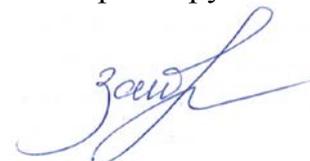


федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Ивановский государственный энергетический университет
имени В.И. Ленина»

На правах рукописи



ЗАЙЦЕВ ЕВГЕНИЙ СЕРГЕЕВИЧ

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И АЛГОРИТМОВ СИСТЕМЫ
МОНИТОРИНГА ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ КАБЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ
НАПРЯЖЕНИЕМ 110–500 кВ**

Специальность 05.14.02 «Электрические станции и электроэнергетические системы»

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Том 1

Научный руководитель:
кандидат технических наук, доцент
Лебедев В.Д.

ИВАНОВО 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1. ОБЩЕЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДУЕМОЙ ПРОБЛЕМЫ	15
1.1. Анализ существующих методик расчёта теплового поля высоковольтных кабельных линий, проложенных в грунте	15
1.2. Цели и задачи диссертационной работы.....	29
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ СОВМЕСТНОГО РАСЧЁТА ТЕПЛООВОГО И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЕЙ В СЕЧЕНИИ КЛ, ПРОЛОЖЕННЫХ В ГРУНТЕ, НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ...	32
2.1. Математическая модель переменного электромагнитного поля на основе аналитического решения уравнений Максвелла для однофазного бронированного кабеля.....	32
2.2. Расчёт электрических параметров бронированного кабеля с помощью численного моделирования и сопоставление результатов расчёта с аналитическим решением	44
2.3. Математическая модель установившегося теплового поля коаксиального кабеля на основе решения дифференциального уравнения Фурье	49
2.4. Анализ влияния выбора граничных условий на результаты моделирования стационарного теплового поля и разработка способа формулирования открытых граничных условий.....	58
2.4.1. Анализ влияния граничных условий на результат решения задачи численным методом	58
2.4.2. Разработка методики определения нормального теплового потока на границе расчётной области	63
2.5. Разработка мультифизических моделей для совместного расчёта теплового и электромагнитного полей методом конечных элементов с соединением проводящих частей конструкции кабелей в электрическую цепь.....	72
2.5.1. Математическая модель кабельной линии при заземлении экранов кабелей с обоих концов	72

2.5.2. Математическая модель кабельной линии при наличии одного цикла транспозиции экранов кабелей	77
2.6. Расчёт и анализ теплового поля подземной кабельной линии в динамике	78
2.7. Выводы по главе 2	84
ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ТЕМПЕРАТУРЫ И ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ КЛ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ	86
3.1. Разработка тепловых схем замещения трёхфазных кабельных линий, состоящих из одножильных кабелей, и определение параметров этих схем.....	86
3.1.1. Построение тепловой схемы замещения трёхфазной кабельной линии	86
3.1.2. Определение оптимального количества РС звеньев для окружающей среды в тепловой схеме замещения трёхфазной кабельной линии	90
3.1.3. Определение собственных тепловых сопротивлений грунта для каждого кабеля и взаимных тепловых сопротивлений между кабелями	98
3.1.4. Разделение эквивалентного грунта на слои. Определение тепловых сопротивлений и ёмкостей этих слоёв	103
3.2. Разработка математического алгоритма для расчёта температурного профиля жилы однофазного высоковольтного кабеля с изоляцией из сшитого полиэтилена в режиме реального времени.....	113
3.3. Разработка математического алгоритма для прогнозирования температур жил трёхфазной КЛ в режиме реального времени.....	125
3.4. Разработка математического алгоритма для оценки допустимой токовой нагрузки высоковольтной КЛ с СПЭ изоляцией	139
3.5. Выводы по главе 3	145
ГЛАВА 4. ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОвого ПОЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ ВЫСОКОВОЛЬТНОГО КАБЕЛЯ С ПОЛИЭТИЛЕНОВОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ.....	147
4.1. Разработка экспериментальной конструкции, аналогичной коаксиальному кабелю с полиэтиленовой изоляцией.....	147

4.2. Разработка математических моделей экспериментальной конструкции коаксиального кабеля и сопоставление результатов расчёта с экспериментальными данными.....	150
4.2.1. Расчёт стационарного теплового поля в продольном сечении экспериментальной конструкции	150
4.2.2. Расчёт нестационарного теплового поля экспериментальной конструкции ..	153
4.3. Выводы по главе 4	157
ГЛАВА 5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗРАБОТАННЫХ АЛГОРИТМОВ В СИСТЕМАХ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ И АВТОМАТИКИ.....	158
5.1. Элементы реализации цифровой тепловой защиты КЛ	158
5.2. Определение активного сопротивления кабеля с учётом влияния температуры в режиме реального времени для целей релейной защиты и автоматики	161
5.3. Оценка износа изоляции кабеля с учётом текущей температуры жилы	164
5.4. Выводы по главе 5	167
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	168
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	170

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. В настоящее время в электрических сетях России идет активное внедрение в эксплуатацию кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена. Увеличивается доля кабельных линий в сетевом хозяйстве крупных городов по причине потребности в высвобождении земельных площадей и роста потребляемой нагрузки [21, 5]. Кабели с изоляцией из сшитого полиэтилена обладают более высокими электроизоляционными характеристиками в сравнении с кабелями с масляной изоляцией, что позволяет использовать эти кабели на более высокие напряжения (до 500 кВ) с большей пропускной способностью и меньшими габаритами.

Однако известно, что пропускная способность кабельных линий (КЛ) высокого и сверхвысокого напряжений сильно зависит от температурного режима, на который влияет множество факторов: график потребляемой мощности, количество цепей в КЛ, тепловые свойства грунта, способ укладки кабелей, способ обустройства экранов и пр. [23, 22].

Превышение температуры является одной из основных причин, приводящих к повреждению электрооборудования при коротких замыканиях и перегрузках. В работах разных авторов, в том числе Шнеерсона Э.М. [43] отмечено, что существующие токовые защиты ЛЭП производят сравнительно быстрое отключение объекта при КЗ, обеспечивая при этом защиту объекта от последствий длительного протекания тока. Однако повышение температуры контролируется лишь косвенно по значению длительности протекания тока и не учитывает температурные свойства объекта и температуру окружающей среды. В то же время температура КЛ может недопустимо возрастать и в режимах отсутствия КЗ, например вследствие возрастания тока нагрузки. Недостаточная чувствительность и точность релейной защиты в этом режиме также приводит к повреждениям кабелей. Поэтому одним из эффективных средств защиты КЛ от тепловых перегрузок может стать температурная защита на основе тепловой модели КЛ, что позволит контролировать непосредственно температуру кабелей и сравнительно просто учитывать процессы нагрева и охлаждения при изменяющемся токе. Важным показателем при этом является текущая абсолютная температура материала изоляции, зависящая непосредственно от внешних условий теплоотвода.

На стадии проектирования пропускную способность КЛ определяют по методике, изложенной в IEC 60287, где учитывается большое число особенностей прокладки

кабелей, встречающихся на практике. Тем не менее, предсказать и учесть все возможные факторы, которые возникают при эксплуатации невозможно. В связи с этим, при проектировании КЛ выбирают коэффициенты обеспечивающие запас по нагреву, поэтому в ряде случаев кабели оказываются недогруженными, а иногда работают на пределе термической стойкости. В ряде случаев причиной выхода из строя силового кабеля является локальный перегрев, который происходит в результате повреждений в параллельно проложенной КЛ, за счёт подогрева от близ лежащей теплотрассы, неправильной эксплуатации, старения изоляции или повреждения защитных оболочек.

В настоящее время активно внедряется технология измерения распределённой температуры кабеля, направленная на решение этих проблем и позволяющая контролировать температуру поверхности кабеля в режиме реального времени по всей длине КЛ [89, 84, 44, 30, 26, 39, 45, 29, 3, 33, 49, 60, 24, 25]. Для этого оптоволоконные датчики температуры прикрепляется к поверхности кабелей или монтируются в их экраны на стадии производства [30].

Однако низкая теплопроводность изоляции кабеля приводит к достаточно высокому температурному градиенту, поэтому температура наиболее нагретого участка в сечении кабеля (вблизи жилы) значительно отличается от измеренной температуры, а в переходных режимах эта разница может увеличиваться в несколько раз. Следовательно, при определении режимов работы КЛ опираться только на результаты проектных расчётов и результаты измерений температуры поверхности кабелей без динамических расчётов в режиме реального времени не достаточно. Кроме того, для выполнения превентивных мер по созданию оптимальных токовых нагрузок КЛ, обеспечивающих непрерывность электроснабжения потребителей и снижение вероятности возникновения аварийных событий необходимо прогнозирование изменения температуры кабеля. Поэтому актуальна задача создания математических моделей и алгоритмов для оценки пропускной способности, расчёта и прогнозирования температуры жил КЛ в режиме реального времени на основе данных системы температурного мониторинга, с учетом изменения токовой нагрузки линии и внешних условий теплоотвода. На основе таких моделей и алгоритмов можно будет построить тепловую защиту высоковольтных КЛ, которая повысит общую чувствительность и надёжность всей защиты ЛЭП.

Проблемам, связанным с надёжностью, пропускной способностью и тепловыми режимами работы высоковольтных кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена посвящены исследования многих отечественных и зарубежных учёных: Ю.А. Лаврова, В.В. Титкова, М.В. Дмитриева, Г.А. Евдокунина, Г.В. Грешнякова, С.Д. Ковалёва, С.Д. Холодного, Э.Т. Лариной, В.Л. Овсиенко, F.C. Van Wormer, J.H. Neher, A. Morello, F.H. Buller, H. Goldenberg, J.F. Affolter, M.A. El-Kady и др.

Существующие методики расчёта теплового режима и пропускной способности КЛ, разработанные указанными авторами, решают близкие по сути задачи, подходящие для проектных расчётов, а не для режима реального времени. Поэтому, несмотря на достаточно глубокую проработку этих вопросов, новые технические возможности систем мониторинга распределённой температуры и высокая стоимость высоковольтных КЛ делают актуальной проблему совершенствования существующих математических моделей для решения задачи расчёта и прогнозирования температур жил кабелей, а также оценки пропускной способности КЛ в режиме реального времени.

Кроме того актуальна разработка полевых математических моделей кабельных линий, которые позволяют одновременно учитывать разные по природе физические эффекты [9, 8]. Это обусловлено, в том числе и тем, что возросшая вычислительная мощность ЭВМ привела к возможности создавать полевые модели на основе метода конечных элементов, в которых можно совместно решать уравнения теплового и электромагнитного полей с учётом электрической схемы соединения металлических частей конструкции кабелей.

Целью работы является разработка математических моделей и алгоритмов для оценки пропускной способности, расчёта и прогнозирования температур жил КЛ в режиме реального времени на основе данных о конструкции КЛ, измеренной температуре в экранах, и параметров окружающей среды.

Основные задачи, решаемые в работе. Для достижения поставленной цели в работе поставлены и решены следующие основные задачи.

1. Анализ численных и аналитических методов расчёта пропускной способности, температуры и электрических параметров высоковольтных кабельных линий с СПЭ изоляцией.

2. Разработка математических моделей электромагнитного синусоидального поля и теплового стационарного поля коаксиального кабеля на основе аналитического

решения уравнений Максвелла и Фурье для исследования этих полей, а также для верификации и оценки адекватности более сложных численных моделей на основе метода конечных элементов.

3. Разработка математических моделей для совместного расчёта теплового и электромагнитного полей в сечении КЛ, проложенных в грунте, на основе метода конечных элементов для проектирования КЛ, исследования тепловых режимов КЛ и оценки адекватности разрабатываемых математических алгоритмов.

4. Разработка математических моделей и алгоритмов для прогнозирования и расчёта текущих температур жил КЛ с СПЭ изоляцией в режиме реального времени на основе данных о параметрах кабелей, токовой нагрузке жил и распределённой температуре экранов.

5. Разработка математического алгоритма оценки пропускной способности КЛ в режиме реального времени с учётом действительных условий окружающей среды.

6. Физическое моделирование и экспериментальное исследование теплового поля высоковольтного кабеля с полиэтиленовой изоляцией для проверки адекватности математического моделирования.

7. Разработка структуры тепловой защиты КЛ, а также принципов и алгоритмов использования разрабатываемых моделей для целей автоматики, релейной защиты и диагностики КЛ.

Методы исследования. В ходе решения поставленных задач использовались методы теории электротехники, электротепловая аналогия, метод сосредоточенных теплоёмкостей, аналитические методы интегрирования, численные методы, включая метод конечных элементов, методы определения допустимых токовых нагрузок в соответствии с IEC 20687, а также физическое моделирование. В работе использованы программные комплексы и заложенные в них функции и алгоритмы Mathcad, MATLAB, COMSOL Multiphysics и др.

Научная новизна. В диссертационной работе получены следующие основные научные результаты.

1. Математическая модель и анализ результатов исследования на основе решения уравнений Максвелла для электромагнитного синусоидального поля однофазного бронированного кабеля с учётом поверхностного эффекта от внутренних проводников.

2. Математические модели на основе численного расчёта взаимосвязанных тепловых и электромагнитных полей в кабельных линиях с изоляцией из сшитого полиэтилена, позволяющие исследовать температуру в сечении кабелей в переходных и установившихся режимах, а также определять допустимую токовую нагрузку с одновременным учётом разных по природе физических эффектов и электрической схемы соединения металлических частей конструкции кабелей.

3. Математические модели и алгоритмы для прогнозирования и расчёта текущих температур жил КЛ с СПЭ изоляцией в режиме реального времени на основе данных о параметрах кабелей, токовой нагрузке жил и распределённой температуре экранов.

4. Математический алгоритм оценки допустимой токовой нагрузки КЛ с СПЭ изоляцией в режиме реального времени с учётом действительных коэффициентов токов в экранах и сопротивления грунта.

5. Структура тепловой защиты высоковольтной кабельной линии электропередачи с СПЭ изоляцией, построенная на основе разработанных алгоритмов.

6. Математический алгоритм для расчета активных сопротивлений металлических элементов конструкции КЛ с СПЭ изоляцией в режиме реального времени с учётом зависимости проводимости от температуры этих элементов, распределённой вдоль кабелей.

7. Алгоритм оценки теплового износа СПЭ изоляции высоковольтных КЛ в режиме реального времени с учётом динамики распределённой температуры жил.

Достоверность результатов компьютерного моделирования методом конечных элементов подтверждается совпадением с аналитическими решениями на основе классической теории электромагнитного и теплового полей, совпадением с результатами физического эксперимента по нагреву цилиндрической конструкции, аналогичной коаксиальному высоковольтному кабелю, а также с данными экспериментов, опубликованных в работах других авторов. Достоверность расчётов с помощью разработанных алгоритмов подтверждается их совпадением с результатами расчётов на основе метода конечных элементов, с результатами физического эксперимента по нагреву цилиндрической конструкции, аналогичной коаксиальному высоковольтному кабелю и с данными экспериментов, опубликованных другими авторами.

Соответствие паспорту специальности

Соответствие диссертации формуле специальности: в соответствии с формулой специальности 05.14.02 «Электрические станции и электроэнергетические системы»: в диссертационной работе **объектом исследования** являются кабельные линии напряжением 110–500 кВ с изоляцией из сшитого полиэтилена, проложенные в грунте и системы мониторинга распределённой температуры и пропускной способности; **предметом исследований** – особенности режимов работы подземных кабельных линий, влияющие на пропускную способность, методы расчёта пропускной способности, температуры и электрических параметров КЛ с СПЭ изоляцией в режиме реального времени.

Соответствие диссертации области исследования специальности: отражённые в диссертации научные положения соответствуют области исследования специальности 05.14.02 «Электрические станции и электроэнергетические системы», а именно:

- п. 6 «Разработка методов математического и физического моделирования в электроэнергетике» соответствуют полученное аналитическое решение уравнений Максвелла для электромагнитного синусоидального поля однофазного бронированного кабеля; разработанные математические модели взаимосвязанных тепловых и электромагнитных полей в КЛ с СПЭ изоляцией, проложенных в грунте; созданные математические модели в виде тепловых схем замещения трёхфазных КЛ, проложенных в грунте треугольником и в плоскости; разработанные математические алгоритмы для прогнозирования и расчёта текущих температур жил, а также оценки пропускной способности КЛ в режиме реального времени.

- п. 9 «Разработка методов анализа и синтеза систем автоматического регулирования, противоаварийной автоматики и релейной защиты в электроэнергетике» соответствуют алгоритм расчёта активных сопротивлений кабелей с учётом зависимости проводимости от температуры для реализации измерительных органов адаптивных защит линий электропередачи и решения задачи ОМП, разработанная структура тепловой защиты высоковольтных КЛ с СПЭ изоляцией.

- п. 13 «Разработка методов использования ЭВМ для решения задач в электроэнергетике» соответствуют разработанные математические алгоритмы для расчёта и прогнозирования нагрева и пропускной способности высоковольтных КЛ с СПЭ изоляцией, предназначенные для использования в качестве программного

обеспечения для системы мониторинга пропускной способности высоковольтных КЛ с СПЭ изоляцией.

Практическая ценность работы, по мнению автора, заключается в следующем.

1. Аналитическое решение уравнений Максвелла для электромагнитного поля однофазного бронированного кабеля позволяет определять частотные характеристики металлических элементов конструкции и рассчитывать потери активной мощности в них при разных частотах тока с учётом поверхностного эффекта от внутренних проводников.

2. Созданные математические модели теплового и электромагнитного полей кабельных линий с СПЭ изоляцией представляют практический интерес для расчета допустимой токовой нагрузки КЛ в целях проверки правильности выбора марки кабеля, способа прокладки КЛ и заземления экранирующих оболочек на стадии проектирования.

3. Созданный алгоритм расчёта температур жил КЛ позволяет контролировать максимальную температуру в изоляции кабелей в режиме реального времени.

4. Разработанные математические модели и алгоритм прогнозирования нагрева жил кабелей позволяют во время эксплуатации КЛ предсказать перегрев изоляции и создают возможность предотвратить аварию на линии.

5. Алгоритм оценки пропускной способности позволяет во время эксплуатации КЛ определить её текущую фактическую пропускную способность с учётом действительных коэффициентов токов в экранах и сопротивления грунта.

6. Разработанная на основе созданных алгоритмов структура тепловой защиты высоковольтных КЛ с СПЭ изоляцией позволит увеличить чувствительность и селективность всей релейной защиты ЛЭП за счёт контроля и прогнозирования температуры в режиме реального времени.

7. Разработанный математический алгоритм расчёта активных сопротивлений кабелей с учётом зависимости проводимости от температуры позволит в режиме реального времени уточнять удельные активные сопротивления металлических элементов конструкции кабелей с учётом их распределённой температуры вдоль линии, что будет полезно при реализации измерительных органов адаптивных защит ЛЭП и решении задач ОМП.

8. Предложенный алгоритм оценки теплового старения СПЭ изоляции высоковольтных КЛ с учётом изменяющейся температуры жилы в режиме реального времени позволит предсказывать оставшийся срок службы кабелей во время эксплуатации.

Внедрение результатов работы. Результаты научных исследований на тему «Моделирование и расчёт температурного поля в сечении высоковольтной кабельной линии с изоляцией из сшитого полиэтилена» приняты в ООО «НТ ВКС» для разработки мероприятий, повышающих пропускную способность и надёжность электроснабжения при прокладке высоковольтной кабельной линии по дну Финского залива.

Разработанные математические алгоритмы расчёта температур жил КЛ и оценки её пропускной способности приняты в ООО «Димрус» (г. Пермь) для внедрения в программное обеспечение комплексной системы мониторинга технического состояния высоковольтных кабелей 110–500 кВ, с целью контроля фактической пропускной способности ВКЛ в режиме реального времени. Одна из таких систем введена в эксплуатацию на воздушно-кабельной линии 500 кВ от Южноуральской ГРЭС-2 до ПС «Шагол» и Троицкой ГРЭС.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Математическая модель и анализ результатов на основе аналитического решения уравнений Максвелла для электромагнитного синусоидального поля однофазного бронированного кабеля с учётом поверхностного эффекта от внутренних проводников.

2. Математические модели взаимосвязанных тепловых и электромагнитных полей в КЛ с СПЭ изоляцией с учётом разных по природе физических эффектов и электрических схем соединения металлических оболочек кабелей.

3. Математические модели и алгоритмы для прогнозирования и расчёта текущих температур жил КЛ с СПЭ изоляцией в режиме реального времени на основе данных о параметрах кабелей, токовой нагрузке жил и распределённой температуре экранов.

4. Математический алгоритм оценки допустимой токовой нагрузки КЛ с СПЭ изоляцией в режиме реального времени.

5. Структура тепловой защиты высоковольтных КЛ с СПЭ изоляцией.

6. Математический алгоритм для расчёта активных сопротивлений металлических элементов конструкции кабелей с учётом зависимости их проводимости от распределённой температуры вдоль КЛ.

7. Алгоритм оценки теплового износа СПЭ изоляции высоковольтный КЛ с учётом динамики распределённой температуры жил кабелей.

Личный вклад автора заключается в постановке конкретных задач исследования, сравнительном анализе существующих методов расчёта пропускной способности КЛ напряжением 110–500 кВ и методов расчёта температуры кабелей в переходных режимах; получении аналитического решения уравнений Максвелла для электромагнитного синусоидального поля однофазного бронированного кабеля; разработке математических моделей для исследования на ЭВМ статических и переходных тепловых режимов работы КЛ с СПЭ изоляцией, проложенных в грунте; разработке математических алгоритмов для расчёта текущей температуры жил кабелей, прогнозирования их нагрева и оценки пропускной способности КЛ в режиме реального времени; создании алгоритма расчёта активных сопротивлений кабелей с учётом температурной зависимости; разработке структуры тепловой защиты высоковольтных КЛ, разработке алгоритма оценки теплового износа СПЭ изоляции высоковольтных кабелей.

Апробация работы. Материалы диссертационной работы были представлены и обсуждены на региональных научно-технических конференциях студентов и аспирантов «Энергия-2011» – «Энергия-2015» в ИГЭУ (Иваново); VI международной научно-практической конференции «Повышение эффективности энергетического оборудования» в ИГЭУ (Иваново 2011 г.); V международной научно-технической конференции «Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB» в НТУ «ХПИ» (Украина, Харьков, 2011 г.); Международном научном семинаре имени Ю.Н. Руденко «Методические вопросы исследования надёжности больших систем энергетики» на тему «Проблемы надёжности систем энергетики в рыночных условиях» в АзНИиПИИЭ (Азербайджан, Баку, 2012 г.); IV и VI международных научно-технических конференциях «Электроэнергетика глазами молодёжи» в ЮРГПУ (НПИ) (Новочеркасск, 2013 г.) и в ИГЭУ (Иваново, 2015 г.); XVII и XVIII международных научно-технических конференциях «Состояние и перспективы развития электро и теплотехнологии «Бенардосовские чтения» в ИГЭУ (Иваново, 2013, 2015 гг.); XX

международной научно-технической конференции студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика» в НИУ «МЭИ» (Москва, 2014 г.); XXII международной научно-технической конференции «Релейная защита и автоматика энергосистем 2014» (Москва); Международной конференции по компьютерным технологиям в физике и технике (Санкт-Петербург, 2014 г.), на V международной научно-технической конференции «Современные направления развития систем релейной защиты и автоматики энергосистем» (Сочи, 2015 г.).

Результаты диссертационной работы представлялись на конкурсах научно-исследовательских работ и стали победителями и призерами: всероссийский конкурс «Молодежные идеи и проекты, направленные на повышение энергоэффективности и энергосбережения» (Диплом I степени и медаль, Ярославль, 2012 г.); конкурс докладов в рамках XX международной научно-технической конференции студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика» (Диплом II степени, Москва, 2014 г.); конкурс докладов в рамках VI международной научно-технической конференции «Электроэнергетика глазами молодежи» (Диплом III степени, Иваново, 2015 г.)

Работа выполнена в рамках госзаданий «Математическое моделирование и расчёты электромагнитных и тепловых полей интеллектуального высоковольтного оборудования подстанций энергосистем» (регистрационный номер 7.5318.2011) и №2428 «Методики расчета и методы исследования высоковольтного оборудования на математических моделях для интеллектуальной электроэнергетической системы с активно-адаптивной сетью» (номер государственной регистрации 11403040012).

Опубликованные работы. По результатам исследований и разработок опубликовано 25 печатных работ, в том числе 3 в журналах, рекомендованных ВАК РФ, («Вестник ИГЭУ», «Электрические станции») и 2 работы в англоязычных журналах и сборниках, индексируемых в международной базе данных SCOPUS («Proceedings of International conference on computer technologies in physical and engineering applications», «Applied Mechanics and Materials»). Получено 2 свидетельства на регистрацию программы для ЭВМ.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 93 наименований и 17 приложений (отдельный том). Общий объём диссертации составляет 280 страниц, из них основной текст – 169 страниц, список литературы – 9 страниц, приложения – 102 страницы.

ГЛАВА 1. ОБЩЕЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДУЕМОЙ ПРОБЛЕМЫ

1.1. Анализ существующих методик расчёта теплового поля высоковольтных кабельных линий, проложенных в грунте

Исходя из публикаций [39, 49, 60, 24, 25], к основным функциям непрерывного мониторинга теплового режима высоковольтных кабельных линий относят следующие:

- определение и фиксацию случаев превышения номинальной рабочей (а также максимальной допустимой) температуры кабеля по времени и месту вдоль трассы КЛ;
- своевременное (превентивное) предотвращение токовых перегрузок КЛ;
- прогнозирование допустимой нагрузки при достижении кабелем максимальной рабочей температуры;
- создание оптимальных токовых нагрузок КЛ, обеспечивающих непрерывность электроснабжения потребителей и снижение вероятности возникновения аварийных событий.

Для их осуществления требуется в режиме реального времени решать следующие вычислительные задачи:

1. Производить оценку допустимой токовой нагрузки исходя из фактических условий окружающей среды.
2. Выполнять расчёт текущей температуры жил кабельной линии.
3. Производить прогнозирование нагрева кабелей в режиме реального времени. То есть, от текущего момента времени на некоторое время вперёд при последнем значении токовой нагрузки жил.

Системы мониторинга распределённой температуры экономически целесообразно устанавливать на кабельных линиях напряжением от 110 кВ и выше. Производители таких систем (например, «Седатек», «Dimrus», «Lios») в характеристиках своей продукции указывают, что максимальная длина оптического датчика может достигать 16 – 40 км. При этом пространственное разрешение измерения температуры находится в пределах 1 м, а точность измерений не превышает 1 °С.

Кабели на напряжение 110-500 кВ как правило имеют однофазную конструкцию из-за большого поперечного сечения, а их длина редко достигает 30 км. Стандартные конструкции одножильных высоковольтных кабелей приведены на рис. 1.1. Поэтому объектом исследования являются подземные кабельные линии напряжением 110-500 кВ с изоляцией из сшитого полиэтилена пофазного исполнения.

Очевидно, что в толщине изоляции при протекании тока по жиле максимальная температура будет возникать в тех слоях изоляции, которые непосредственно прилегают к жиле. Поэтому, когда рассчитывают длительно допустимый ток нагрузки, должно выполняться условие не превышения температуры жилы 90°C ($T_{жс} \leq 90^{\circ}\text{C}$) [65].

Тепловое поле для КЛ, как и для других объектов, описывается дифференциальным уравнением теплопроводности (1.1), которое в общем случае определяет изменение распределения температуры в объеме рассматриваемого объекта в зависимости от времени.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\chi \cdot \text{grad}(T)) + \frac{q_V}{c_V}, \quad (1.1)$$

где, T – температура, $^{\circ}\text{C}$; t – время, с; q_V – мощность объемных источников тепла (объемная плотность тепловыделения), $\text{Вт}/\text{м}^3$; c_V – объемная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{К} \cdot \text{м}^3)$; χ – температуропроводность, $\text{м}^2/\text{с}$. Коэффициент χ определяют по формуле $\chi = \lambda/c_V$, где λ – коэффициент теплопроводности, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$.

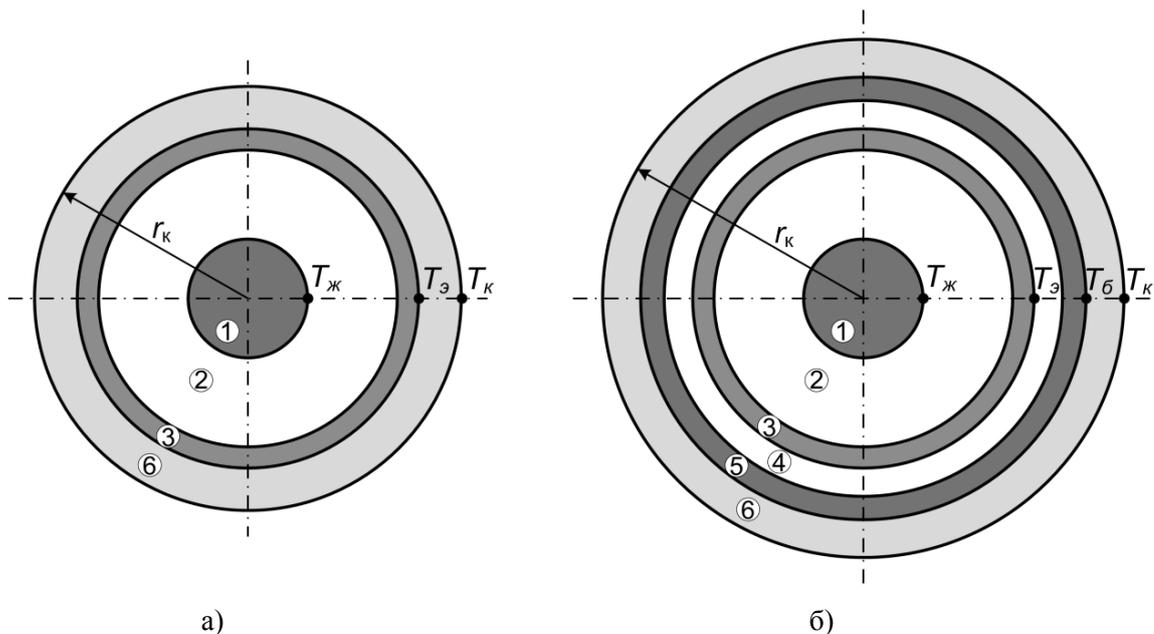


Рис. 1.1. Конструкции однофазных высоковольтных кабелей: а) с одной металлической оболочкой (экраном); б) с двумя металлическими оболочками (экраном и броней). Обозначения: 1 – жила; 2, 4 – изоляция из сшитого полиэтилена; 3 – металлический экран; 5 – броня; 6 – наружная оболочка

Точное аналитическое решение этого уравнения в статике можно получить для кабелей имеющих осесимметричную конструкцию. Остальные случаи сводятся к осесимметричным задачам с помощью инженерных формул. С применением аналитических преобразований и эмпирических формул была создана методика оценки тепловых стационарных режимов КЛ ИЕС 60287 (1989 г.) [65], учитывающая все применяемые на практике конструкции КЛ. В основе стандарта ИЕС 60287 лежит модель Нейера-МакГрафа (1957 г.) [76], которую усовершенствовали другие авторы, применив её к различным конструкциям КЛ, например [79, 47, 83].

Суть методики ИЕС 60287 сводится к определению величины допустимого тока нагрузки кабелей по формуле

$$I_{\text{доп}} = \sqrt{\frac{T_{\text{доп}} - T_0 - Q_0(0,5R_{T1} + R_{T2} + R_{T3} + R_{T4})}{R_{\text{жс}}R_{T1} + R_{\text{жс}}(1 + \Delta_1)R_{T2} + R_{\text{жс}}(1 + \Delta_1 + \Delta_2)(R_{T3} + R_{T4})}}, \quad (1.2)$$

где $T_{\text{доп}}$ – допустимая рабочая температура кабеля (для СПЭ изоляции – 90°C), °C; T_0 – температура окружающей среды, °C; Q_0 – диэлектрические потери в изоляции на единицу длины, Вт/м; $R_{\text{жс}}$ – электрическое сопротивление жилы переменному току на единицу длины при максимальной рабочей температуре, Ом/м; R_{T1} , R_{T2} , R_{T3} , R_{T4} – тепловые сопротивления различных слоев конструкции кабеля и окружающей среды на единицу длины, °K·м/Вт; Δ_1 , Δ_2 - отношение общих потерь в металлическом экране и броне к сумме потерь в токопроводящей жиле.

Для перечисленных параметров в ИЕС 60287 описаны методики их расчёта с учётом конструкции кабелей, поверхностного эффекта, эффекта близости и температурного коэффициента сопротивления, способа заземления экранов, расположения кабелей, условий окружающей среды и пр. Но очевидно, что учесть все факторы, влияющие на величину допустимого тока нагрузки на практике невозможно. К тому же из-за большого количества коэффициентов и формул, используемых в стандарте ИЕС 60287, его применение для оценки пропускной способности является весьма сложной задачей. Поэтому в настоящее время предлагают использовать ряд программных комплексов (ANSYS, COMSOL Multiphysics, ELCUT, CymCap), основанных на применении метода конечных элементов. Некоторые из них разработаны специально для кабельных линий (CymCap).

Преимуществом использования этих программ в сравнении с методикой ИЕС 60287 является то, что они позволяют учитывать любую конструкцию кабельной линии,

решать нелинейные задачи, строить мультифизические модели, которые связывают электрический ток с тепловыделениями в кабелях с учётом электромагнитных эффектов (например, совместный расчёт теплового и электромагнитного поля), а также учитывать соединение проводящих элементов конструкции кабелей в электрическую цепь. Кроме того с помощью компьютерных моделей, построенных на основе метода конечных элементов, можно рассчитывать любые переходные процессы, аварийные режимы и неполнофазные КЗ, решать задачи электромагнитной совместимости, учитывать влияние параллельно проложенных КЛ в одном кабельном коридоре и расположенных вблизи него теплотрасс [8, 58, 88].

В [71, 72, 20, 7, 6] авторы предлагают использовать программы MATLAB, ANSYS и ELCUT для оценки допустимого тока кабельной линии, проложенной в грунте, путём численного решения уравнения теплопроводности методом конечных элементов. В работе [71] с помощью конечно-элементного метода моделирования предлагают вычислять только тепловое сопротивление грунта, а допустимый ток определять с помощью ИЕС 60287. В работах [72, 7, 6] наоборот, ИЕС 60287 используют для определения величин внутренних источников тепловыделения, а с помощью полевых моделей вычисляют температуру кабелей.

В [31] решают задачу по определению пропускной способности кабельной линии, проложенной в канале, при ламинарном несжимаемом воздушном потоке с учётом естественной конвекции в программе ELCUT. В работе [87] авторы решают подобную задачу для кабелей, проложенных в незаполненных лотках, и показывают случаи, в которых методика ИЕС 60287 даёт погрешность. В [88] авторы учитывают влияние теплотрассы, пересекающей и проходящей вдоль кабельной линии в грунте.

В [37, 32] задачу по оценке температуры кабелей решают в два этапа. На первом этапе для определения тепловыделений производят предварительный расчёт электромагнитного поля на основе дифференциального уравнения (1.3) записанного относительно z -компоненты комплексного векторного магнитного потенциала:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial y} \right) = -\dot{\delta}_{\text{стоп}} + j\omega\gamma \dot{A}_z, \quad (1.3)$$

где x, y, z – координаты декартовой плоскости, м; μ – абсолютная магнитная проницаемость, Ф/м; \dot{A}_z – z -компонента комплексного векторного магнитного

потенциала; $\dot{\delta}_{стор}$ – комплексная плотность стороннего тока, А/м; j – мнимая единица; ω – угловая частота, рад/с; γ – удельная электропроводность, См/м.

На втором этапе по ранее найденному тепловому потоку в конструкции кабельной линии определяют суммарное тепловое поле с учетом конвективного теплообмена, теплопроводности и энергии излучения в зависимости от способа прокладки кабелей. Но такой подход изначально содержит погрешность, так как в первый момент расчёта электромагнитного поля температура проводников не известна, что не позволяет правильно учитывать влияние температуры на сопротивление проводников.

Таким образом, в [71, 87, 72, 20, 7, 6, 37, 31, 32, 88] в полной мере не учитывается взаимное влияние теплового и электромагнитного полей друг на друга, что снижает точность расчётов. Кроме того модели в перечисленных работах не позволяют учитывать различные схемы соединения металлических оболочек кабелей.

В [9, 58, 10] описаны модели, в которых учёт взаимного влияния теплового и электромагнитного полей происходит по следующему алгоритму: 1 - моделирование электромагнитного поля для получения пространственного распределения резистивных и диэлектрических потерь; 2 – передача полученных результатов в модель теплового поля; 3 – расчёт теплового поля для получения распределения температуры; 4 – учёт влияния температуры на сопротивление проводников; повторение операций 1 – 4, пока решение не сойдётся. При этом в модели электромагнитного поля учитывается схема соединения металлических частей конструкции кабелей с помощью законов Кирхгофа и уравнения ветви, содержащей массивный проводник в магнитном поле, имеющего следующий вид:

$$i = \frac{\dot{U}}{R} - \gamma \int_s j\omega A dS . \quad (1.4)$$

Таким образом, модели, описанные в [9, 58, 10], являются наиболее универсальными и позволяют учитывать наибольшее количество факторов, влияющих на пропускную способность КЛ. Кроме того, они позволяют производить расчёты в динамике, однако в этом случае требуются высокая производительность процессора и большое количество оперативной памяти компьютера для сокращения времени расчётов. Поэтому для расчётов нагрева кабелей в динамике необходимо рассматривать вопрос об оптимизации таких моделей по ресурсоёмкости. Для её снижения можно укрупнять сетку конечных элементов, увеличивать шаг интегрирования по времени, а

также ограничивать внешнюю область расчёта, приближая внешнюю границу к кабелю. При этом перечисленные действия не должны приводить к значительному снижению точности моделей.

Кроме того, в отмеченных работах в качестве граничных условий авторы устанавливали либо температуру окружающей среды, либо нулевой тепловой поток на границе расчёта, проходящей в грунте. Тепловое поле в этих случаях неправильно распределяется по сечению грунта. Это приводит к необходимости отодвигать границу на достаточно большое расстояние, чтобы точность моделирования была удовлетворительной. Поэтому требуется исследование влияния выбора граничных условий на результаты расчётов температур кабелей и формулировку наиболее оптимальных условий на границе области расчёта.

Использование рассматриваемых моделей в системе мониторинга невозможно потому, что метод конечных элементов (МКЭ) требует большого количества ресурсов ЭВМ, что недопустимо при расчётах в режиме реального времени. Поэтому целесообразно использовать эти модели в качестве эталона для оценки адекватности других, менее ресурсоёмких моделей, основанных на других методах расчёта.

Помимо оценки пропускной способности к задачам мониторинга теплового режима относят оценку температуры жилы в режиме реального времени и своевременное (превентивное) предотвращение токовых перегрузок КЛ [24, 25, 22]. Для выполнения этих задач требуется производить расчёты температуры в динамике, а для своевременного предотвращения токовых перегрузок требуется прогнозирование температур жил кабелей в режиме реального времени. Последнее означает, что необходимо постоянно прогнозировать нагрев кабелей на некоторое время вперёд, причем такое, чтобы была возможность принять меры по снижению нагрузки КЛ.

Получение аналитического решения уравнения (1.1) в динамике возможно при некоторых допущениях либо для простых частных случаев. При этом окончательные решения получаются громоздкими и содержат цилиндрические функции. Например, Холодный С.Д. в работе [42] решал задачу расчёта нагрева однофазного одиночного кабеля, проложенного в грунте. Поверхность грунта считалась изотермической, а кабель считался тонкостенной трубкой радиусом r_k . Для границы между кабелем и грунтом было записано уравнение теплового баланса:

$$-2\pi\lambda_{ep}r_k \frac{\partial T}{\partial r} = Q_k, \quad (1.5)$$

где Q_k – тепловые потери в кабеле, Вт/м; λ_{ep} – коэффициент теплопроводности грунта, Вт/(м·К).

Уравнения (1.1) и (1.5) в [42] решены операторным методом, с применением к ним преобразования Корсона-Хэвисайда. В результате математических преобразований была представлена формула для расчёта температуры в произвольной точке грунта, которая имеет следующий вид:

$$T(t) = \frac{Q_k}{2\pi\lambda_{ep}} \left[\ln \frac{d'}{d} - \int_0^{\infty} \frac{J_0(x) - J_0\left(\frac{d'}{d}x\right)}{x} e^{-\frac{\alpha}{d^2}x^2t} dx \right], \quad (1.6)$$

где d и d' – расстояния от рассматриваемой точки до центра кабеля и до центра его зеркального изображения соответственно, м; J_0 – цилиндрическая функция первого рода нулевого порядка.

Если вместо d подставить радиус кабеля r_k и вычислить соответствующее расстояние до изображения, то получим формулу для температуры на поверхности кабеля. Но для оценки теплового режима кабеля необходимо знать температуру жилы, которая будет значительно отличаться от температуры поверхности из-за низкой теплопроводности полиэтилена.

В работах [70, 68, 69] получено другое решение уравнения (1.1), поскольку в них кабель считали бесконечно тонким линейным источником тепла. Это решение позволяет определять температуру на поверхности кабеля с помощью интегральной показательной функции

$$-Ei(-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-v}}{v} dv. \quad (1.7)$$

Формула для температуры на поверхности одиночного кабеля, проложенного на глубине h в грунте, имеет следующий вид:

$$T_k(t) = T_0 + Q_k \frac{1}{2\pi\lambda_{ep}} \left[-Ei\left(-\frac{D_k^2}{16\alpha t}\right) + Ei\left(-\frac{h^2}{\alpha t}\right) \right], \quad (1.8)$$

где D_k – внешний диаметр кабеля, м.

Кроме того, в [70, 68, 69] произвели учёт влияния соседних фаз по принципу суперпозиции. Увеличение температуры в кабеле m под действием расположенного вблизи него кабеля n предложено определять по формуле

$$T_{mn}(t) = Q_n \frac{1}{2\pi\lambda_{cp}} \left[-Ei\left(-\frac{d_{mn}^2}{4\alpha t}\right) + Ei\left(-\frac{d'_{mn}{}^2}{4\alpha t}\right) \right], \quad (1.9)$$

где Q_n – тепловые потери в кабеле n , Вт/м; d_{mn} и d'_{mn} – расстояния от центра кабеля m до центра кабеля n и его зеркального изображения, соответственно, м.

Но, это решение так же не позволяет определять изменение температуры жилы кабеля. Для этого авторы [51, 75] предлагают разделить область расчёта теплового поля на две части. Первой частью является сам кабель, а второй – окружающая среда (грунт). Влияние элементов конструкции кабеля предложено учитывать на основе электротепловой аналогии [81] с помощью тепловой схемы замещения, а окружающий грунт – с помощью аналитического решения уравнения теплопроводности в динамике.

В [51] автор предложил формулу для расчёта температуры жилы с учётом окружающего грунта, основываясь на граничных условиях, показанных на рис. 1.2.

