоты ( $\delta q = Tds < 0 \Rightarrow ds < 0$ , т.к.  $T > 0$ ).

#### 3.1. Изобарный процесс

Изобарный процесс расширения 1-2 и сжатия 1-2' идеального газа показан на рис. 3.

При *изобарном расширении* идеального газа ( $v \uparrow \Rightarrow dv > 0$ ) совершается положительная работа, т.к. в этом случае  $dv > 0$  и из формулы механической работы  $\delta \ell = pdv$  следует  $\delta \ell > 0$ .

Для построения изобарного процесса расширения в  $T, s$  – диаграмме используем закон Гей-Люссака  $v / T = \text{const}$ , из анализа которого следует, что при увеличении объема  $v \uparrow$  должна возрасти и температура  $T \uparrow$ .

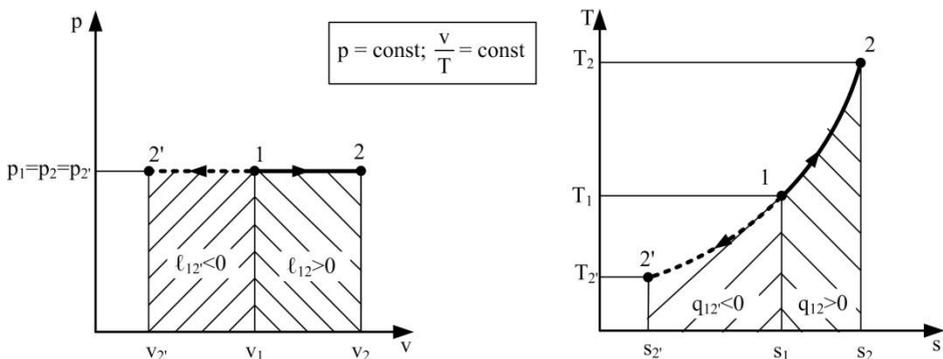


Рис. 3. Изобарный процесс расширения (1-2) и сжатия (1-2') идеального газа

При этом с увеличением температуры в  $T, s$  – диаграмме видно, что этот процесс идет с возрастанием энтропии ( $s \uparrow \Rightarrow ds > 0$ ) и, следовательно, с подводом теплоты  $\delta q > 0$ . Процесс 1-2 с ростом температуры протекает с увеличением внутренней энергии ( $u \uparrow \Rightarrow du > 0$ ) и энтальпии газа ( $h \uparrow \Rightarrow dh > 0$ ). Кратко можно записать, что при изобарном расширении термодинамические параметры, функции состояния, работа и теплота изменяются следующим образом:

$$p = \text{const}; v \uparrow; T \uparrow; u \uparrow; h \uparrow; s \uparrow;$$

или

$$dp = 0; dv > 0; dT > 0; du > 0; dh > 0; ds > 0;$$

$$\delta l > 0 \text{ и } \delta q > 0.$$

При *изобарном сжатии* идеального газа ( $v \downarrow \Rightarrow dv < 0$ ) направление процесса изменяется на противоположное (процесс 1-2'), а изменение всех термодинамических параметров, функций состояния, работы и теплоты меняет знак:

$$p = \text{const}; v \downarrow; T \downarrow; u \downarrow; h \downarrow; s \downarrow;$$

или

$$dp = 0; dv < 0; dT < 0; du < 0; dh < 0; ds < 0;$$

$$\delta l < 0 \text{ и } \delta q < 0.$$

Изобарный процесс с подводом теплоты ( $ds > 0 \Rightarrow \delta q > 0$ ) происходит с ростом температуры (см.  $T, s$  – диаграмму на рис. 3), и, согласно закону Гей-Люссака  $v/T = \text{const}$ , с расширением газа ( $v \uparrow \Rightarrow dv > 0$ ). Поэтому параметры этого процесса совпадают с параметрами процесса изобарного расширения.

Изобарный процесс с отводом теплоты ( $ds < 0 \Rightarrow \delta q < 0$ ) протекает аналогично процессу изобарного сжатия.

### 3.2. Изохорный процесс

Изохорный процесс изменения состояния идеального газа с подводом и отводом теплоты показан на рис. 4.