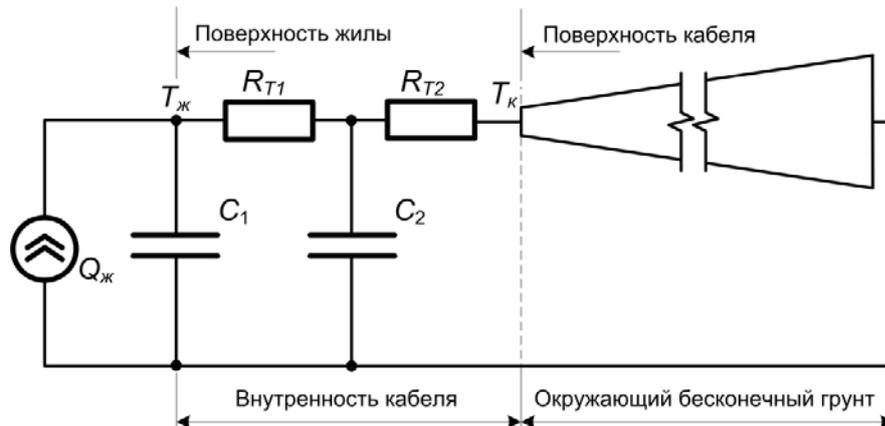


Рис. 1.2 Тепловая схема замещения кабеля находящегося в бесконечном грунте

В приведённой схеме R_{T1} и R_{T2} – тепловые сопротивления изоляции и наружной оболочки соответственно, аналогичные электрическим сопротивлениям, К·м/Вт; C_1 и C_2 – тепловые ёмкости, аналогичные электрическим ёмкостям, Дж/(м·К); $Q_{ж}$ – тепловыделение в жиле (аналог электрического источника тока), Вт/м; $T_{ж}$, $T_к$ – температуры на поверхности жилы и на поверхности кабеля соответственно (аналоги электрических потенциалов), К. Поверхность земли автор [51] не учитывал, а грунт считал бесконечным так, что при $r = \infty$, $T = 0$. Не учитывал автор и тепловыделение в

металлической оболочке, поскольку на момент публикации были распространены кабели другой конструкции. Теплоёмкость кабеля разделили между C_1 и C_2 пополам.

Решение уравнения теплопроводности для бесконечного цилиндрического грунта в динамике и расчёт переходного процесса в схеме замещения автор [51] производил операторным методом. Полученная формула для расчёта температуры жилы в динамике выглядит так:

$$T_{жс}(t) = \frac{2Q_{жс}}{\pi^3 \lambda_{zp}} \int_0^\infty \frac{(N_1 N_2)^2 \left(1 - e^{-\frac{\alpha \phi^2}{r_k^2} t}\right)}{\phi^3 \left[\left\{ F_1(\phi) J_1(\phi) + F_0(\phi) J_0(\phi) \right\}^2 + \left\{ F_1(\phi) Y_1(\phi) + F_0(\phi) Y_0(\phi) \right\}^2 \right]} d\phi. \quad (1.10)$$

Здесь ϕ – переменная интегрирования; J_0 J_1 – цилиндрические функции первого рода, нулевого и первого порядка соответственно, Y_0 и Y_1 – цилиндрические функции второго рода, нулевого и первого порядка соответственно; функции $F_0(\phi)$ и $F_1(\phi)$ обозначают следующие выражения:

$$F_0(\phi) = M_1 M_2 N_2 \phi^3 - (M_1 + M_2) N_1 N_2 \phi; \quad (1.11)$$

$$F_1(\phi) = M_1 M_2 \phi^4 - (M_1 N_2 + M_2 N_1 + M_1 N_1) \phi^2 + N_1 N_2, \quad (1.12)$$

где $M_1 = \frac{C_1}{2\pi c_V r_k^2}$; $M_2 = \frac{C_2}{2\pi c_V r_k^2}$; $N_1 = \frac{1}{2\pi \lambda R_{t1}}$; $N_2 = \frac{1}{2\pi \lambda R_{t2}}$.

Учёт влияния изотермической поверхности грунта в [51] предлагают производить с помощью метода зеркальных изображений, а влияние соседних фаз – с помощью принципа суперпозиции. Для этого в [51] выведена формула для температуры в произвольной точке бесконечного грунта на расстоянии r от центра кабеля, причем $r > r_k$:

$$T_r(t) = -\frac{Q_{жс}}{\pi^2 \lambda_{zp}} \int_0^\infty \left\{ F_1(\phi) \left[J_0\left(\frac{r}{r_k} \phi\right) Y_1(\phi) - Y_0\left(\frac{r}{r_k} \phi\right) J_1(\phi) \right] + \right. \\ \left. + F_0(\phi) \left[J_0\left(\frac{r}{r_k} \phi\right) Y_0(\phi) - Y_0\left(\frac{r}{r_k} \phi\right) J_0(\phi) \right] J_0(\phi) \right\} \times \\ \times \frac{N_1 N_2 \left(1 - e^{-\frac{\alpha \phi^2}{r_k^2} t}\right)}{\phi^2 \left[\left\{ F_1(\phi) J_1(\phi) + F_0(\phi) J_0(\phi) \right\}^2 + \left\{ F_1(\phi) Y_1(\phi) + F_0(\phi) Y_0(\phi) \right\}^2 \right]} d\phi. \quad (1.13)$$

Чтобы учесть зеркальные изображения, нужно в формуле (1.13) поменять знак и подставить $2h$ или d'_{mn} вместо r . Для учёта соседних кабелей, нужно вместо r подставлять d_{mn} .

Результаты расчёта температуры кабеля по предложенным в [51] формулам было сопоставлено с экспериментальными данными нагрева кабелей в течение 24 часов, взятых из [73]. Сопоставление показало, что расхождение находится в допустимых пределах.

В [90] было показано, что делить тепловую ёмкость изоляции между C_1 и C_2 (рис. 1.2) пополам неправильно, поскольку температурный градиент в изоляции не является линейной функцией её толщины. Поэтому в [90] был выведен коэффициент

$$p = \frac{1}{2 \ln \frac{r_{\text{внеш}}}{r_{\text{внут}}}} - \frac{1}{\left(\frac{r_{\text{внеш}}}{r_{\text{внут}}} \right)^2 - 1}, \quad (1.14)$$

пропорционально которому предложено делить теплоёмкость изоляционных оболочек кабеля и относить их к температурным потенциалам внутреннего и внешнего радиусов изоляции ($T_{ж}$ и T_3). При этом, поскольку тепловым сопротивлением металлической оболочки ввиду его малости принято пренебрегать, тепловой потенциал на внешней стороне изоляции соответствует температуре экрана T_3 .

В [51] автор заключил, что предложенная им математическая модель является неудобной для повседневных вычислений и подходит только для оценки адекватности более простых рабочих формул. Кроме того он сделал вывод о том, что для повседневных расчётов перепады температур между жилой и внешней поверхностью кабеля, между поверхностью кабеля и поверхностью грунта (окружающей средой) нужно вычислять отдельно. При этом температуру на поверхности кабеля удобней рассчитывать с помощью экспоненциального интеграла.

Последнее предложение полностью было реализовано в [75], где перепад температур между поверхностью кабеля и поверхностью грунта рассчитывали с помощью теории [70, 68, 69], а перепад температуры между жилой и внешней оболочкой, как и в [51], рассчитывали с помощью тепловой схемы замещения (рис. 1.2). Но расчёт её параметров в [75] выполняют с помощью метода Ван-Вормера [90].

Так как тепловая волна от жилы и экрана не сразу достигает поверхности кабеля, то для согласования между двумя расчётными областями в [75] ввели некоторый

коэффициент $a(t)$ («attainment factor»), который предложили рассчитывать по следующей формуле

$$a(t) = \frac{\Delta T_{жк}(t)}{\Delta T_{жк}(\infty)}, \quad (1.15)$$

где $\Delta T_{жк}$ перепад температур между поверхностью жилы и внешней поверхностью кабеля.

Итоговая формула для расчёта температуры жилы однофазного кабеля в КЛ имеет следующий вид:

$$T_{ж}(t) = \Delta T_{жк} + a(t)T_{к}(t) + a(t)T_{mn}(t). \quad (1.15)$$

Идеи, предложенные в [51, 90, 75], получили развитие в [77, 63, 62, 64, 61], где рассмотренные выше методики были усовершенствованы и применены для расчётов температуры кабелей, проложенных в каналах, трубах и пр. с помощью эмпирических формул. Перечисленные работы легли в основу стандартов IEC и SIGRE [66, 67, 91, 92]. В последних работах превышение температуры жилы над температурой поверхности кабеля в динамике предлагают вычислять на основе операторного метода расчёта переходных процессов в тепловой схеме замещения (рис. 1.2). В соответствии с ним температуру в i -ом узле схемы вычисляют по следующей формуле

$$T_i(t) = Q_{жк} \sum_{j=1}^n R_{T(i,j)} (1 - e^{-p_j t}), \quad (1.16)$$

где n – число выделенных слоёв в кабеле, j – индекс, изменяющийся от 1 до n , $R_{T(i,j)}$, p_j – рассчитываются по передаточной функции, получаемой с помощью преобразования Лапласа, которая выглядит так:

$$X(s) = \frac{H(s)}{G(s)}, \quad (1.17)$$

где $H(s)$ и $G(s)$ полиномы, вид которых зависит от числа RC-цепочек в схеме (рис. 1.2).

Рассматриваемый подход не может быть применён для расчётов в режиме реального времени, поскольку в нём учтён только постоянный, не зависящий от времени источник теплоты в жиле и не учтено тепловыделение в металлическом экране. В реальности токовая нагрузка кабелей изменяется по суточному графику, изменение которого в некоторой степени имеет вероятностный характер и зависит от поведения потребителей электроэнергии. При этом если рассматривать задачу расчёта температуры жилы в режиме реального времени, то закон изменения тепловых потерь

заранее не известен. В этом случае токи в металлических элементах конструкции кабеля известны только в текущий момент времени. Кроме того, если разрабатываемую систему мониторинга будут внедрять в эксплуатацию на уже работающую КЛ, то начальные условия не будут известны. Поэтому необходимо создавать алгоритмы, обладающие адаптивностью к начальным условиям.

В [80] авторы с помощью приведённой выше схемы замещения выполнили расчёт температуры жилы в режиме реального времени на основе данных о токовой нагрузке жилы и температуре в экране. Затем сопоставили результаты расчёта с экспериментальными данными. Измерения тока жилы и температуры экрана производили каждые 15 минут в течение 24 часов после и 6 часов до начального времени расчёта. В расчётах учитывался тепловой поток от жилы $Q_{жс}$ и тепловой поток, обусловленный изменением температуры металлической оболочки (экрана) $\Delta T_э$. Учёт влияния однократных ступенчатых скачков тока жилы ($\Delta I_{жс} = I_{жс1} - I_{жс0}$) и температуры экрана $\Delta T_э$ на изменение температуры жилы производили по следующей формуле:

$$(T_{жс} - T_э)_t = Q_{жс0} R_{Tu} + \Delta Q_{жс} R_{Tu} \left(1 - e^{-\frac{1}{C_1 R_{Tu}} t} \right) + \Delta T_э \left(1 - e^{-\frac{1}{C_1 R_{Tu}} t} \right), \quad (1.18)$$

где $Q_{жс0} = I_{жс0}^2 R_{жс}$ – значение теплового потока жилы до скачка ток на величину $\Delta Q_{жс} = (I_{жс1}^2 - I_{жс0}^2) R_{жс}$ – изменение теплового потока от жилы за счёт $\Delta I_{жс}$, $R_{жс}$ – электрическое сопротивление жилы переменному току без учёта теплового коэффициента сопротивления.

Для расчёта величины $(T_{жс} - T_э)$ с учётом постоянно изменяющихся тока жилы и температуры экрана авторы [80] представили их в виде ступенчатого графика. Влияние каждого скачка тока и температуры экрана учитывали с помощью формулы (1.18). В итоге расчётная формула для текущего момента времени получилась в виде суммы слагаемых, учитывающих предыдущие скачки тока. Такой подход аналогичен применению интеграла Дюамеля (интеграла свёртки) из теории переходных процессов в электрических цепях.

В работе [46] с помощью такого же метода предлагают вычислять превышение температуры поверхности кабелей над температурой окружающей среды, используя формулы (1.7) – (1.9) из теории [68, 69, 70]. В итоге текущую температуру на поверхности одиночного кабеля определяют по следующим уравнениям:

$$\begin{aligned}
T_{\kappa}(t) &= T_0 + \sum_{i=1}^m F_1(t, i) - \sum_{i=1}^{m-1} F_2(t, i); \\
F_1(t, i) &= Q_{\kappa}(i) \frac{1}{2\pi\lambda_{ep}} \left[-Ei \left(-\frac{D_{\kappa}^2}{16\alpha(t-t_{i-1})} \right) + Ei \left(-\frac{h^2}{\alpha(t-t_{i-1})} \right) \right]; \\
F_2(t, i) &= Q_{\kappa}(i) \frac{1}{2\pi\lambda_{ep}} \left[-Ei \left(-\frac{D_{\kappa}^2}{16\alpha(t-t_i)} \right) + Ei \left(-\frac{h^2}{\alpha(t-t_i)} \right) \right],
\end{aligned} \tag{1.19}$$

где m – число шагов, предшествующих текущему моменту времени t , которые соответствуют ступенчатому графику тепловыделения в кабеле $Q_{\kappa, i}$.

Результаты сопоставления расчётных и экспериментальных данных в [80] и в [46] показали хорошее совпадение. Тем не менее, данный подход имеет два существенных недостатка. Во-первых, он не позволяет учитывать температурный коэффициент сопротивления, так как задача становится нелинейной. Во-вторых, со временем количество слагаемых в итоговой формуле для температуры жилы возрастает, что делает затруднительным использование такого подхода для непрерывных расчётов в режиме реального времени. Кроме того, в работах [80] и в [46] отсутствует описание способа применения рассматриваемой методики при ненулевых начальных условиях, когда кабель находился некоторое время под переменной нагрузкой.

В работах [87, 74, 56, 55, 86, 59, 78] влияние окружающего грунта учитывают с помощью эквивалентной тепловой схемы замещения. В [74] для этого полубесконечный однородный грунт заменяют эквивалентным цилиндрическим грунтовым слоем с эквивалентной теплопроводностью $\lambda_{ep, экв}$:

$$\lambda_{ep, экв} = \frac{\lambda_{ep}}{k_{np}}, \tag{1.20}$$

где k_{np} – коэффициент преобразования, определяемый отношением теплового сопротивления грунта для кабеля с учётом влияния соседних фаз к тепловому сопротивлению для одиночного кабеля, проложенного на той же глубине под землёй. Тепловое сопротивление с учётом влияния соседних фаз предлагают определять с помощью ИЕС 60287 [65]. Внешний радиус эквивалентного цилиндрического грунта определяют из равенства теплового сопротивления грунта для одиночного кабеля, проложенного на глубине h под землёй ($R_{T, ep}$) и сопротивления конечного цилиндрического слоя грунта ($R'_{T, ep}$):

$$R_{T,эп} = \frac{1}{2\pi\lambda_{эп,экв}} \ln \left(\frac{h}{r_4} + \sqrt{\left(\frac{h}{r_4}\right)^2 - 1} \right) = R'_{T,эп} = \frac{1}{2\pi\lambda_{эп,экв}} \ln \left(\frac{r_{экв}}{r_4} \right), \quad (1.21)$$

откуда

$$r_{экв} = r_4 \left(\frac{h}{r_4} + \sqrt{\left(\frac{h}{r_4}\right)^2 - 1} \right). \quad (1.22)$$

Далее в [74] авторы выполняют построение схемы замещения по методу Ван-Вормера [90]. Делят эквивалентный цилиндрический слой грунта на три части с равными тепловыми сопротивлениями (рис. 1.3). Величины радиусов r_C и r_D определяют исходя из равенства тепловых сопротивлений слоёв ($R_{TB} = R_{TC} = R_{TD}$).

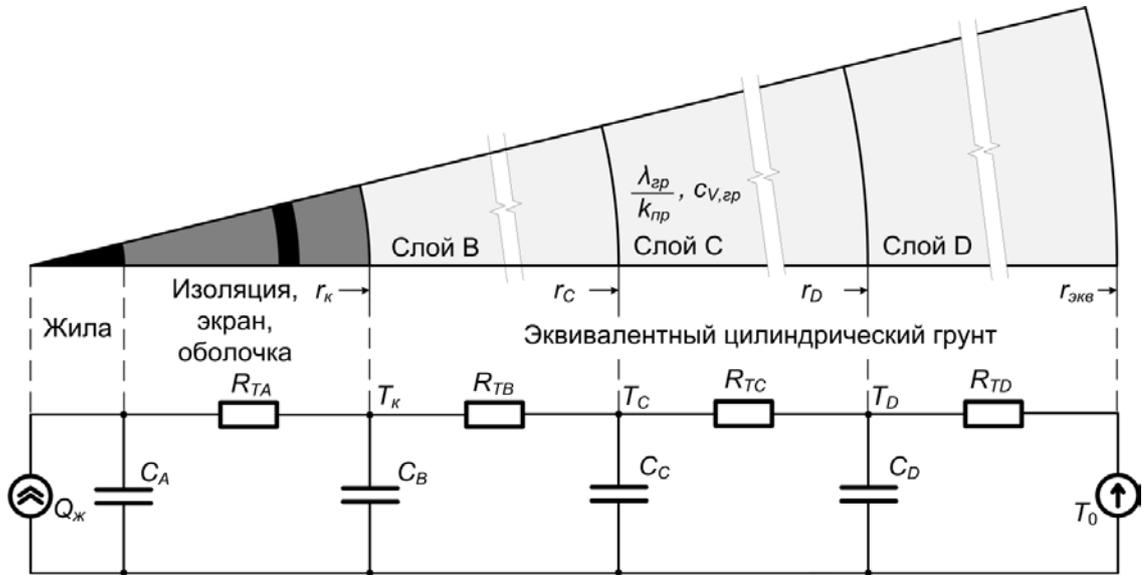


Рис. 1.3. Тепловая схема замещения для кабеля и эквивалентного окружающего грунта

Переходный процесс в представленной схеме авторы предлагают выполнять с помощью формулы (1.16) и методики, аналогичной применяемой в [80, 46]. В результате формула для температуры в i -м узле схемы в момент времени t_I выглядит так:

$$T_i(t_I) = T_0 + \sum_{j=1}^n \left(T_{i,j}(t_{I-1}) + \left[R_{T(i,j)} Q_{ж} (T_{ж}(t_{I-1})) - T_{i,j}(t_{I-1}) \right] \left(1 - e^{-p_j(t_I - t_{I-1})} \right) \right), \quad (1.23)$$

где n – количество RC-цепочек в схеме на рис. 1.3.

Предложенная схема замещения подходит для расчётов только симметричных режимов, так как в случае отключения одной из фаз изменятся условия теплоотвода для других работающих фаз. Математический алгоритм, который используют авторы [74], позволяет учитывать только тепловыделение в жиле, поэтому тепловыделения в экране и броне учитывают неявно с помощью коэффициентов в формулах для ёмкостей. Такой

подход, несомненно, содержит методическую погрешность. Кроме того, в [74] не обосновано разделение грунта именно на три слоя. Следует ожидать, что при рассмотрении длительных переходных процессов нагрева кабелей точность расчётов будет неудовлетворительной.

В [78] авторы используют подобную схему замещения, в которой учитывают не весь грунт, а его часть в виде цилиндрического слоя с внешним радиусом равным глубине прокладки КЛ. В результате исследований показано, что удовлетворительная точность достигается при числе слоёв близком к 100. Такой результат обусловлен тем, что в [78] грунт делили на слои с неравными тепловыми сопротивлениями.

В работе [56, 55] грунт делили на слои с равными тепловыми сопротивлениями, учитывали весь грунт аналогично тому, как это делали в [74] и получили удовлетворительный результат при числе слоёв равном 20. Поэтому вопрос о количестве слоёв, на которые нужно разделить эквивалентный цилиндрический грунт требует дополнительных исследований.

Учёт цилиндрического слоя грунта с внешним радиусом равным глубине прокладки КЛ позволяет вычислять нагрев кабелей достаточно точно лишь до тех пор, пока тепловая волна не достигнет поверхности грунта. После этого, температурное поле начнёт искажаться и перестанет быть осесимметричным. Поэтому использование такого приёма, как в [78], корректно только в определённых временных пределах.

В работе [78] показано, что при расчёте температуры в динамике МКЭ значительно уступает в быстродействии методу электротепловой аналогии даже при числе слоёв в грунте равном 100. Время расчёта изменения температуры в течение 5 суток методом конечных элементов в работе [78] составило более 11 минут, а методом электротепловой аналогии – 35 секунд.

Взаимное влияние соседних кабелей можно учитывать с помощью методик, описанных в работе [59].

1.2. Цели и задачи диссертационной работы

На основе вышеизложенного анализа методик теплового расчёта высоковольтных кабельных линий, проложенных в грунте можно сделать следующие выводы.

1. Для решения задачи оценки реальной допустимой токовой нагрузки эффективно использовать формулу (1.2) из стандарта IEC 60287 [65]. В ней коэффициенты тепловых потерь (Δ_1 , Δ_2) можно определить на основе измеренных значений токов в экране и броне. Тепловое сопротивление грунта (R_{T4}) в начальный момент времени удобно вычислить с помощью рекомендаций из IEC 60287, а затем корректировать на основе измерений температуры экрана и токов в металлических частях конструкции кабеля таким образом, чтобы по мере приближения к установившемуся режиму корректируемое тепловое сопротивление грунта приближалось к реальному значению. Остальные параметры формулы (1.2): тепловые сопротивления оболочек кабеля (R_{T1} , R_{T2} , R_{T3}), диэлектрические потери (Q_d) и электрическое сопротивление жилы переменному току (R_{sc}) с учётом теплового коэффициента сопротивления – можно определить достаточно точно по формулам из IEC 60287. Таким образом, удастся приблизить прогнозируемое значение допустимой токовой нагрузки к реальному значению.

2. Использование метода конечных элементов для расчётов в режиме реального времени неудобно ввиду высокой ресурсоёмкости моделей. Он хорошо подходит для выполнения проектных изысканий и предварительных расчётов до начала эксплуатации КЛ. Кроме того, его можно использовать для оценки адекватности менее ресурсоёмких моделей, основанных на иных принципах расчёта.

3. Методики из стандарта IEC 60853 [66, 67] позволяют рассчитывать температуру кабелей в динамике только для постоянной во времени нагрузки, что подходит только для проектных изысканий. Когда закон изменения токовой нагрузки заранее не известен, применение формул из IEC 60853 для расчётов в режиме реального времени невозможно. Вместе с тем данная методика не позволяет производить расчёты, если не известны ненулевые начальные условия.

4. Применение метода свёртки (интеграл Дюамеля) для учёта изменяющейся нагрузки является также неудобным, поскольку во время расчётов будет накапливаться большое количество слагаемых в формулах, которые учитывают предыдущие изменения тепловыделения. К тому же в этом случае нет возможности учитывать нелинейность модели, вызванную зависимостью тепловыделений от температуры.

5. Построение однофазной тепловой схемы замещения, в которой влияние тепловыделений в металлических оболочках, а также влияние соседних фаз

учитываются неявно в виде коэффициентов для тепловых сопротивлений и ёмкостей, что ограничивает их применение только для симметричных полнофазных режимов.

6. Ввиду того, что для соблюдения достаточной точности расчётов, при построении тепловых схем замещения, учитывающих грунт, в разных работах его делят на разное число слоёв, необходимо дополнительное исследование этого вопроса.

На основании выполненного анализа необходимо решить следующие основные задачи.

1. Анализ численных и аналитических методов расчёта пропускной способности, температуры и электрических параметров высоковольтных кабельных линий с СПЭ изоляцией.

2. Разработка математических моделей электромагнитного синусоидального поля и теплового стационарного поля коаксиального кабеля на основе аналитического решения уравнений Максвелла и Фурье для исследования этих полей, а также для верификации и оценки адекватности более сложных численных моделей на основе метода конечных элементов.

3. Разработка математических моделей для совместного расчёта теплового и электромагнитного полей в сечении КЛ, проложенных в грунте, на основе метода конечных элементов для проектирования КЛ, исследования тепловых режимов КЛ и оценки адекватности разрабатываемых математических алгоритмов.

4. Разработка математических моделей и алгоритмов для прогнозирования и расчёта текущих температур жил КЛ с СПЭ изоляцией в режиме реального времени на основе данных о параметрах кабелей, токовой нагрузке жил и распределённой температуре экранов.

5. Разработка математического алгоритма оценки пропускной способности КЛ в режиме реального времени с учётом действительных условий окружающей среды.

6. Физическое моделирование и экспериментальное исследование теплового поля высоковольтного кабеля с полиэтиленовой изоляцией для проверки адекватности математического моделирования.

7. Разработка структуры тепловой защиты КЛ, а также принципов и алгоритмов использования разрабатываемых моделей для целей автоматики, релейной защиты и диагностики КЛ.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ СОВМЕСТНОГО РАСЧЁТА ТЕПЛООВОГО И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЕЙ В СЕЧЕНИИ КЛ, ПРОЛОЖЕННЫХ В ГРУНТЕ, НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Как было отмечено в главе 1, моделирование тепловых и электромагнитных полей кабельных линий удобнее всего производить с помощью метода конечных элементов. Построение моделей на основе метода конечных элементов будем выполнять в программе COMSOL Multiphysics, так как она позволяет производить одновременный расчёт связанных теплового и электромагнитного полей [27] в отличие от моделей, описанных в работах [10, 37, 9, 32, 58], где взаимное влияние теплового и электромагнитного полей учитывается с помощью итерационного метода. Это позволит сократить время расчёта моделей, что актуально для нестационарных режимов.

В целях последующего сопоставления результатов аналитического и численного моделирования, а также определения границ параметров моделирования без потери точности, необходимо произвести аналитический расчёт электромагнитного и теплового полей. Аналитический расчёт несимметричных полей выполнить затруднительно, поэтому будем производить аналитический расчёт осесимметричных конструкций. Для этого подойдёт один однофазный кабель (см. рис. 1.1), расположенный в цилиндрическом слое грунта.

2.1. Математическая модель переменного электромагнитного поля на основе аналитического решения уравнений Максвелла для однофазного бронированного кабеля

Похожие задачи рассматривались другими исследователями, в частности в [36, 35, 52]. Однако в [36] авторы решают задачу, которая отличается от расчёта электромагнитного поля кабеля тем, что цилиндрическая конструкция провода марки АС, состоит из двух материалов с разной проводимостью, которые имеют общую поверхность соприкосновения. Это приводит к тому, что условия для электромагнитного поля на внешней поверхности внутреннего стального слоя и

внутренней поверхности внешнего алюминиевого слоя провода марки АС будут отличаться от условий для жилы и металлической оболочки кабеля.

В [35] рассчитывают электромагнитное поле измерительного шунта, который состоит из двух полых цилиндров, имеющих электрическое соединение на одном конце шунта. Такая конструкция качественно ближе к конструкции бронированного кабеля, но отличается от него тем, что в ней отсутствует центральный цилиндрических проводник. Кроме того ток, который протекает по внутреннему проводнику шунта полностью возвращается по внешнему проводнику, чего нельзя сказать про кабель, поскольку ток, наведённый в металлических оболочках в общем случае не равен току в жиле и зависит от конструкции кабельной линии.

В [52] рассмотрена задача по определению матрицы продольных последовательных сопротивлений коаксиального бронированного кабеля на основе электромагнитной теории коаксиальных линий передачи С.А. Щелкунова [82]. Но применение этой методики к расчету тепловыделений в кабеле затруднительно ввиду того, что в основе теории С.А. Щелкунова лежит вывод формул поверхностных и взаимных сопротивлений проводящих элементов конструкции кабеля, а в данном случае требуются внутренние (интегральные) сопротивления этих элементов.

Постановка задачи

Наибольшее распространение получили кабели, содержащие в качестве токоведущих элементов жилу и проводящую оболочку – экран. Для таких кабелей методика расчета активных и индуктивных сопротивлений отражена в технической литературе, в частности достаточно подробно представлена в работах М.В. Дмитриева и Г.А. Евдокунина [13, 14]. Для кабельных линий, прокладываемых в особых условиях (например, по дну водоема), часто используют бронированный кабель с двумя токопроводящими оболочками, поэтому практический интерес представляет исследование конструкции, состоящей из шести слоёв (рис. 1.1, б). Постановку задачи поясняет рис. 2.1.

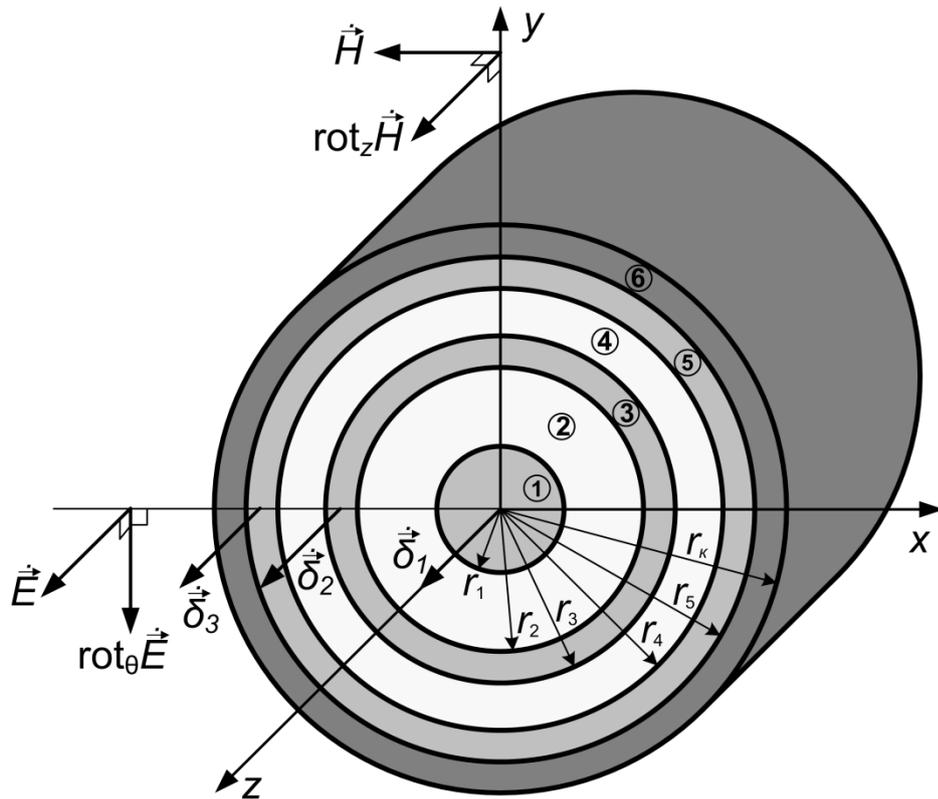


Рис. 2.1. Конструкция бронированного кабеля: 1, 3, 5 – металлические немагнитные проводящие слои; 2, 4, 6 – диэлектрические изоляционные оболочки

Исходными данными для решения задачи являются: геометрические параметры кабеля, физические свойства его материалов, в том числе проводимость токопроводящих слоев. Также будем считать известными токи во всех металлических частях конструкции ($\dot{I}_1, \dot{I}_3, \dot{I}_5$), определяемые изначально нагрузочным режимом, схемой соединения экранов и геометрией расположения кабелей по отношению друг к другу.

Принятые допущения:

1) Однофазный кабель будем считать уединенным. Это допущение соответствует практике прокладки кабельной линии по дну водоема. В этом случае её фазы, как правило, разносят на достаточно большое расстояние, чтобы снизить их тепловое воздействие друг на друга. В связи с этим эффект близости будет минимальным.

2) Считаем, что кабель работает в симметричном режиме.

3) Проводимость грунта принимаем равной нулю, так как токи в нём малы и не влияют на распределение токов в проводящих элементах конструкции кабеля.

4) Токи смещения не учитываем.

Модель электромагнитного поля в проводящих слоях кабеля

Исходными для областей 1, 3, 5 являются уравнения Максвелла, которые представляются в виде функций комплексного переменного для электромагнитного поля синусоидального во времени:

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{H}}_i = \dot{\vec{\delta}}_i; \quad (2.1)$$

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{E}}_i = -j\omega\mu_{ai}\dot{\vec{H}}_i; \quad (2.2)$$

$$\dot{\vec{E}}_i = \dot{\vec{\delta}}_i/\gamma_i, \quad (2.3)$$

где $\dot{\vec{H}}_i$, $\dot{\vec{E}}_i$ – комплексные векторы напряженностей магнитного и электрического полей соответственно, А/м, В/м; $\dot{\vec{\delta}}_i$ – комплексные векторы плотностей тока, А/м²; ω – угловая частота тока, рад/с; μ_{ai} – абсолютная магнитная проницаемость, Гн/м; γ_i – удельная проводимость, См/м; $i = 1, 3, 5$ – номер проводящей области.

Все векторные величины направлены в пространстве так, как показано на рис. 2.1, поэтому в дальнейшем значок вектора у них опускаем.

В [12] рассмотрена методика получения системы дифференциальных уравнений Бесселя из уравнений (2.1) – (2.3) для напряжённости магнитного поля и плотности тока в цилиндрическом проводнике. Применение этой методики для слоёв 3 и 5 позволяет получить уравнения аналогичные полученным в [12], что позволяет применить эту систему уравнений для любого числа слоёв цилиндрической конструкции:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{H}_i}{d(k_i r)^2} + \frac{1}{k_i r} \cdot \frac{d \dot{H}_i}{d(k_i r)} + \left(1 - \frac{1}{(k_i r)^2}\right) \cdot \dot{H}_i = 0; \\ \frac{d^2 \dot{\delta}_i}{d(k_i r)^2} + \frac{1}{k_i r} \cdot \frac{d \dot{\delta}_i}{d(k_i r)} + \dot{\delta}_i = 0, \end{cases} \quad (2.4)$$

$$k_i = \sqrt{-j\omega\mu_{ai}\gamma_i},$$

где j – мнимая единица.

Решения уравнений (2.4) для трёх проводящих областей имеют вид:

$$\dot{H}_i(r) = A_i^1 J^1(k_i r) + B_i^1 N^1(k_i r); \quad (2.5)$$

$$\dot{\delta}_i(r) = A_i^0 J^0(k_i r) + B_i^0 N^0(k_i r), \quad (2.6)$$

где $J^{0,1}(k_i r)$ и $N^{0,1}(k_i r)$ – функции Бесселя первого и второго рода соответственно (верхний индекс обозначает порядок функций); $A_i^{0,1}$ и $B_i^{0,1}$ ($i = 1, 3, 5$) – постоянные коэффициенты интегрирования, соответствующие Бесселевым функциям.

Из закона полного тока и симметрии моля вытекают условия на границах проводящих областей для напряжённости магнитного поля:

$$\dot{H}_1(0) = 0; \dot{H}_1(r_1) = \dot{I}_1/2\pi r_1; \quad (2.7)$$

$$\dot{H}_3(r_2) = \dot{I}_1/2\pi r_2; \dot{H}_3(r_3) = (\dot{I}_1 + \dot{I}_3)/2\pi r_3; \quad (2.8)$$

$$\dot{H}_5(r_4) = (\dot{I}_1 + \dot{I}_3)/2\pi r_4; \dot{H}_5(r_5) = (\dot{I}_1 + \dot{I}_3 + \dot{I}_5)/2\pi r_5. \quad (2.9)$$

С помощью указанных граничных условий и уравнения (2.5) подлежат определению шесть постоянных интегрирования $A_i^{0,1}$ и $B_i^{0,1}$ ($i = 1, 3, 5$). С этой целью необходимо составить систему линейных уравнений для каждой проводящей области:

$$\begin{cases} A_1^1 J^1(k_1 \cdot 0) + B_1^1 N^1(k_1 \cdot 0) = 0; \\ A_1^1 J^1(k_1 r_1) + B_1^1 N^1(k_1 r_1) = \dot{I}_1/2\pi r_1; \\ \begin{cases} A_3^1 J^1(k_3 r_2) + B_3^1 N^1(k_3 r_2) = \dot{I}_1/2\pi r_2; \\ {}_3^1 J^1(k_3 r_3) + B_3^1 N^1(k_3 r_3) = (\dot{I}_1 + \dot{I}_3)/2\pi r_3; \end{cases} \\ \begin{cases} A_5^1 J^1(k_5 r_4) + B_5^1 N^1(k_5 r_4) = (\dot{I}_1 + \dot{I}_3)/2\pi r_4; \\ A_5^1 J^1(k_5 r_4) + B_5^1 N^1(k_5 r_4) = (\dot{I}_1 + \dot{I}_3 + \dot{I}_5)/2\pi r_5. \end{cases} \end{cases} \quad (2.10)$$

После математических преобразований получаем выражения для постоянных интегрирования:

$$\begin{aligned} A_1^1 &= \frac{\dot{I}_1}{2\pi r_1 J^1(k_1 r_1)}; \quad B_1^1 = 0; \\ A_3^1 &= \frac{1}{2\pi r_2 r_3 J^1(k_3 r_2) m_3} \left(\dot{I}_1 r_3 m_3 - N^1(k_3 r_2) \left(\dot{I}_1 (r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3)) + \dot{I}_3 r_2 J^1(k_3 r_2) \right) \right); \\ B_3^1 &= \frac{\dot{I}_1 (r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3)) + \dot{I}_3 r_2 J^1(k_3 r_2)}{2\pi r_2 r_3 m_3}; \\ m_3 &= \left(J^1(k_3 r_2) N^1(k_3 r_3) - N^1(k_3 r_2) J^1(k_3 r_3) \right); \\ A_5^1 &= \frac{1}{2\pi r_4 r_5 J^1(k_5 r_4) m_5} \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) r_5 m_5 - N^1(k_5 r_4) \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) (r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5)) + \dot{I}_5 r_4 J^1(k_5 r_4) \right) \right); \\ B_5^1 &= \frac{(\dot{I}_1 + \dot{I}_3) (r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5)) + \dot{I}_5 r_4 J^1(k_5 r_4)}{2\pi r_4 r_5 m_5}; \\ m_5 &= \left(J^1(k_5 r_4) N^1(k_5 r_5) - N^1(k_5 r_4) J^1(k_5 r_4) \right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Окончательные выражения для напряжённости магнитного поля рассматриваемых областей примут следующий вид:

$$\dot{H}_1(r) = \frac{\dot{I}_1 J^1(k_1 r)}{2\pi r_1 J^1(k_1 r)};$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_3(r) = & \frac{J^1(k_3 r)}{2\pi r_2 r_3 J^1(k_3 r_2) m_3} \left(\dot{I}_1 r_3 m_3 - N^1(k_3 r_2) \left(\dot{I}_1 \left(r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3) \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \dot{I}_3 r_2 J^1(k_3 r_2) \right) \right) + \frac{N^1(k_3 r)}{2\pi r_2 r_3 m_3} \left(\dot{I}_1 \left(r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3) \right) + \dot{I}_3 r_2 J^1(k_3 r_2) \right); \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_5(r) = & \frac{J^1(k_5 r)}{2\pi r_4 r_5 J^1(k_5 r_4) m_5} \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) r_5 m_5 - N^1(k_5 r_4) \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) \left(r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5) \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \dot{I}_5 r_4 J^1(k_5 r_4) \right) \right) + \frac{N^1(k_5 r)}{2\pi r_4 r_5 m_5} \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) \left(r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5) \right) + \dot{I}_5 r_4 J^1(k_5 r_4) \right). \end{aligned}$$

Чтобы найти зависимость $\dot{\delta}_i(r)$ раскроем выражение ротора в цилиндрической системе координат для уравнения (2.2). С учётом зависимости (2.3) получим

$$\dot{H}_i = -\frac{1}{k_i^2} \cdot \frac{d\dot{\delta}_i}{dr} = -\frac{1}{k_i} \cdot \frac{d\dot{\delta}_i}{d(k_i r)}. \quad (2.13)$$

После подстановки в уравнении (2.13) вместо $\dot{\delta}_i$ правую часть уравнения (2.6) и дифференцирования полученного выражения, получим уравнение для напряжённости магнитного поля:

$$\dot{H}_i(r) = \frac{A_i^0}{k_i} J^1(k_i r) + \frac{B_i^0}{k_i} N^1(k_i r), \quad (2.14)$$

откуда с учётом (2.5) получаем коэффициенты для плотности тока:

$$A_i^0 = k_i \cdot A_i^1; \quad B_i^0 = k_i \cdot B_i^1. \quad (2.15)$$

Тогда уравнения для плотности тока в проводящих слоях примут вид:

$$\dot{\delta}_1(r) = \frac{k_1 \dot{I}_1 J^0(k_1 r)}{2\pi r_1 J^1(k_1 r)}; \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_3(r) = & \frac{k_3 J^0(k_3 r)}{2\pi r_2 r_3 J^1(k_3 r_2) m_3} \left(\dot{I}_1 r_3 m_3 - N^1(k_3 r_2) \left(\dot{I}_1 \left(r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3) \right) + \dot{I}_2 r_2 J^1(k_3 r_2) \right) \right) + \\ & + \frac{k_3 N^0(k_3 r)}{2\pi r_2 r_3 m_3} \left(\dot{I}_1 \left(r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3) \right) + \dot{I}_2 r_2 J^1(k_3 r_2) \right); \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_5(r) = & \frac{k_5 J^0(k_5 r)}{2\pi r_4 r_5 J^1(k_5 r_4) m_5} \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) r_5 m_5 - N^1(k_5 r_4) \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) \left(r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5) \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \dot{I}_5 r_4 J^1(k_5 r_4) \right) \right) + \frac{k_5 N^0(k_5 r)}{2\pi r_4 r_5 m_5} \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) \left(r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5) \right) + \dot{I}_5 r_4 J^1(k_5 r_4) \right). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Для определения параметров проводящих элементов конструкции, изображённой на рис. 2.1, воспользуемся методикой, изложенной в [1]. В соответствии с ней, комплексные сопротивления проводящих элементов конструкции можно определить, используя теорему Умова-Пойнтинга:

$$\underline{Z}_i = \frac{-\oint_{S_i} \tilde{\vec{\Pi}}_i d\vec{S}}{I_i^2}, \quad (2.19)$$

где

$$-\oint_{S_i} \tilde{\vec{\Pi}}_i d\vec{S} = -\oint_{S_i} \left[\dot{\vec{E}}_i \vec{H}_i^* \right] d\vec{S}. \quad (2.20)$$

В указанных выражениях \underline{Z}_i – комплексные сопротивления проводящих элементов конструкции на единицу длины, Ом/м; $\tilde{\vec{\Pi}}_i$ – комплексный вектор Пойнтинга на границе проводящей области, В·А/м²; $d\vec{S}$ – нормальный вектор к элементу площади поверхности dS проводящего элемента конструкции; S_i – площадь замкнутой поверхности проводящего элемента конструкции, м².

Последнее выражение представляет собой поток вектора Пойнтинга через замкнутую поверхность проводящих элементов конструкции. При дальнейших выкладках нужно учитывать, что комплексный вектор $\tilde{\vec{\Pi}}_i$ в проводящих слоях направлен радиально к центральной оси рассматриваемой конструкции, поэтому его поток через поперечное сечение проводящих элементов равен нулю.