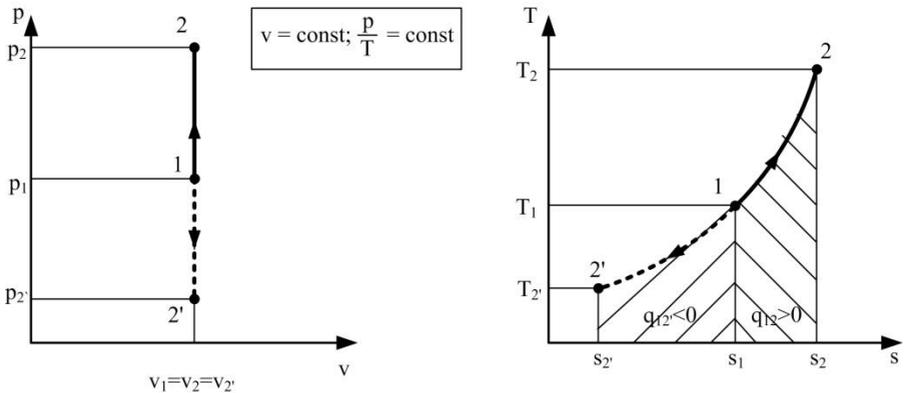


Рис. 4. Изохорный процесс идеального газа с подводом (1-2) и отводом теплоты (1-2')

В изохорном процессе работа изменения объема равна нулю  $\delta l = 0$ , т.к.  $dv = 0$ . Изохорный процесс с подводом теплоты ( $\delta q > 0 \Rightarrow ds > 0$ ) происходит с ростом температуры (см.  $T, s$  – диаграмму на рис. 4), и, согласно закону Шарля  $p/T = \text{const}$ , с повышением давления

$(p \uparrow \Rightarrow dp > 0)$  – процесс 1-2 в  $p, v$  – диаграмме. Процесс 1-2 с ростом температуры протекает с увеличением внутренней энергии ( $u \uparrow \Rightarrow du > 0$ ) и энтальпии газа ( $h \uparrow \Rightarrow dh > 0$ ). Кратко можно записать, что при изохорном процессе с подводом теплоты термодинамические параметры, функции состояния и теплота изменяются следующим образом:

$$v = \text{const}; p \uparrow; T \uparrow; u \uparrow; h \uparrow; s \uparrow;$$

или

$$dv = 0; dp > 0; dT > 0; du > 0; dh > 0; ds > 0;$$

$$\delta l = 0 \text{ и } \delta q > 0.$$

У изохорного процесса с *отводом теплоты* ( $\delta q < 0 \Rightarrow ds < 0$ ) направление процесса изменяется на противоположное (процесс 1-2'), а изменение всех термодинамических параметров, функций состояния и теплоты меняет знак:

$$v = \text{const}; p \downarrow; T \downarrow; u \downarrow; h \downarrow; s \downarrow;$$

или

$$dv = 0; dp < 0; dT < 0; du < 0; dh < 0; ds < 0;$$

$$\delta l = 0 \text{ и } \delta q < 0.$$

### 3.3. Изотермический процесс

Изотермический процесс расширения 1-2 и сжатия 1-2' показаны на рис. 5.

При *изотермическом расширении* идеального газа ( $v \uparrow \Rightarrow dv > 0$ ) совершается положительная работа, т.к. в этом случае  $dv > 0$  и из определения механической работы  $\delta l = p dv$  следует  $\delta l > 0$ . При этом из закона Бойля – Мариотта  $p \cdot v = \text{const}$  видно, что с увеличением объема газа давление падает ( $p \downarrow \Rightarrow dp < 0$ ). Из условия изотермического процесса ( $T = \text{const} \Rightarrow dT = 0$ ) очевидно, что внутренняя энергия газа и энтальпия не изменяются ( $u = \text{const} \Rightarrow du = 0$  и  $h = \text{const} \Rightarrow dh = 0$ ).

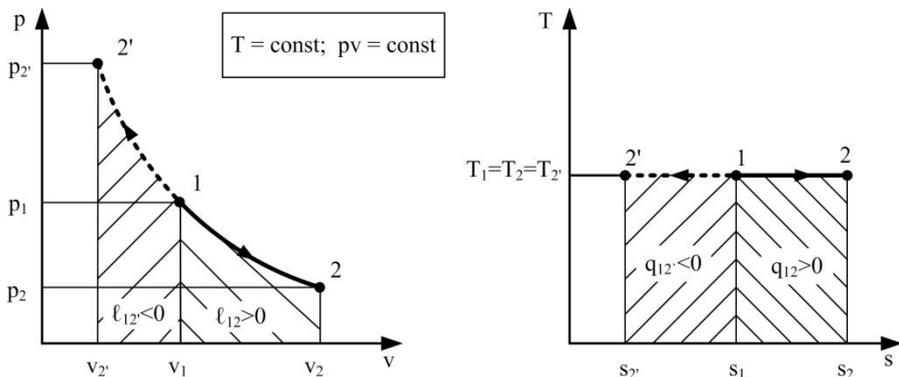


Рис. 5. Изотермический процесс расширения (1-2) и сжатия (1-2') идеального газа

С учетом  $du = 0$  первый закон термодинамики принимает вид  $\delta q = \delta \ell$ , на основании которого можно сделать вывод, что положительная работа изменения объема (работа расширения  $\delta \ell > 0$ ) происходит при подводе теплоты  $\delta q > 0$  и, следовательно, с увеличением энтропии ( $s \uparrow \Rightarrow ds > 0$ ). Кратко можно записать, что при изотермическом расширении функции состояния постоянны, а термодинамические параметры, работа и теплота изменяются следующим образом:

$$T = \text{const}; v \uparrow; p \downarrow; u = h = \text{const}; s \uparrow;$$

или

$$dT = 0; dv > 0; dp < 0; du = 0; dh = 0; ds > 0;$$

$$\delta \ell > 0; \delta q > 0; \delta q = \delta \ell.$$

При *изотермическом сжатии* идеального газа ( $v \downarrow \Rightarrow dv < 0$ ) направление процесса изменяется на противоположное (процесс 1-2'), а изменение термодинамических параметров, работы и теплоты меняет знак:

$$T = \text{const}; v \downarrow; p \uparrow; u = h = \text{const}; s \downarrow;$$

или

$$dT = 0; dv < 0; dp > 0; du = 0; dh = 0; ds < 0;$$

$$\delta l < 0; \quad \delta q < 0; \quad \delta q = \delta l.$$

Анализ изотермического процесса с подводом теплоты начинают с построения графика в  $T, s$  – диаграмме. Поскольку при подводе теплоты  $\delta q > 0$  и, следовательно, процесс идет с возрастанием энтропии ( $s \uparrow \Rightarrow ds > 0$ ) – процесс 1-2. При изотермическом процессе ( $T = \text{const} \Rightarrow dT = 0$ ) изменение внутренней энергии идеального газа равно нулю  $du = 0$  и первый закон термодинамики принимает вид  $\delta q = \delta l$ . При  $\delta q > 0$  совершается положительная работа изменения объема ( $dv > 0 \Rightarrow \delta l > 0$ ). При этом давление газа падает ( $p \downarrow \Rightarrow dp < 0$ ) согласно закону изотермического процесса  $p \cdot v = \text{const}$ . Изотермический процесс с подводом теплоты аналогичен изотермическому процессу расширения газа и характеризуется таким же изменением термических параметров:

$$T = \text{const}; \quad v \uparrow; \quad p \downarrow; \quad u = h = \text{const}; \quad s \uparrow;$$

или

$$dT = 0; \quad dv > 0; \quad dp < 0; \quad du = 0; \quad dh = 0; \quad ds > 0;$$

$$\delta l > 0; \quad \delta q > 0; \quad \delta q = \delta l.$$

Изотермический процесс с отводом теплоты аналогичен изотермическому процессу сжатия идеального газа:

$$T = \text{const}; \quad v \downarrow; \quad p \uparrow; \quad u = h = \text{const}; \quad s \downarrow;$$

или

$$dT = 0; \quad dv < 0; \quad dp > 0; \quad du = 0; \quad dh = 0; \quad ds < 0;$$

$$\delta l < 0; \quad \delta q < 0; \quad \delta q = \delta l.$$

### 3.4. Адиабатный процесс

Адиабатный процесс расширения 1-2 и сжатия 1-2' показаны на рис. 6.