Подставив найденные выражения плотности тока и напряжённости магнитного поля (2.12), (2.16) – (2.16) в (2.19) – (2.20) с учётом (2.3), находим внутренние сопротивления проводящих элементов на единицу длины:

$$\underline{Z}_1 = \frac{k_1}{2\pi r_1 \gamma_1} \cdot \frac{J^0(k_1 r_1)}{J^1(k_1 r_1)}; \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_3 = & \frac{k_3}{I_3^2 2\pi r_2 r_3 \gamma_3 m_3} \left[\frac{1}{J^1(k_3 r_2)} \left[\dot{I}_1 r_3 m_3 - N^1(k_3 r_2) \left(\dot{I}_1 \left(r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3) \right) + \dot{I}_3 r_2 J^1(k_3 r_2) \right) \right] \times \right. \\ & \times \left[\left(\begin{matrix} * \\ I_1 + I_3 \end{matrix} \right) J^0(k_3 r_3) - I_1 J^0(k_3 r_2) \right] + \left(\dot{I}_1 \left(r_2 J^1(k_3 r_2) - r_3 J^1(k_3 r_3) \right) + \dot{I}_3 r_2 J^1(k_3 r_2) \right) \times \\ & \left. \times \left[\left(\begin{matrix} * \\ I_1 + I_3 \end{matrix} \right) N^0(k_3 r_3) - I_1 N^0(k_3 r_2) \right] \right]; \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$Z_5 = \frac{k_5}{I_5^2 2\pi r_4 r_5 \gamma_5 m_5} \left[\frac{1}{J^1(k_5 r_4)} \left[(\dot{I}_1 + \dot{I}_3) r_3 m_5 - N^1(k_5 r_4) \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) (r_4 J^1(k_5 r_4) - r_5 J^1(k_5 r_5)) + \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \dot{I}_5 r_4 J^1(k_5 r_4) \right) \right] \left[\left(I_1^* + I_3^* + I_5^* \right) J^0(k_5 r_5) - \left(I_1^* + I_3^* \right) J^0(k_5 r_4) \right] + \left((\dot{I}_1 + \dot{I}_3) (r_4 J^1(k_5 r_4) - \right. \right. \right. \left. \left. \left. - r_5 J^1(k_5 r_5) \right) + \dot{I}_5 r_4 J^1(k_5 r_4) \right) \left[\left(I_1^* + I_3^* + I_5^* \right) N^0(k_5 r_5) - \left(I_1^* + I_3^* \right) N^0(k_5 r_4) \right] \right]. \quad (2.23)$$

Расчёт параметров и частотных характеристик подводного бронированного кабеля

В таблице 2.1 представлены характеристики соответствующих слоёв кабеля марки НХЛМКСЖ-В 1х2000 330кВ (производитель - Prysmian Cables and Systems).

Таблица 2.1. Характеристики проводящих слоёв кабеля

№ области	1	3	5
Материал	Медь	Свинец	Медь
Наружный радиус R_i , м	0,02665	0,059	0,0675
Внутренний радиус R_{i-1} , м	0	0,0563	0,0625
Абсолютная магнитная проницаемость μ_{ai} , Гн/м	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$4\pi \cdot 10^{-7}$
Удельная электрическая проводимость γ_i , См/м	$5,81 \cdot 10^7$	$4,81 \cdot 10^6$	$5,81 \cdot 10^7$

В соответствии с постановкой задачи, токи в металлических частях конструкции зададим следующим образом:

$$\dot{I}_1 = 1 \cdot e^{j120^\circ}; \quad \dot{I}_3 = 0,6 \cdot e^{-j120^\circ}; \quad \dot{I}_5 = 0,4 \cdot e^{j60^\circ}. \quad (2.24)$$

Распределение плотности тока в каждой оболочке определяется по формулам (2.18). Результаты расчётов при частоте тока 50 Гц приведены на рис. 2.2.

Используя формулы (2.21) – (2.23) вычисляем комплексы полных сопротивлений проводящих элементов для частоты тока 50 Гц:

$$Z_1 = (1,305 + j1,07) \cdot 10^{-5} = 1,687 \cdot 10^{-5} \cdot e^{j39,34^\circ} \text{ Ом/м};$$

$$Z_3 = (212,6 + j6,719) \cdot 10^{-6} = 2,127 \cdot 10^{-4} \cdot e^{j1,8^\circ} \text{ Ом/м};$$

$$Z_5 = (9,525 + j23,28) \cdot 10^{-6} = 2,515 \cdot 10^{-5} \cdot e^{j67,75^\circ} \text{ Ом/м}.$$

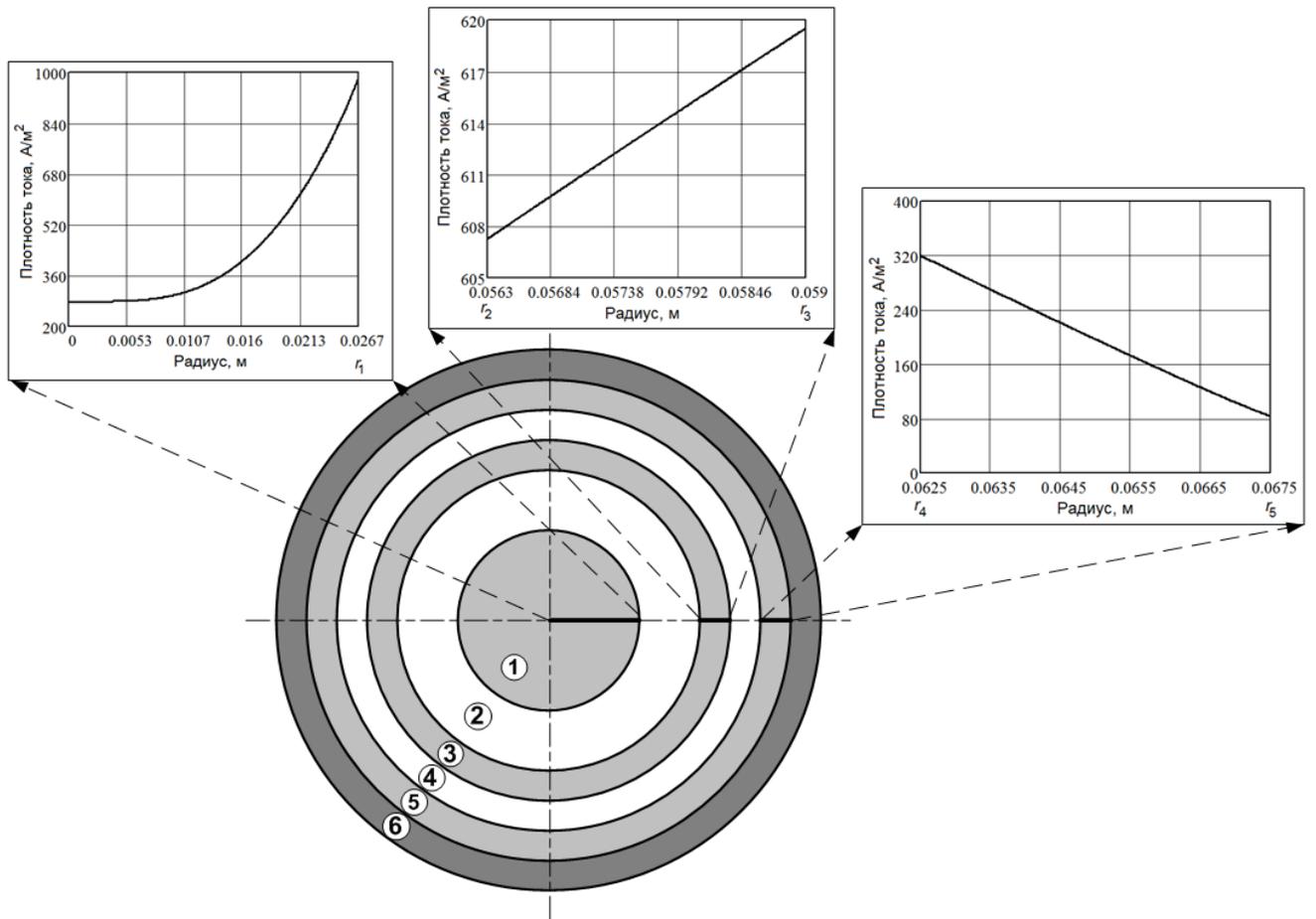


Рис. 2.2. Графики распределения плотности тока в проводящих слоях конструкции кабеля

Проверку расчётов можно выполнить, составив баланс активной мощности для каждого проводящего элемента:

$$P_{i,np} = \operatorname{Re}(Z_i) \cdot I_i^2 = P_{i,ист} = \frac{2\pi}{\gamma_i} \int_{r_{i-1}}^{r_i} \delta_i(r)^2 r \cdot dr, \quad (2.25)$$

где $P_{i,np}$, $P_{i,ист}$ – активные мощности, условного приёмника и условного источника, выделяющиеся в i -ом проводящем слое на единицу длины, Вт/м. Подставляя числа в формулы (2.24), получаем

$$P_{1,np} = \operatorname{Re}(Z_1) \cdot I_1^2 = 6,524 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м};$$

$$P_{3,np} = \operatorname{Re}(Z_3) \cdot I_3^2 = 3,826 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м};$$

$$P_{5,np} = \operatorname{Re}(Z_5) \cdot I_5^2 = 7,62 \cdot 10^{-7} \text{ Вт/м};$$

$$P_{1,ист} = \frac{2\pi}{\gamma_1} \int_0^{r_1} \delta_1(r)^2 r \cdot dr = 6,524 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м};$$

$$P_{3,ист} = \frac{2\pi}{\gamma_3} \int_{r_2}^{r_3} \delta_3(r)^2 r \cdot dr = 3,826 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м};$$

$$P_{5,uct} = \frac{2\pi}{\gamma_5} \int_{r_4}^{r_5} \delta_5(r)^2 r \cdot dr = 7,62 \cdot 10^{-7} \text{ Вт/м,}$$

что свидетельствует о корректности математических выкладок.

Активные сопротивления переменному току промышленной частоты без учёта эффекта близости можно вычислить с помощью формул из ИЕС 60287 [65]:

$$R_{i,зочт} = R_{0,i} \cdot (1 + y_{s,i}), \quad (2.26)$$

где y_s – коэффициент поверхностного эффекта, определяемый по формулам

$$y_{s,i} = \frac{x_{s,i}^4}{192 + 0,8 \cdot x_{s,i}^4}; \quad x_{s,i} = \sqrt{\frac{8\pi f}{R_{0,i}} \cdot k_{s,i} \cdot 10^{-7}}, \quad (2.27)$$

где $R_{0,i}$ – сопротивление постоянному току на единицу длины, Ом/м; f – частота переменного тока, Гц; $k_{s,i}$ – коэффициент, учитывающий влияние конструкции жилы на проявление поверхностного эффекта, о.е.

Для полых проводников $k_{s,i}$ необходимо вычислять по следующей формуле [65]:

$$k_{s,i} = \frac{r_i - r_{i-1}}{r_i + r_{i-1}} \left(\frac{r_i + 2r_{i-1}}{r_i + r_{i-1}} \right)^2, \quad (2.28)$$

где r_i – наружный радиус полого проводника, м; r_{i-1} – внутренний радиус полого проводника, м.

Тогда величины активных сопротивлений проводящих элементов конструкции кабеля 1, 3, 5 будут иметь следующие значения:

$$R_{1,зочт} = 1,278 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м; } R_{3,зочт} = 2,126 \cdot 10^{-4} \text{ Ом/м; } R_{5,зочт} = 8,498 \cdot 10^{-6} \text{ Ом/м.}$$

Как видно из расчётов, активные сопротивления проводников 1 и 3 практически совпадают с рассчитанными по формулам (2.21) и (2.22), но для пятого проводящего слоя есть значительное расхождение в значениях активного сопротивления. В данном случае формулы (2.26) – (2.28) дают погрешность:

$$\varepsilon_5 = \frac{R_5 - R_{5,зочт}}{R_5} 100\% = \frac{(9,525 - 8,498)10^{-6}}{9,525 \cdot 10^{-6}} 100\% = 10,8\%.$$

Вызвано это тем, что в формулах (2.26) – (2.28) не учитывается увеличение сопротивления за счёт смещения тока в полом проводнике от действия переменного магнитного поля проводников, находящихся внутри рассматриваемого, так как она предназначена для расчёта сопротивления жил. Поэтому, если для формулы (2.23) токи в проводниках 1 и 3 принять равными нулю ($I_1 = 0, I_3 = 0$), то

$$R_5 = \operatorname{Re}(Z_5) = 8,488 \cdot 10^{-6} \text{ Ом/м.}$$

В этом случае погрешность будет равна

$$\varepsilon_5 = \frac{R_5 - R_{5,\text{зочт}}}{R_5} 100\% = \frac{|8,488 - 8,498| 10^{-6}}{8,488 \cdot 10^{-6}} 100\% = 0,121\%.$$

Графики зависимостей сопротивлений от частоты тока, рассчитанные по формулам (2.21) – (2.23), (2.26) – (2.28), приведены на рисунках 2.3 – 2.5.

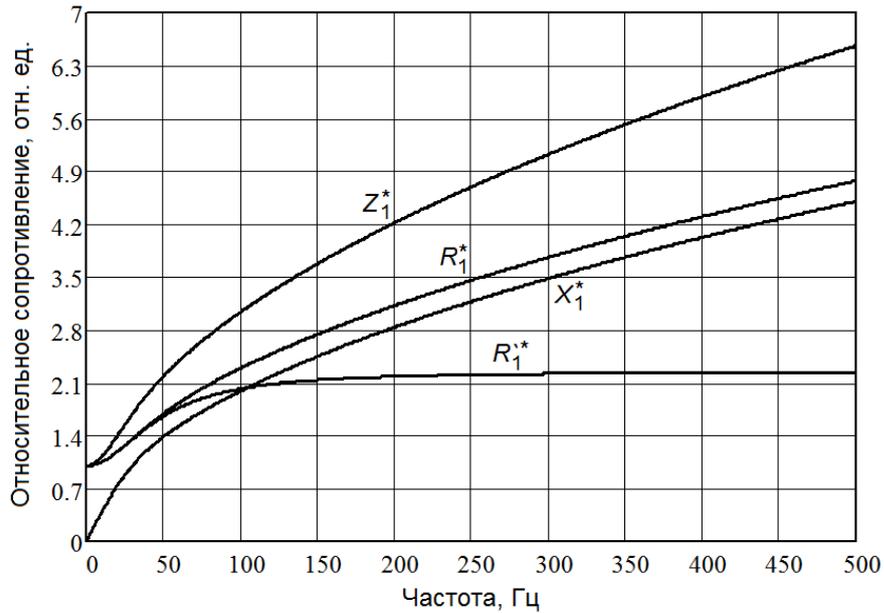


Рис. 2.3. Частотные характеристики области 1

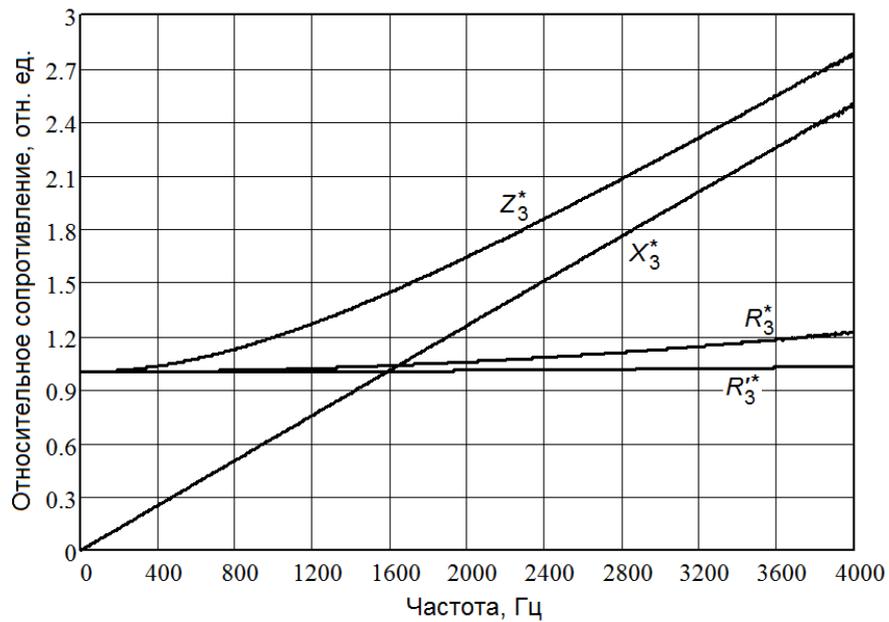


Рис. 2.4. Частотные характеристики области 3

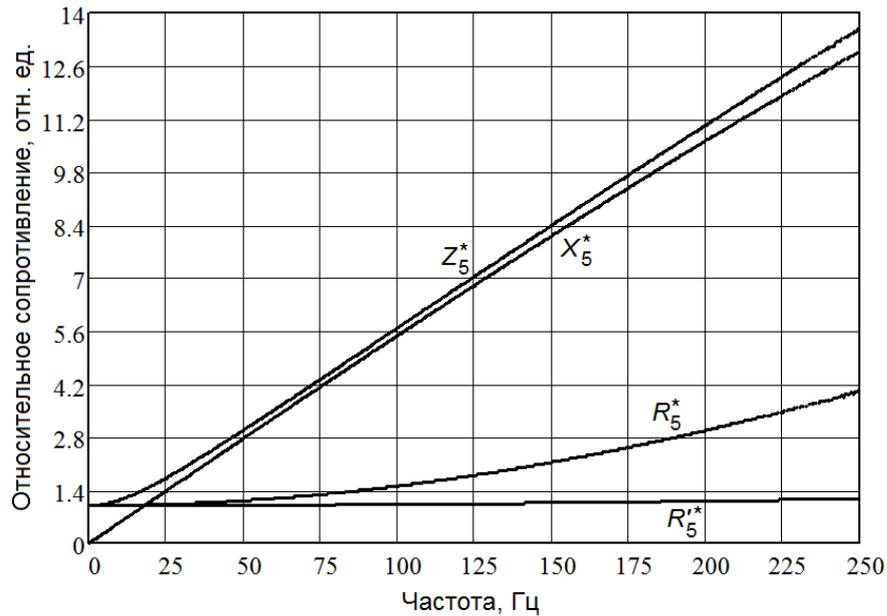


Рис. 2.5. Частотные характеристики области 5

Величины, представленные на графиках, определялись в отношении к активному сопротивлению постоянному току для каждого проводящего слоя:

$$Z_i^* = \frac{Z_i}{R_{0,i}}; R_i^* = \frac{R_i}{R_{0,i}}; X_i^* = \frac{X_i}{R_{0,i}}; R_{i,зочм}^* = \frac{R_{i,зочм}}{R_{0,i}}.$$

Из построенных графиков можно сделать следующие заключения:

1) Рост указанных выше сопротивлений при увеличении частоты тока в значительной степени зависит от проводимости материала. Так, сопротивление свинцовой оболочки 3 увеличивается на 20% только на частоте $\approx 3,6$ кГц, в то время как у других проводящих слоёв этот эффект наблюдается уже в пределах 100 Гц.

2) Поверхностный эффект при частоте 50 Гц наиболее ярко выражен в центральном проводнике 1 и приводит к увеличению активного сопротивления и потерь активной мощности на 69% в отличие от медной оболочки 5, где увеличение составляет 13%.

3) Неучёт поверхностного эффекта в медной броне от тока во внутренних проводящих слоях приводит к 11 % погрешности при определении её удельного активного сопротивления.

4) В таблице 2.2 представлены пределы частоты тока, при которых расчёт активных сопротивлений по формулам (2.21) – (2.23) отличается не более чем на 5% от расчёта с помощью эмпирических формул (2.26) – (2.28) для соответствующих проводников.

На основе приведённых данных можно сделать вывод о совпадении результатов расчётов активных сопротивлений по формулам (2.21) – (2.23) с результатами расчётов сопротивлений по формулам из [65] для рабочей частоты тока, что говорит о корректности рассмотренной математической модели.

Таблица 2.2. Условия совпадения расчётов по частоте (погрешность 5%)

Номер проводящей области	Пределы частоты
1	$0 \text{ Гц} \leq f \leq 88 \text{ Гц}$
3	$0 \text{ Гц} \leq f \leq 2,9 \text{ кГц}$
5 с учётом токов I_1 и I_3	$0 \text{ Гц} \leq f \leq 46 \text{ Гц}$
5 без учёта токов I_1 и I_3	$0 \text{ Гц} \leq f \leq 575 \text{ Гц}$

5) На основе полученного аналитического решения можно произвести проверку численного решения аналогичной задачи методом конечных элементов, который является более универсальным и позволяет рассмотреть более сложные варианты конструкции кабелей и кабельных линий.

2.2. Расчёт электрических параметров бронированного кабеля с помощью численного моделирования и сопоставление результатов расчёта с аналитическим решением

Для создания модели в программе COMSOL Multiphysics был выбран соответствующий тематический раздел: AC/DC Module/Quasi-Statics Magnetic/Perpendicular Induction Currents, Vector Potential с настройкой параметров решателя для гармонического расчёта, решающего дифференциальное уравнение плоскопараллельного квазистационарного электромагнитного поля относительно комплексной компоненты векторного магнитного потенциала \dot{A}_z :

$$(j\omega\gamma)\dot{A}_z + \text{rot}\left(\frac{1}{\mu_a}\text{rot}(\dot{A}_z)\right) = \gamma\frac{\Delta\dot{U}}{L} + \dot{\delta}_z^e, \quad (2.29)$$

где $\Delta\dot{U}$ – продольное напряжение, прикладываемое к элементу конструкции модели, В; L – длина участка кабеля, м; $\dot{\delta}_z^e$ – плотность тока, создаваемая сторонними источниками, А/м.

Далее модель была построена в соответствии с параметрами и допущениями, принятыми в разделе 2.1. На границе расчётной области было принято условие

равенства нулю векторного магнитного потенциала. Сама граница представляет собой окружность радиусом 2 метра. Проводимость окружающего кабель пространства принята равной нулю.

Входными электрическими параметрами являются продольные напряжения на проводящих элементах конструкции, а в рассмотренной в разделе 2.1 математической модели – комплексные токи в этих элементах. Чтобы привести в соответствие входные параметры этих моделей необходимо вычислить матрицу собственных и взаимных продольных сопротивлений проводящих элементов конструкции 1, 3, 5 (рис. 2.1), которая связывает продольные напряжения и токи в этих элементах, изображённые на рисунке 2.6, в соответствии с уравнением

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{жс} \\ \dot{U}_{э} \\ \dot{U}_{б} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{жс,жс} & \underline{Z}_{жс,э} & \underline{Z}_{жс,б} \\ \underline{Z}_{э,жс} & \underline{Z}_{э,э} & \underline{Z}_{э,б} \\ \underline{Z}_{б,жс} & \underline{Z}_{б,э} & \underline{Z}_{б,б} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{жс} \\ \dot{I}_{э} \\ \dot{I}_{б} \end{bmatrix}, \quad (2.30)$$

где $U_{жс}$, $U_{э}$, $U_{б}$ – продольные напряжения на проводящих элементах конструкции кабеля на единицу длины, В/м; $Z_{жсжс}$, $Z_{жсэ}$, $Z_{жсб}$... $Z_{бб}$, – собственные и взаимные сопротивления проводящих элементов на единицу длины, Ом/м; $I_{жс}$, $I_{э}$, $I_{б}$ – токи в проводящих элементах конструкции кабеля, А. При этом

$$[Z] = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{жс,жс} & \underline{Z}_{жс,э} & \underline{Z}_{жс,б} \\ \underline{Z}_{э,жс} & \underline{Z}_{э,э} & \underline{Z}_{э,б} \\ \underline{Z}_{б,жс} & \underline{Z}_{б,э} & \underline{Z}_{б,б} \end{bmatrix} = [Y]^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{жс,жс} & \underline{Y}_{жс,э} & \underline{Y}_{жс,б} \\ \underline{Y}_{э,жс} & \underline{Y}_{э,э} & \underline{Y}_{э,б} \\ \underline{Y}_{б,жс} & \underline{Y}_{б,э} & \underline{Y}_{б,б} \end{bmatrix}^{-1}, \quad (2.31)$$

где $[Y]$ – матрица собственных и взаимных проводимостей на единицу длины, См/м. В указанных матрицах индексы соответствуют проводникам на рисунке 2.6.

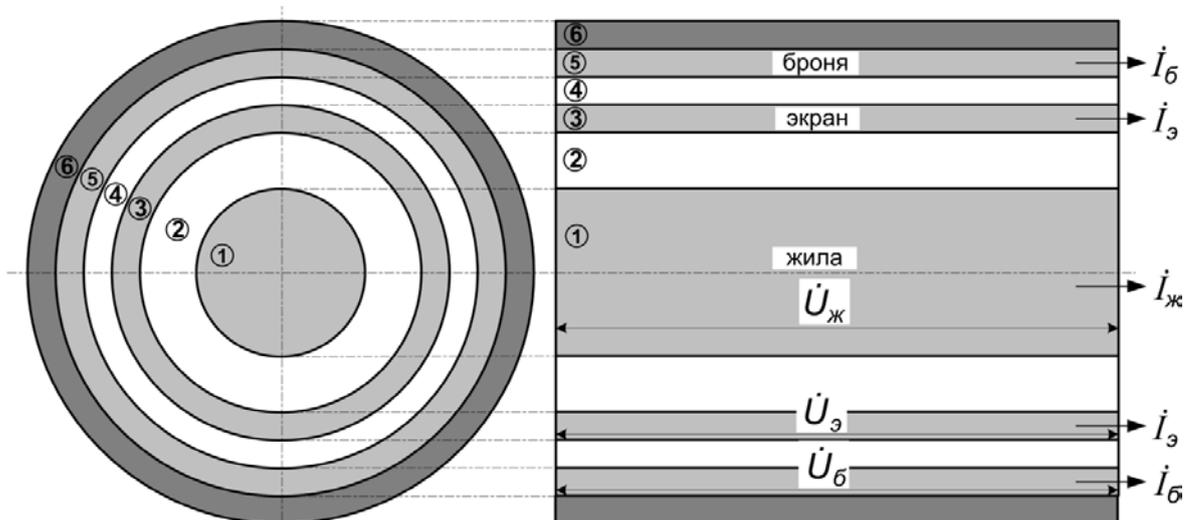


Рис. 2.6. Продольное и поперечное сечения бронированного кабеля

Тогда вычислить матрицу продольных сопротивлений можно с помощью предложенной компьютерной модели, путём выполнения ряда вычислительных экспериментов в приведенной ниже последовательности:

1) Задать на жиле напряжение в 1 В а на остальных проводниках 0 В ($U_{жс} = 1$ В, $U_{э} = 0$ В, $U_{б} = 0$ В), произвести расчёт модели и определить комплексы токов во всех токоведущих частях ($I_{жс,жс}$, $I_{жс,э}$, $I_{жс,б}$).

2) Поменять напряжения, задав единицу в экране ($U_{жс} = 0$ В, $U_{э} = 1$ В, $U_{б} = 0$ В), определить токи ($I_{э,жс}$, $I_{э,э}$, $I_{э,б}$) и повторить операцию, определив $I_{б,жс}$, $I_{б,э}$, $I_{б,б}$.

3) Определить соответствующие комплексы собственных и взаимных проводимостей и заполнить матрицу проводимостей:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{жс,жс} &= \frac{\dot{I}_{жс,жс}}{1}; \underline{Y}_{жс,э} = \frac{\dot{I}_{жс,э}}{1}; \underline{Y}_{жс,б} = \frac{\dot{I}_{жс,б}}{1}; \\ \underline{Y}_{э,жс} &= \frac{\dot{I}_{э,жс}}{1}; \underline{Y}_{э,э} = \frac{\dot{I}_{э,э}}{1}; \underline{Y}_{э,б} = \frac{\dot{I}_{э,б}}{1}; \\ \underline{Y}_{б,жс} &= \frac{\dot{I}_{б,жс}}{1}; \underline{Y}_{б,э} = \frac{\dot{I}_{б,э}}{1}; \underline{Y}_{б,б} = \frac{\dot{I}_{б,б}}{1}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

4) Найти $[\underline{Z}]$ как обратную матрицу проводимостей $[\underline{Y}]^{-1}$.

Используя данную методику, находим матрицу $[\underline{Z}]$ для рассматриваемой конструкции кабеля при частоте тока 50 Гц:

$$[\underline{Z}] = \begin{bmatrix} 1,33 \cdot 10^{-5} + j2,82 \cdot 10^{-4} & 2,3 \cdot 10^{-7} + j2,23 \cdot 10^{-4} & 1,1 \cdot 10^{-7} + j2,15 \cdot 10^{-4} \\ 2,3 \cdot 10^{-7} + j2,23 \cdot 10^{-4} & 2,13 \cdot 10^{-4} + j2,21 \cdot 10^{-4} & 1,1 \cdot 10^{-7} + j2,15 \cdot 10^{-4} \\ 1,1 \cdot 10^{-7} + j2,15 \cdot 10^{-4} & 1,1 \cdot 10^{-7} + j2,15 \cdot 10^{-4} & 8,49 \cdot 10^{-6} + j2,14 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \text{ (Ом/м)}.$$

Теперь, зная $[\underline{Z}]$, можно найти напряжения, которые нужно задать для соответствующих проводящих областей в окне «Subdomain Settings» таким образом, чтобы токи в них соответствовали принятым в разделе 2.1:

$$[\dot{U}] = [\underline{Z}][\dot{I}] = \begin{bmatrix} -0,0002097 - j0,00015336 \\ -0,00021594 - j0,00024538 \\ -0,00014725 - j0,00012634 \end{bmatrix} \text{ (В)}.$$

Сетка конечных элементов и картина распределения плотности тока в сечении кабеля представлена на рис. 2.7.

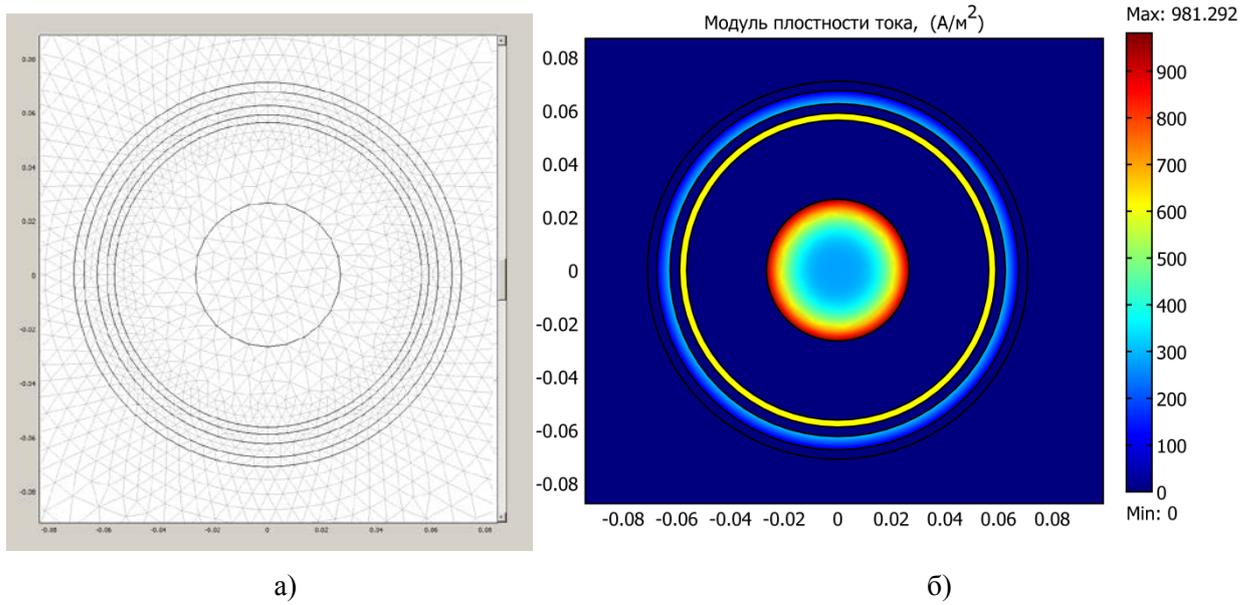


Рис. 2.7. Сетка конечных элементов области расчёта (а) и картина распределения плотности тока в сечении кабеля и окружающем пространстве (б)

Сопоставим графики распределения плотности тока, полученные аналитически и численным методом (рис. 2.8 – 2.9).

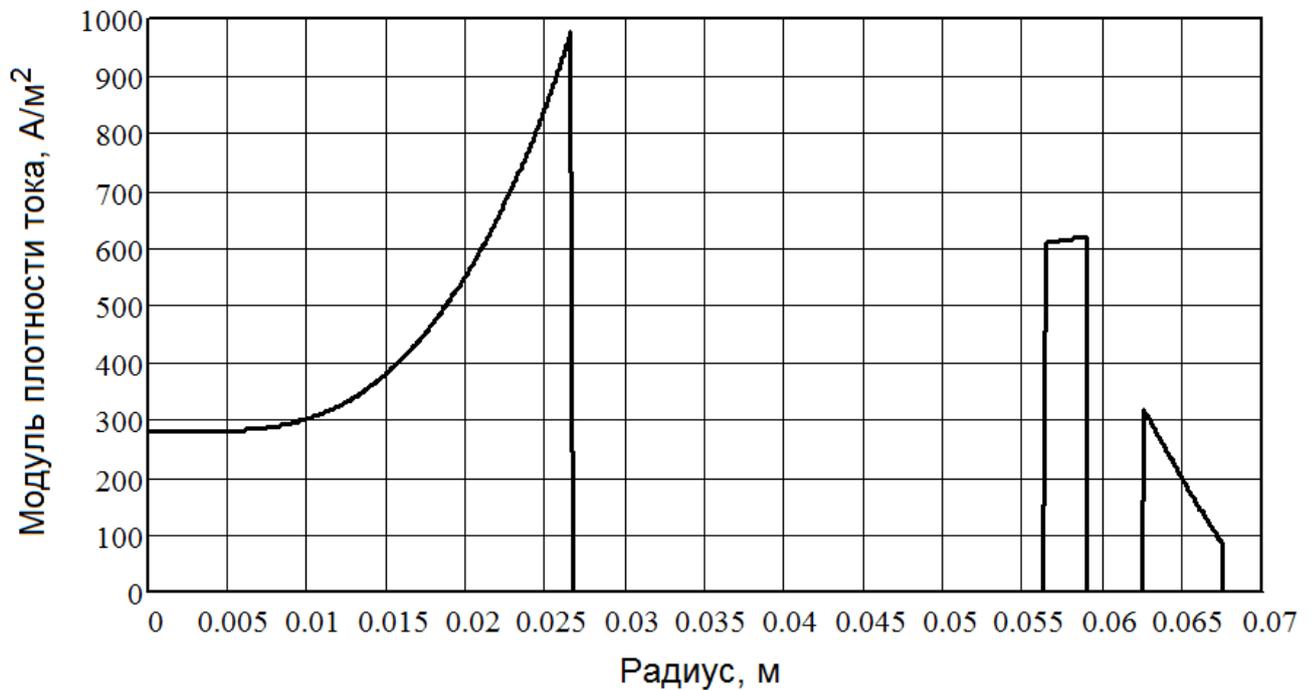


Рис. 2.8. График распределения плотности тока, полученный аналитически

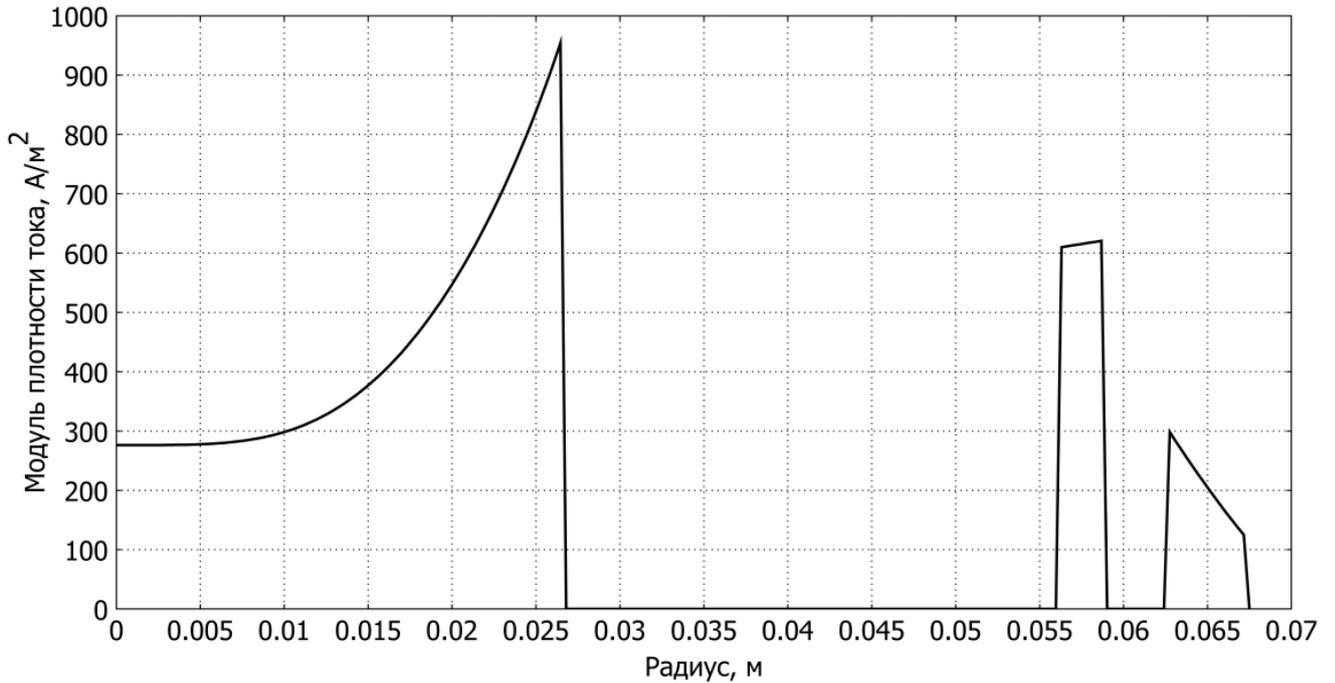


Рис. 2.9. График распределения плотности тока, полученный численным методом

Из рисунков видно полное совпадение графиков, что говорит о корректности расчётов в рамках принятых условий и допущений.

Внутренние сопротивления в областях на единицу длины можно найти, определив энергию магнитного поля и мощность потерь на нагрев в проводниках:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{0,1} &= R_{0,1} + jX_{0,1} = \frac{2P_{0,1}}{I_1^2} + j \frac{8\pi f W_{0,1}^m}{I_1^2}; & \underline{Z}_{0,2} &= 0 + jX_{0,2} = 0 + j \frac{8\pi f W_{0,2}^m}{I_1^2}; \\ \underline{Z}_{0,3} &= R_{0,3} + jX_{0,3} = \frac{2P_{0,3}}{I_3^2} + j \frac{8\pi f W_{0,3}^m}{I_3^2}; & \underline{Z}_{0,4} &= 0 + jX_{0,4} = 0 + j \frac{8\pi f W_{0,4}^m}{|I_1 + I_3|^2}; \\ \underline{Z}_{0,5} &= R_{0,5} + jX_{0,5} = \frac{2P_{0,5}}{I_5^2} + j \frac{8\pi f W_{0,5}^m}{I_5^2}, \end{aligned} \quad (2.33)$$

где $W_{0,i}^m$ — энергия электромагнитного поля в i -м слое на единицу длины (1 м); $P_{0,i}$ — тепловые потери в i -ом проводящем элементе конструкции на единицу длины; $R_{0,i}$, $X_{0,i}$ — соответственно активное и реактивное сопротивления i -го элемента конструкции на единицу длины; I_1 — ток в i -ом проводящем элементе конструкции.

Аналитически внутренние реактивные сопротивления изоляционных промежутков можно получить из формулы для магнитного потока между проводниками коаксиального кабеля при постоянном токе в них [1]:

$$\dot{\Phi}_i = \frac{\mu_0 \dot{I} l}{2\pi} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}, \quad (2.34)$$

где r_i и r_{i-1} – соответственно внешний и внутренний радиусы i -го изоляционного слоя; \dot{I} – суммарный комплексный ток, охватываемый изоляционным слоем; l – длина кабеля.

Тогда индуктивное сопротивление на единицу длины кабеля можно определить так:

$$X_i = 2\pi f \cdot L = 2\pi \frac{\dot{\Phi}_i}{\dot{I}} = \mu_0 f \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}. \quad (2.35)$$

В таблице 2.3 приведены комплексные внутренние сопротивления слоёв рассматриваемой конструкции, рассчитанные численным и аналитическим способами при частоте 50 Гц.

Таблица 2.3. Сопоставление методов расчёта по внутреннему сопротивлению слоёв

№ слоя	Комплекс внутреннего сопротивления, Ом/м		Относительная погрешность, %
	Численный метод	Аналитический метод	
1	0,0000130481+j0,000106984	0,0000130471+j0,000106951	0,031
2	j0,0000470057	j0,0000469923	0,029
3	0,0002125792+j0,0000067204	0,0002125824+j0,0000067125	0,0014
4	j0,0000036213	j0,0000036209	0,011
5	0,0000095175+j0,0000232804	0,0000095246+j0,0000232791	0,0059

По таблице 2.3 видно, что значения сопротивлений отличаются не более чем на 0,031%, что свидетельствует об адекватности компьютерной модели электромагнитного поля в сечении коаксиального кабеля на основе метода конечных элементов.

2.3. Математическая модель установившегося теплового поля коаксиального кабеля на основе решения дифференциального уравнения Фурье

Расчёт установившегося температурного поля в сечении высоковольтных кабельных линий, как и электромагнитного поля, удобнее всего производить с помощью метода конечных элементов. Но сначала, с целью оценки адекватности моделей на основе конечно-элементного метода моделирования, необходимо найти аналитическое решение уравнения теплопроводности для случая с одним коаксиальным кабелем.

Постановка задачи

В качестве исходных данных используем параметры кабеля (рис. 2.10) фирмы АВВ [93] с номинальным напряжением 220 кВ, представленные в таблице 2.4 и таблице 2.5.

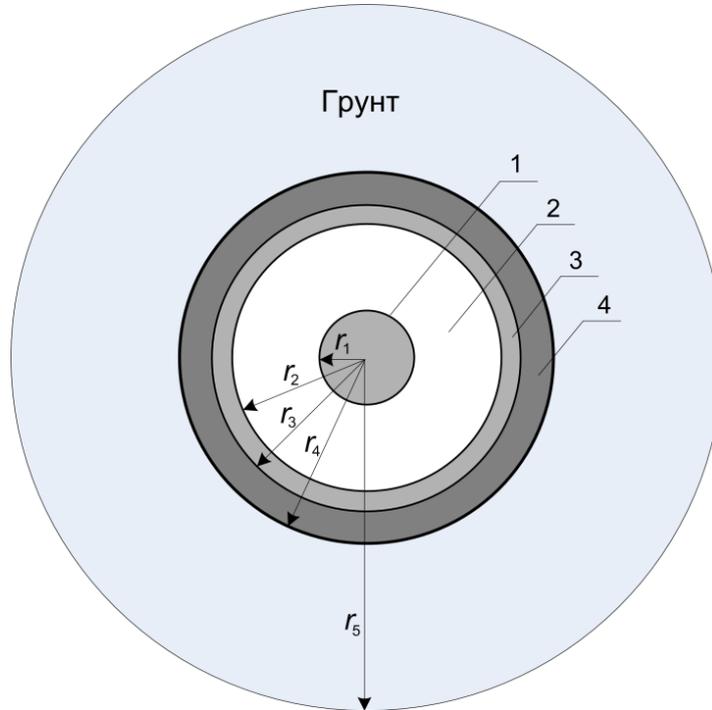


Рис. 2.10. Коаксиальный кабель с одной оболочкой в цилиндрическом слое грунта:
1 – жила, 2 – основная изоляция (сшитый полиэтилен), 3 – экран, 4 – внешняя оболочка

Таблица. 2.4. Параметры кабеля

Элемент конструкции	Площадь поперечного сечения, мм ²	Наружный диаметр/радиус, мм	Материал
Токопроводящая жила	1200	42,8/21,4	Медь
Основная изоляция	-	93,8/46,9	СПЭ
Экран	185	97,8/48,9	Медь
Диаметр кабеля	-	111,8/55,9	Полиэтилен

Примечание: в таблице 2.4 приведены только основные элементы кабеля (не указаны тонкие промежуточные полупроводящие слои и влагозащитная тонкая алюминиевая оболочка).

Таблица. 2.5. Физические свойства материалов и среды.

	Электропроводность, γ , См/м при $T = 80^\circ\text{C}$	Теплопроводность, λ , Вт/(м·К)
Медь	$5 \cdot 10^7$	400
Полиэтилен	0	0,235
Грунт	0	1,0

Принимаем следующие допущения:

1) Считаем, что плотность тока по сечению провода распределена равномерно (поверхностным эффектом пренебрегаем).

2) Кабель имеет идеальную цилиндрическую конструкцию. Окружающее пространство также обладает осевой симметрией. Параметры кабеля и окружающей среды не меняются по его длине (плоскопараллельная симметрия). В этом случае тепло распространяется равномерно от оси кабеля к его поверхности и далее в окружающую среду, при этом в результате процесса теплопередачи в сечении кабеля образуются изотермы, представляющие собой концентрические окружности.

3) Температуру окружающей среды считаем постоянной $T_{cp} = 10^{\circ}\text{C}$, на границе расчётной области принимаем краевое условие третьего рода с коэффициентом $a = \lambda_2 = 1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$.

4) Коэффициент теплопроводности λ зависит от температуры и в общем виде его обычно определяют по формуле $\lambda = \lambda_0(1 + b \cdot T)$, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$, где λ_0 – коэффициент теплопроводности вещества при температуре 0°C ; b – коэффициент пропорциональности. Величины λ_0 и b определяются по справочным данным. В нашем случае в связи с незначительным перепадом температур используем средние значения λ , пренебрегая её температурной зависимостью.

Математическая модель теплового поля в плоскости сечения кабеля

За единицу времени в жиле выделяется теплота Q , Дж, количество которой определяется формулой Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2 \cdot R, \quad (2.36)$$

с объёмной плотностью тепловыделения

$$q_v = \frac{\delta^2}{\gamma_{Cu}}, \quad (2.37)$$

где $\delta = \frac{I}{S}$ – плотность тока, $\text{А}/\text{м}^2$, S – площадь поперечного сечения проводника, м^2 .

При этом часть тепла идет на нагрев жилы кабеля, а часть передается изоляции, нагревая ее, оставшееся тепло за счет возникающего температурного напора уходит в окружающую среду.

Для определения объемной плотности и мощности тепловыделения в качестве элементарных объемов будем рассматривать цилиндрические оболочки с длиной $dL_{\text{каб}}$ и толщиной стенки dr . Стенки этих цилиндров совпадают с изотермами температурного поля, образованного в процессе теплопередачи.

Уравнение Фурье (1.1) для стационарного теплового поля с учетом осевой симметрии запишем в цилиндрической системе координат:

$$\lambda \frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)}{\partial r} = -\frac{\delta^2}{\gamma}. \quad (2.38)$$

Правая часть уравнения определяет способность материала проводить тепло за счет температурного напора между соседними элементарными объемами на расстоянии $(r - \partial r)$ и $(r + \partial r)$, м, от оси кабеля. При этом в случае одинаковых перепадов температур между точками, расположенными на расстоянии $(r - \partial r)$ и r и точками, расположенными на расстоянии r и $(r + \partial r)$, изменения температуры элементарного объема за счет переноса тепла через него не произойдет. Левая часть определяет выделение тепла в элементарном объеме при протекании по нему электрического тока и не зависит от расположения элементарного объема относительно оси кабеля. Тепло, выделяемое элементарным объемом в пределах радиуса жилы, в этом случае зависит от тока, удельного сопротивления материала и сечения проводника.

Для решения в соответствии с рис. 2.11 выделим четыре основные (кусочно-однородные) области с координатами по r :

- токопроводящая жила ($0 < r < r_1$);
- изоляция из сшитого полиэтилена ($r_1 < r < r_2$);
- токопроводящий экран ($r_2 < r < r_3$);
- внешняя изоляция кабеля ($r_3 < r < r_4$);
- грунт (песчано-гравийная смесь) ($r_4 < r < r_5$).

Нулевое значение r находится на оси кабеля, r_5 лежит на границе расчётной области (рис. 2.11).

Плотность тока, в модели, выразим кусочно-заданной функцией:

$$\delta = \begin{cases} \delta_{\text{ж}} = \frac{I_{\text{ж}}}{S_{\text{ж}}}; & 0 < r \leq r_1; \\ \delta_{\text{и}} = 0; & r_1 < r \leq r_2; \\ \delta_{\text{э}} = \frac{I_{\text{э}}}{S_{\text{э}}}; & r_2 < r \leq r_3; \\ \delta_{\text{о}} = 0; & r_3 < r. \end{cases} \quad (2.39)$$

Интегрируя уравнение (2.38) последовательно для каждой области (1-5) с учётом (2.39), получаем формулу распределения температуры в сечении кабеля и окружающего грунта, представленную в следующем виде:

$$T(r) = \begin{cases} -\frac{\delta_{\text{ж}}^2}{\gamma_{\text{ж}} \lambda_{\text{ж}}} \frac{r^2}{4} + C_1 \ln(r) + C_2; & (0 \leq r \leq r_1); \\ C_3 \ln(r) + C_4; & (r_1 \leq r \leq r_2); \\ -\frac{\delta_{\text{э}}^2}{\gamma_{\text{э}} \lambda_{\text{э}}} \frac{r^2}{4} + C_5 \ln(r) + C_6; & (r_2 \leq r \leq r_3); \\ C_7 \ln(r) + C_8; & (r_3 \leq r \leq r_4); \\ C_9 \ln(r) + C_{10}; & (r_4 \leq r \leq r_5), \end{cases} \quad (2.40)$$

где $\lambda_{\text{ж}}$, $\lambda_{\text{э}}$ – теплопроводности жилы и экрана соответственно, Вт/(м·К); $C_1 \div C_{10}$ постоянные интегрирования подлежащие определению; $\gamma_{\text{ж}}$, $\gamma_{\text{э}}$ – эквивалентные электропроводности жилы и экрана соответственно, См/м, определяемые по следующим формулам:

$$\gamma_{\text{ж}} = \gamma_{\text{Cu}} \frac{S_{\text{ж}}}{\pi r_1^2} = 5 \cdot 10^7 \frac{1200}{\pi \cdot 21,4^2} = 4,17 \cdot 10^7 \text{ (См/м)}; \quad (2.41)$$

$$\gamma_{\text{э}} = \gamma_{\text{Cu}} \frac{S_{\text{э}}}{\pi (r_3^2 - r_2^2)} = 5 \cdot 10^7 \frac{185}{\pi \cdot (48,9^2 - 46,9^2)} = 4,828 \cdot 10^7 \text{ (См/м)}. \quad (2.42)$$

Учитывая, что тепловой поток связан с температурой уравнением

$$q(r) = -\text{grad}(T) = -\lambda \frac{dT}{dr}, \quad (2.43)$$

получаем кусочно-заданную зависимость теплового потока q от радиуса r в сечении кабеля и окружающем пространстве:

$$q(r) = \begin{cases} \frac{\delta_{жс}^2}{\gamma_{жс}} \frac{r}{2} - \lambda_{жс} \frac{C_1}{r}; & (0 \leq r \leq r_1); \\ -\lambda_u \frac{C_3}{r}; & (r_1 \leq r \leq r_2); \\ \frac{\delta_э^2}{\gamma_э} \frac{r}{2} - \lambda_э \frac{C_5}{r}; & (r_2 \leq r \leq r_3); \\ -\lambda_o \frac{C_7}{r}; & (r_3 \leq r \leq r_4); \\ -\lambda_z \frac{C_9}{r}; & (r_4 \leq r \leq r_5), \end{cases} \quad (2.44)$$

где $\lambda_{жс}$, λ_u , $\lambda_э$, λ_o , λ_z – теплопроводности жилы, основной изоляции, экрана, внешней оболочки и грунта соответственно, Вт/(м·К).

В соответствии с допущениями на внешней границе расчётной области предполагаем, одну и ту же температуру T_{cp} . Плотность теплового потока q , Вт/м², через внешнюю граничную поверхность в соответствии с граничным условием теплообмена третьего рода для стационарного режима определяется по закону Ньютона-Рихмана:

$$q = \alpha(T - T_{cp}). \quad (2.45)$$

При $r=0$ имеет место частный случай граничного условия второго рода адиабатическая граница с тепловым потоком равным нулю. На внутренних границах с $r_1 \div r_4$, используем граничное условие четвёртого рода (равенство температур и равенство потоков тепла для граничащих сред). То есть

$$\begin{aligned} q_{жс}(0) = 0; \quad q_{жс}(r_1) = q_u(r_1); \quad q_u(r_2) = q_э(r_2); \quad q_э(r_3) = q_o(r_3); \\ q_o(r_4) = q_z(r_4); \quad q_z(r_5) = \alpha(T - T_{cp}), \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$T_{жс}(r_1) = T_u(r_1); \quad T_u(r_2) = T_э(r_2); \quad T_э(r_3) = T_o(r_3); \quad T_o(r_4) = T_z(r_4); \quad T_z(r_5) = T_{cp}, \quad (2.47)$$

где $q_{жс}$, q_u , $q_э$, q_o , q_z – плотности тепловых потоков в жиле, изоляции, экране, оболочке и грунте соответственно, Вт/м²; $T_{жс}$, T_u , $T_э$, T_o , T_z – Температуры в жиле, изоляции, экране, оболочке и грунте соответственно, °С.

Используя условия (2.46) и уравнение (2.44) определяем постоянные интегрирования $C_{1,3,5,7,9,10}$:

$$\begin{aligned}
C_1 = 0; C_3 = -\frac{\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2}{2\lambda_u}; C_5 = -\frac{\delta_{\text{э}}^2 r_2^2 - \delta_{\text{жс}}^2 r_1^2}{2\lambda_{\text{э}}}; C_7 = \frac{-\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2 - \delta_{\text{э}}^2 (r_3^2 - r_2^2)}{2\lambda_o}; \\
C_9 = \frac{-\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2 - \delta_{\text{э}}^2 (r_3^2 - r_2^2)}{2\lambda_{\text{э}}}; C_{10} = \frac{\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2 + \delta_{\text{э}}^2 (r_3^2 - r_2^2)}{2\alpha r_5} + \frac{\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2 + \delta_{\text{э}}^2 (r_3^2 - r_2^2)}{2\lambda_{\text{э}}} \ln(r_5) + T_{\text{ср}}.
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Используя условия (2.47) и уравнение (2.40) определяем остальные постоянные интегрирования:

$$\begin{aligned}
C_2 = \frac{\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2}{2\lambda_u} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2}{2\lambda_{\text{жс}}} + T(r_2); \\
C_4 = \frac{\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2 - \delta_{\text{э}}^2 r_2^2}{2\lambda_{\text{э}}} \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right) + \frac{\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2}{2\lambda_u} \ln(r_2) + \frac{\delta_{\text{э}}^2 (r_3^2 - r_2^2)}{2\lambda_{\text{э}}} + T(r_3); \\
C_6 = \frac{\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2 + \delta_{\text{э}}^2 (r_3^2 - r_2^2)}{2\lambda_o} \ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right) + \frac{\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2 - \delta_{\text{э}}^2 r_2^2}{2\lambda_{\text{э}}} \ln(r_3) + \frac{\delta_{\text{э}}^2 r_3^2}{2\lambda_{\text{э}}} + T(r_4); \\
C_8 = \frac{\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2 + \delta_{\text{э}}^2 (r_3^2 - r_2^2)}{2\lambda_{\text{э}}} \ln\left(\frac{r_5}{r_4}\right) + \frac{\delta_{\text{жс}}^2 r_1^2 - \delta_{\text{э}}^2 (r_3^2 - r_2^2)}{2\lambda_o} \ln(r_4) + T(r_5).
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Теперь с учётом того, что $S_{\text{жс}} = \pi r_1^2$ (м²) – площадь поперечного сечения жилы, а $S_{\text{эс}} = \pi(r_3^2 - r_2^2)$ (м²) – площадь поперечного сечения экрана, подставляем (2.48) и (2.49) в уравнение (2.40) и переписываем его в обратном порядке:

$$T(r) = \begin{cases} T_{\text{ср}} + \frac{1}{2\pi \cdot r_5 \cdot \alpha} \left(\frac{\delta_{\text{жс}}^2}{\gamma_{\text{жс}}} S_{\text{жс}} + \frac{\delta_{\text{э}}^2}{\gamma_{\text{э}}} S_{\text{э}} \right); & (r = r_5); \\ T(r_5) + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_{\text{э}}} \left(\frac{\delta_{\text{жс}}^2}{\gamma_{\text{жс}}} S_{\text{жс}} + \frac{\delta_{\text{э}}^2}{\gamma_{\text{э}}} S_{\text{э}} \right) \ln\left(\frac{r_5}{r}\right); & (r_4 \leq r \leq r_5); \\ T(r_4) + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_u} \left(\frac{\delta_{\text{жс}}^2}{\gamma_{\text{жс}}} S_{\text{жс}} + \frac{\delta_{\text{э}}^2}{\gamma_{\text{э}}} S_{\text{э}} \right) \ln\left(\frac{r_4}{r}\right); & (r_3 \leq r \leq r_4); \\ T(r_3) + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_{\text{э}}} \left(\frac{\delta_{\text{жс}}^2}{\gamma_{\text{жс}}} S_{\text{жс}} - \frac{\delta_{\text{э}}^2}{\gamma_{\text{э}}} \pi r_2^2 \right) \ln\left(\frac{r_3}{r}\right) + \frac{\delta_{\text{э}}^2}{\gamma_{\text{э}} \cdot 4\lambda} (r_3^2 - r^2); & (r_2 \leq r \leq r_3); \\ T(r_2) + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_o} \frac{\delta_{\text{жс}}^2}{\gamma_{\text{жс}}} S_{\text{жс}} \ln\left(\frac{r_2}{r}\right); & (r_1 \leq r \leq r_2); \\ T(r_1) + \frac{\delta_{\text{жс}}^2}{\gamma_{\text{жс}} \cdot 4\lambda_{\text{жс}}} (r_1^2 - r^2); & (0 \leq r \leq r_1). \end{cases} \tag{2.50}$$

Расчёт распределения температуры в сечении кабеля рассматриваемой конструкции

Прежде чем выполнить расчёт распределения температуры по сечению кабеля, необходимо задать некоторые параметры:

- Так как стандартная глубина погружения кабеля $1.5 \div 2$ м, значение радиуса внешней границы принимаем равным 2 м.

- Токовую нагрузку жилы выбираем в соответствии с допустимой при прокладке кабелей в плоскости, сегментированной жиле и заземлении экранов с двух сторон [93]: $I_{жс} = 1240$ А.

- Величину тока в экране считаем переменной и задаём для неё массив чисел: $I_э = [0, 0,2 \cdot I_{жс}, 0,4 \cdot I_{жс}, 0,6 \cdot I_{жс}] = [0, 248, 496, 744]$ А.

Вычислительный сценарий для выполнения расчётов в программе MATLAB приведён в приложении А. Результаты расчётов приведены на рисунке 2.11.

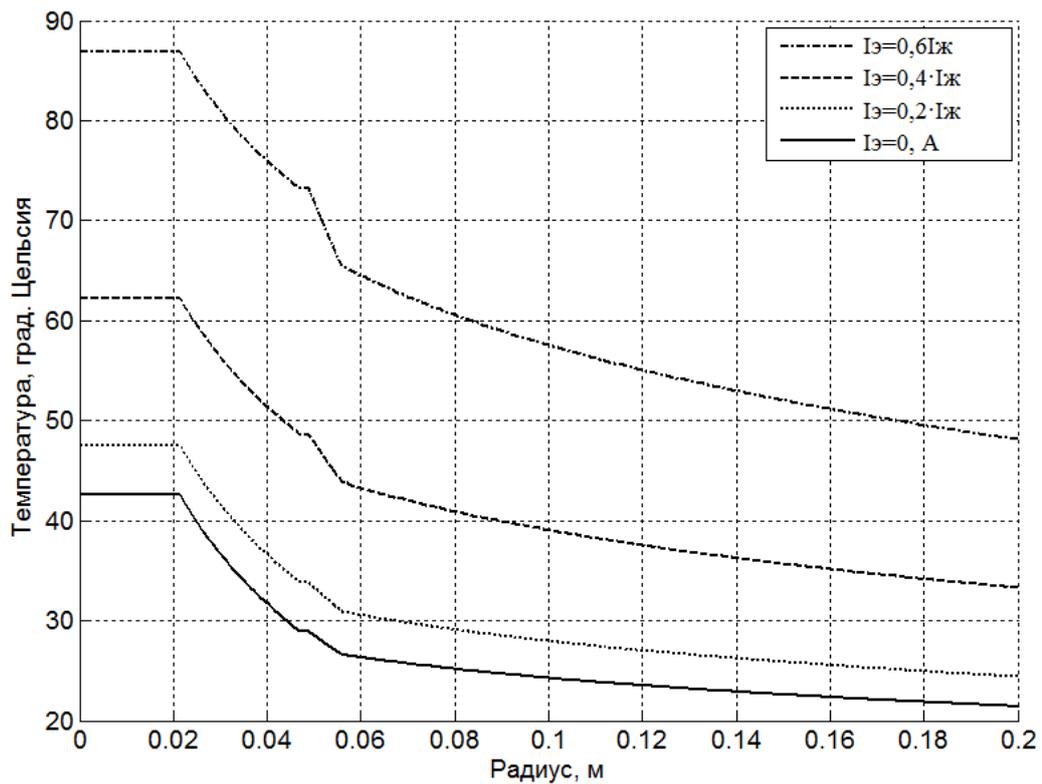


Рис. 2.11. Графики распределения температуры в сечении кабеля и окружающем пространстве

В приложении Б приведено описание построения компьютерной модели установившегося теплового поля на основе метода конечных элементов. На рисунке 2.12 и 2.13 приведены сетка конечных элементов области расчёта, картина

температурного поля при $k = 0,6$ и графики распределения температуры при различных значениях k .

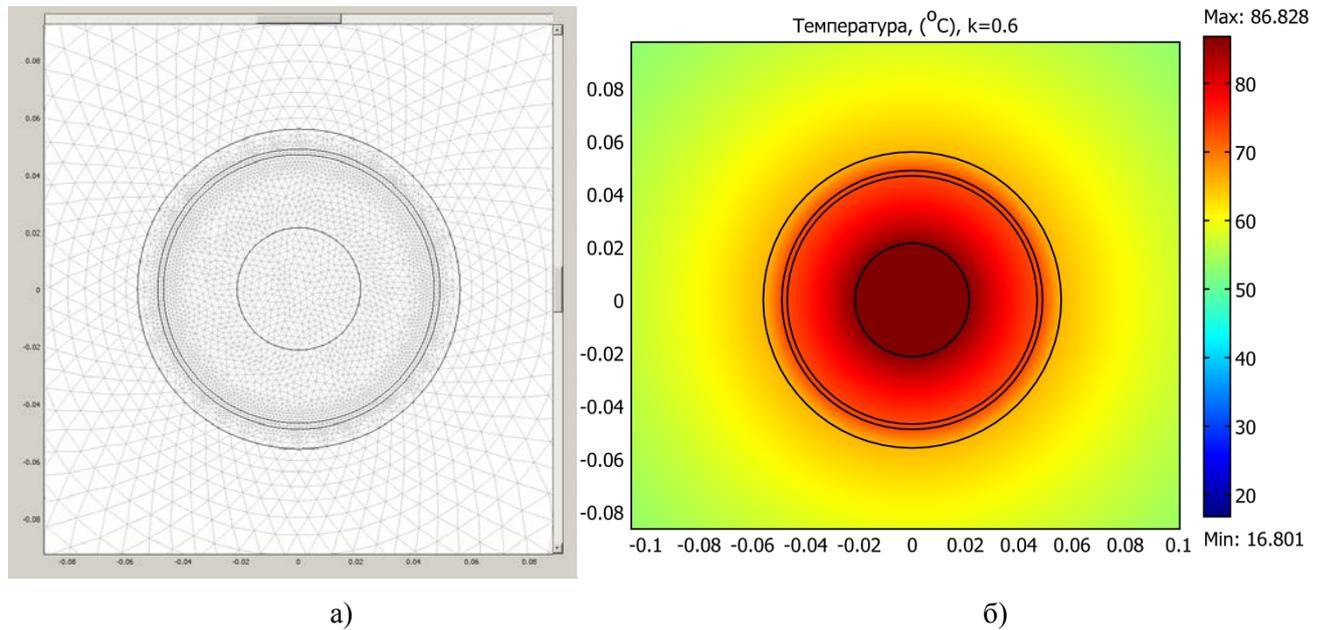


Рис. 2.12. Сетка конечных элементов расчётной области (а) и картина температурного поля (б) при $k = 0,6$

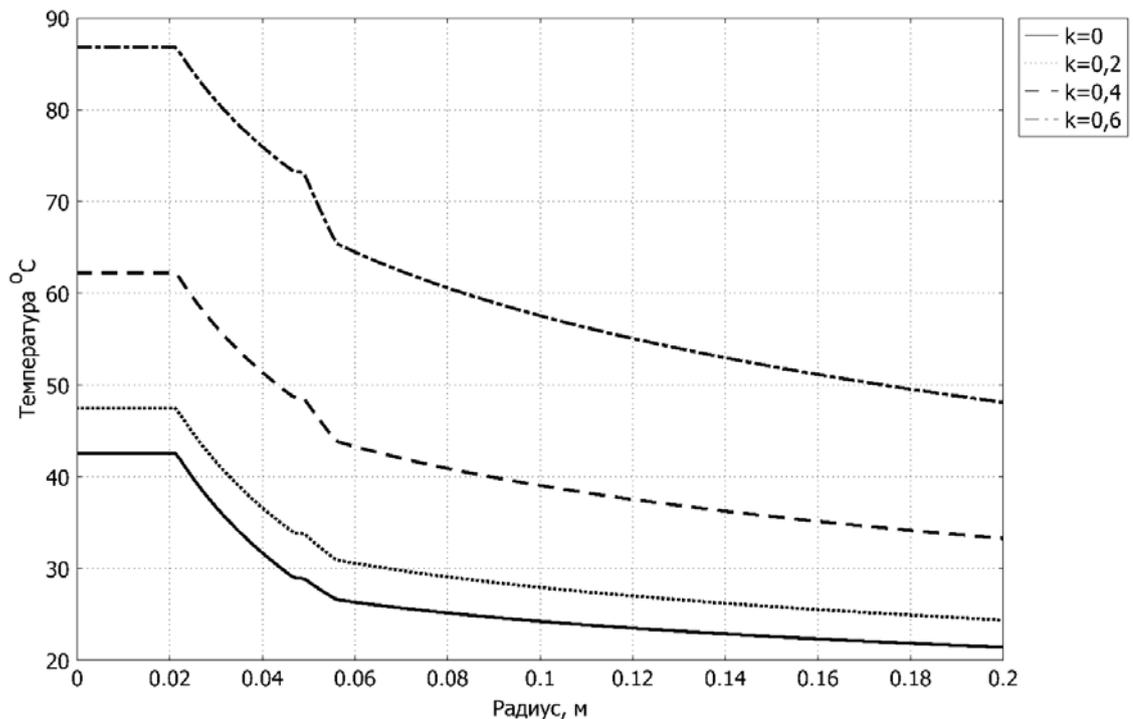


Рис. 2.13. Графики распределения температуры в сечении кабеля и окружающем пространстве

Для возможности более точно сопоставить результаты расчёта, приведём значения максимальных температур в сечении кабеля при различных значениях k , рассчитанных аналитическим и численным методами (таблица 2.6).

Таблица 2.6. Сопоставление аналитического и численного расчётов по температуре жилы при различных значениях k

Значение параметра k	Температура жилы, аналитический расчёт, °С	Температура жилы, численный расчёт, °С	Относительная погрешность, %
0	43	43	0
0,2	47	47	0
0,4	62	62	0
0,6	87	87	0

На основе визуального сопоставления графиков, изображённых на рисунках 2.11 и 2.13, и значений температуры, представленных в таблице 2.6, можно сделать вывод о совпадении результатов расчёта и корректности модели теплового поля построенной на основе метода конечных элементов.

На приведённых графиках отчётливо видна слабая, почти нулевая, зависимость распределения температуры высокотеплопроводных элементов - жилы и экрана кабеля (горизонтальные полки на графиках). Вследствие этого температуру в объёме жилы и на её поверхности можно считать одинаковой.

В объёме изоляции из сшитого полиэтилена наблюдается большой градиент температур, что приводит к существенной разнице температуры экрана кабеля, где устанавливаются датчики температуры, и температуры жилы.

2.4. Анализ влияния выбора граничных условий на результаты моделирования стационарного теплового поля и разработка способа формулирования открытых граничных условий

2.4.1. Анализ влияния граничных условий на результат решения задачи численным методом

Результат решения задачи, рассмотренной в предыдущем разделе, зависит от выбора радиуса внешней границы. В этом легко убедиться, если вычислить температуру в центре жилы при изменении радиуса внешней границы в пределах $0,2 \text{ м} \leq r_{\text{внеш}} \leq 20 \text{ м}$ на основе решения уравнения теплопроводности Фурье, рассмотренного в разделе 2.4. Вычислительный сценарий для расчёта зависимости $T_{\text{жс}}(r_{\text{внеш}})$ приведён в приложении В. Результат вычислений приведён на рисунке 2.14.

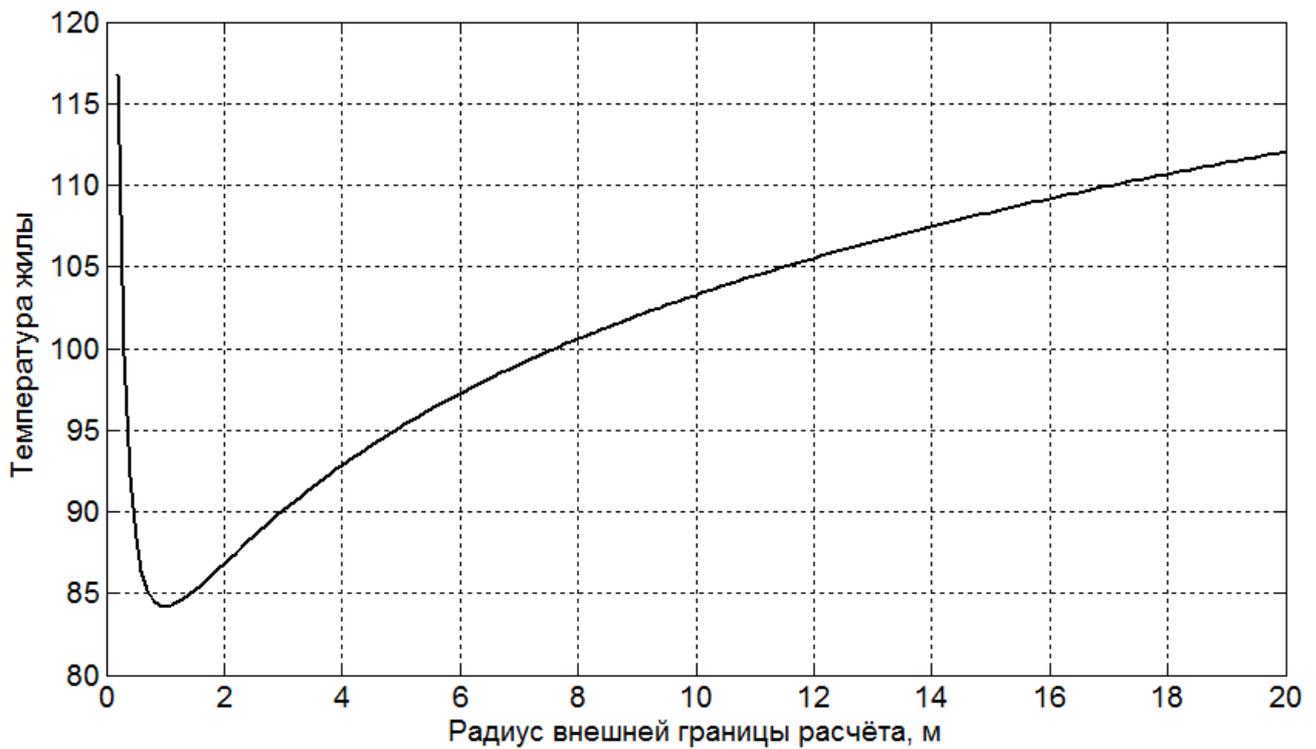


Рис. 2.14. График зависимости температуры в центре жилы от радиуса внешней границы модели при граничных условиях третьего рода

Задача расчёта распределения температуры в сечении кабеля при $r_{внеш} = \infty$ не имеет практической значимости для кабельных линий при всех существующих способах прокладки, так как в этих случаях условия теплоотвода и геометрия окружающего пространства другие.

Если рассматривать кабель, проложенный под землёй на некоторой глубине h (рис. 2.15), то на границе, соответствующей поверхности земли, обычно принимают в качестве граничных условий – условия третьего рода с коэффициентом теплоотдачи, определяемым по различным эмпирическим формулам, либо опытным путём. В данных исследованиях для определения коэффициента теплоотдачи будем использовать эмпирическую формулу

$$\alpha = 1,163\sqrt{v_e} \left(6 + 3,1 \frac{T_B - T}{v_e^2} \right), \quad (2.51)$$

так как она учитывает не только аэродинамические (v_e , м/с – скорость ветра), но и температурные (T_B , °С – температура воздуха) факторы [16].

Область грунта можно считать полубесконечным пространством с теплопроводностью $\lambda_{гр}$.

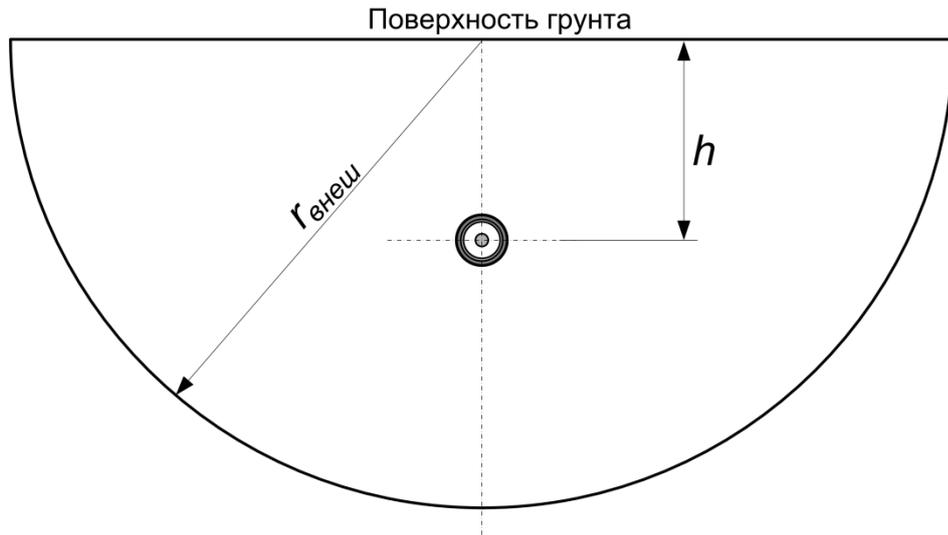


Рис. 2.15. Коаксиальный кабель, проложенный в грунте на глубине h

Для границы расчётной области, находящейся в грунте можно использовать весь ряд граничных условий, применяемых при решении уравнения теплопроводности. В работах Грешнякова Г.В., Дубницкого С.Д., Дж. Андерса (George J. Anders), Навалихиной Е.Ю., Труфановой Н.М., Титкова В.В., Дудкина С.М., Тукуева П.Д. и др. для границы области расчёта, проходящей в грунте, как правило, принимают известную температуру на границе (T_{cp}) либо нулевой нормальный тепловой поток ($q_n = 0$) соответственно. Для соблюдения приемлемой точности определения максимальной температуры в сечении кабельной линии при таких условиях необходимо отодвигать границу от источника тепла на некоторое расстояние.

Проанализируем картину теплового поля и зависимость $T_{ж}(r_{внеш})$ для граничных условий первого рода при известной температуре на границе расчётной области, и второго рода при нулевом нормальном тепловом потоке на границе.

На рисунках 2.16 и 2.17 представлены картины тепловых полей в сечении кабеля и окружающем пространстве при граничных условиях первого ($T_{cp} = 10\text{ °C}$) и второго ($q_n = 0$) родов соответственно. Тепловые поля изображены с помощью изотерм и силовых линий теплового потока при $r_{внеш} = 9\text{ м}$. Расчёты производились при следующих исходных данных:

- геометрические и тепловые параметры конструкции кабеля приняты в соответствии с данными таблиц 2.4, 2.5;
- эквивалентные проводимости жилы и экрана определены по формулам (2.41) и (2.42);
- глубина прокладки $h = 1,5\text{ м}$;

- величина температуры воздуха $T_B = 10\text{ }^\circ\text{C}$;
- величина тока в жиле $I_{жс} = 1240\text{ A}$;
- коэффициент тока в экране $k = 0,6$;
- скорость ветра $v = 2\text{ м/с}$.

Сетка конечных элементов была создана автоматически при установке качества «Extremely fine», с количеством треугольных элементов 14614. Время расчёта модели 2,777 с на компьютере с процессором Intel Core 2 Duo 2,26 ГГц и 64 разрядной операционной системой.

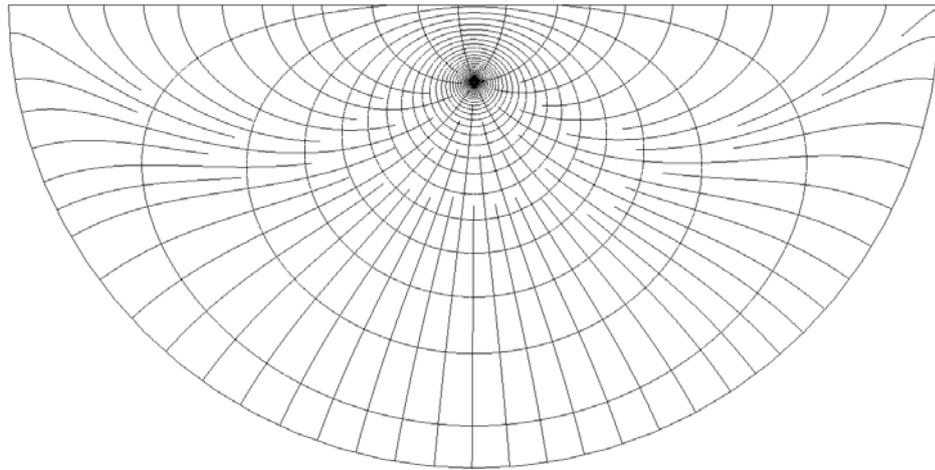


Рис. 2.16. Картина теплового поля в сечении кабеля и окружающем пространстве при граничных условиях первого рода ($T_{cp} = 10\text{ }^\circ\text{C}$)

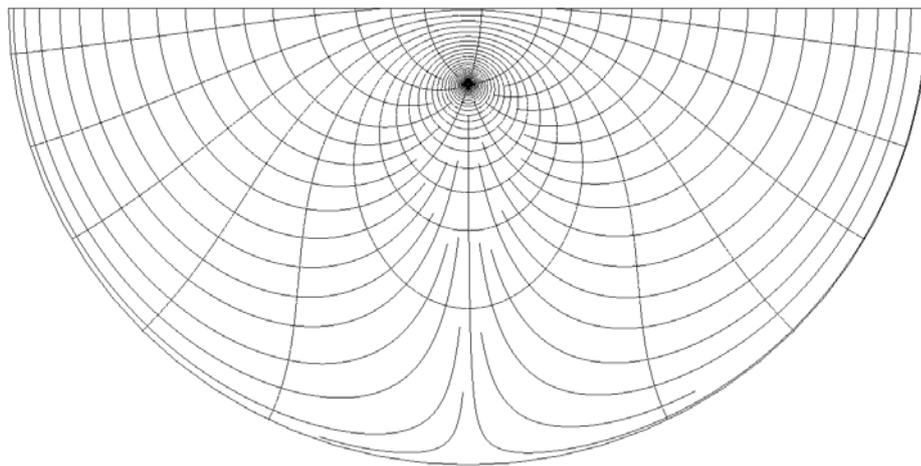


Рис. 2.17. Картина теплового поля в сечении кабеля и окружающем пространстве при граничных условиях второго рода ($q_n = 0$)

Известно, что картина теплового поля в однородном грунте вокруг линейного источника тепла, проложенного на некоторой глубине h от поверхности земли, должна соответствовать картине плоскопараллельного электростатического поля вокруг двух

противоположно заряженных осей [19]. Из рисунков 2.16, 2.17 видно, что тепловое поле искажено в обоих случаях выбора граничных условий и искажение становится более явным по мере удаления от источника тепла.

Построить зависимость температуры в центре жилы можно с помощью приложения COMSOL with Matlab. Для этого необходимо полевую модель сохранить как М-файл с расширением «.m», затем открыть в приложении COMSOL with Matlab и создать вычислительный алгоритм по определению зависимости $T_{жс}(r_{внеш})$ в редакторе М-файлов. Разработанный вычислительный алгоритм представлен в приложении Г.

Графики зависимостей температуры в центре жилы от радиуса нижней границы при граничных условиях первого и второго рода представлены на рисунках 2.18 и 2.19.

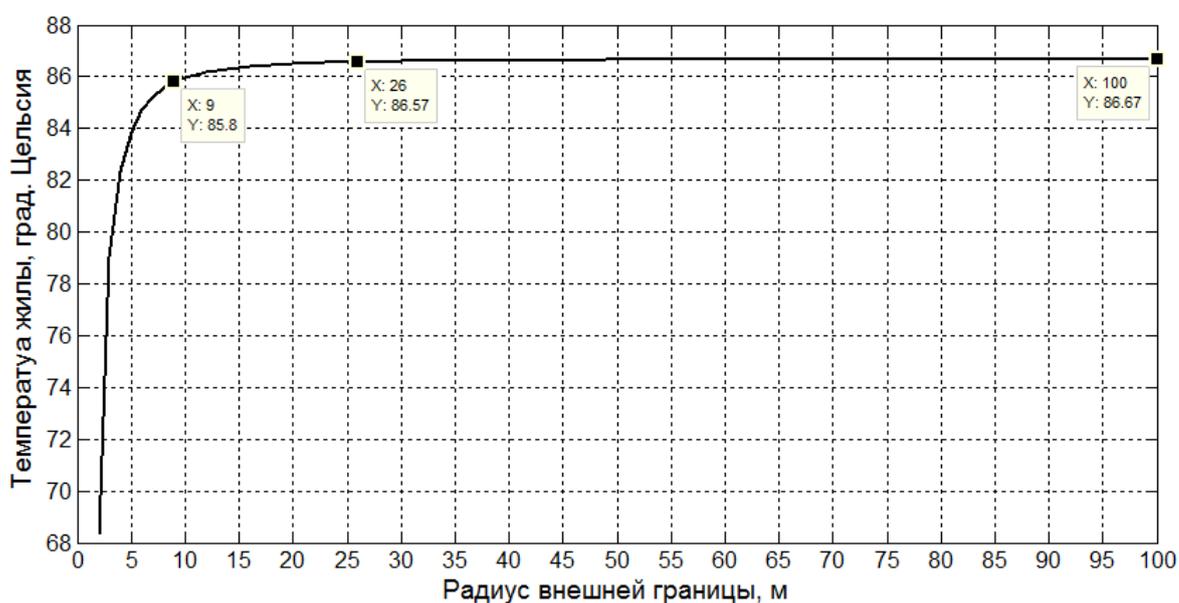


Рис. 2.18. График зависимости температуры в центре жилы от радиуса внешней границы модели при граничных условиях первого рода ($T_{cp} = 10 \text{ }^\circ\text{C}$)

По графикам видно, что температура в центре жилы при отдалении границы от источника тепла в обоих случаях стремится к значению $86,7 \text{ }^\circ\text{C}$. При этом, чтобы добиться точности расчёта в пределах 1%, необходимо соблюдение неравенства: $r_{внеш} \geq 9 \text{ м}$. В этом случае получатся следующие значения температуры жилы: $85,83 \text{ }^\circ\text{C}$ при граничных условиях первого рода ($T_{cp} = 10 \text{ }^\circ\text{C}$) и $87,57 \text{ }^\circ\text{C}$ при граничных условиях второго рода ($q_n = 0$).

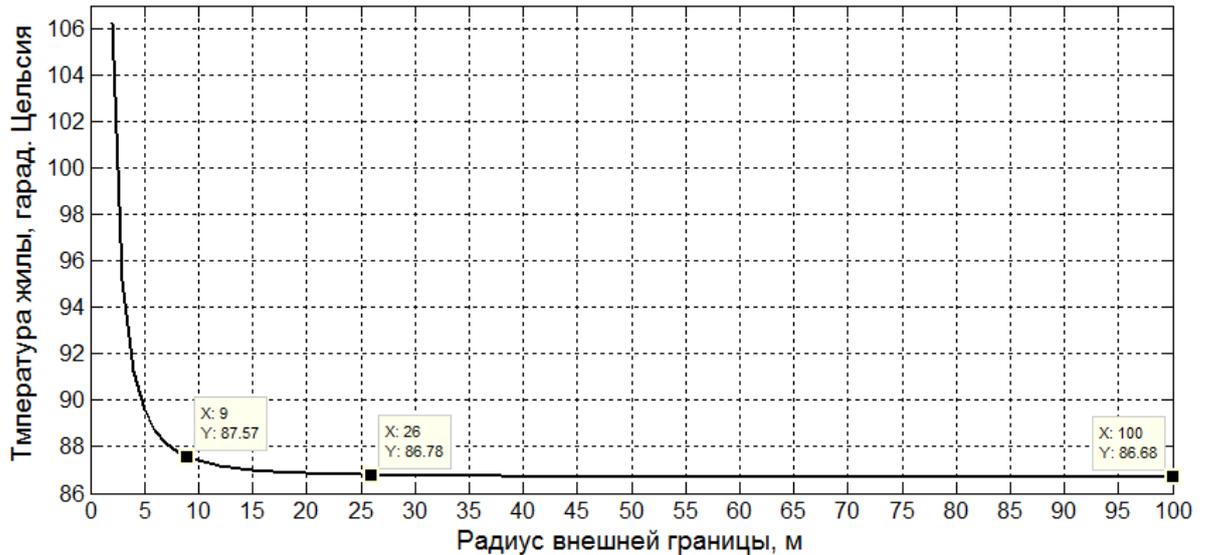


Рис. 2.19. График зависимости температуры в центре жили от радиуса внешней границы модели при граничных условиях второго рода ($q_n = 0$)

2.4.2. Разработка методики определения нормального теплового потока на границе расчётной области

Для получения правильной картины поля, распределение теплового потока на нижней границе в области грунта можно определить методом электротепловой аналогии. В соответствии с этим методом, ввиду того, что распространение теплоты и электричества описывается совершенно аналогичными по форме дифференциальными уравнениями, для решения задач теплопроводности можно использовать методы и приемы, разработанные в теории электротехники.

Вектор теплового потока, проходящего через поверхность нижней полукруглой границы (рис. 2.15), q , Вт/м², соответствует вектору электрической индукции D , Кл/м², в электростатическом поле бесконечно длинной тонкой заряженной оси с линейной плотностью заряда $+ \tau$, Кл/м, находящейся вблизи границы раздела сред с разными диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 , Ф/м (рис. 2.20). Причём, для данного случая, по аналогии с теплопроводностью, $\epsilon_2 \gg \epsilon_1$, так как в воздухе перенос тепла происходит быстрее за счёт перемещения воздушных масс. Вследствие этого при применении метода зеркальных изображений для нижнего полупространства, необходимо отразить заряженную ось с противоположным знаком $- \tau$.