Адиабатный процесс расширения или сжатия идеального газа проходит без теплообмена с окружающей средой  $\delta q = 0$ . Обратимый адиабатный процесс идет при постоянной энтропии ( $s = \text{const} \Rightarrow ds = 0$ ). Первый закон термоди-

намики для адиабатного процесса имеет вид  $0 = du + \delta\ell$  или  $\delta\ell = -du$ . Последнее выражение означает, что при совершении положительной работы ( $\delta\ell > 0$ ) внутренняя энергия газа и его температура уменьшаются ( $du < 0 \Rightarrow dT < 0$ ), т.е. работа совершается за счет внутренней энергии газа. И, соответственно, наоборот, при совершении работы окружающей среды над газом ( $\delta\ell < 0$ ) – его внутренняя энергия и температура возрастают ( $du > 0 \Rightarrow dT > 0$ ).

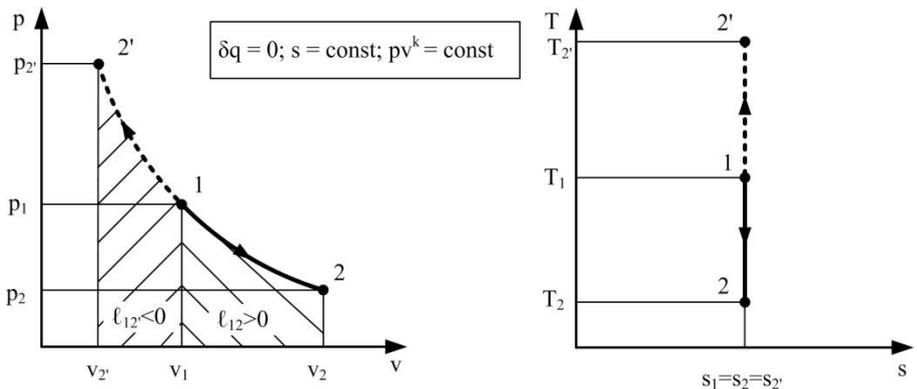


Рис. 6. Адиабатный процесс расширения (1-2) и сжатия (1-2') идеального газа

При *адиабатном расширении* идеального газа ( $v \uparrow \Rightarrow dv > 0$ ) совершается положительная работа, т.к. в этом случае  $dv > 0$  и из определения механической работы  $\delta\ell = p dv$  следует  $\delta\ell > 0$ . При этом из закона адиабатного процесса  $p \cdot v^k = \text{const}$  видно, что с увеличением объема газа давление падает ( $p \downarrow \Rightarrow dp < 0$ ). В этом случае работа совершается за счет запаса внутренней энергии газа, т.к. теплообмен между газом и окружением отсутствует и поэтому внутренняя энергия газа и его температура уменьшаются (см.  $T, s$  – диаграмму рис. 6). Кратко можно записать изменение термических параметров, функций состояния и

работы при адиабатном процессе следующим образом:

$$p \downarrow; v \uparrow; T \downarrow; u \downarrow; h \downarrow; s = \text{const};$$

или

$$dp < 0; dv > 0; dT < 0; du < 0; dh < 0; ds = 0;$$

$$\delta l > 0; \delta q = 0; \delta l = -du;$$

При *адиабатном сжатии* идеального газа ( $v \downarrow \Rightarrow dv < 0$ ) направление процесса изменяется на противоположное (процесс 1–2'), а изменение термических параметров, функций состояния и работы меняет знак:

$$p \uparrow; v \downarrow; T \uparrow; u \uparrow; h \uparrow; s = \text{const};$$

или

$$dp > 0; dv < 0; dT > 0; du > 0; dh > 0; ds = 0;$$

$$\delta l < 0; \delta q = 0; \delta l = -du.$$

#### 4. Пример расчета и анализа политропного процесса [4]

Рассчитать политропный процесс смеси идеальных газов, если известно,  $p_1 = 20$  бар,  $t_1 = 800$  °С,  $p_2 = 10$  бар,  $t_2 = 500$  °С,  $c_{vсм} = 1,5$  кДж/(кгК),  $c_{pсм} = 1,78$  кДж/(кгК),  $\mu_{см} = 30$  кг/кмоль,  $k_{см} = c_{pсм} / c_{vсм} = 1,187$ .

Расчет политропного процесса идеального газа выполняют в следующем порядке.

1. Поскольку заданы температура  $T$  и давление  $p$ , показатель политропы определяют из уравнения (5)

$$T_1 p_1^{\frac{1-n}{n}} = T_2 p_2^{\frac{1-n}{n}} \quad \text{или} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-n}{n}}.$$

Логарифмируют последнее выражение

$$\ln \frac{T_1}{T_2} = \frac{1-n}{n} \ln \frac{p_2}{p_1}$$

и окончательно получают

$$n = \frac{1}{1 + \frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{\ln \frac{p_2}{p_1}}} = \frac{1}{1 + \frac{\ln \frac{1073}{773}}{\ln \frac{10}{20}}} = 1,9.$$

2. Удельный объём для начальной и конечной точек процесса находят из уравнения состояния идеального газа

$$p_1 v_1 = R_{\text{см}} T_1 \quad \text{и} \quad p_2 v_2 = R_{\text{см}} T_2.$$

$$v_1 = \frac{R_{\text{см}} T_1}{p_1} = \frac{277,13 \cdot 1073}{20 \cdot 10^5} = 0,149 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}},$$

$$v_2 = \frac{R_{\text{см}} T_2}{p_2} = \frac{277,13 \cdot 773}{10 \cdot 10^5} = 0,214 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}},$$

$$\text{где } R_{\text{см}} = \frac{R_{\mu}}{\mu_{\text{см}}} = \frac{8314}{30} = 277,13 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Найденные значения удельного объема и заданные значения давления и температуры занесём в таблицу (табл. 2)

Таблица 2

**Термические параметры начального и конечного состояний смеси идеальных газов политропного процесса**

$p_1$ , МПа	$t_1$ , °С	$v_1$ , м <sup>3</sup> /кг	$p_2$ , МПа	$t_2$ , °С	$v_2$ , м <sup>3</sup> /кг
2	800	0,149	1	500	0,214

3. Удельную теплоту на процессе 1-2 определяют по формуле (13), предварительно рассчитав теплоемкость политропного процесса по формуле (9):

$$c = c_{\text{всм}} \frac{k_{\text{см}} - n}{1 - n} = 1,5 \frac{1,187 - 1,9}{1 - 1,9} = 1,19 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$q_{12} = c(t_2 - t_1) = 1,19 \cdot (500 - 800) = -357 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

4. Удельную работу изменения объема находят по формуле (14):

$$l_{12} = \frac{R_{\text{см}}}{n-1}(t_1 - t_2) = \frac{277,13}{1,9-1} \cdot (800 - 500) = 92,4 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

5. Удельное изменение внутренней энергии определяют по формуле (10):

$$\Delta u = c_{\text{всм}}(t_2 - t_1) = 1,5 \cdot (500 - 800) = -450 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

6. Удельное изменение энтальпии процесса находят по формуле (11):

$$\Delta h = c_{\text{рсм}}(t_2 - t_1) = 1,78 \cdot (500 - 800) = -540 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

7. Удельное изменение энтропии процесса рассчитывают по формуле (12):

$$\Delta s = c \ln \frac{T_2}{T_1} = 1,19 \cdot \ln \frac{773}{1073} = -0,384 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

8. Далее строят в масштабе график политропного процесса в  $p, v$ - и  $T, s$ - диаграммах.

Параметры точек для построения политропного процесса идеального газа в  $p, v$ - диаграмме рассчитывают по уравнению (3):

$$p_i v_i^n = p_1 v_1^n = \text{const} \rightarrow p_i = \frac{p_1 v_1^n}{v_i^n} = \frac{20 \cdot 10^5 \cdot 0,149^{1,9}}{v_i^{1,9}} = \frac{53713}{v_i^{1,9}},$$

где  $i$  – номер точки процесса.