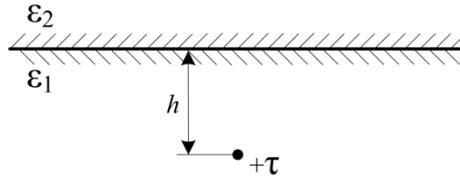


Рис. 2.20. Бесконечно длинная тонкая заряженная ось вблизи границы раздела сред с разными диэлектрическими проницаемостями

Определим тепловой поток q через граничную поверхность методом зеркальных изображений.

Так как $h \gg r_{\text{каб}}$, кабель будем считать бесконечно длинной тонкой осью в которой в единицу времени на единицу длины выделяется теплота

$$Q_k = Q_{жс} + Q_э = \frac{\delta_{жс}^2}{\gamma_{жс}} \cdot S_{жс} + \frac{\delta_э^2}{\gamma_э} \cdot S_э. \quad (2.52)$$

На рисунке 2.21 изображены кабель, его зеркальное изображение и векторы тепловых потоков, подлежащие определению.

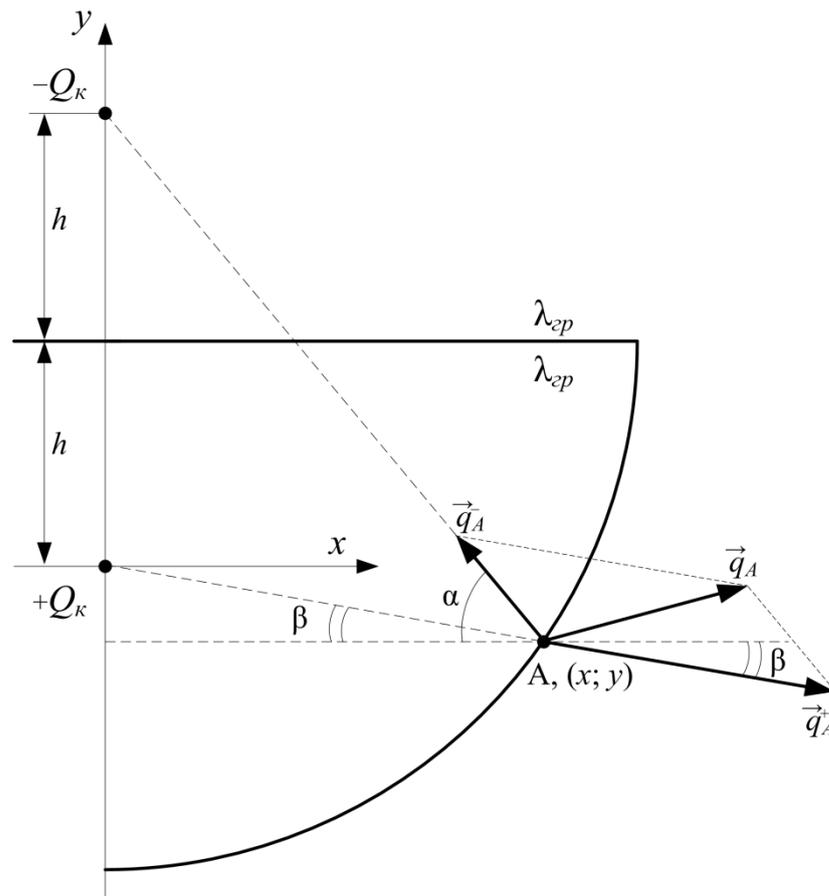


Рис. 2.21. Кабель, его зеркальное изображение и векторы тепловых потоков, подлежащие определению

Результирующий вектор теплового потока в точке А \vec{q}_A по принципу суперпозиции будет равен векторной сумме частичных тепловых потоков от источника $+Q_\kappa$ и стока теплоты $-Q_\kappa$:

$$\vec{q}_A = \vec{q}_A^+ + \vec{q}_A^- . \quad (2.53)$$

Модули частичных тепловых потоков от положительного и отрицательного источников определим по аналогии с формулой для напряжённости электростатического поля заряженной оси E . С учётом того, что $D = \epsilon_a E$, получим

$$q_A^+ = \frac{+Q_\kappa}{2\pi\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad q_A^- = \frac{-Q_\kappa}{2\pi\sqrt{x^2 + (y - 2h)^2}}, \quad (2.54)$$

где x, y – координаты точки А, м.

Модуль результирующего вектора теплового потока можно найти по теореме Пифагора, разложив по координатам q_A^+ и q_A^- :

$$q_{Ax}^+ = q_A^+ \cdot \cos \alpha; \quad q_{Ay}^+ = q_A^+ \cdot \sin \alpha; \quad q_{Ax}^- = q_A^- \cdot \cos \beta; \quad q_{Ay}^- = q_A^- \cdot \sin \beta, \quad (2.55)$$

где

$$\cos \alpha = \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad \sin \alpha = \frac{|y|}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad \cos \beta = \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + (y - 2h)^2}}; \quad \sin \beta = \frac{|y - 2h|}{\sqrt{x^2 + (y - 2h)^2}}. \quad (2.56)$$

Подставив в выражения (2.55) формулы (2.54) и (2.56), с учётом направления координатных составляющих векторов \vec{q}_A^+ и \vec{q}_A^- относительно осей координат, получим

$$q_{Ax}^+ = \frac{Q_\kappa \cdot x}{2\pi(x^2 + y^2)}; \quad q_{Ay}^+ = \frac{Q_\kappa \cdot y}{2\pi(x^2 + y^2)}; \quad q_{Ax}^- = \frac{-Q_\kappa \cdot x}{2\pi(x^2 + (y - 2h)^2)}; \quad q_{Ay}^- = \frac{-Q_\kappa \cdot (y - 2h)}{2\pi(x^2 + (y - 2h)^2)}. \quad (2.57)$$

Тогда

$$q_A = \sqrt{q_{Ax}^2 + q_{Ay}^2}, \quad (2.58)$$

где

$$q_{Ax} = q_{Ax}^+ + q_{Ax}^-; \quad q_{Ay} = q_{Ay}^+ + q_{Ay}^-. \quad (2.59)$$

Теперь найдём модуль проекции вектора теплового потока на нормаль к границе области расчёта \vec{q}_{An} , изображённую на рисунке 2.22.

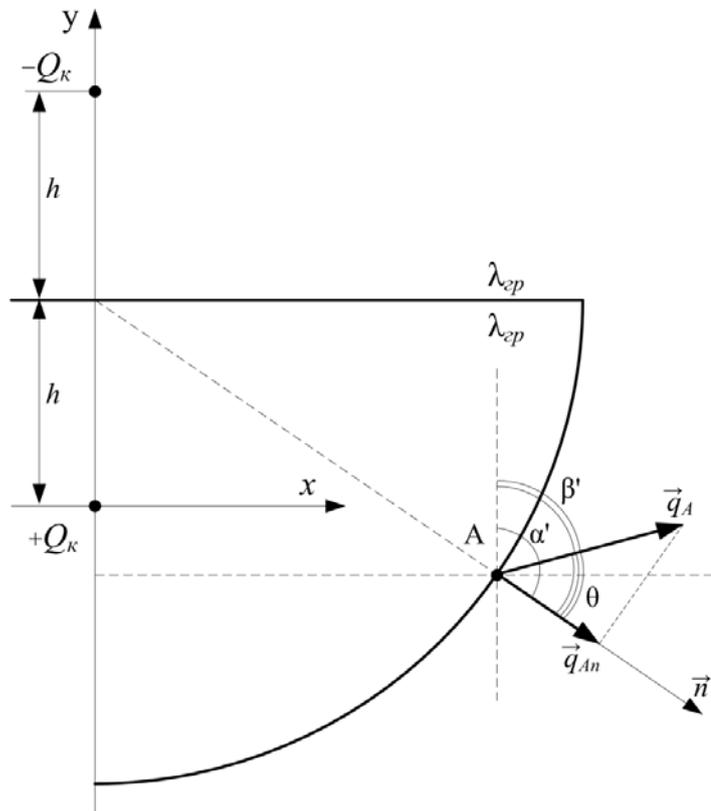


Рис. 2.22. К расчёту проекции вектора теплового потока на нормаль к границе расчётной области

По определению проекции вектора на ось

$$\vec{q}_{An} = \vec{q}_A \cdot \cos \theta. \quad (2.60)$$

Исходя из чертежа на рис. 2.22,

$$\theta = \alpha' - \beta', \quad (2.61)$$

где

$$\beta' = \arccos\left(\frac{q_{Ay}}{q_A}\right); \quad \alpha' = \arccos\left(\frac{y-h}{\sqrt{x^2 + (y-h)^2}}\right). \quad (2.62)$$

Окончательно, подставив (2.61) и (2.62) в (2.60), получим

$$q_{An} = q_A \cdot \cos\left(\arccos\left(\frac{y-h}{\sqrt{x^2 + (y-h)^2}}\right) - \arccos\left(\frac{q_{Ay}}{q_A}\right)\right). \quad (2.63)$$

На рисунке 2.23 представлена картина теплового поля, изображённая с помощью изотерм и силовых линий теплового потока. Расчёт производился при тех же исходных данных, что и в разделе 2.6.1. Радиус нижней полукруглой границы постоянный и равен 3 м, начало координатных осей расположено так же, как и на рисунках 2.21, 2.22.

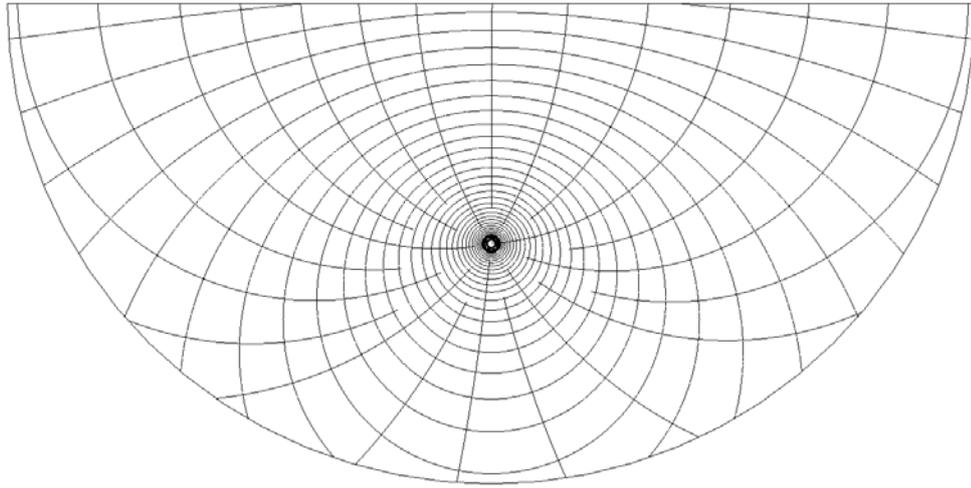


Рис. 2.23. Картина теплового поля в сечении кабеля, проложенного на глубине 1.5 м под землёй, и окружающем пространстве

На рисунке 2.23 видно, что изотермы представляют собой окружности, центры которых смещены по вертикальной оси вниз по мере приближения к поверхности грунта, что подтверждает корректность выведенных формул для потока на нижней полукруглой границе области расчёта. Температура жилы при этом составила 87,06 °С, что означает совпадение результатов расчёта со случаем, когда тепловой поток на нижней границе равен нулю, а радиус границы равен 15 м. Разница в количестве конечных элементов при $r_{внеш} = 15$ м, и $r_{внеш} = 3$ м составила: $14832 - 14114 = 718$.

На рисунке 2.24 представлена зависимость температуры в центре жилы от радиуса внешней границы, полученная с учётом выведенных граничных условий.

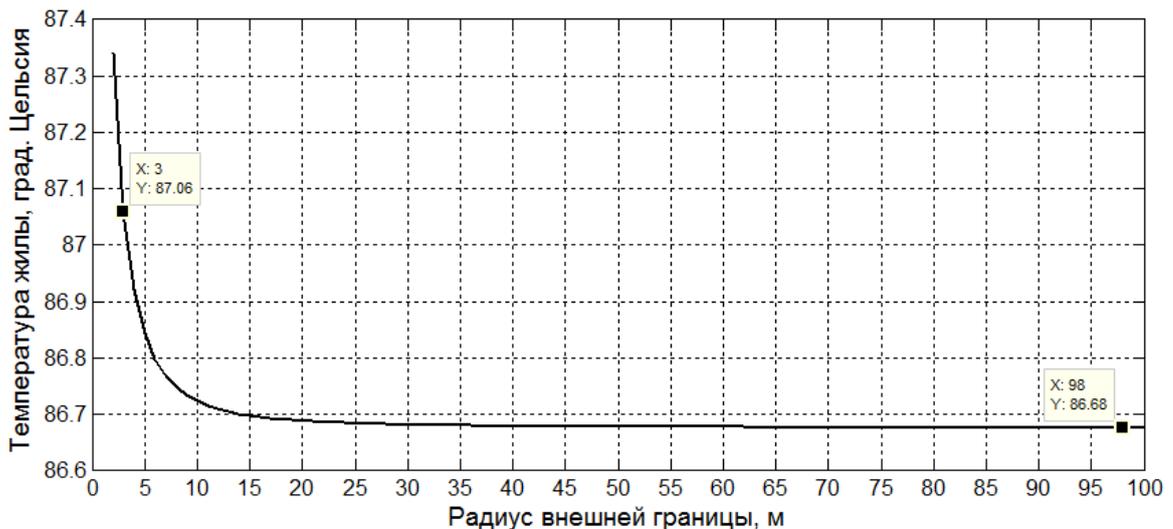


Рис. 2.24. График зависимости температуры в центре жилы от радиуса внешней границы

Из приведённого рисунка можно сделать вывод о том, что предлагаемые граничные условия приводят к более точному результату при меньшем радиусе внешней

границы. Так, в случае, когда на границе $q_n = 0$ точность расчёта в пределах 1 % достигается при $r \geq 9$ м, а в случае с граничными условиями, определёнными по методу зеркальных изображений, уже при $r \geq 2$ м. Разница в количестве конечных элементов при этом составляет: $14614 - 13678 = 936$.

В случае с несколькими кабелями и кабельными линиями формулы для модуля проекции вектора теплового потока на нормаль к границе можно вывести, используя принцип суперпозиции. Рассмотрим два основных варианта расположения фаз в кабельной линии: треугольником и в плоскости. Как и в предыдущем случае, поперечными размерами кабелей пренебрегаем и считаем их длинными бесконечными осями.

На рисунке 2.25 представлена векторная диаграмма, на которой по принципу наложения определён тепловой поток в точке Б, создаваемый частичными тепловыми потоками от фаз кабельной линии, расположенных треугольником и их зеркальных изображений, а также проекция этого теплового потока на нормаль к полукруглой границе.

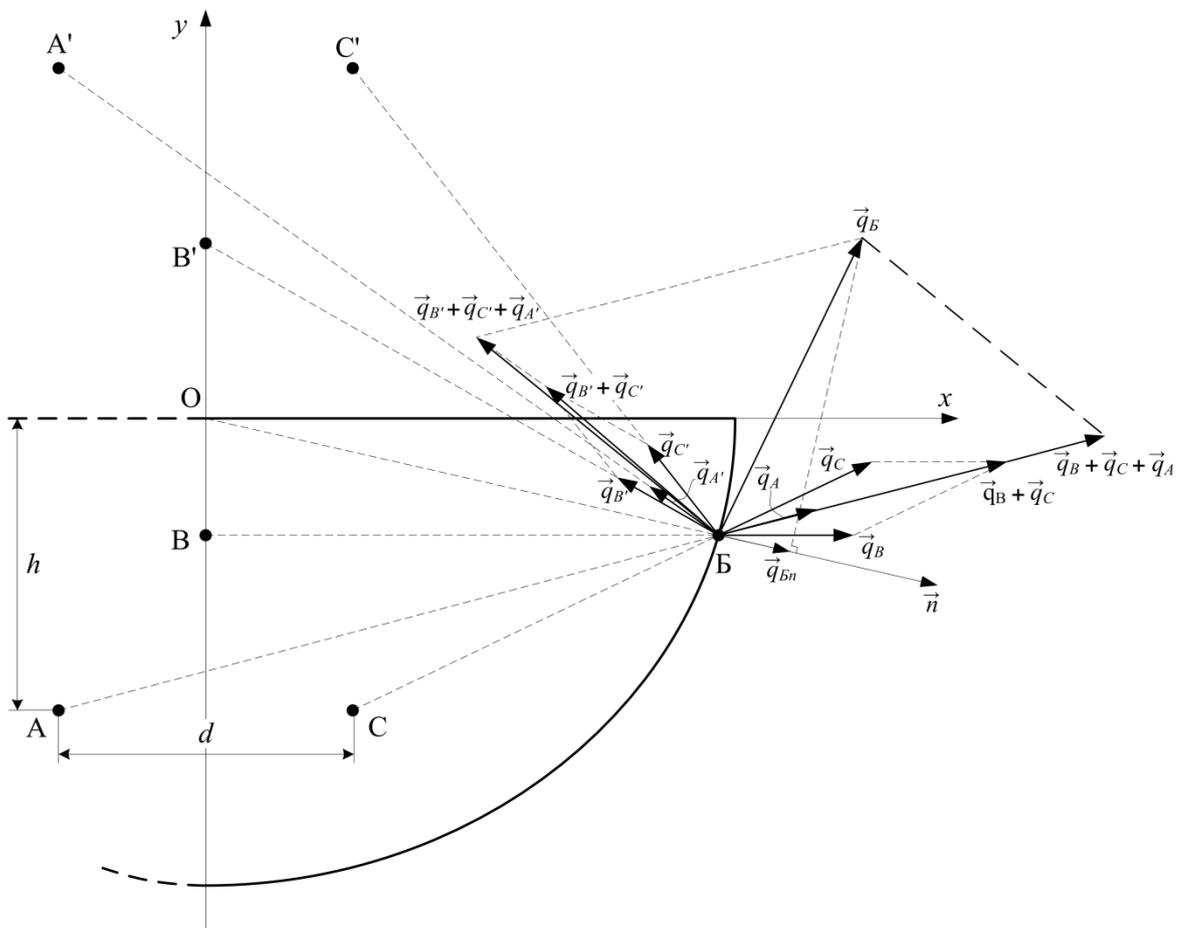


Рис. 2.25. Векторная диаграмма тепловых потоков в точке Б на границе области расчёта для кабелей, расположенных треугольником

Если считать, что тепловыделения в кабелях одинаковые, тогда формулы для проекций векторов частичных тепловых потоков от фаз кабельной линии и их изображений на координатные оси будут иметь следующий вид:

$$q_{Ax} = \frac{Q_{\kappa} \left(x + \frac{d}{2} \right)}{2\pi \left(\left(x + \frac{d}{2} \right)^2 + (y+h)^2 \right)}; \quad q_{Ay} = \frac{Q_{\kappa} (y+h)}{2\pi \left(\left(x + \frac{d}{2} \right)^2 + (y+h)^2 \right)}; \quad (2.64)$$

$$q_{Bx} = \frac{Q_{\kappa} x}{2\pi \left(x^2 + \left(y + h - d \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \right)}; \quad q_{By} = \frac{Q_{\kappa} \left(y + h - d \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{2\pi \left(x^2 + \left(y + h - d \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \right)}; \quad (2.65)$$

$$q_{Cx} = \frac{Q_{\kappa} \left(x - \frac{d}{2} \right)}{2\pi \left(\left(x - \frac{d}{2} \right)^2 + (y+h)^2 \right)}; \quad q_{Cy} = \frac{Q_{\kappa} (y+h)}{2\pi \left(\left(x - \frac{d}{2} \right)^2 + (y+h)^2 \right)}; \quad (2.66)$$

$$q_{A'x} = \frac{-Q_{\kappa} \left(x + \frac{d}{2} \right)}{2\pi \left(\left(x + \frac{d}{2} \right)^2 + (y-h)^2 \right)}; \quad q_{A'y} = \frac{-Q_{\kappa} (y-h)}{2\pi \left(\left(x + \frac{d}{2} \right)^2 + (y-h)^2 \right)}; \quad (2.67)$$

$$q_{B'x} = \frac{-Q_{\kappa} x}{2\pi \left(x^2 + \left(y - h + d \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \right)}; \quad q_{B'y} = \frac{-Q_{\kappa} \left(y - h + d \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{2\pi \left(x^2 + \left(y - h + d \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \right)}; \quad (2.68)$$

$$q_{C'x} = \frac{-Q_{\kappa} \left(x - \frac{d}{2} \right)}{2\pi \left(\left(x - \frac{d}{2} \right)^2 + (y-h)^2 \right)}; \quad q_{C'y} = \frac{-Q_{\kappa} (y-h)}{2\pi \left(\left(x - \frac{d}{2} \right)^2 + (y-h)^2 \right)}. \quad (2.69)$$

Тогда, модуль результирующего вектора теплового потока для точки Б

$$q_B = \sqrt{\left(q_{Ax} + q_{Bx} + q_{Cx} + q_{A'x} + q_{B'x} + q_{C'x} \right)^2 + \left(q_{Ay} + q_{By} + q_{Cy} + q_{A'y} + q_{B'y} + q_{C'y} \right)^2}. \quad (2.70)$$

Проекцию этого вектора на нормаль к границе области расчёта определяем по формуле, аналогичной (2.63), но с учётом смещения начала координат вверх на высоту h :

$$q_{Bn} = q_B \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) - \arccos \left(\frac{q_{By}}{q_B} \right) \right). \quad (2.71)$$

На рисунке 2.26 изображена векторная диаграмма для случая расположения фаз в плоскости. По этому рисунку видно, что изменятся лишь формулы для проекций векторов тепловых потоков от фазы «В» и её зеркального изображения, представленные ниже.

$$q_{Bx} = \frac{Q_\kappa x}{2\pi(x^2 + (y+h)^2)}; \quad q_{By} = \frac{Q_\kappa (y+h)}{2\pi(x^2 + (y+h)^2)}; \quad (2.72)$$

$$q_{B'x} = \frac{-Q_\kappa x}{2\pi(x^2 + (y-h)^2)}; \quad q_{B'y} = \frac{-Q_\kappa (y-h)}{2\pi(x^2 + (y-h)^2)}. \quad (2.73)$$

Результирующий тепловой поток и его проекцию на нормаль определяем по формулам, аналогичным (2.70), (2.71).

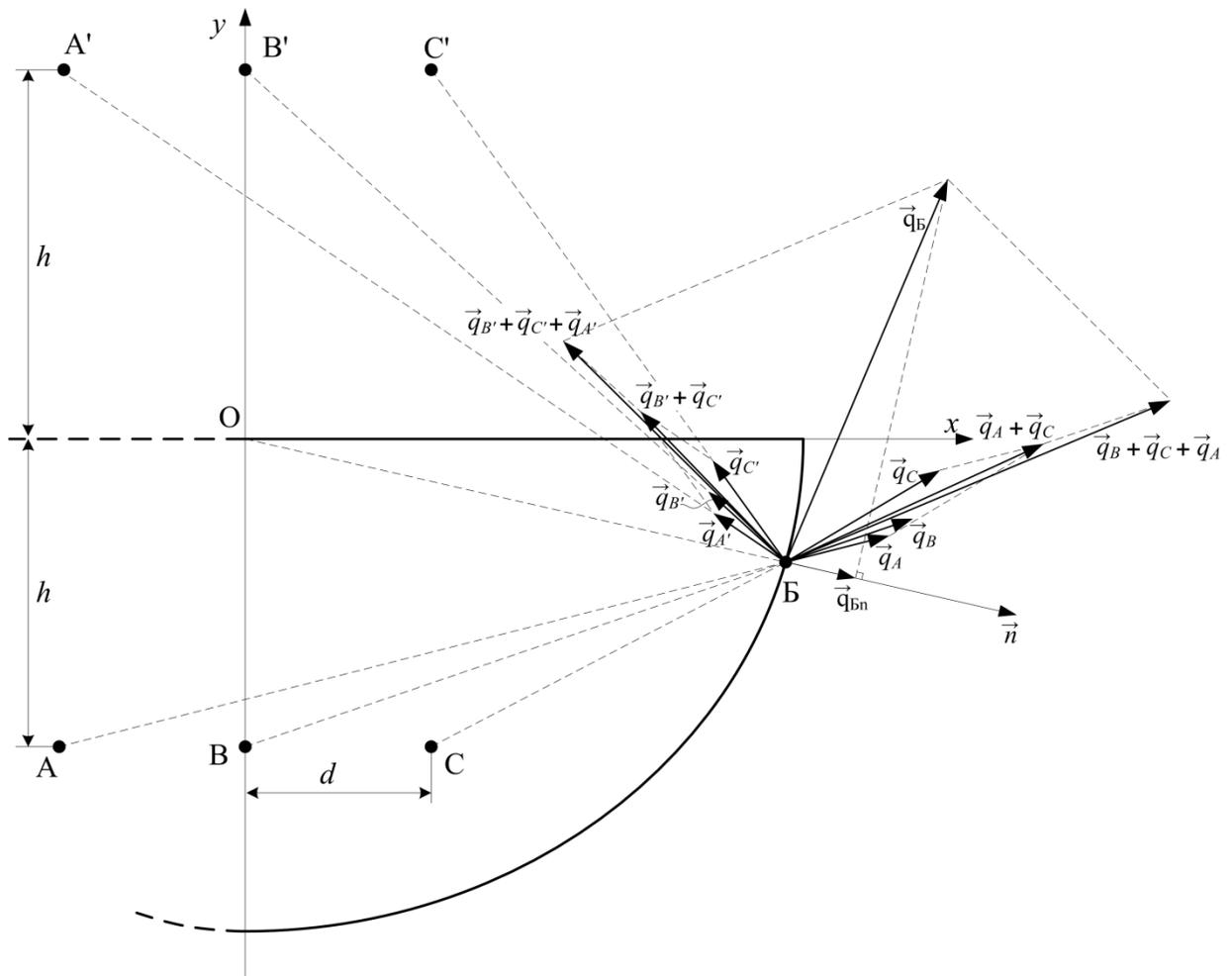


Рис. 2.26. Векторная диаграмма тепловых потоков в точке Б на границе области расчёта для кабелей, расположенных треугольником

Последовательности выражений в окне Global Expression для модели в программе COMSOL Multiphysics для двух случаев расположения фаз кабельной линии (треугольником и в плоскости) приведены в приложении Д. Картины температурных полей в сечении кабельной линии приведены на рисунках 2.27 и 2.28. При этом кабели в обоих случаях сомкнуты друг с другом, поэтому расстояние d равно диаметру фазы кабельной линии. Остальные параметры расчёта приняты такими же, как в случае с одним кабелем, за исключением коэффициента наведённых токов в экранах. Он был принят равным 0,2.

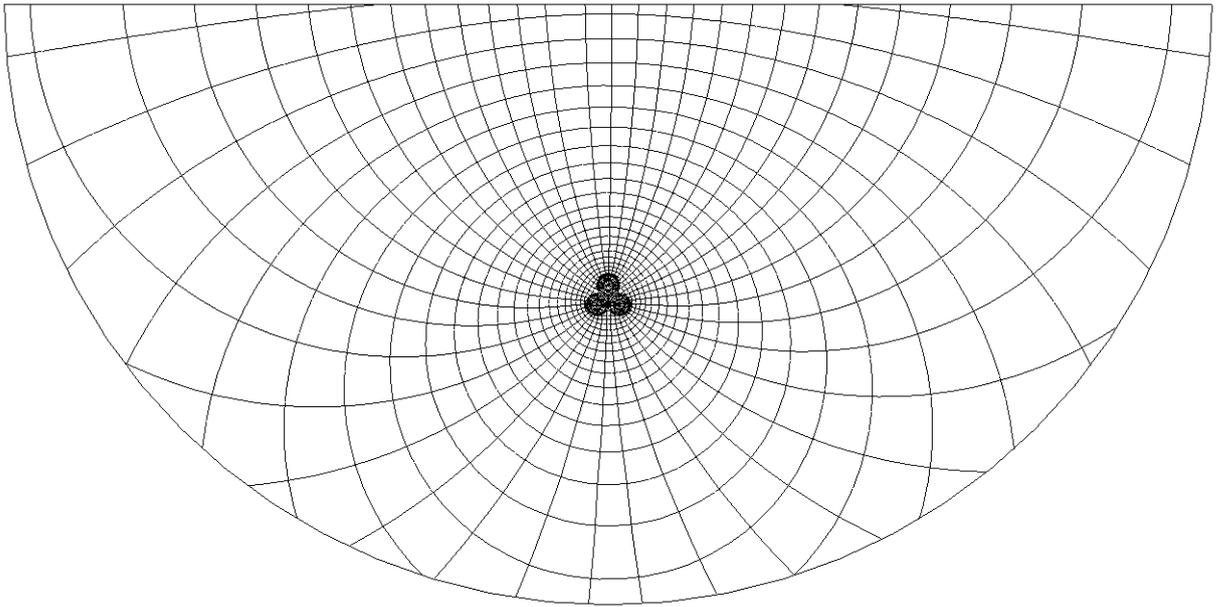


Рис. 2.27. Картина теплового поля кабельной линии при расположении фаз сомкнутым треугольником

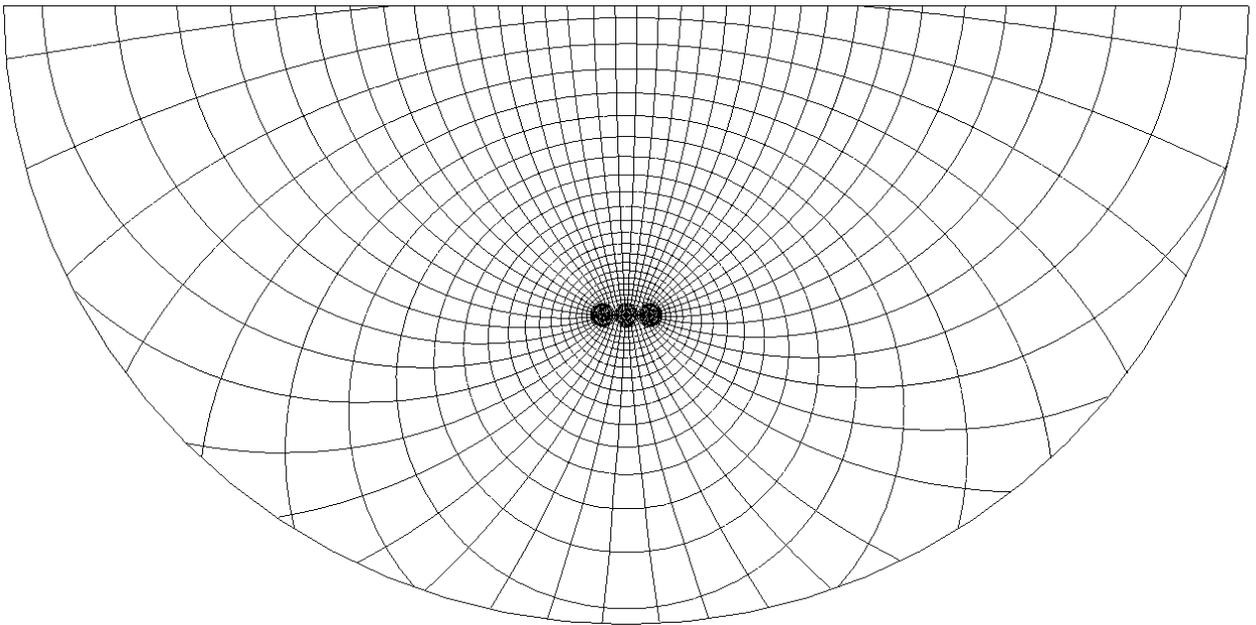


Рис. 2.28. Картина теплового поля в сечении кабельной линии и окружающем её пространстве при расположении фаз в плоскости

Данную методику можно применить и для случая с большим количеством кабелей и кабельных линий. Таким образом, решена задача по расчёту стационарного теплового поля подземной кабельной линии с открытыми граничными условиями, учитывающими бесконечность грунта. При этом область расчёта можно значительно сократить без потери точности вычислений. В этом состоит преимущество и отличие предлагаемых моделей на основе метода конечных элементов, от рассмотренных в работах [9, 58, 10].

Необходимо отметить, что максимальные температуры кабелей в рассмотренных случаях получились практически одинаковыми: 81,2 °С при расположении кабелей треугольником и 81,3 °С при расположении кабелей в плоскости. Это говорит о том, что тепловое влияние кабелей друг на друга в треугольнике и влияние боковых кабелей на центральный кабель в плоскости практически одинаково.

Для оценки влияния расположения фаз на пропускную способность кабельной линии, необходимо учитывать ещё и электромагнитное взаимодействие кабелей, что приводит к необходимости создавать совмещённые (мультифизические) модели теплового и электромагнитного полей.

2.5. Разработка мультифизических моделей для совместного расчёта теплового и электромагнитного полей методом конечных элементов с соединением проводящих частей конструкции кабелей в электрическую цепь

2.5.1. Математическая модель кабельной линии при заземлении экранов кабелей с обоих концов

Произведём совместное решение дифференциальных уравнений электромагнитного поля и теплопроводности методом конечных элементов в программе COMSOL Multiphysics для кабельной линии, токоведущие элементы которой соединены в электрическую цепь, с учётом граничных условий, рассмотренных в разделе 2.4.2.

В модуле Electro-Thermal Interaction математическая модель совмещённых моделей представлена следующими уравнениями:

$$(j\omega\gamma)\dot{A}_z + \operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu_a}\operatorname{rot}(\dot{A}_z)\right) = \gamma\frac{\Delta\dot{U}}{L} + \dot{\delta}_z^e; \quad (2.74)$$

$$\operatorname{div}(\alpha \cdot \operatorname{grad}(T)) + \frac{q_V}{C_V} = \frac{dT}{dt}; \quad (2.75)$$

$$\dot{\delta}_z = -(j\omega\gamma) \dot{A}_z - \gamma \operatorname{grad} \dot{U}; \quad (2.76)$$

$$q_V = \frac{\delta_z^2}{\gamma_0}; \quad (2.77)$$

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha_R (T - 293,15)}, \quad (2.78)$$

где γ_0 – удельная проводимость материала при температуре 20 °С, См/м; α_R – температурный коэффициент сопротивления, 1/К; Т – температура, °К.

Уравнения (2.74) и (2.75) описаны выше. Уравнение (2.76) связывает продольную плотность тока с падением напряжения на массивном проводнике, находящемся в электромагнитном поле и позволяет осуществлять расчёт электрической цепи, содержащей такие проводники. Уравнение (2.77) представляет собой закон Джоуля-Ленца, с помощью которого определяется объёмная плотность тепловыделения в проводнике с учётом электромагнитных эффектов. Последнее соотношение (2.78) определяет температурную зависимость проводимости материала токоведущего элемента.

Рассмотрим случай с тремя коаксиальными кабелями, проложенными в грунте на глубине 1,5 м треугольником и в плоскости без транспозиции экранов, заземлённых с обоих концов кабельной линии, с целью исследовать зависимость результата расчёта теплового поля от радиуса внешней границы.

Геометрические объекты полевых моделей изображены на рисунке 2.29.

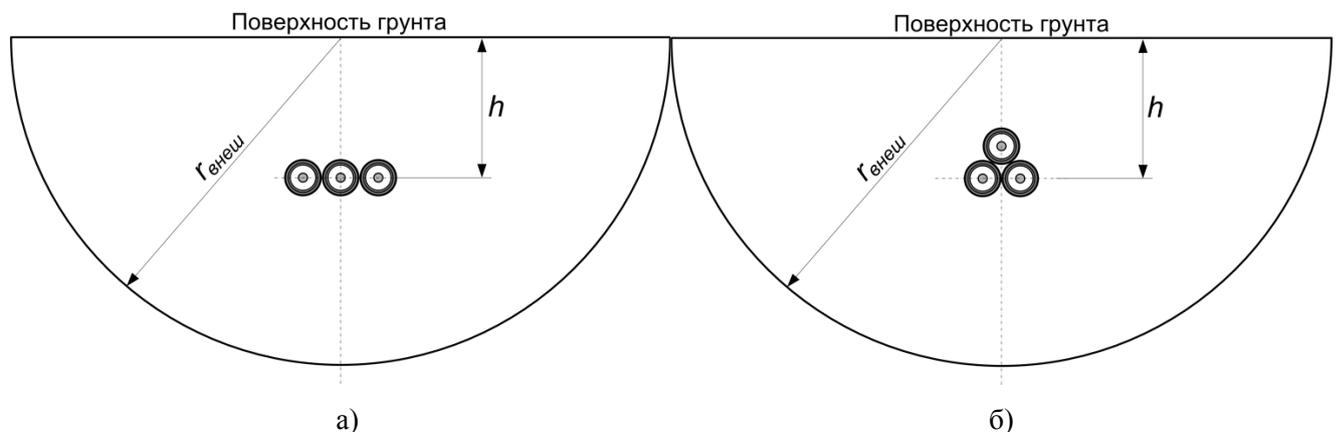


Рис. 2.29. Расчётная область для математических моделей: а) укладка кабелей в плоскости, б) укладка кабелей треугольником

Тепловые и геометрические параметры материалов соответствуют параметрам, принятым в разделе 2.3, электрические параметры – параметрам, принятым в разделе 2.1. Площадь сечения экрана однофазного кабеля принята равной 95 мм^2 . При расчётах будем учитывать удельную проводимость грунта $\gamma_{gp} = 0,01 \text{ См/м}$. Электрическая цепь, содержащая массивные проводники кабельной линии, схематично представлена на рис. 2.30. Для включения кабелей под токовую нагрузку будем использовать симметричную систему источников тока J_A, J_B, J_C с действующим значением тока 1055 А. Симметрия токовой нагрузки – это допущение, которое является обычным для практики подобных расчётов.

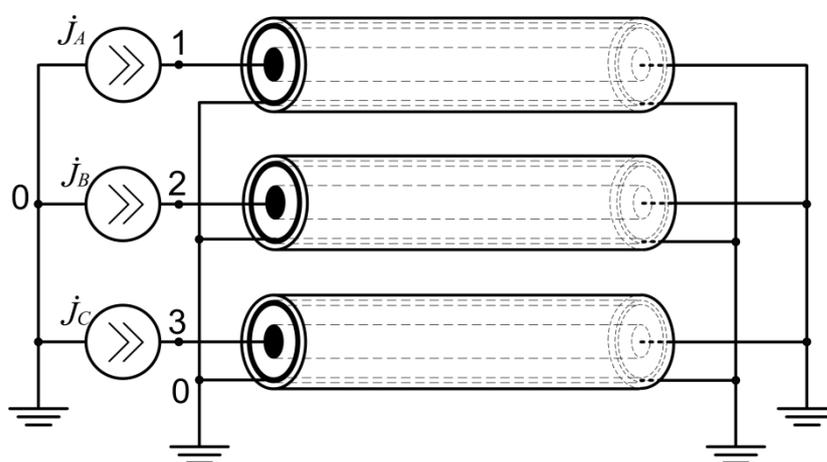


Рис. 2.30. Электрическая схема включения кабелей на заданную токовую нагрузку

Описание построения мультифизической модели в программе COMSOL Multiphysics с учётом электрической схемы соединения токопроводящих элементов конструкции кабелей, изображённой на рис. 2.30, приведено в приложении Е.

Для исследования зависимости максимальной температуры в сечении кабельной линии от выбора радиуса внешней границы необходимо составить вычислительный алгоритм в редакторе М-файлов приложения COMSOL with Matlab. В приложениях Ж и И представлены вычислительные алгоритмы для двух способов укладки кабелей, треугольником и в плоскости. Изменить условия на нижней границе по тепловому потоку можно в строке « $\text{bnd.q0} = \{0, '-q', 0\}$;» раздела «Application mode 1», поставив «0» вместо «-q».

На рисунках 2.31, 2.32 приведены графики зависимостей максимальных температур в сечении кабельной линии от радиуса нижней границы расчёта при укладке кабелей сомкнутым треугольником для случая с нулевым нормальным тепловым потоком на нижней границе и с тепловым потоком, определённым по методу

зеркальных изображений соответственно. Те же зависимости, но для кабелей, проложенных в плоскости, показаны на рисунках 2.33 и 2.34.