Параметры точек для построения политропного процесса идеального газа в  $T, s$ - диаграмме рассчитывают по уравнению (12), приняв начало отчета энтропии  $s_0 = 0$  при  $T_0 = T_1$  или  $T_0 = T_2$ .

Если принять  $s_0 = 0$  при  $T_0 = T_2 = 773 \text{ К}$ , тогда

$$s_i = s_0 + c \cdot \ln\left(\frac{T_i}{T_0}\right) = 1,19 \cdot \ln\left(\frac{T_i}{773}\right),$$

где  $i$  – номер точки процесса.

Количество расчетных точек  $m$  принимают не менее 7. Интервал между точками рассчитывают по формулам:

$$\Delta v = \frac{v_2 - v_1}{m - 1} = \frac{0,214 - 0,149}{6} = 0,011 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}},$$

$$\Delta T = \frac{T_2 - T_1}{m - 1} = \frac{1073 - 773}{6} = 50 \text{ К}.$$

Найденные значения  $p_i$  и  $s_i$  заносят в таблицу (табл. 3).

Таблица 3

### Параметры расчетных точек политропного процесса с $n=1,9$

Для построения $p, v$ - диаграммы							
$v, \text{м}^3/\text{кг}$	0,149	0,160	0,171	0,182	0,193	0,204	0,214
$p, \text{бар}$	20,0	17,5	15,4	13,7	12,2	11,0	10,0
Для построения $T, s$ - диаграммы							
$T, \text{К}$	1073	1023	973	923	873	823	773
$s, \text{кДж}/(\text{кгК})$	0,384	0,328	0,269	0,207	0,142	0,073	0

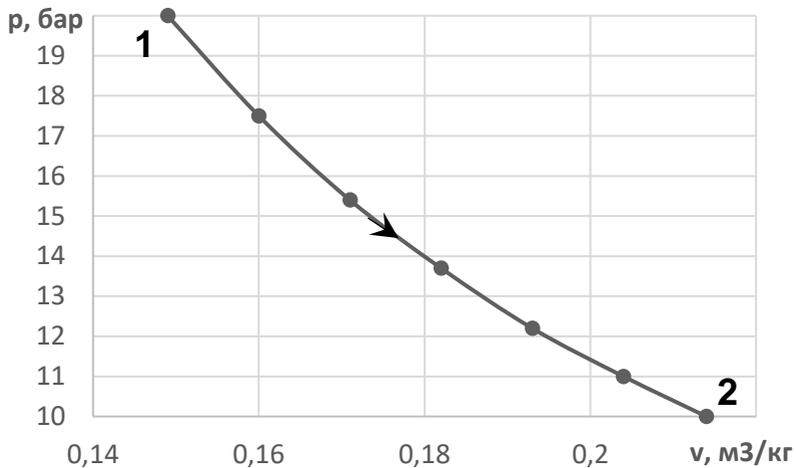


Рис. 7. Политропный процесс идеального газа с  $n=1,9$  в  $p, v$  - диаграмме

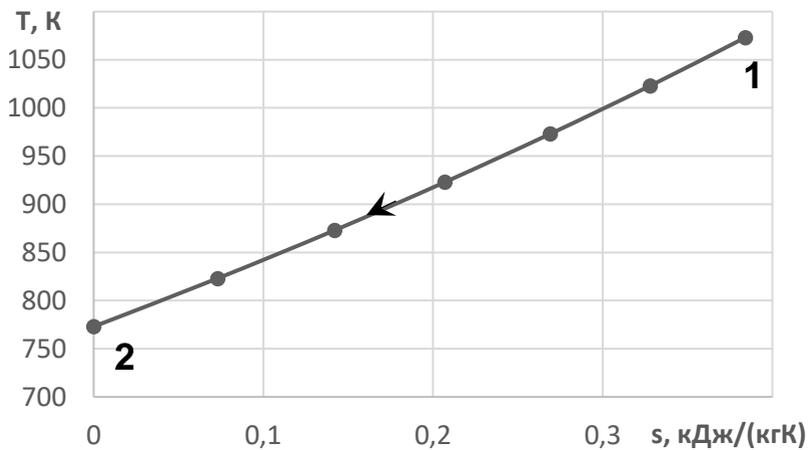


Рис. 8. Политропный процесс идеального газа с  $n=1,9$  в  $T, s$  - диаграмме

9. В заключение расчета проводят качественный и количественный анализ результатов расчета политропного процесса и делают вывод о корректности расчета.

Из анализа графика (качественный анализ), представленного на рис. 7, следует, что при расширении идеального газа ( $v \uparrow \Rightarrow dv > 0$ ) совершается положительная работа, т.к. в этом случае  $dv > 0$  и из определения механической работы  $\delta \ell = pdv$  следует  $\delta \ell > 0$ . При этом из закона политропного процесса  $p \cdot v^n = p \cdot v^{1,9} = \text{const}$  видно, что с увеличением объема газа давление падает ( $p \downarrow \Rightarrow dp < 0$ ).

Изменение температуры определяется уравнением  $Tv^{n-1} = Tv^{1,9-1} = Tv^{0,9} = \text{const}$ , т.е. с увеличением объема газа температура уменьшается ( $T \downarrow \Rightarrow dT < 0$ ), а следовательно, уменьшается внутренняя энергия ( $du < 0$ ) и энтальпия ( $dh < 0$ ).

Из  $T, s$  – диаграммы (рис. 8) видно, что теплота процесса  $\delta q < 0$ , т.к.  $ds < 0$ , т.е. теплота на исследуемом процессе отводится.

Кратко можно записать изменение термических параметров, функций состояния и работы на политропном процессе с  $n=1,9$  следующим образом:

$$\begin{aligned} p \downarrow; v \uparrow; T \downarrow; u \downarrow; h \downarrow; s \downarrow; \\ dp < 0; dv > 0; dT < 0; du < 0; dh < 0; ds < 0; \\ \delta \ell > 0; \delta q < 0. \end{aligned}$$

Затем, зная из расчета значение  $l_{12}$  и  $\Delta u$  на процессе 1-2 проверяют выполнение первого закона термодинамики (количественный анализ)

$$q_{12} = l_{12} + \Delta u = 92,4 - 450 = -357,6 \text{ кДж / кг.}$$

Величина  $q_{12}$ , рассчитанная ранее по формуле (13), совпадает с расчетом по первому закону термодинамики.

На основании анализа графиков на рис. 7 и 8, а также расчета  $q_{12}$  можно сделать вывод о том, что расчет политропного процесса для условий данной задачи выполнен правильно.

## Библиографический список

1. Коновалов, Владимир Иванович. Техническая термодинамика: учеб. / В.И.Коновалов; Федеральное агенство по образованию, ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И.Ленина». – 2-е изд. – Иваново, 2005. – 620 с.

2. Чухин, Иван Михайлович. Техническая термодинамика. Ч. 1: учеб. пособие / И.М.Чухин: Федеральное агенство по образованию, ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И.Ленина». – Иваново, 2006. – 224 с.

3. Бухмиров, Вячеслав Викторович. Теоретические основы теплотехники: курс лекций /В.В. Бухмиров, А.Ю. Гильмутдинов, Г.Н. Щербакова: Федеральное агенство по образованию, ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И.Ленина». – Иваново, 2007. – 84 с.

4. Чухин, Иван Михайлович. Расчет основных термодинамических процессов газов, воды и водяного пара и влажного воздуха. Методические указания и задания для выполнения интерактивной расчетно-графической работы №1 по курсу «Техническая термодинамика» / И.М. Чухин, Г.Н. Щербакова, А.В. Пекунова: Федеральное агенство по образованию, ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И.Ленина». – Иваново, 2012. – 60 с. (№956)

5. Частухина, Мария Ивановна. Политропные процессы идеальных газов. Методические указания / М.И. Частухина, В.В. Бухмиров: ИЭИ. – Иваново, 1987. – 20 с.

6. Частухина, Мария Ивановна. Основные термодинамические процессы изменения состояния идеальных газов. Методические указания / М.И. Частухина, В.В. Бухмиров: ИЭИ. – Иваново, 1987. – 20 с.