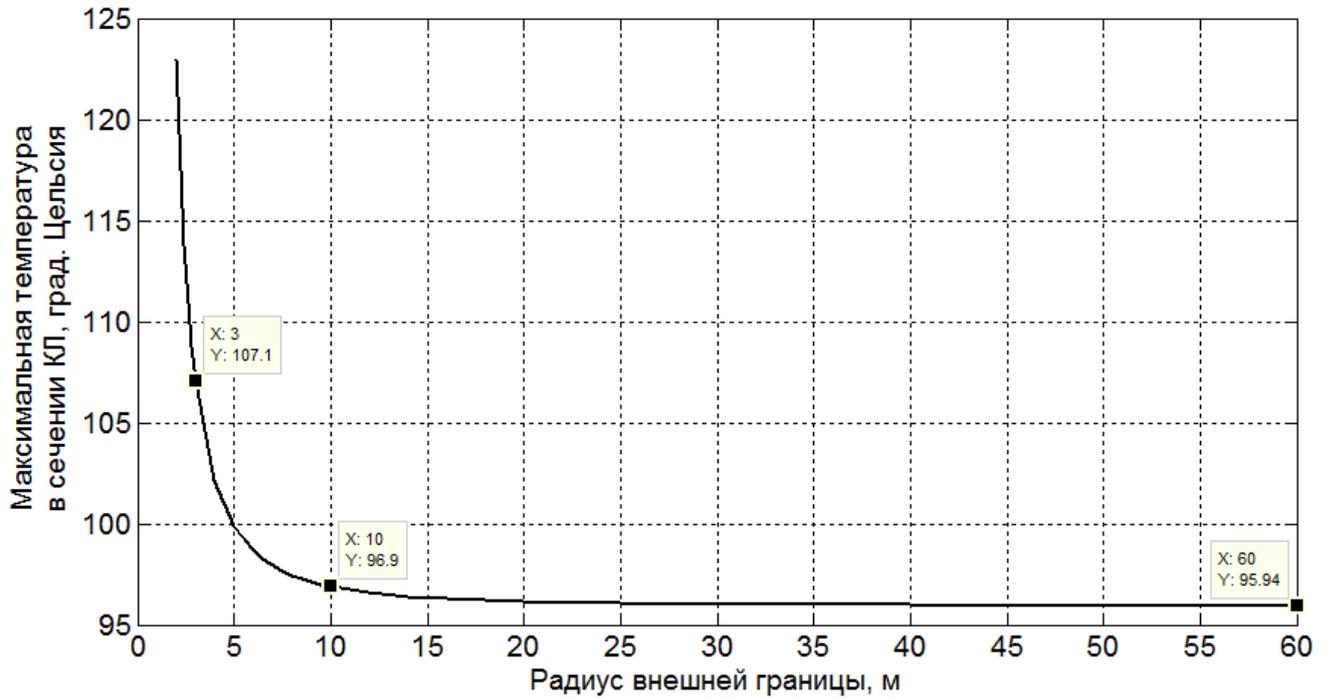


Рис. 2.31. График зависимости максимальной температуры в сечении кабельной линии от радиуса расчётной области при укладке кабелей треугольником и нулевом нормальном тепловом потоке на границе

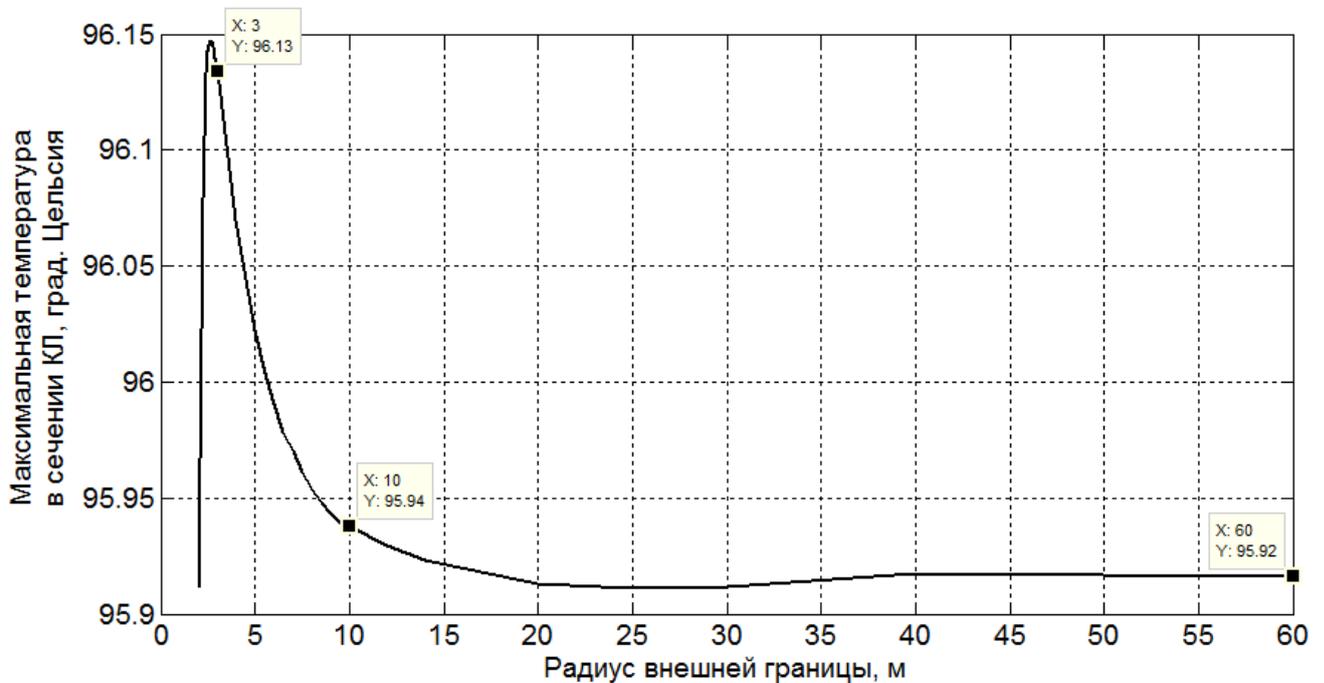


Рис. 2.32. График зависимости максимальной температуры в сечении кабельной линии от радиуса расчётной области при укладке кабелей треугольником и тепловом потоке на границе, определённом по методу зеркальных изображений

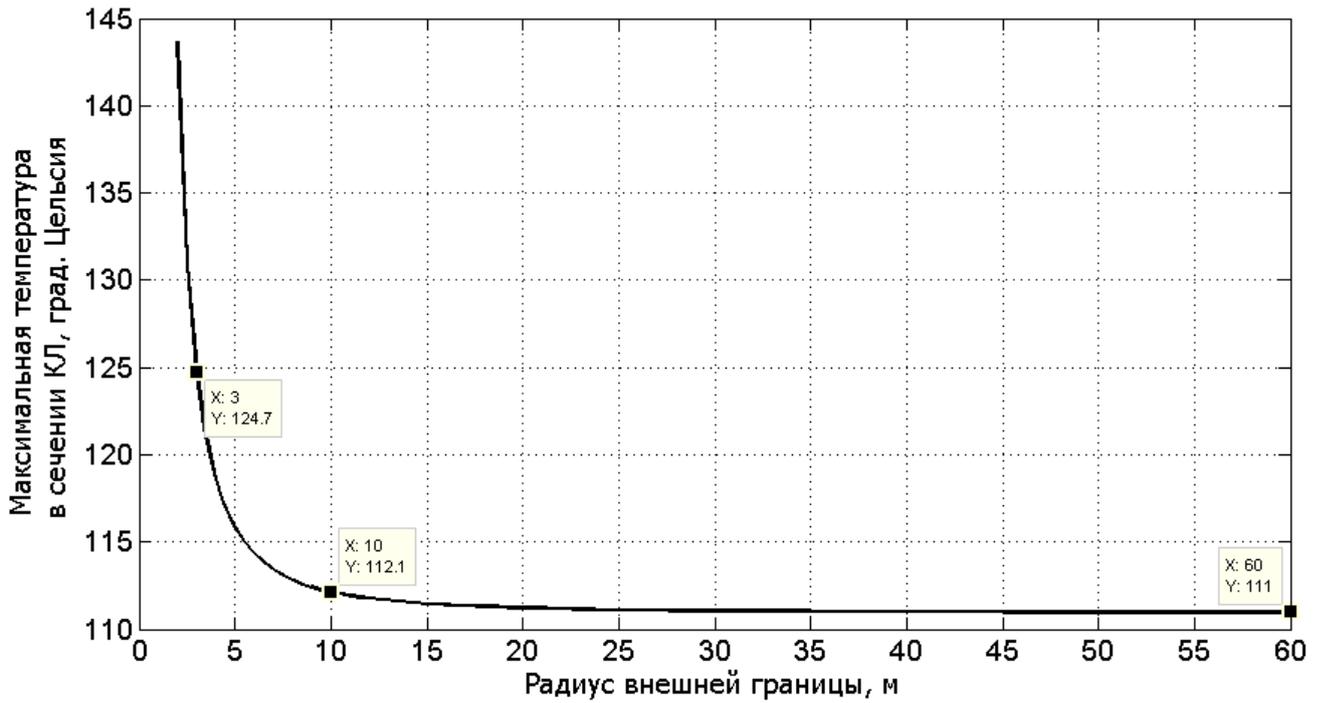


Рис. 2.33. График зависимости максимальной температуры в сечении кабельной линии от радиуса расчётной области при укладке кабелей в плоскости и нулевом нормальном тепловом потоке на границе

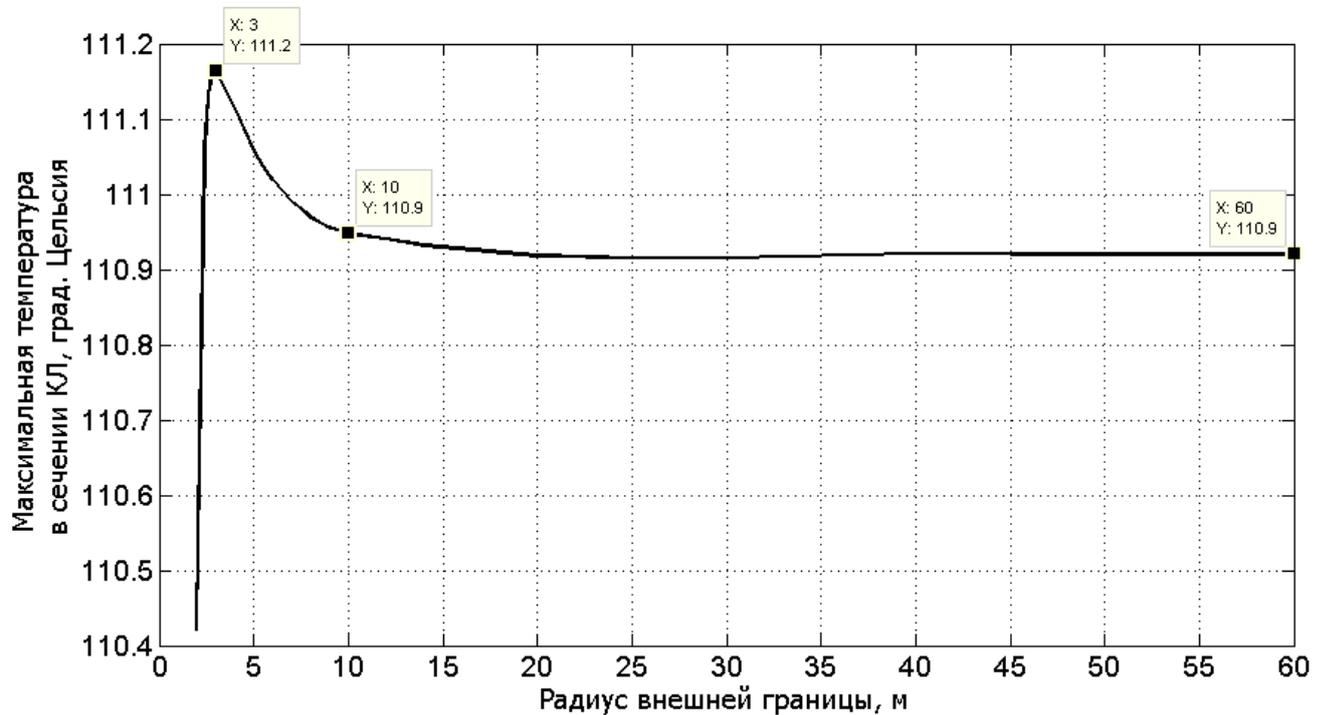


Рис. 2.34. График зависимости максимальной температуры в сечении кабельной линии от радиуса расчётной области при укладке кабелей в плоскости и тепловом потоке на границе, определённом по методу зеркальных изображений

Анализ приведённых зависимостей показывает, что в случае совместного расчёта электромагнитного и теплового полей при удалении границы от кабелей максимальная

температура стремится к одному значению при обоих вариантах граничных условий: для кабелей уложенных треугольником – к $95,3\text{ }^{\circ}\text{C}$, для кабелей уложенных в плоскости – к $110,1\text{ }^{\circ}\text{C}$. Применение метода зеркальных изображений в этом случае так же приводит к более точному результату при меньшем радиусе нижней границы: температура изменяется на десятые доли градуса при изменении $r_{\text{внеш}}$ от 2 до 60 м. Таким образом, при расчётах нормального теплового потока по методу зеркальных изображений можно устанавливать нижнюю границу радиусом 3 м без потери точности.

2.5.2. Математическая модель кабельной линии при наличии одного цикла транспозиции экранов кабелей

При условии наличия одного цикла транспозиции экранов необходим полевой расчёт в поперечном сечении трёх участков кабельной линии, проводники которых соединяются в цепь, изображённую на рисунке 2.35.

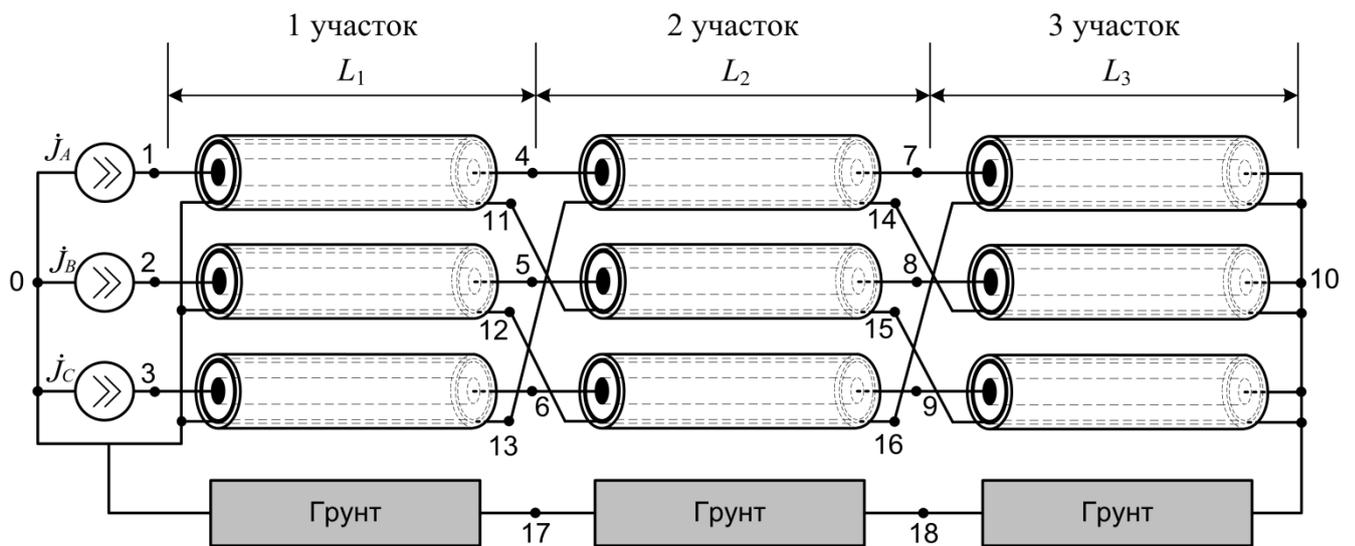


Рис. 2.35. Электрическая схема включения кабельной линии с транспозицией экранов на заданную токовую нагрузку

Такой расчёт в программе COMSOL Multiphysics можно выполнить двумя способами:

- путём параллельного расчёта трёх полевых моделей, объекты которых связаны уравнениями электрической цепи, изображённой на рисунке 2.35;
- путём расчёта одной полевой модели с тремя геометрическими объектами, содержащими поперечные сечения трёх участков транспозиции кабельной линии.

Последний способ является наиболее оптимальным, так как требует меньше вычислительных ресурсов. Геометрические объекты модели для этого способа представлены на рисунке 2.36, при укладке кабелей в плоскости.

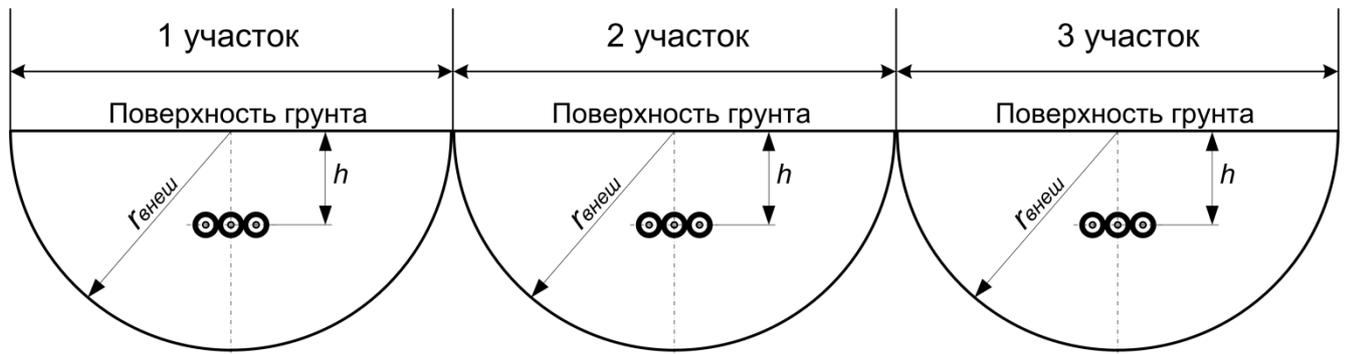


Рис. 2.36. Геометрические области расчёта математических моделей для трёх участков транспозиции кабельной линии

Текст для создания системы линейных уравнений электрической цепи, приводимый в окне SPICE Circuit Editor, представлен в приложении К.

2.6. Расчёт и анализ теплового поля подземной кабельной линии в динамике

Чтобы выполнить расчёт теплового переходного процесса в программе COMSOL Multiphysics необходимо в параметрах решателя («Solver Parameters») выбрать для теплового поля («General Heat Transfer») расчёт переходного процесса («Transient»), установить интервал времени расчёта с некоторым шагом, в соответствии с которым будет производиться запись результатов расчёта поля в сечении КЛ. Затем необходимо установить относительную и абсолютную погрешности расчёта.

Выполним расчёт нагрева кабельной линии током 1055 А в течение 600 суток при расположении кабелей в плоскости и заземлении экранов с обоих концов. На поверхности грунта принимаем в качестве граничных условий – условия третьего рода с коэффициентом теплоотдачи, определяемым по эмпирической формуле (2.51). На нижней границе принимаем условие второго рода с нулевым тепловым потоком при радиусе $r_{внеш} = 15$ м. Дополнительные тепловые свойства материалов, необходимые для расчёта переходного процесса представлены в таблице 2.8.

Таблица 2.8. Тепловые свойства материалов

	Электропроводность при температуре 20 °С, См/м	Теплоёмкость, Дж/(кг·К)	Плотность, кг/м ³
Медь	$5,81 \cdot 10^7$	384.18	8960
Полиэтилен	0	2350	930
Грунт	0	1250	1600

На рисунке 2.37 представлен график изменения температуры жилы и экрана центрального кабеля во времени.

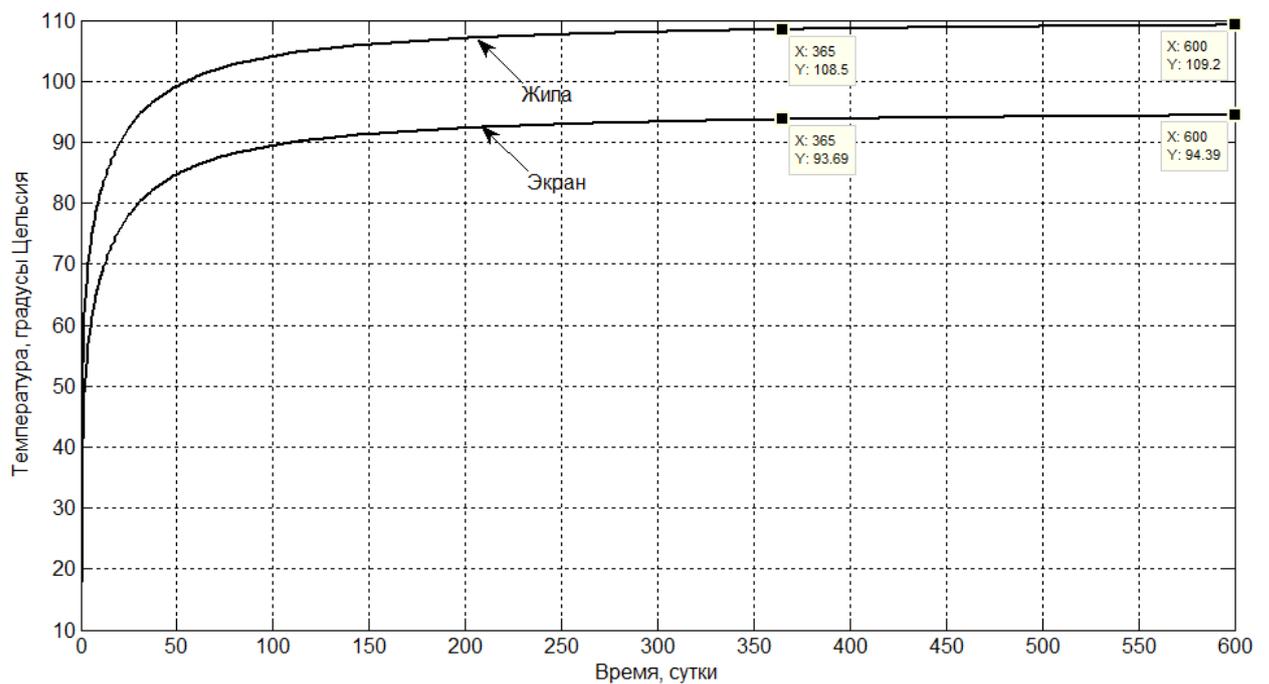


Рис. 2.37. График изменения температуры жилы и экрана центрального кабеля во времени

По графику видно, что за 365 дней температура жилы достигла 108,5 °С, что составляет 97,8% от температуры в установившемся режиме (см рис. 2.33 и 2.34). Поэтому можно сделать вывод о том, что установившийся тепловой режим работы кабельной линии при выбранных тепловых свойствах грунта наступает не ранее чем через год после включения кабельной линии на постоянную нагрузку.

В действительности токовая нагрузка КЛ изменяется по суточному графику, поэтому для оценки адекватности тепловых схем замещения необходимы модели, учитывающие этот график. Для этого воспользуемся данными по потреблению мощности на подстанции «Ивановская-6» за 1 марта 2008 года. Так как данные представлены в виде массива, необходимо произвести аппроксимацию графика нагрузки, для того, чтобы использовать его в модели. Для этого воспользуемся рядом

Фурье, состоящим из 8 чётных и нечётных гармоник. Результат аппроксимации показан на рисунке 2.38.

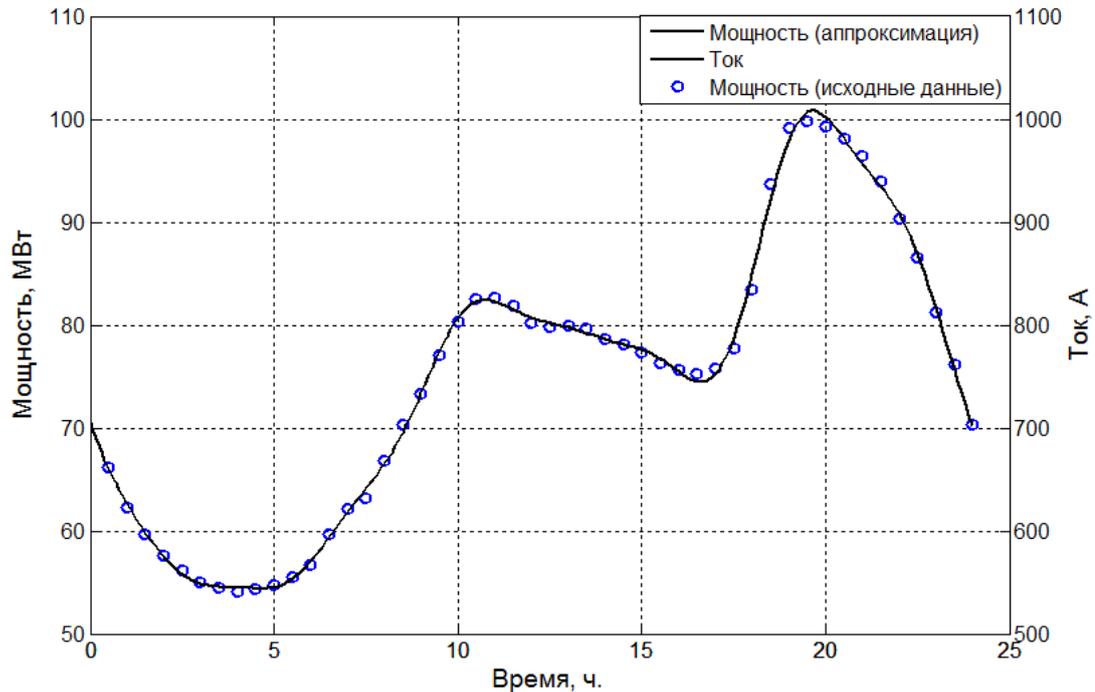


Рис. 2.38. Аппроксимация суточного графика потребления нагрузки

Аппроксимирующая функция выглядит так:

$$\begin{aligned}
 Q_{ж}(t) = & 74790 - 2195 \cos(\omega t) - 15150 \sin(\omega t) + 2509 \cos(2\omega t) - 10420 \sin(2\omega t) - \\
 & - 3842 \cos(3\omega t) - 635,1 \sin(3\omega t) - 1088 \cos(4\omega t) + 679 \sin(4\omega t) + 1327 \cos(5\omega t) + \\
 & + 449,9 \sin(5\omega t) - 116,5 \cos(6\omega t) - 1261 \sin(6\omega t) - 417,8 \cos(7\omega t) - 250,7 \sin(7\omega t) - \\
 & - 477,8 \cos(8\omega t) + 493 \sin(8\omega t) \quad (\text{кВт}), \quad (2.79)
 \end{aligned}$$

где угловая частота $\omega = 7,2806 \cdot 10^{-5}$ рад/с. Используя эту функцию можно получить график тока аналогичной формы с любым средним значением, умножив её на коэффициент k_I требуемой величины. График тока при $k_I = 0,01$ представлен на рис. 2.38. График изменения температуры жилы и экрана средней фазы КЛ с транспозицией экранов и расположением кабелей в плоскости, рассчитанный при полученном суточном графике токовой нагрузки, представлен на рис. 2.39. Расчёт был произведён для 100 суток. Время расчёта модели составило 2 ч. 7 мин. 17 с.

По рисунку видно, что среднее значение температуры за период меняется в соответствии с графиком на рис. 2.38. При этом амплитуда меняется в пределах 8°C , что составляет 21% от максимальной температуры на графике. Поэтому в системе температурного мониторинга при прогнозировании нагрева кабелей нельзя усреднять

нагрузку, так как амплитуда температуры жилы может значительно превысить среднее значение за сутки.

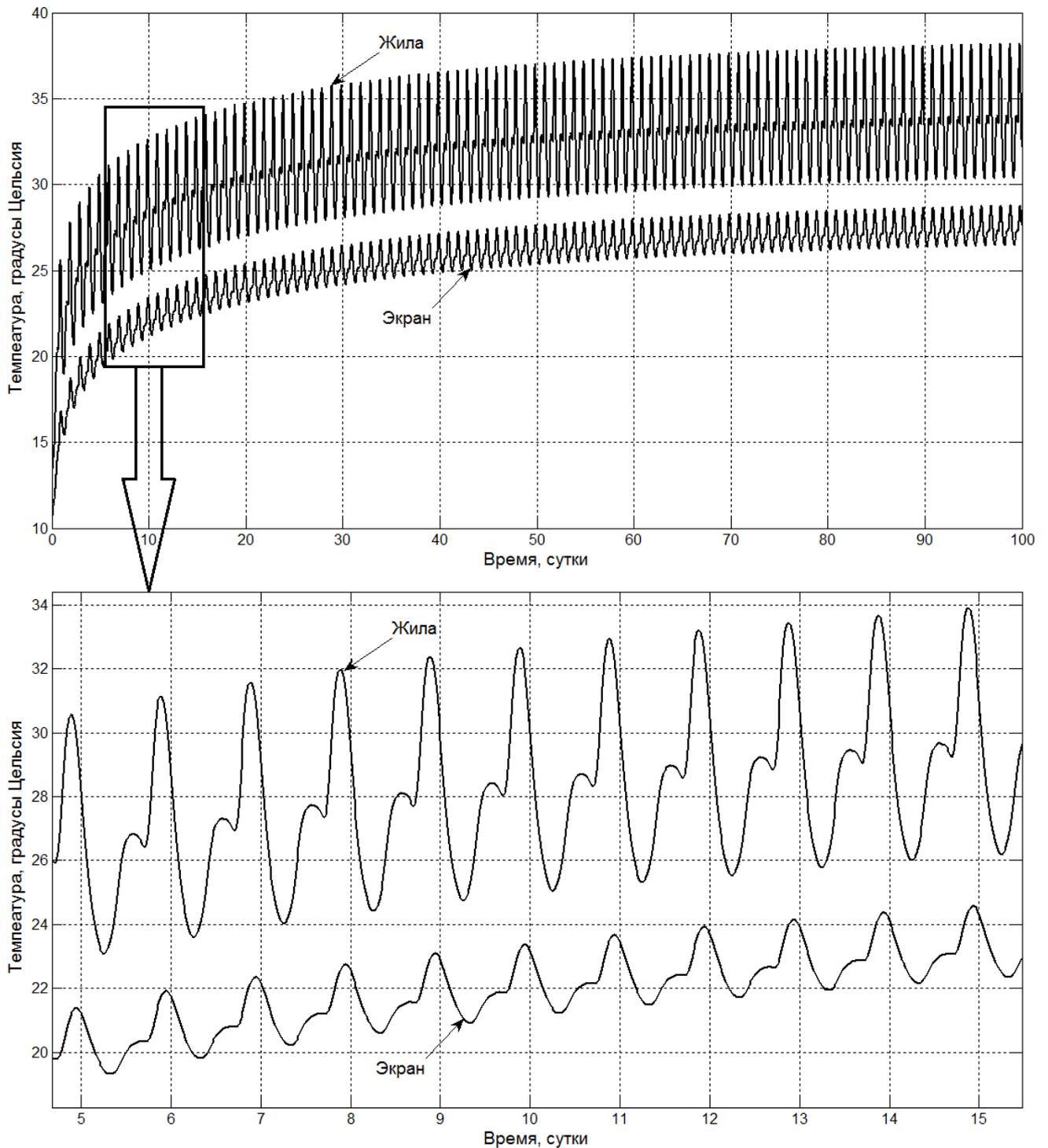


Рис. 2.39. График изменения температуры средней фазы КЛ при суточном графике токовой нагрузки

На рис. 2.40 показана разница температур жилы и экрана для различных моментов времени в течение последних суток нагрева. По рисунку видно, что превышение температуры жилы над температурой экрана в разные моменты времени отличается в разы (от 3,72 °С до 9,57 °С) и достигает 25% от максимальной температуры (38,21 °С).

Это подтверждает необходимость расчёта температуры жилы в режиме реального времени для оценки теплового режима работы кабельной линии.

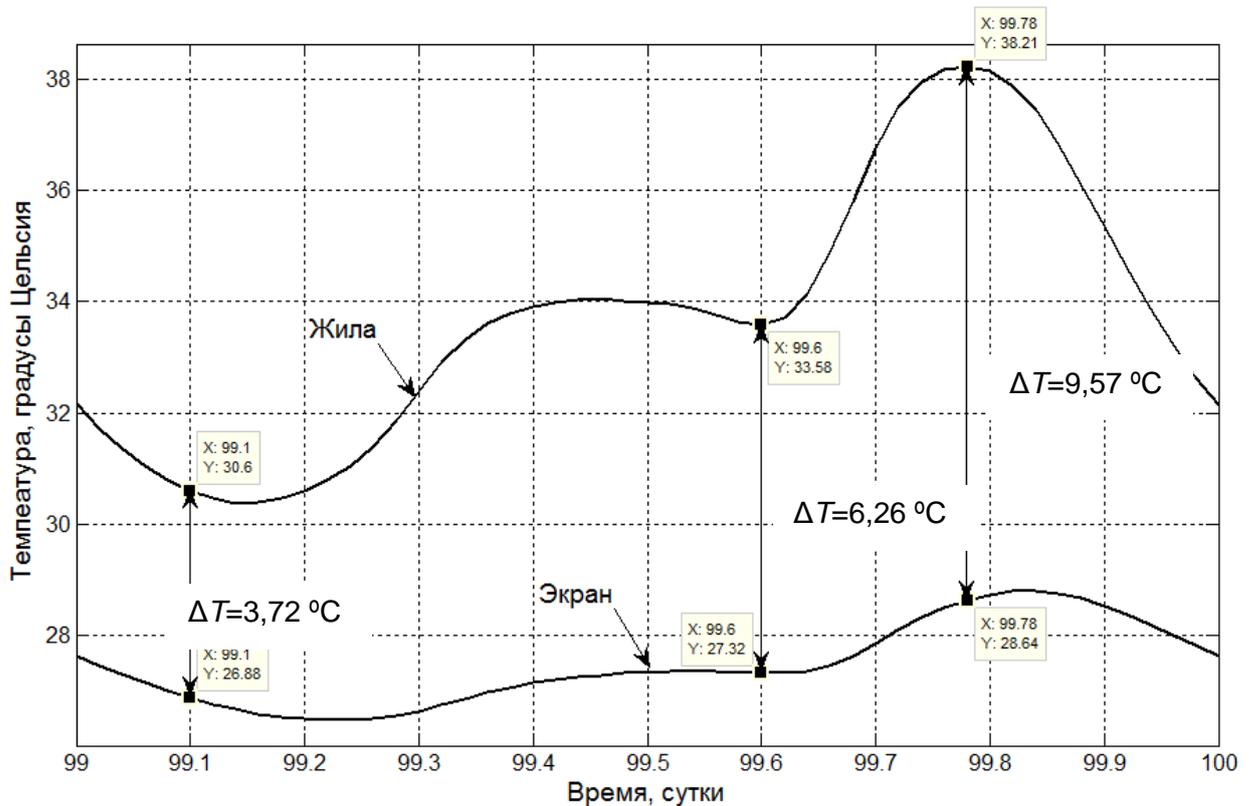


Рис. 2.40. Графики изменения температуры жилы и экрана за сутки

Таким образом, получены математические модели подземной КЛ, которые одновременно учитывают следующие физические и конструктивные свойства высоковольтных кабельных линий:

- влияние эффекта близости и поверхностного эффекта на тепловые потери в жилах и экранах;
- взаимное влияние теплового и электромагнитного полей;
- изменение тока по суточному графику нагрузки;
- способ расположения однофазных кабелей;
- геометрические и физические свойства окружающей среды;
- бесконечность окружающей среды;
- схему соединения металлических элементов конструкции кабелей.

Разработанные модели могут быть использованы для проектно-исследовательских работ, поскольку в отличие от методики, изложенной в IEC 60287 [65], позволяют оценивать пропускную способность КЛ любой конфигурации, включая типовые, при любых условиях окружающей среды и при любой электрической схеме соединения

проводящих элементов конструкции кабелей. Кроме того, с помощью полученных моделей можно решать задачи электромагнитной совместимости, поскольку они позволяют определить распределение электромагнитного поля вокруг КЛ.

Исследования авторов Г.В. Грешнякова, С.Д. Дубницкого, Г.Г. Ковалёва, Н.В. Коровкина, M.S. Baazzim, M.S. Al-Saud, M.A. El-Kady [8, 50] показывают, что допустимый ток, рассчитанный с помощью подобных моделей на 10–30% выше, чем ток, рассчитанный с помощью ИЕС 60287. Это обусловлено тем, что данный стандарт предполагает приближённый учёт увеличения потерь, обусловленных эффектом близости и поверхностным эффектом, а также увеличение потерь от вихревых и циркуляционных токов в экранах и в броне [57]. Кроме того стандарт ИЕС 60287 не позволяет в полной мере учитывать такие физические эффекты, как скорость ветра и конвекцию воздуха, в отличие от метода конечных элементов, реализованного в разных программах [50].

Необходимо отметить, что использование таких моделей требует больших вычислительных ресурсов ЭВМ. В таблице 2.9 приведены параметры различных моделей КЛ в динамике при расположении кабелей в плоскости. Чтобы оценить возможность их применения для расчётов в режиме реального времени в системе мониторинга температуры, в моделях был установлен метод расчёта с жёстко заданным шагом интегрирования величиной $h = 864$ с. Интервал времени расчёта для всех моделей был принят равным $t_p = 20$ суток. Поэтому программе необходимо произвести расчёт для количества шагов $m = t_p/h = 2000$. Вычисления производились на компьютере с частотой двухъядерного процессора $2 \times 2,26$ ГГц, объёмом оперативной памяти 4 Гб и 64 разрядной операционной системой.

Таблица 2.9. Сравнение ресурсоёмкости моделей КЛ

Наличие транспозиции	Вид нагрузки	Амплитуда тока, А	Время расчёта модели, с	Относительная погрешность, отн. ед.	Размер файла, Кб
Нет	Постоянная	1240	1047,942	0,001	1695947
Нет	Суточный график	1005	1039,17	0,00001	1695947
Есть	Постоянная	1240	3225,986	0,00001	5192664
Есть	Суточный график	1005	3298,628	0,00001	5192664

Производимые на данный момент системы мониторинга распределённой температуры позволяют измерять температуру кабеля на каждом метре его длины с

точностью до 1 °С. Интервал времени опроса датчиков может варьироваться в зависимости от количества оптических каналов измерительного оборудования. Некоторые производители, например ООО «СЕДАТЕК» утверждают, что минимальное время одного измерения составляет 15 с.

Для расчёта температур жил кабелей в режиме реального времени программе необходимо производить расчёт для множества сечений КЛ за время одного опроса датчиков. Если принять длину кабельной линии 2000 м, то количество сечений составит 2000, что будет соответствовать количеству шагов интегрирования m . Кабельные линии длиной в 2000 км и более являются достаточно распространёнными, поэтому по таблице 2.9 можно оценить возможность использования разработанных моделей на основе метода конечных элементов.

По таблице 2.9 видно, что время расчёта моделей слишком большое (от 1039 с) и для этого требуется много оперативной памяти (от 1,62 Гб). Следовательно, использовать модели на основе метода конечных элементов нерационально с точки зрения вычислительной ресурсоёмкости. Поэтому для решения задач, поставленных в главе 1, требуется разработка менее ресурсоёмких моделей. В свою очередь, разработанные модели на основе метода конечных элементов будут использоваться далее в настоящей работе для оценки адекватности других, менее сложных моделей, обладающих большим быстродействием.

2.7. Выводы по главе 2

На основе математического моделирования и расчётов моделей, выполненных в настоящей главе, получены следующие результаты.

1. Получены аналитические выражения для внутренних сопротивлений проводящих элементов высоковольтного бронированного кабеля, которые учитывают поверхностный эффект при частоте тока, значительно превышающей 50 Гц.

2. Выполнен сравнительный анализ результатов расчета активных сопротивлений проводящих элементов кабеля аналитическим способом и результатов расчета сопротивлений по методике, изложенной в ИЕС 60287, который показал их соответствие при частоте 50 Гц. При этом показано, что неучёт поверхностного эффекта во внешних

проводящих слоях кабеля от токов во внутренних слоях может приводить к значительной погрешности в расчётах активных сопротивлений внешних слоёв.

3. Произведён анализ влияния выбора граничных условий для стационарного теплового поля на результат расчёта температуры в сечении кабелей. Показано, что для соблюдения точности расчёта в пределах 1% необходимо устанавливать радиус внешней границы больше или равным 9 м при выборе граничных условий первого рода с известной температурой на границе области расчёта и второго рода с нулевым тепловым потоком на ней.

4. Сформулированы открытые граничные условия второго рода для стационарного теплового поля, которые учитывают бесконечность грунта и позволяют выполнять точный расчёт (погрешность по температуре $\varepsilon_T < 1\%$) при радиусе внешней границы области расчёта равном 3 м.

5. Разработаны мультифизические модели на основе метода конечных элементов, которые одновременно учитывают большое количество физических эффектов, влияющих на пропускную способность кабельной линии. В отличие от методики, изложенной в ИЕС 60287 [65], эти модели позволяют оценивать пропускную способность КЛ любой конструкции, включая типовые, учитывать нелинейность параметров материалов, любую схему соединения металлических элементов конструкции кабелей, а также решать задачи электромагнитной совместимости. Поэтому они будут полезны для проектно-исследовательских работ.

6. Произведена оценка адекватности полученных на основе метода конечных элементов математических моделей путём сравнения результатов их расчёта с аналитическими решениями уравнений электромагнитного и стационарного теплового полей для осесимметричных задач. Результаты расчёта аналитическим и численным методами совпали с достаточной степенью точности.

7. Показано, что разработанные на основе метода конечных элементов модели для расчёта тепловых режимов КЛ в динамике не обладают достаточным быстродействием, чтобы их можно было использовать для расчётов в режиме реального времени. Поэтому для решения задач, поставленных в главе 1, требуется разработка менее ресурсоёмких моделей, а полученные модели на основе метода конечных элементов будут использоваться для оценки адекватности других, менее сложных моделей, обладающих большим быстродействием и меньшей вычислительной ресурсоёмкостью.

ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ТЕМПЕРАТУРЫ И ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ КЛ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

3.1. Разработка тепловых схем замещения трёхфазных кабельных линий, состоящих из одножильных кабелей, и определение параметров этих схем

3.1.1. Построение тепловой схемы замещения трёхфазной кабельной линии

Методики составления тепловой схемы замещения одножильного коаксиального кабеля и определения её параметров подробно рассмотрены в [66, 67]. Предложенная в [66, 67] схема представляет собой последовательность РС звеньев, соединённых так, как показано на рис. 3.1.

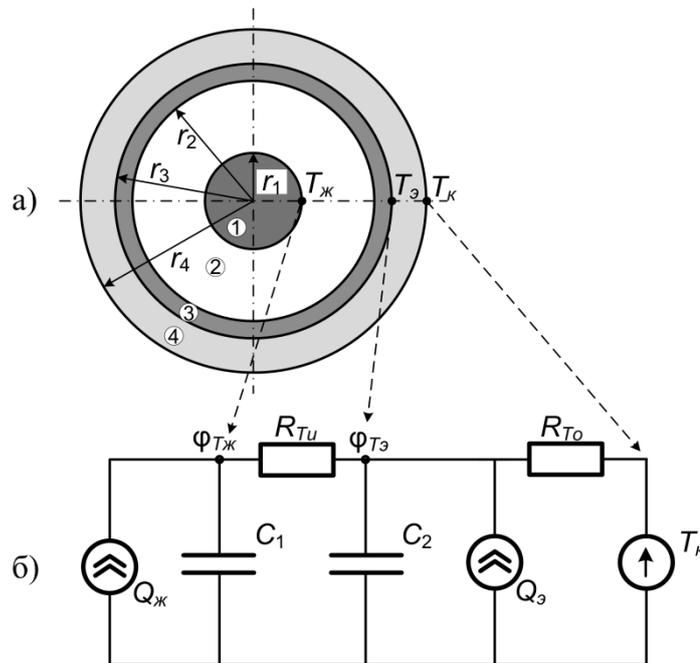


Рис. 3.1. Одножильный коаксиальный кабель (а) и его тепловая схема замещения (б). Обозначения: 1 – жила, 2 – изоляция из сшитого полиэтилена, 3 – металлический экран, 4 – наружная оболочка

Здесь $\varphi_{T_{ж}}$, $\varphi_{T_{э}}$ – тепловые потенциалы, соответствующие температурам жилы и экрана, °К R_{Tu} и R_{To} – тепловые сопротивления изоляции и наружной оболочки на единицу длины кабеля соответственно, К·м/Вт. Они являются аналогами активного электрического сопротивления и определяются по формулам

$$R_{Tu} = \frac{1}{2\pi\lambda_u} \ln \frac{r_2}{r_1}; \quad R_{To} = \frac{1}{2\pi\lambda_o} \ln \frac{r_4}{r_3}. \quad (3.1)$$

Эти формулы вытекают из решения дифференциального уравнения теплопроводности в статике для цилиндрического теплового поля [40, 11] (см.

уравнение (2.38)). C_1 и C_2 – тепловые ёмкости на единицу длины кабеля, Дж/(м·К), аналогичные электрическим ёмкостям. Их величины определяют по методу Ван-Вормера [90]:

$$C_1 = C_{ж} + p_u C_u; C_2 = (1 - p_u) C_u + C_э + p_o C_o, \quad (3.2)$$

где $C_{ж}$, C_u , $C_э$, C_o – тепловые ёмкости жилы, изоляции, экрана и оболочки соответственно; p_u , p_o – коэффициенты Ван-Вормера для изоляции и оболочки соответственно. Коэффициенты Ван-Вормера определяют по разным формулам в зависимости от длительности переходного процесса. Для длительных переходных процессов, когда время переходного процесса t_{mn} , удовлетворяет неравенству

$$t_{mn} < \frac{1}{3} \sum R_T \sum C, \quad (3.3)$$

где $\sum R_T$ и $\sum C$ – внутренние тепловые сопротивление и ёмкость кабеля соответственно, коэффициенты p_i определяют по формуле

$$p_i = \frac{1}{2 \ln \frac{r_{внеш}}{r_{внут}}} - \frac{1}{\left(\frac{r_{внеш}}{r_{внут}} \right)^2 - 1}. \quad (3.4)$$

В противном случае, формула для расчёта p_i выглядит несколько иначе:

$$p_i = \frac{1}{\ln \frac{r_{внеш}}{r_{внут}}} - \frac{1}{\left(\frac{r_{внеш}}{r_{внут}} \right) - 1}. \quad (3.5)$$

Тепловые ёмкости элементов конструкции кабеля определяются по формулам

$$C_{ж} = c_{ж} \rho_{ж} \pi r_1^2; C_u = c_u \rho_u \pi (r_2^2 - r_1^2); C_э = c_э \rho_э \pi (r_3^2 - r_2^2); C_o = c_o \rho_o \pi (r_4^2 - r_3^2). \quad (3.6)$$

Величины источников тока в схеме на рис. 3.1 соответствуют Джоулевым потерям в жиле и экране ($Q_{ж}$ и $Q_э$), определяемым по закону Джоуля-Ленца. Потенциалы точек 1, 2 и 3 на схеме соответствуют температурам жилы $T_{ж}$, экрана $T_э$ и поверхности кабеля $T_к$.

Для учёта влияния грунта и взаимного подогрева кабелей необходимо некоторым образом достроить рассмотренную тепловую схему замещения отдельного коаксиального кабеля так, чтобы тепловой поток распространялся не только в ту часть цепи, которая содержит параметры окружающей среды, но и подогревал соседние кабели.

Так как металлические экраны обладают значительно большей теплопроводностью, чем грунт и изоляционные материалы кабелей, их поверхности можно считать изотермическими даже при близком расположении кабелей. Следовательно, картина поля внутри металлической оболочки будет цилиндрической и искажаться не будет, поэтому тепловые схемы замещения отдельных кабелей (рис. 3.1) можно соединить через взаимные тепловые сопротивления $R_{T,AB}$, $R_{T,BC}$, $R_{T,AC}$.

Частичное тепловое поле отдельного кабеля не обладает осевой симметрией из-за наличия соседних кабелей, тепловые характеристики которых отличаются от тепловых характеристик грунта, а также из-за влияния поверхности грунта. Но, для оценки пропускной способности кабельной линии интерес представляет только температура жилы, поэтому реальное частичное тепловое поле в полубесконечном грунте можно заменить эквивалентным цилиндрическим полем при условии, что температура жилы отдельного кабеля останется прежней (рис. 3.2) аналогично тому, как это сделано в [74].

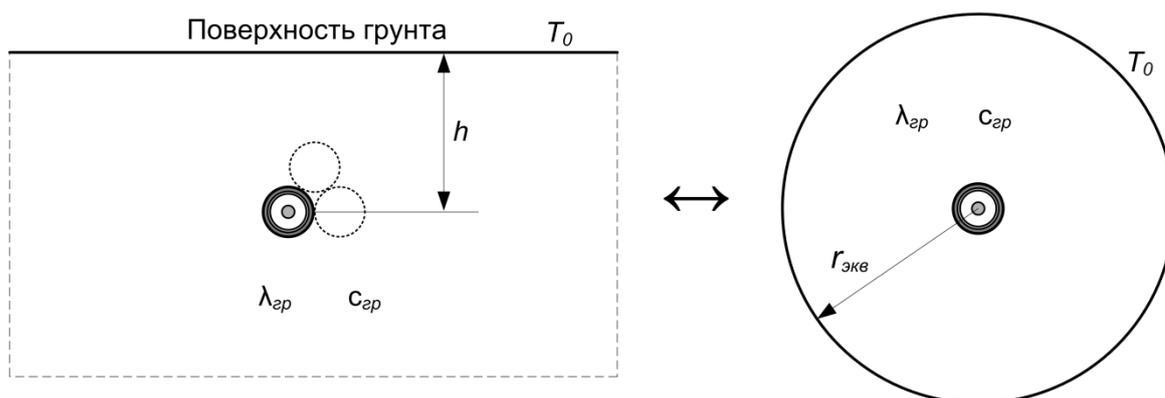


Рис. 3.2. Эквивалентное преобразование реального теплового поля в цилиндрическое для одного кабеля.

Для этого необходимо выполнение условия равенства теплового сопротивления грунта для кабеля, проложенного на некоторой глубине h , и теплового сопротивления эквивалентного цилиндрического грунтового слоя, из которого вытекает, что

$$r_{\text{экв}} = r_4 \left(\frac{h}{r_4} + \sqrt{\left(\frac{h}{r_4} \right)^2 - 1} \right). \quad (3.7)$$

Чтобы проанализировать насколько корректно такое преобразование для расчётов в динамике были произведены расчёты нагрева кабеля, проложенного на глубине $h = 1,5$ м, и кабеля, окружённого цилиндрическим слоем грунта с $r_{\text{экв}} = 3$ м, определённым по формуле (3.7). В расчётах использовался кабель из каталога фирмы АВВ на напряжение 220 кВ с сечением жилы 1200 мм^2 , как и в главе 2. Тепловыделение

в жиле составило 50,5 Вт/м, а в экране – 25,5 Вт/м. На рис. 3.3 представлены графики температур жилы и экрана, а также график абсолютной погрешности.

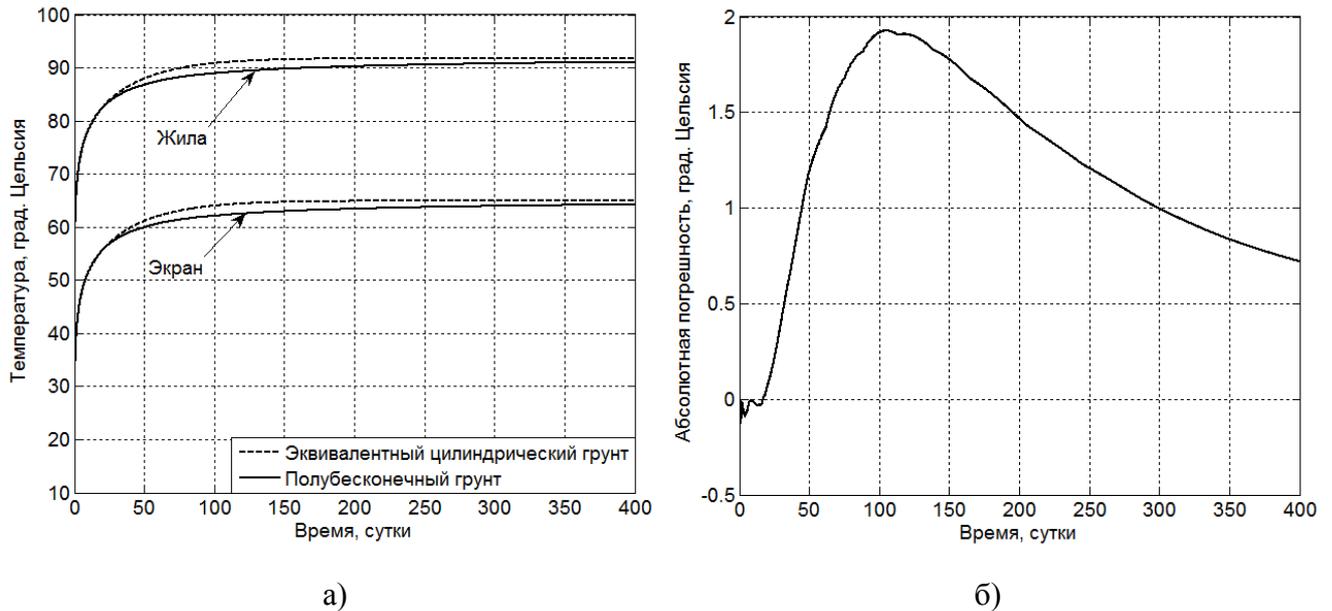


Рис. 3.3. Графики нагрева кабеля (а), находящегося в полубесконечном и в цилиндрическом грунте и график абсолютной погрешности (б)

Необходимо отметить, что учёт грунта требуется для решения третьей вычислительной задачи (прогнозирование нагрева кабелей в режиме реального времени), указанной в главе 1. Для решения этой задачи необходим прогноз на такое время вперёд, чтобы можно было успеть выполнить необходимое перераспределение или снижение потребляемой нагрузки. Выберем для этого промежуток времени длительностью двое суток.

По графикам видно, что в начале температуры совпадают. Это обусловлено тем, что в начале переходного процесса, пока тепловая волна не дошла до поверхности грунта, тепловое поле в грунте обладает осевой симметрией. Затем отражённая от поверхности грунта тепловая волна начинает искажать поле, поэтому оно начинает отличаться от цилиндрического. Тем не менее, максимальная разница в температуре 2°C и составляет 2,2 % от максимальной температуры жилы, что является допустимым.

Исходя из графиков, можно сказать, что полученная погрешность будет влиять не на прогноз нагрева кабелей в течение двух дней, а на расчёт начальных условий для прогноза. Это обусловлено тем, что за первые 10 суток нагрева погрешность близка к 0.

Тепловое поле в эквивалентном цилиндрическом слое грунта можно описать с помощью тепловой схемы замещения в виде последовательности некоторого количества RC цепочек, построенной по методу Ван-Вормера, для каждого кабеля. Температуру

грунта будем считать одинаковой для всех кабелей, и в схеме будем моделировать её с помощью источника ЭДС T_0 . Тогда предлагаемая схема будет иметь вид, представленный на рис. 3.4.

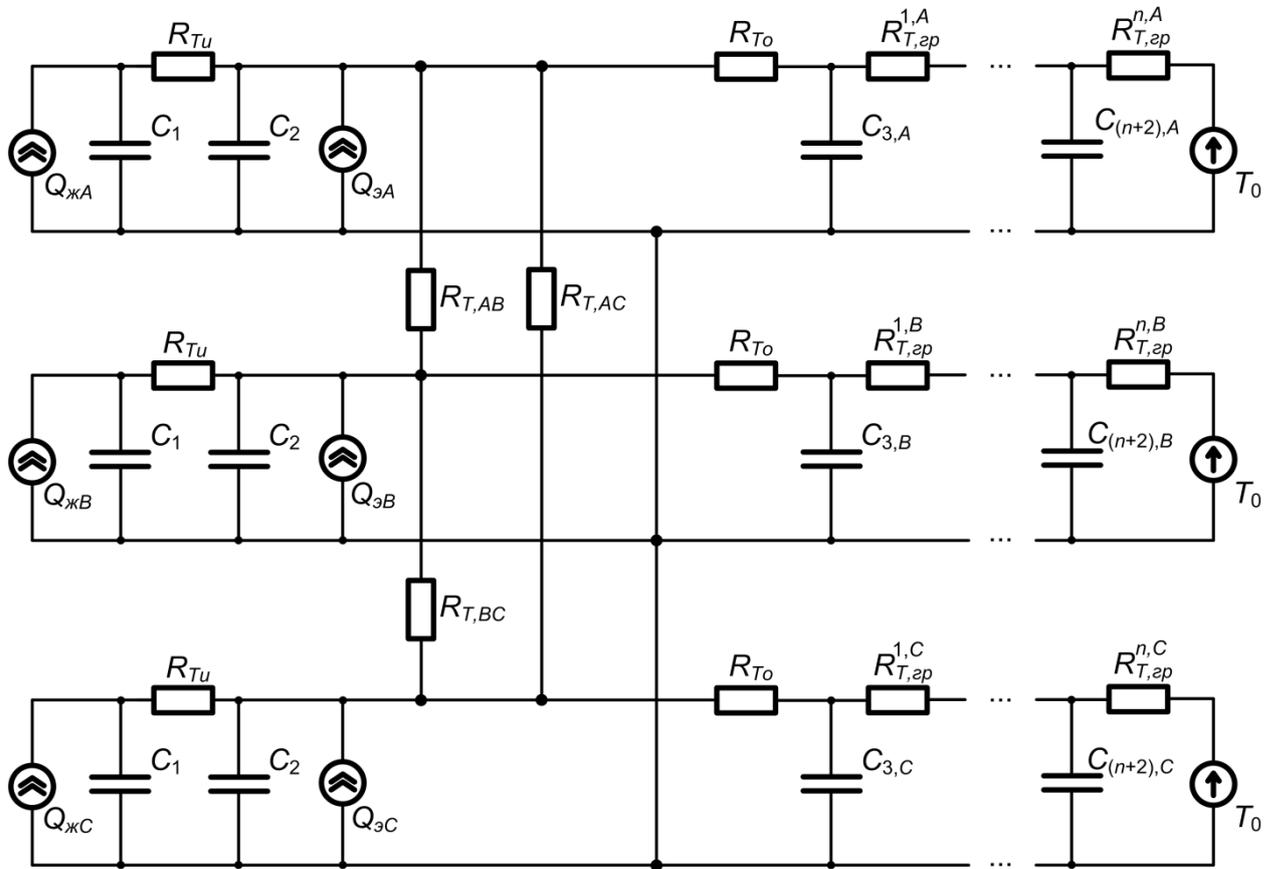


Рис. 3.4. Тепловая схема замещения трёхфазной кабельной линии проложенной в грунте

3.1.2. Определение оптимального количества RC звеньев для окружающей среды в тепловой схеме замещения трёхфазной кабельной линии

В приведённой на рис. 3.4 схеме необходимо оптимизировать количество RC звеньев той части цепи, которая моделирует тепловые процессы в грунте. Их количество должно быть таким, чтобы при минимальных вычислительных операциях сохранялась достаточная точность расчёта температур жил в динамике. Для решения поставленной задачи построим в программе Simulink четыре тепловые схемы замещения, изображённые на рис. 3.5. Эти схемы содержат от двух до пяти RC цепочек, моделирующих изменение температуры в грунте, для однофазного кабеля, окружённого цилиндрическим грунтовым слоем с внешним радиусом 3 м.

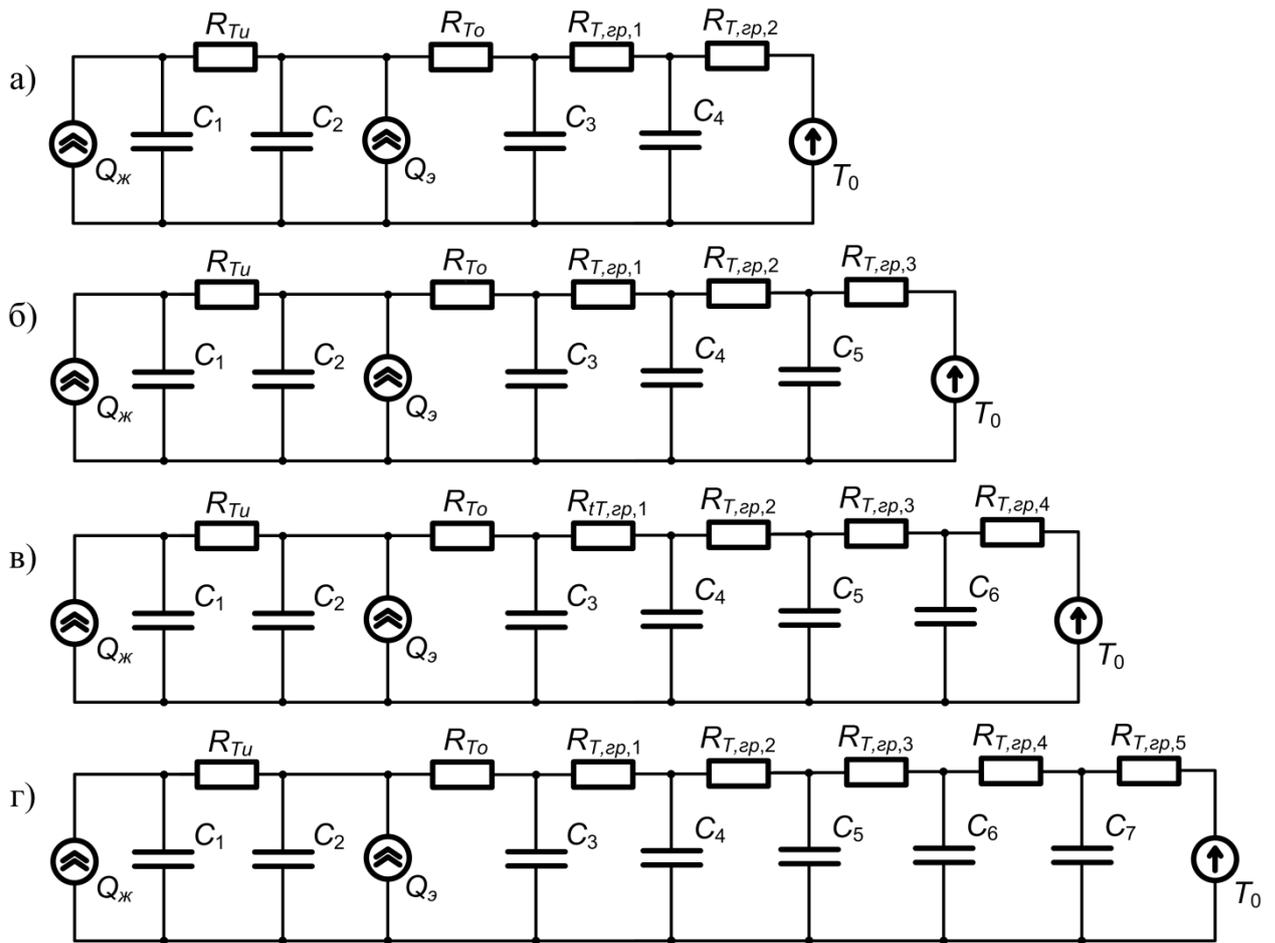


Рис. 3.5. Тепловые схемы замещения кабеля, находящегося в эквивалентном цилиндрическом грунте с разным количеством RC звеньев, моделирующих грунт: а) 2 RC звена, б) 3 RC звена, в) 4 RC звена, г) 5 RC звеньев,

Параметры тепловых схем замещения необходимо определять в соответствии с методом Ван-Вормера [90]. Тепловые сопротивления изоляции и внешней оболочки кабеля определяем по формулам (3.1):

$$R_{Tu} = \frac{1}{2\pi\lambda_u} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2\pi \cdot 0,235} \ln \frac{0,0469}{0,0214} = 0,531 \text{ (К}\cdot\text{м/Вт)};$$

$$R_{To} = \frac{1}{2\pi\lambda_o} \ln \frac{r_4}{r_3} = \frac{1}{2\pi \cdot 0,235} \ln \frac{0,0559}{0,0489} = 0,0906 \text{ (К}\cdot\text{м/Вт)}.$$

Тепловые ёмкости элементов конструкции кабеля определяем по формулам (3.6):

$$C_{ж} = c_{ж} \rho_{ж} \pi r_1^2 = 384,18 \cdot 8960 \cdot \pi \cdot 0,0214^2 = 4952,5 \text{ Дж/(м}\cdot\text{К)};$$

$$C_u = c_u \rho_u \pi (r_2^2 - r_1^2) = 2350 \cdot 930 \cdot \pi \cdot (0,0469^2 - 0,0214^2) = 11958 \text{ Дж/(м}\cdot\text{К)};$$

$$C_s = c_s \rho_s \pi (r_3^2 - r_2^2) = 384,18 \cdot 8960 \cdot \pi \cdot (0,0489^2 - 0,0469^2) = 2072 \text{ Дж/(м}\cdot\text{К)};$$

$$C_o = c_o \rho_o \pi (r_4^2 - r_3^2) = 2350 \cdot 930 \cdot \pi \cdot (0,0559^2 - 0,0489^2) = 5037 \text{ Дж/(м}\cdot\text{К)}.$$

Тепловые ёмкости для схем замещения находим по методу Ван-Вормера с помощью соответствующих коэффициентов для изоляции, оболочки и грунта. Для этого сначала определим, каким является переходный процесс по отношению к кабелю и грунту при длительности нагрева 48 часов.

Определяем правую часть неравенства (3.3) для кабеля и грунта:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum R_{T, \text{каб}} \sum C_{\text{каб}} &= \frac{(R_{Tu} + R_{To})(C_{\text{жс}} + C_u + C_s + C_o)}{3600} = \\ &= \frac{(0,531 + 0,0906)(4952,5 + 11958 + 2072 + 5037)}{3 \cdot 3600} = 1,38 \text{ (ч);} \\ \frac{1}{3} \sum R_{T, \text{сп}} \sum C_{\text{сп}} &= \frac{R_{T, \text{сп}} C_{\text{сп}}}{86400} = \frac{1}{2\pi\lambda_{\text{сп}}} \ln\left(\frac{r_{\text{сп}}}{r_4}\right) \frac{c_{\text{сп}} \rho_{\text{сп}} \pi (r_{\text{эква}}^2 - r_4^2)}{86400} = \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot 1} \ln\left(\frac{3}{0,0559}\right) \frac{1250 \cdot 1600 \pi (3^2 - 0,0559^2)}{3 \cdot 86400} = 138,24 \text{ (суток).} \end{aligned}$$

Таким образом, 48 часовой нагрев по отношению к кабелю является длительным переходным процессом, а по отношению к грунту – быстрым. Поэтому, коэффициенты Ван-Вормера для изоляции и оболочки будем вычислять по формуле (3.4), а для грунта – по формуле (3.5):

$$\begin{aligned} p_u &= \frac{1}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{1}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1} = \frac{1}{2 \ln \frac{0,0469}{0,0214}} - \frac{1}{\left(\frac{0,0469}{0,0214}\right)^2 - 1} = 0,374; \\ p_o &= \frac{1}{2 \ln \frac{r_4}{r_3}} - \frac{1}{\left(\frac{r_4}{r_3}\right)^2 - 1} = \frac{1}{2 \ln \frac{0,0559}{0,0489}} - \frac{1}{\left(\frac{0,0559}{0,0489}\right)^2 - 1} = 0,478; \\ p_{\text{сп}} &= \frac{1}{\ln \frac{r_{\text{эква}}}{r_4}} - \frac{1}{\left(\frac{r_{\text{эква}}}{r_4}\right) - 1} = \frac{1}{\ln \frac{3}{0,0559}} - \frac{1}{\left(\frac{3}{0,0559}\right) - 1} = 0,232. \end{aligned}$$

Тогда тепловые ёмкости C_1 и C_2 для схем на рис. 3.9 определим по формулам (3.2):

$$C_1 = C_{\text{жс}} + p_u C_u = 4952,5 + 0,374 \cdot 11958 = 9425 \text{ (Дж/(м·К));}$$

$$C_2 = (1 - p_u) C_u + C_s + p_o C_o = (1 - 0,374) 11958 + 2072 + 0,478 \cdot 5037 = 11960,4 \text{ (Дж/(м·К)).}$$

В соответствии с методом Ван-Вормера цилиндрический грунт делим на слои таким образом, чтобы тепловые сопротивления этих слоёв были равны (рис. 3.6).

Тогда для схемы на рис. 3.5, а

$$R_{T,эп,1} = R_{T,эп,2} = \frac{1}{2} R_{T,эп} = \frac{1}{4\pi\lambda_{эп}} \ln \frac{r_{эп}}{r_4} = \frac{1}{4\pi \cdot 1} \ln \frac{3}{0,0559} = 0,317 \text{ (К}\cdot\text{м/Вт)},$$

для схемы на рис. 3.5, б

$$R_{T,эп,1} = R_{T,эп,2} = R_{T,эп,3} = \frac{1}{3} R_{T,эп} = 0,211 \text{ (К}\cdot\text{м/Вт)},$$

для схемы на рис. 3.5, в

$$R_{T,эп,1} = R_{T,эп,2} = R_{T,эп,3} = R_{T,эп,4} = \frac{1}{4} R_{T,эп} = 0,158 \text{ (К}\cdot\text{м/Вт)},$$

для схемы на рис. 3.5, г

$$R_{T,эп,1} = R_{T,эп,2} = R_{T,эп,3} = R_{T,эп,4} = R_{T,эп,5} = \frac{1}{5} R_{T,эп} = 0,127 \text{ (К}\cdot\text{м/Вт)}.$$

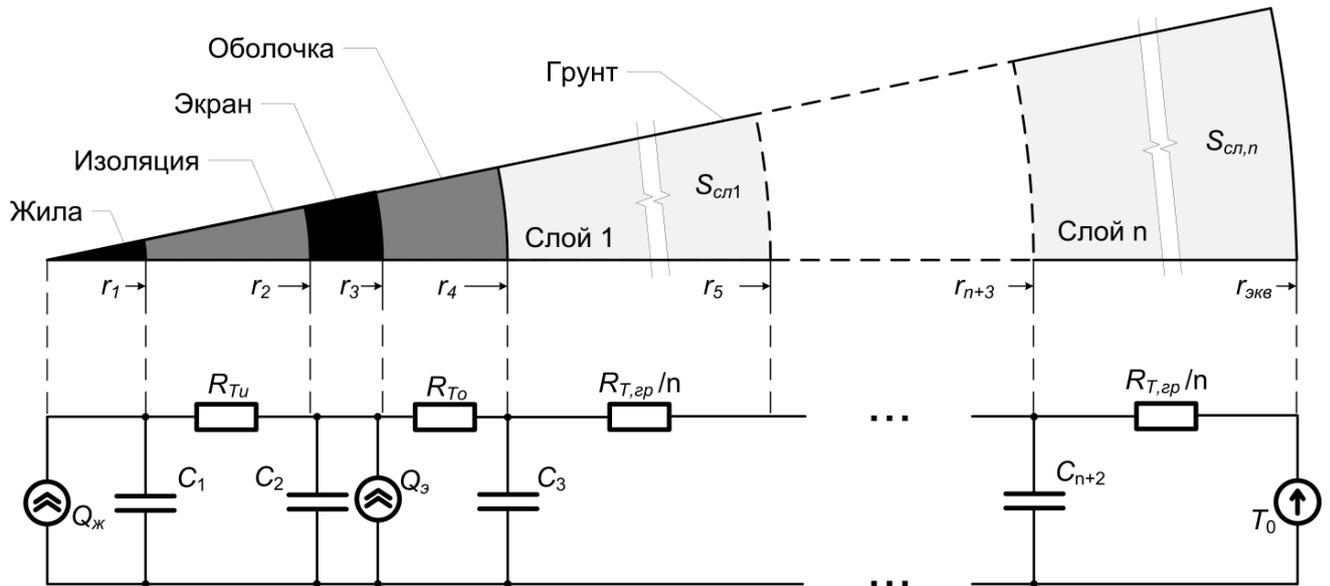


Рис. 3.6. Тепловая схема замещения кабеля и его эквивалентного цилиндрического грунта

Промежуточные радиусы слоёв грунта можно определить из условия равенства тепловых сопротивлений этих слоёв. Тогда для схем на рис. 3.5 промежуточные радиусы слоёв определяем так:

а) $r_5 = \sqrt{r_4 \cdot r_{эпв}} = \sqrt{0,0559 \cdot 3} = 0,4095 \text{ (м)};$

б) $r_5 = \sqrt[3]{r_4^2 \cdot r_{эпв}} = \sqrt[3]{0,0559^2 \cdot 3} = 0,2109 \text{ (м)};$ $r_6 = \sqrt[3]{r_4 \cdot r_{эпв}^2} = \sqrt[3]{0,0559 \cdot 3^2} = 0,795 \text{ (м)};$

в) $r_5 = \sqrt[4]{r_4^3 \cdot r_{эпв}} = \sqrt[4]{0,0559^3 \cdot 3} = 0,151 \text{ (м)};$ $r_6 = \sqrt{r_4 \cdot r_{эпв}} = \sqrt{0,0559 \cdot 3} = 0,4095 \text{ (м)};$

$r_7 = \sqrt[4]{r_4 \cdot r_{эпв}^3} = \sqrt[4]{0,0559 \cdot 3^3} = 1,108 \text{ (м)};$

$$\text{г) } r_5 = \sqrt[5]{r_4^4 \cdot r_{\text{экв}}} = \sqrt[5]{0,0559^4 \cdot 3} = 0,124 \text{ (м); } r_6 = \sqrt[5]{r_4^3 \cdot r_{\text{экв}}^2} = \sqrt[5]{0,0559^3 \cdot 3^2} = 0,275 \text{ (м);}$$

$$r_6 = \sqrt[5]{r_4^2 \cdot r_{\text{экв}}^3} = \sqrt[5]{0,0559^2 \cdot 3^3} = 0,61 \text{ (м); } r_7 = \sqrt[5]{r_4 \cdot r_{\text{экв}}^4} = \sqrt[5]{0,0559 \cdot 3^4} = 1,352 \text{ (м).}$$

Прежде чем найти ёмкости $C_3 - C_7$, необходимо рассчитать ёмкости слоёв грунта для каждой схемы:

$$\text{а) } C_{\text{zp1}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_5^2 - r_4^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (0,4095^2 - 0,0559^2) = 1033690 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_{\text{zp2}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_{\text{экв}}^2 - r_5^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (3^2 - 0,4095^2) = 55456069 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$\text{б) } C_{\text{zp1}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_5^2 - r_4^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (0,2109^2 - 0,0559^2) = 259648 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_{\text{zp2}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_6^2 - r_5^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (0,795^2 - 0,2109^2) = 3693380 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_{\text{zp3}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_{\text{экв}}^2 - r_6^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (3^2 - 0,795^2) = 52536732 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$\text{в) } C_{\text{zp1}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_5^2 - r_4^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (0,151^2 - 0,0559^2) = 124174 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_{\text{zp2}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_6^2 - r_5^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (0,4095^2 - 0,151^2) = 909516 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_{\text{zp3}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_7^2 - r_6^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (1,108^2 - 0,4095^2) = 6661772 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_{\text{zp4}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_{\text{экв}}^2 - r_6^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (3^2 - 1,108^2) = 48794297 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$\text{г) } C_{\text{zp1}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_5^2 - r_4^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (0,124^2 - 0,0559^2) = 76933 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_{\text{zp2}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_6^2 - r_5^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (0,275^2 - 0,124^2) = 378386 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_{\text{zp3}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_7^2 - r_6^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (0,61^2 - 0,275^2) = 1861052 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_{\text{zp4}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_7^2 - r_6^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (1,352^2 - 0,61^2) = 9153391 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_{\text{zp4}} = c_{\text{zp}} \rho_{\text{zp}} \pi (r_{\text{экв}}^2 - r_6^2) = 1250 \cdot 1600 \cdot \pi \cdot (3^2 - 1,352^2) = 45019997 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))}.$$

Тогда тепловые ёмкости $C_3 - C_7$ для схем замещения необходимо определять так:

$$\text{а) } C_3 = (1 - p_o) C_o + p_{\text{zp}} C_{\text{zp1}} = (1 - 0,478) \cdot 5037 + 0,232 \cdot 1033690 = 242558 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_4 = (1 - p_{\text{zp}}) C_{\text{zp1}} + p_{\text{zp}} C_{\text{zp2}} = (1 - 0,232) \cdot 1033690 + 0,232 \cdot 55456069 =$$

$$= 13665532 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$\text{б) } C_3 = (1 - p_o) C_o + p_{\text{zp}} C_{\text{zp1}} = (1 - 0,478) \cdot 5037 + 0,232 \cdot 259648 = 62897 \text{ (Дж/(м} \cdot \text{К))};$$

$$C_4 = (1 - p_{zp})C_{zp1} + p_{zp}C_{zp2} = (1 - 0,232) \cdot 259648 + 0,232 \cdot 3693380 = 1056643 \text{ (Дж/(м·К))};$$

$$C_5 = (1 - p_{zp})C_{zp2} + p_{zp}C_{zp3} = (1 - 0,232) \cdot 3693380 + 0,232 \cdot 52536732 = \\ = 15030288 \text{ (Дж/(м·К))};$$

$$\text{в) } C_3 = (1 - p_o)C_o + p_{zp}C_{zp1} = (1 - 0,478) \cdot 5037 + 0,232 \cdot 124174 = 31452 \text{ (Дж/(м·К))};$$

$$C_4 = (1 - p_{zp})C_{zp1} + p_{zp}C_{zp2} = (1 - 0,232) \cdot 124174 + 0,232 \cdot 909516 = 306458 \text{ (Дж/(м·К))};$$

$$C_5 = (1 - p_{zp})C_{zp2} + p_{zp}C_{zp3} = (1 - 0,232) \cdot 909516 + 0,232 \cdot 6661772 = 2244658 \text{ (Дж/(м·К))};$$

$$C_6 = (1 - p_{zp})C_{zp3} + p_{zp}C_{zp4} = (1 - 0,232) \cdot 6661772 + 0,232 \cdot 48794297 = \\ = 16441048 \text{ (Дж/(м·К))};$$

$$\text{г) } C_3 = (1 - p_o)C_o + p_{zp}C_{zp1} = (1 - 0,478) \cdot 5037 + 0,232 \cdot 76933 = 20487 \text{ (Дж/(м·К))};$$

$$C_4 = (1 - p_{zp})C_{zp1} + p_{zp}C_{zp2} = (1 - 0,232) \cdot 76933 + 0,232 \cdot 378386 = 146902 \text{ (Дж/(м·К))};$$

$$C_5 = (1 - p_{zp})C_{zp2} + p_{zp}C_{zp3} = (1 - 0,232) \cdot 378386 + 0,232 \cdot 1861052 = 722524 \text{ (Дж/(м·К))};$$

$$C_6 = (1 - p_{zp})C_{zp3} + p_{zp}C_{zp4} = (1 - 0,232) \cdot 1861052 + 0,232 \cdot 9153391 = 3553659 \text{ (Дж/(м·К))};$$

$$C_7 = (1 - p_{zp})C_{zp4} + p_{zp}C_{zp5} = (1 - 0,232) \cdot 9153391 + 0,232 \cdot 45019997 = \\ = 17478299 \text{ (Дж/(м·К))}.$$

На рис. 3.7, а показаны графики температур жилы и экрана полученные с помощью тепловых схем замещения (рис. 3.5) и графики тех же температур, полученные на основе конечно элементного метода моделирования для кабеля, находящегося в цилиндрическом слое грунта с $r_{\text{экс}} = 3$ м. На рис. 3.7, б показаны графики абсолютных погрешностей температур жилы и экрана, рассчитанных на основе тепловых схем замещения. Погрешность определялась в отношении к графикам температур, полученных методом конечных элементов.

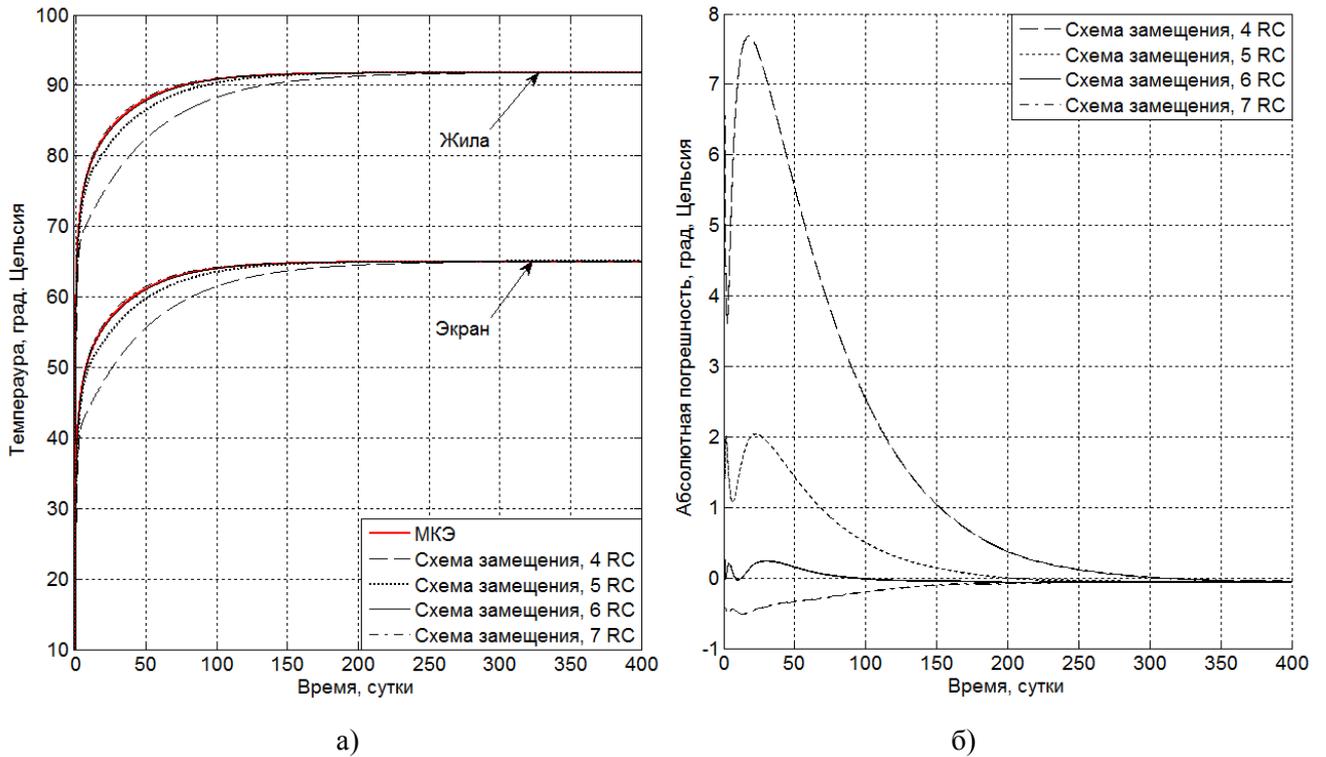


Рис. 3.7. Графики температур жилы и экрана, полученные при расчёте методом конечных элементов (МКЭ) и с помощью тепловых схем замещения для эквивалентного цилиндрического грунта (а), абсолютные погрешности расчёта температур жилы и экрана с помощью тепловых схем замещения (б)

По графикам, изображённым на рис. 3.7, а видно, что с увеличением RC звеньев до 6, погрешность расчётов уменьшается, а при дальнейшем увеличении – начинает возрастать. По рис. 3.7, б видно, что погрешность расчёта температур на основе схемы с четырьмя RC звеньями (рис. 3.5, а) превышает 7 °С и значительно выше погрешности расчёта температур с помощью остальных схем. Погрешность расчёта с помощью схемы, состоящей из 6 RC звеньев, минимальна и график температуры проходит под графиком, полученным с помощью метода конечных элементов, почти повторяя его. Если в схеме 7 RC звеньев, то график температуры проходит выше графика, полученного методом конечных элементов, и погрешность расчёта становится несколько больше.

Произведём сопоставление полученных графиков температур с графиком нагрева кабеля, находящегося в полубесконечном грунте, полученным с помощью метода конечных элементов. На рис. 3.8 представлены совокупность этих графиков (рис. 3.8, а) и абсолютные погрешности расчёта температур жилы и экрана, полученные с помощью схем замещения, изображённых на рис. 3.5, в отношении к графикам, полученным методом конечных элементов (рис. 3.8, б).

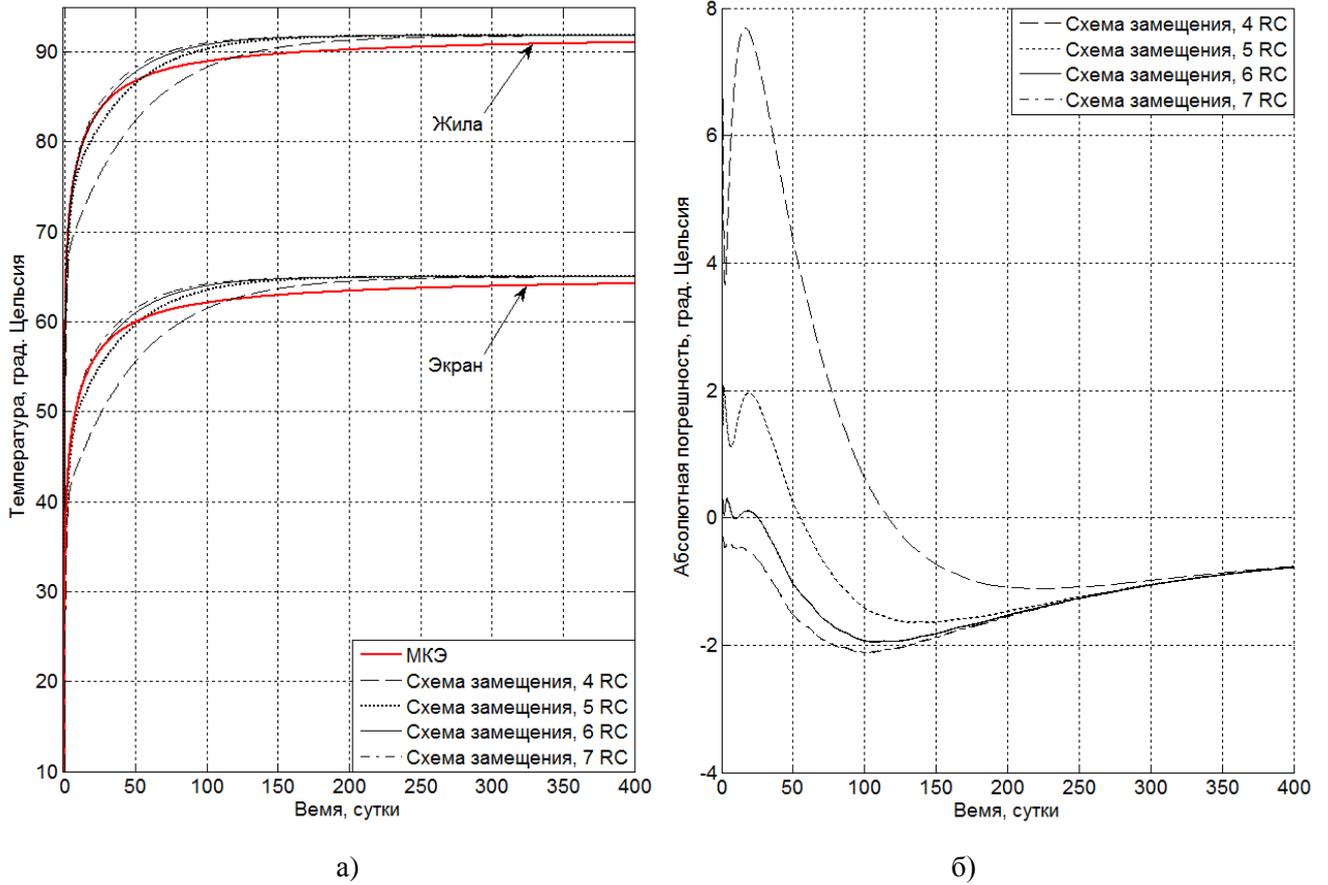


Рис. 3.8. Графики температур жилы и экрана, полученные при расчёте методом конечных элементов (МКЭ) для полубесконечного грунта и с помощью тепловых схем замещения для эквивалентного цилиндрического грунта (а), абсолютные погрешности расчёта температур жилы и экрана кабеля с помощью тепловых схем замещения (б)

По графикам видно, что минимальное отклонение от температуры, полученной методом конечных элементов, имеет график температуры, полученный с помощью схемы, состоящей из 6 RC цепочек, в которой грунт моделируется с помощью 4 RC цепочек. Таким образом, оптимальным количеством RC цепочек для грунта является 4. Тогда тепловая схема замещения для трёхфазной КЛ будет иметь вид, представленный на рисунке 3.9.

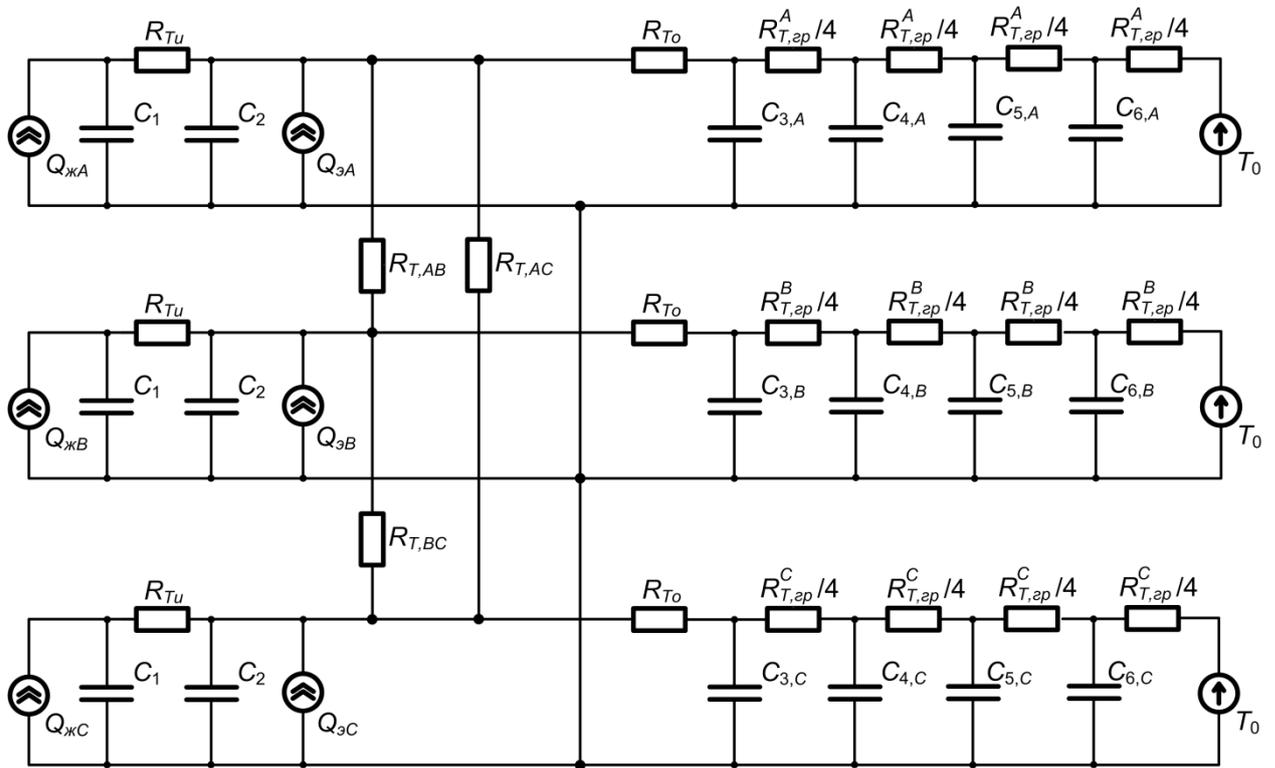


Рис. 3.9. Уточнённая тепловая схема замещения для трёхфазной КЛ, проложенной в грунте

3.1.3. Определение собственных тепловых сопротивлений грунта для каждого кабеля и взаимных тепловых сопротивлений между кабелями

Как отмечалось ранее, расчёт теплового сопротивления изоляции и внешней оболочки кабеля рассмотрен в [66, 67]. В схеме на рис. 3.9 необходимо определить взаимные тепловые сопротивления R_{TAB} , R_{TBC} , R_{TAC} , а также собственные тепловые сопротивления грунта частичным тепловым потокам от каждого кабеля в отдельности ($R_{T,эp}^A$, $R_{T,эp}^B$, $R_{T,эp}^C$). Аналогичная задача решалась в [4], где производился расчёт сопротивлений тепловой схемы замещения самонесущих изолированных проводов (СИП) воздушных линий электропередачи на основе вычислительных экспериментов с помощью конечно элементного метода моделирования стационарного теплового поля СИП-а. В нашем случае можно воспользоваться тем же методом и определить перечисленные выше сопротивления с помощью математических моделей на основе метода конечных элементов, рассмотренных в главе 2 данной работы. При этом необходимо иметь ввиду то, что расчёт тепловых сопротивлений в схеме на рис. 3.9 отличается от расчётов в [4], поскольку СИП – это четырёхпроводная линия

электропередачи, расположенная в воздухе, а схема на рис. 3.9 составлена для трёхфазной трёхпроводной высоковольтной кабельной линии, проложенной в грунте.

В стационарном режиме тепловая схема замещения трёхфазной КЛ будет иметь вид, представленный на рис. 3.10.

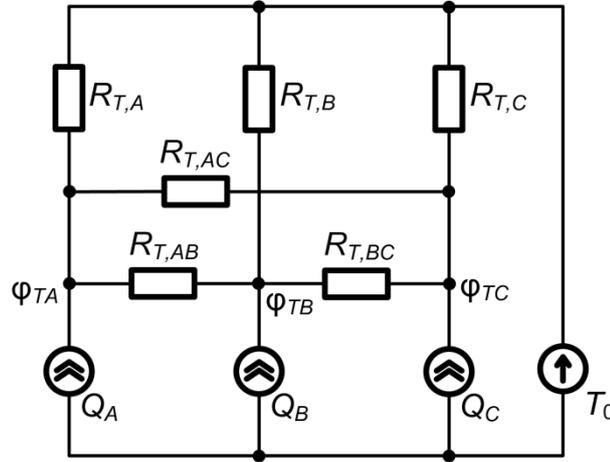


Рис. 3.10. Тепловая схема замещения трёхфазной КЛ для установившегося теплового поля

В данной схеме $Q_A = Q_{жA} + Q_{эA}$, $Q_B = Q_{жB} + Q_{эB}$, $Q_C = Q_{жC} + Q_{эC}$, – суммарные тепловые потери в однофазных кабелях на единицу длины; $R_{T,A} = R_{T_0} + R_{T,эp}^A$, $R_{T,B} = R_{T_0} + R_{T,эp}^B$, $R_{T,C} = R_{T_0} + R_{T,эp}^C$, – собственные тепловые сопротивления между внешней поверхностью экранов кабелей и окружающей средой на единицу длины; $R_{T,AB}$, $R_{T,BC}$, $R_{T,CA}$ – взаимные тепловые сопротивления между однофазными кабелями; T_A , T_B , T_C – температуры экранов фаз «А», «В» и «С» соответственно.

Для данной схемы с помощью метода узловых потенциалов можно составить следующую систему уравнений, описывающую тепловые процессы в сечении кабельной линии:

$$\begin{cases} Q_A = \frac{\varphi_{TA} - \varphi_{TB}}{R_{T,AB}} + \frac{\varphi_{TA} - \varphi_{TC}}{R_{T,AC}} + \frac{\varphi_{TA} - T_0}{R_{T,A}}; \\ Q_B = \frac{\varphi_{TB} - \varphi_{TA}}{R_{T,AB}} + \frac{\varphi_{TB} - \varphi_{TC}}{R_{T,BC}} + \frac{\varphi_{TB} - T_0}{R_{T,B}}; \\ Q_C = \frac{\varphi_{TC} - \varphi_{TA}}{R_{T,AC}} + \frac{\varphi_{TC} - \varphi_{TB}}{R_{T,BC}} + \frac{\varphi_{TC} - T_0}{R_{T,C}}. \end{cases} \quad (3.8)$$

Произведём расчёт тепловых сопротивлений для следующих способов укладки кабелей:

- 1) сомкнутым треугольником, (рис. 3.11, а);
- 2) в плоскости без расстояния в свету, (рис. 3.11, б);

3) в плоскости с расстоянием между кабелями, равным диаметру кабелей, (рис. 3.11, в);

4) в плоскости с расстоянием между кабелями, равным двум диаметрам однофазных кабелей, (рис. 3.11, г).

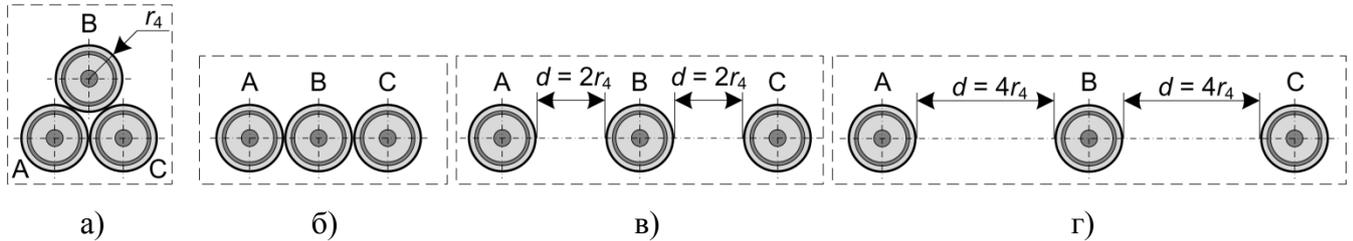


Рис. 3.11. Способы укладки кабелей

Для всех указанных способов укладки кабелей имеют место следующие равенства:

$$R_{T,AB} = R_{T,BC}; R_{T,A} = R_{T,C}. \quad (3.9)$$

Они обусловлены тем, что при укладке кабелей треугольником, фазы «А» и «С» находятся немного ниже в грунте, чем фаза «В» (рис. 3.11, а), а при укладке кабелей в плоскости фазы «А» и «С» расположены по краям и расстояние между ними больше, чем расстояния между парами фаз «АВ» и «ВС».

Перепишав систему (3.8) с учётом (3.9), получим уравнения с четырьмя неизвестными сопротивлениями $R_{T,A}$, $R_{T,B}$, $R_{T,AB}$, $R_{T,AC}$:

$$\begin{cases} Q_A = \frac{\varphi_{TA} - \varphi_{TB}}{R_{T,AB}} + \frac{\varphi_{TA} - \varphi_{TC}}{R_{T,AC}} + \frac{\varphi_{TA} - T_0}{R_{T,A}}; \\ Q_B = \frac{2\varphi_{TB} - \varphi_{TA} - \varphi_{TC}}{R_{T,AB}} + \frac{\varphi_{TB} - T_0}{R_{T,B}}; \\ Q_C = \frac{\varphi_{TC} - \varphi_{TA}}{R_{T,AC}} + \frac{\varphi_{TC} - \varphi_{TB}}{R_{T,AB}} + \frac{\varphi_{TC} - T_0}{R_{T,A}}. \end{cases} \quad (3.10)$$

Теперь с помощью системы уравнений (3.10) необходимо определить значения указанных выше сопротивлений для нескольких конструкций КЛ. Для этого с помощью математических моделей на основе метода конечных элементов были произведены расчёты установившихся тепловых полей для КЛ при различных значениях тепловыделений в жилах и экранах. В таблице 3.1 приведены результаты расчётов различных тепловых режимов для четырёх рассматриваемых конструкций КЛ.

Температуру на поверхности экрана определяли по формуле

$$T_s = \frac{1}{2\pi r_3} \oint_l T \cdot dl, \quad (3.11)$$

как среднее значение температуры по внешней окружности экрана.

Таблица 3.1. Результаты расчёта температурных режимов КЛ

Кабели уложены треугольником			
Номер режима	Фаза	Тепловыделение, Вт/м	Температура на поверхности экрана, °C
1	«А»	$1 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 52$	65,5
	«В»	$0,5 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 26$	60,2
	«С»	$0,2 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 10,4$	57,7
2	«А»	$1 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 52$	108,4
	«В»	$1,8 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 93,6$	115,5
	«С»	$0,5 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 26$	103,4
Кабели уложены в плоскости, $d = 0$			
Номер режима	Фаза	Тепловыделение, Вт/м	Температура на поверхности экрана, °C
1	«А»	$1 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 52$	64,9
	«В»	$0,5 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 26$	60,7
	«С»	$0,2 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 10$	52,9
2	«А»	$1 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 52$	106,6
	«В»	$1,8 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 93,6$	116,6
	«С»	$0,5 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 26$	99,1
Кабели уложены в плоскости, $d = 2r_4$			
Номер режима	Фаза	Тепловыделение, Вт/м	Температура на поверхности экрана, °C
1	«А»	$1 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 38,6$	48,1
	«В»	$0,5 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 19,3$	42,9
	«С»	$0,2 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 7,7$	35,3
2	«А»	$1 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 38,6$	72,3
	«В»	$1,8 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 69,4$	83,8
	«С»	$0,5 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 19,3$	64,3
Кабели уложены в плоскости, $d = 4r_4$			
Номер режима	Фаза	Тепловыделение, Вт/м	Температура на поверхности экрана, °C
1	«А»	$1 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 52$	59,2
	«В»	$0,5 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 26$	50,5
	«С»	$0,2 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 10,4$	39,2
2	«А»	$1 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 52,$	86,5
	«В»	$1,8 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 93,6$	104,8
	«С»	$0,5 \cdot (Q_{жс} + Q_3) = 26$	74

Поскольку для определения сопротивлений $R_{T,A}$, $R_{T,B}$, $R_{T,AB}$, $R_{T,AC}$ необходимо составить четыре уравнения, то будем использовать первые два уравнения системы (3.10), рассматривая два тепловых режима. Тогда для вариантов прокладки кабелей 2, 3, 4 будем иметь:

$$\begin{cases} Q_A = \frac{\Phi_{TA} - \Phi_{TB}}{R_{T,AB}} + \frac{\Phi_{TA} - \Phi_{TC}}{R_{T,AC}} + \frac{\Phi_{TA} - T_0}{R_{T,A}}; \\ Q_B = \frac{2\Phi_{TB} - \Phi_{TA} - \Phi_{TC}}{R_{T,AB}} + \frac{\Phi_{TB} - T_0}{R_{T,B}}; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 52 = \frac{65,5 - 60,2}{R_{T,AB}} + \frac{65,5 - 57,7}{R_{T,AC}} + \frac{65,5 - 10}{R_{T,A}}; \\ 26 = \frac{2 \cdot 60,2 - 65,5 - 57,7}{R_{T,AB}} + \frac{60,2 - 10}{R_{T,B}}; \\ 52 = \frac{108,4 - 115,5}{R_{T,AB}} + \frac{108,4 - 103,4}{R_{T,AC}} + \frac{108,4 - 10}{R_{T,A}}; \\ 93,6 = \frac{2 \cdot 115,5 - 108,4 - 103,4}{R_{T,AB}} + \frac{115,5 - 10}{R_{T,B}}; \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\begin{cases} 52 = \frac{64,9 - 60,7}{R_{T,AB}} + \frac{64,9 - 52,9}{R_{T,AC}} + \frac{64,9 - 10}{R_{T,A}}; \\ 26,011 = \frac{2 \cdot 60,7 - 64,9 - 52,9}{R_{T,AB}} + \frac{60,7 - 10}{R_{T,B}}; \\ 52,022 = \frac{106,6 - 116,6}{R_{T,AB}} + \frac{106,6 - 99,1}{R_{T,AC}} + \frac{106,6 - 10}{R_{T,A}}; \\ 93,64 = \frac{2 \cdot 116,6 - 106,6 - 99,1}{R_{T,AB}} + \frac{116,6 - 10}{R_{T,B}}; \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\begin{cases} 38,574 = \frac{48,1 - 42,9}{R_{T,AB}} + \frac{48,1 - 35,3}{R_{T,AC}} + \frac{48,1 - 10}{R_{T,A}}; \\ 19,287 = \frac{2 \cdot 42,9 - 48,1 - 35,3}{R_{T,AB}} + \frac{42,9 - 10}{R_{T,B}}; \\ 38,574 = \frac{72,3 - 83,8}{R_{T,AB}} + \frac{72,3 - 64,3}{R_{T,AC}} + \frac{72,3 - 10}{R_{T,A}}; \\ 69,433 = \frac{2 \cdot 83,8 - 72,3 - 64,3}{R_{T,AB}} + \frac{83,8 - 10}{R_{T,B}}; \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 52,022 = \frac{59,2 - 50,5}{R_{T,AB}} + \frac{59,2 - 39,2}{R_{T,AC}} + \frac{59,2 - 10}{R_{T,A}}; \\ 26,011 = \frac{2 \cdot 50,5 - 59,2 - 39,2}{R_{T,AB}} + \frac{50,5 - 10}{R_{T,B}}; \\ 52,022 = \frac{86,5 - 104,8}{R_{T,AB}} + \frac{86,5 - 74}{R_{T,AC}} + \frac{86,5 - 10}{R_{T,A}}; \\ 93,64 = \frac{2 \cdot 104,8 - 86,5 - 74}{R_{T,AB}} + \frac{104,8 - 10}{R_{T,B}}. \end{array} \right. \quad (3.15)$$

В результате решения данных систем уравнений были найдены собственные и взаимные тепловые сопротивления для четырёх вариантов укладки кабелей, представленные в таблице 3.2.

Таблица 3.2. Тепловые сопротивления, полученные при решении систем уравнений (3.18) - (3.21)

Тип укладки кабелей	$R_{T,A}$, К·м/Вт	$R_{T,B}$, К·м/Вт	$R_{T,C}$, К·м/Вт	$R_{T,AB}$, К·м/Вт	$R_{T,BC}$, К·м/Вт	$R_{T,AC}$, К·м/Вт
1	1,775	1,657	1,775	0,637	0,637	0,632
2	1,405	2,695	1,405	0,51	0,51	2,551
3	1,3	1,963	1,3	0,97	0,97	3,27
4	1,215	1,692	1,215	1,302	1,302	4,061

3.1.4. Разделение эквивалентного грунта на слои. Определение тепловых сопротивлений и ёмкостей этих слоёв

Как было предложено в разделе 3.1.1, реальные частичные тепловые поля от каждого кабеля заменим эквивалентными осесимметричными таким образом, чтобы температуры жил соответствовали значениям, имеющему место в реальных условиях, когда фаза КЛ находится рядом с двумя другими на некоторой глубине в грунте. Для такой замены необходимо определить эквивалентный внешний радиус эквивалентного цилиндрического слоя грунта для каждого кабеля в отдельности.

Вычислительные эксперименты показывают, что для кабелей, уложенных треугольником, эквивалентный внешний радиус необходимо определять из равенства теплового сопротивления эквивалентного цилиндрического грунта и собственного теплового сопротивления тепловому потоку от кабеля, определённого в разделе 3.1.4. При этом необходимо из собственного сопротивления среды, окружающей кабель, вычесть сопротивление его оболочки и полученную разность разделить на 3.

Тогда формула для эквивалентного внешнего радиуса грунта будет иметь вид:

$$R_{T(\text{экв,цил})} = \frac{(R_{T,\text{собст}} - R_{T_0})}{3} \Rightarrow \frac{1}{2\pi\lambda_{\text{зр}}} \ln \frac{r_{\text{экв}}}{r_4} = \frac{(R_{T,\text{собст}} - R_{T_0})}{3} \Rightarrow r_{\text{экв}} = r_4 e^{\frac{2\pi\lambda_{\text{зр}}(R_{T,\text{собст}} - R_{T_0})}{3}}. \quad (3.16)$$

Тройка в знаменателе обусловлена тем, что эквивалентное осесимметричное поле рассматривается для одного кабеля, а не для трёх.

Для кабелей, уложенных в плоскости эквивалентный внешний радиус необходимо определять из равенства теплового сопротивления эквивалентного цилиндрического грунта и теплового сопротивления реальной окружающей среды тепловому потоку от рассматриваемого кабеля. Тепловое сопротивление реальной окружающей среды можно определить из тепловой схемы замещения для установившегося режима трёхфазной КЛ (рис. 3.10). Представим её без источников и одинаково обозначим равные сопротивления (рис. 3.12).

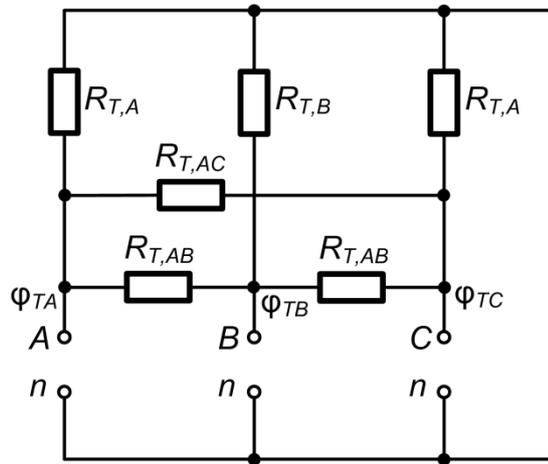


Рис. 3.12. Тепловая схема замещения трёхфазной КЛ для установившегося режима теплового поля без источников

Тепловое сопротивление окружающей среды для фазы «А» будет равно входному тепловому сопротивлению схемы относительно точек *A* и *n*. Аналогично для фаз «В» и «С». Причем ввиду симметрии схемы относительно фазы «В» рассматриваемые сопротивления для фаз «А» и «С» будут равны. Тогда, применив эквивалентные преобразования из теории электрических цепей (рис. 3.13, 3.14), получим следующие выражения для определения входных тепловых сопротивлений тепловым потокам от фаз «А» и «В»:

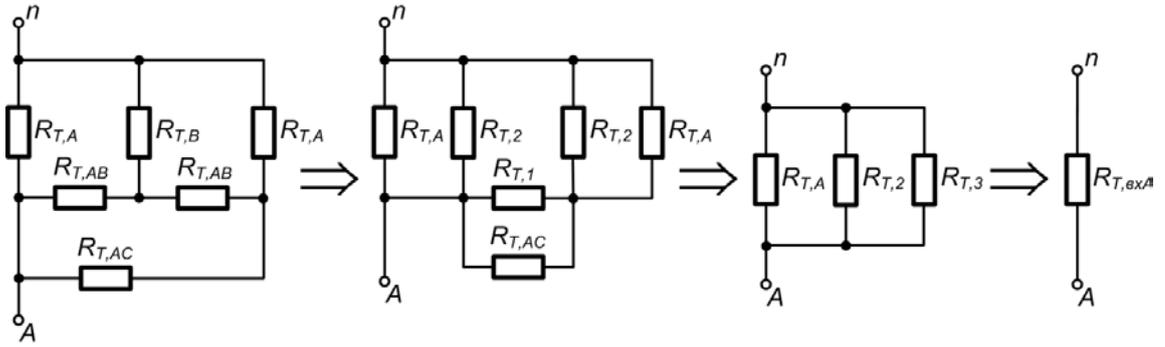


Рис. 3.13. Эквивалентные преобразования тепловой схемы замещения относительно фазы «А»

$$R_{T,1} = 2R_{T,AB} + \frac{R_{T,AB}^2}{R_{T,B}}; R_{T,2} = R_{T,AB} + 2R_{T,B}; R_{T,3} = \frac{R_{T,AC}R_{T,1}}{R_{T,AC} + R_{T,1}} + \frac{R_{T,A}R_{T,2}}{R_{T,A} + R_{T,2}}; \quad (3.17)$$

$$R_{T,exA} = \frac{R_{T,A}R_{T,2}R_{T,3}}{R_{T,A}R_{T,2} + R_{T,A}R_{T,3} + R_{T,2}R_{T,3}}.$$

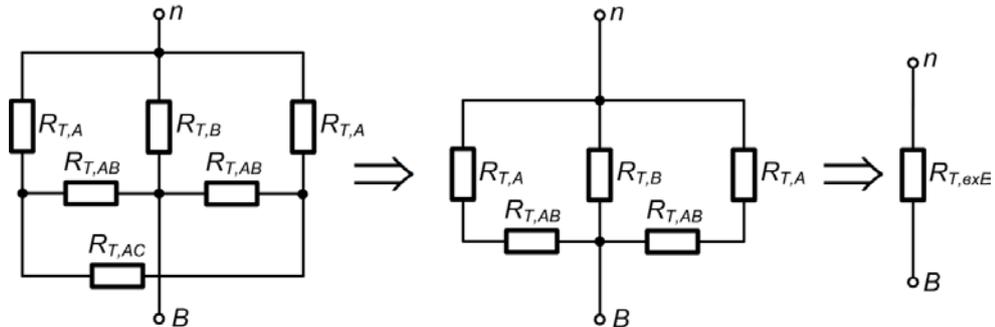


Рис. 3.14. Эквивалентные преобразования тепловой схемы замещения относительно фазы «В»

$$R_{T,exB} = \frac{(R_{T,AB} + R_{T,A})^2 R_{T,B}}{(R_{T,AB} + R_{T,A})^2 + 2(R_{T,AB} + R_{T,A})R_{T,B}}. \quad (3.18)$$

Отсюда получаем выражение для внешнего радиуса эквивалентного грунта:

$$R_{T(экв,цил)} = \frac{(R_{T,ex} - R_{To})}{3} \Rightarrow \frac{1}{2\pi\lambda_{zp}} \ln \frac{r_{эkv}}{r_4} = \frac{(R_{T,ex} - R_{To})}{3} \Rightarrow r_{эkv} = r_4 e^{\frac{2\pi\lambda_{zp}(R_{T,ex} - R_{To})}{3}}. \quad (3.19)$$

В таблице 3.3 представлены значения эквивалентных радиусов для каждого кабеля трёхфазной КЛ при различных способах их укладки, рассчитанные по формулам (3.16) – (3.19).

Таблица 3.3. Величины эквивалентных радиусов для рассматриваемых конструкций КЛ

Способ укладки кабелей	Фаза «А»	Фаза «В»	Фаза «С»
1	1,903 м	1,488 м	1,903 м
2	2,776 м	2,681 м	2,776 м
3	2,931 м	2,901 м	2,931 м
4	2,961 м	2,947 м	2,961 м

Теперь воспользуемся методом Ван-Вормера [90]. В соответствии с ним, при определении параметров элементов в RC цепочках эквивалентный цилиндрический грунт вокруг каждого кабеля необходимо разделить на слои с равными тепловыми сопротивлениями (рис. 3.15). Тогда тепловые сопротивления для грунта в схеме, изображённой на рис. 3.9, нужно определять по формуле

$$\frac{R_{T,сп}^{(A,B,C)}}{4} = \frac{R_{T(A,B,C)} - R_{T_0}}{4}. \quad (3.20)$$

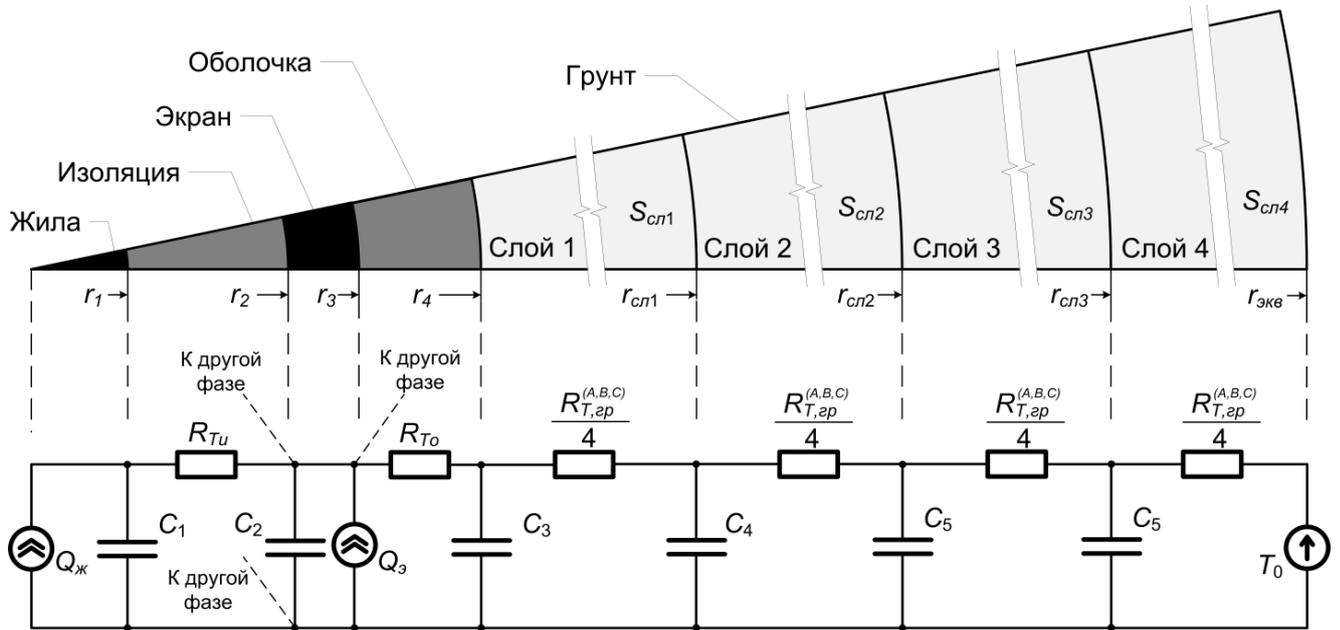


Рис. 3.15. Тепловая схема замещения одной фазы и её эквивалентного окружающего пространства

Значения $R_{T,сп}^{A,B,C}/4$ для рассматриваемых способов укладки кабелей представлены в таблице 3.4.

Таблица 3.4. Тепловые сопротивления слоёв грунта для каждой фазы КЛ рассматриваемых конструкций.

Способ укладки кабелей	$R_{T,сп}^A/4$, К·м/Вт	$R_{T,сп}^B/4$, К·м/Вт	$R_{T,сп}^C/4$, К·м/Вт
1	0,421	0,392	0,421
2	0,329	0,651	0,329
3	0,302	0,468	0,302
4	0,281	0,4	0,281

Промежуточные радиусы эквивалентных слоёв находим из условия равенства их тепловых сопротивлений:

$$r_{5(A,B,C)} = \sqrt[4]{r_4^3 \cdot r_{эке(A,B,C)}}; \quad r_{6(A,B,C)} = \sqrt{r_4 \cdot r_{эке(A,B,C)}}; \quad r_{7(A,B,C)} = \sqrt[4]{r_4 \cdot r_{эке(A,B,C)}^3}. \quad (3.21)$$

Значения промежуточных радиусов для рассматриваемых конструкций КЛ представлены в таблице 3.5.

Таблица 3.5. Значения промежуточных радиусов для рассматриваемых конструкций КЛ

Укладка кабелей	Фазы	r_5 , м	r_6 , м	r_7 , м
1	«А»	0,135	0,326	0,788
	«В»	0,127	0,288	0,655
	«С»	0,135	0,326	0,788
2	«А»	0,148	0,393	1,046
	«В»	0,147	0,387	1,019
	«С»	0,148	0,394	1,046
3	«А»	0,15	0,405	1,089
	«В»	0,15	0,403	1,081
	«С»	0,15	0,405	1,089
4	«А»	0,151	0,407	1,097
	«В»	0,151	0,406	1,094
	«С»	0,151	0,407	1,097

Находим тепловые ёмкости слоёв эквивалентного грунта для каждой фазы по формулам

$$C_{cp1(A,B,C)} = c_{cp} \rho_{cp} \pi \left(r_{5(A,B,C)}^2 - r_{4(A,B,C)}^2 \right), C_{cp2(A,B,C)} = c_{cp} \rho_{cp} \pi \left(r_{6(A,B,C)}^2 - r_{5(A,B,C)}^2 \right); \quad (3.22)$$

$$C_{cp3(A,B,C)} = c_{cp} \rho_{cp} \pi \left(r_{7(A,B,C)}^2 - r_{6(A,B,C)}^2 \right), C_{cp4(A,B,C)} = c_{cp} \rho_{cp} \pi \left(r_{кв6(A,B,C)}^2 - r_{6(A,B,C)}^2 \right).$$

Величины полученных ёмкостей представлены в таблице 3.6.

Таблица 3.6. Значения тепловых ёмкостей слоёв эквивалентного грунта для каждой фазы рассматриваемых конструкций КЛ

Укладка кабелей	Фазы	C_{cp1} , Дж/(м*К)	C_{cp2} , Дж/(м*К)	C_{cp3} , Дж/(м*К)	C_{cp4} , Дж/(м*К)
1	«А»	94935	553976	3232623	18863348
	«В»	816661	421358	2173993	11216703
	«С»	94935	553976	3232623	18863348
2	«А»	118735	836782	5897209	41560487
	«В»	116340	805711	5579946	38643890
	«С»	118735	836782	5897209	41560487
3	«А»	122540	887352	6425591	46529677
	«В»	121804	877446	6320925	45534545
	«С»	122540	887352	6425591	46529677
4	«А»	123255	897014	6528204	47510361
	«В»	122918	892455	6479722	47046396
	«С»	123255	897014	6528204	47510361

Тепловые ёмкости $C_{3(A,B,C)} - C_{6(A,B,C)}$ схемы замещения, изображённой на рис. 3.9 определяем с помощью коэффициента Ван-Вормера [90]

$$P_{zp(A,B,C)} = \frac{1}{\ln \frac{r_{\text{экв}(A,B,C)}}{r_4}} - \frac{1}{\left(\frac{r_{\text{экв}(A,B,C)}}{r_4} \right) - 1}. \quad (3.23)$$

Тогда

$$\begin{aligned} C_{3(A,B,C)} &= (1 - p_o) C_o + p_{zp}^{A,B,C} C_{zp1}^{A,B,C}; \\ C_{4(A,B,C)} &= (1 - p_{zp}^{A,B,C}) C_{zp1}^{A,B,C} + p_{zp}^{A,B,C} C_{zp2}^{A,B,C}; \\ C_{5(A,B,C)} &= (1 - p_{zp}^{A,B,C}) C_{zp2}^{A,B,C} + p_{zp}^{A,B,C} C_{zp3}^{A,B,C}; \\ C_{6(A,B,C)} &= (1 - p_{zp}^{A,B,C}) C_{zp3}^{A,B,C} + p_{zp}^{A,B,C} C_{zp4}^{A,B,C}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Значения коэффициентов Ван-Вормера и тепловых ёмкостей в RC цепочках схемы, изображённой на рис. 3.13, моделирующих область грунта, представлены в таблице 3.7.

Таблица 3.7. Коэффициенты Ван-Вормера и теплоёмкости схемы замещения

Укладка кабелей	Фаза	p_{zp}	C_3 , Дж/(м·К)	C_4 , Дж/(м·К)	C_5 , Дж/(м·К)	C_6 , Дж/(м·К)
1	«А»	0,2532	26668	211165	1232215	7190354
	«В»	0,2657	24329	171919	887017	4576558
	«С»	0,2532	26668	211165	1232215	7190354
2	«А»	0,2355	30594	287843	2028572	14296330
	«В»	0,2371	30212	279773	1937569	13418625
	«С»	0,2355	30594	287843	2028572	14296330
3	«А»	0,2331	31196	300825	2178366	15774218
	«В»	0,2336	31080	298296	2148860	15479916
	«С»	0,2331	31196	300825	2178366	15774218
4	«А»	0,2327	31308	303285	2207216	16063474
	«В»	0,2329	31255	302125	2193595	15926721
	«С»	0,2327	31308	303285	2207216	16063474

Чтобы оценить адекватность моделей на основе тепловых схем замещения произведём сравнение результатов расчёта температур жилы и экрана, полученных с помощью метода конечных элементов и с помощью предлагаемых схем. Расчёты были выполнены для перечисленных выше способов укладки кабелей той же конструкции. При протекании тока по жилам в 1440 А, коэффициенте тока в экранах 0,2 (20% от тока в жилах) тепловыделение составило 34,6 Вт/м в жилах и 17,5 Вт/м в экранах.

На рисунках 3.16 – 3.19 представлены графики изменения интересующих температур и абсолютных погрешностей в полнофазных режимах работы КЛ. Поскольку условия теплоотвода у фазы «В» отличаются от условий для фаз «А» и «С», на рисунках показаны графики для двух фаз («А» и «В»). Расчёты методом конечных

элементов были выполнены в программе COMSOL Multiphysics, а расчёт с помощью схем замещения были произведены в программе Simulink.

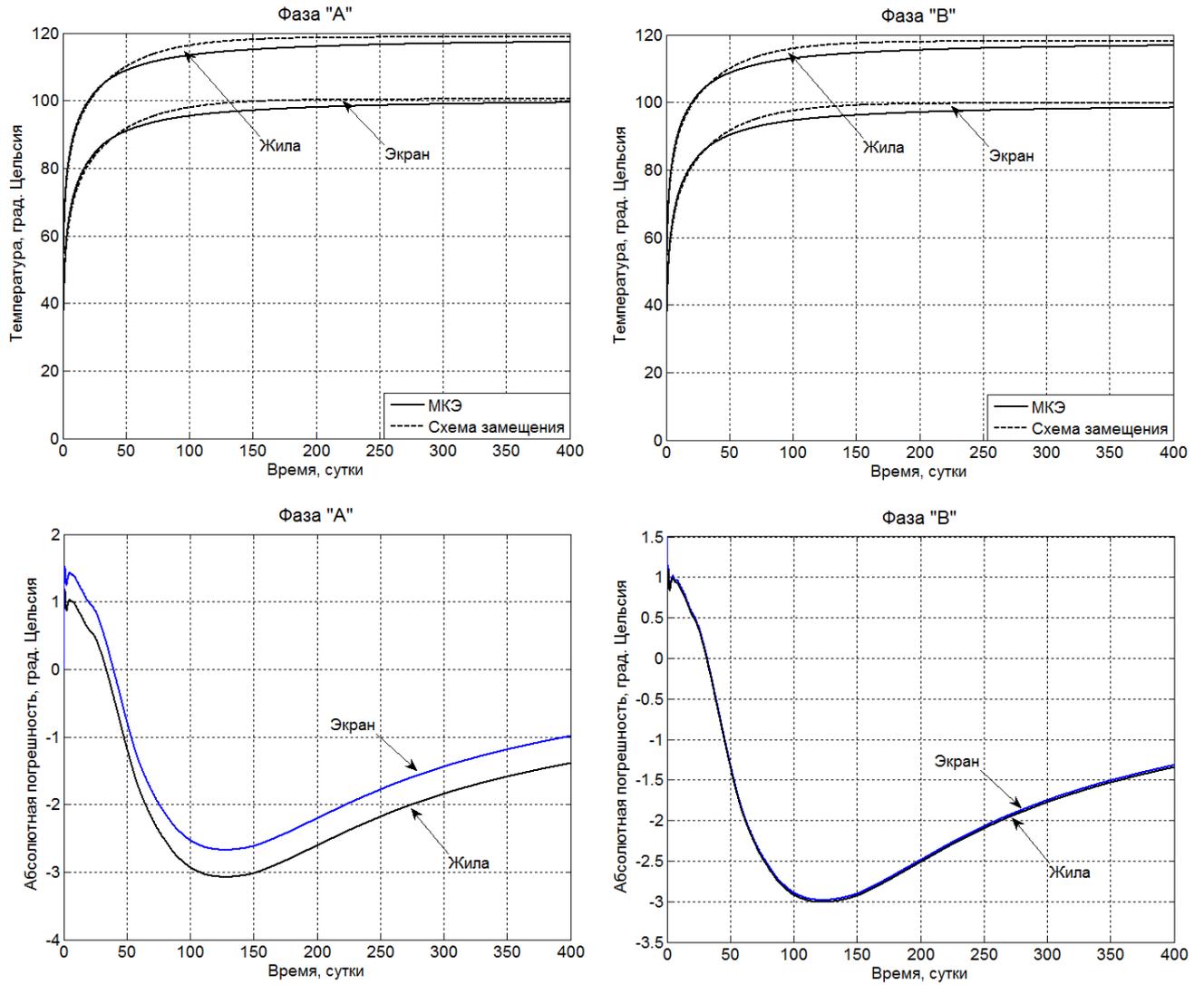


Рис. 3.16. Сравнение результатов расчёта температур кабелей с помощью тепловых схем замещения и методом конечных элементов для 1 типа прокладки кабелей

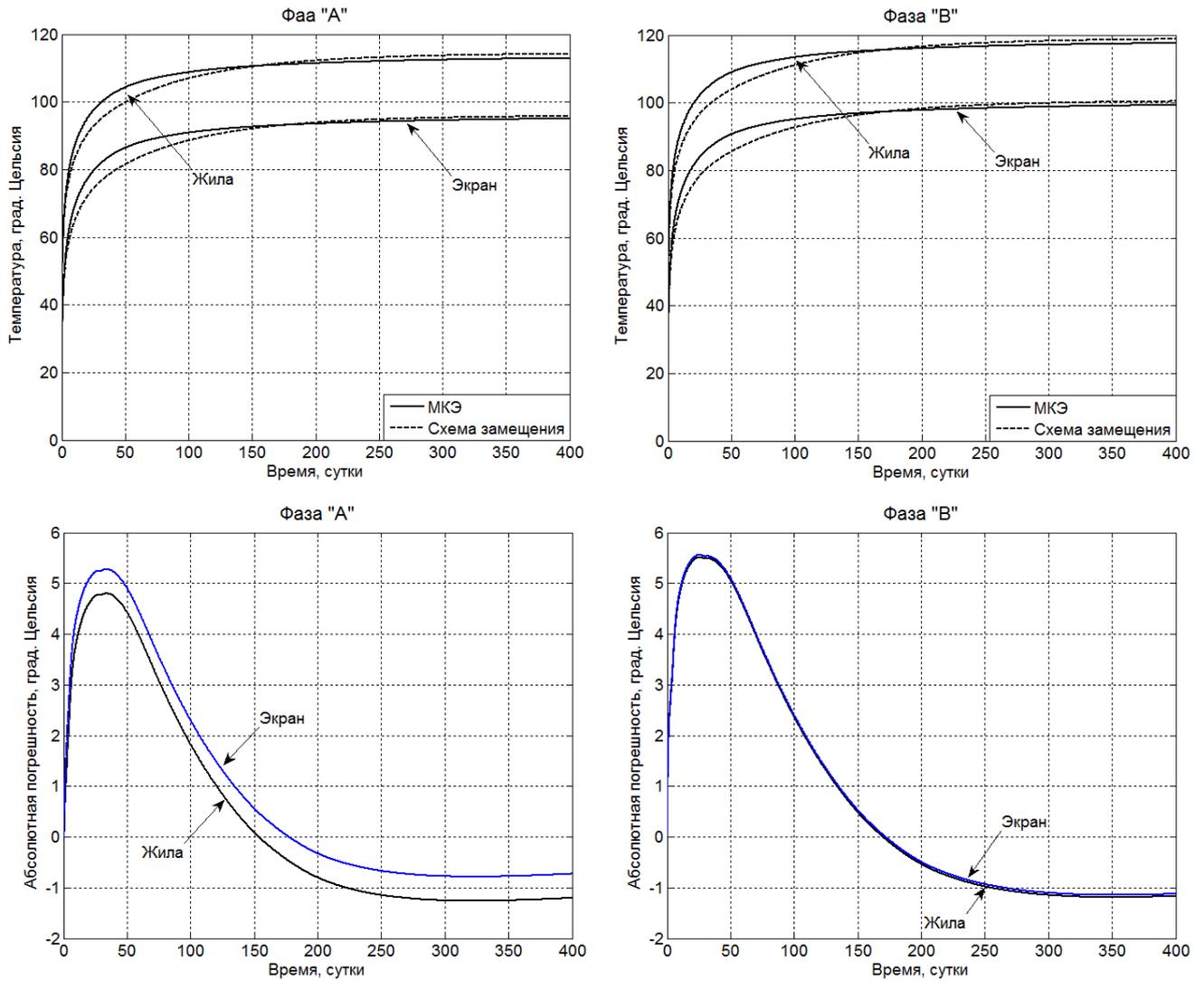


Рис. 3.17. Сравнение результатов расчёта температур кабелей с помощью тепловых схем замещения и методом конечных элементов для 2 типа прокладки кабелей

Графики, изображённые на рис. 3.16, 3.17 свидетельствуют о наличии погрешностей, величины которых различны для укладки кабелей треугольником и в плоскости. Это обусловлено тем, что при расположении кабелей треугольником, тепловое поле в начале переходного процесса обладает некоторой симметрией относительно центра треугольника, поэтому графики температур идентичны тем, что получены для одного кабеля, проложенного в грунте на той же глубине (рис. 3.8). Вначале переходного процесса кривые практически повторяют друг друга, пока тепловая волна не дойдёт до поверхности грунта. Затем, графики, полученные с помощью схемы замещения, проходят выше графиков, полученных методом конечных элементов. Погрешность при этом достигает только 3 °С, что составляет 2,5% от максимальной температуры.

При укладке кабелей в плоскости, поле обладает меньшей симметрией, поэтому погрешность становится больше в начале переходного процесса и достигает 5,5 °С (4,6% от максимальной температуры).

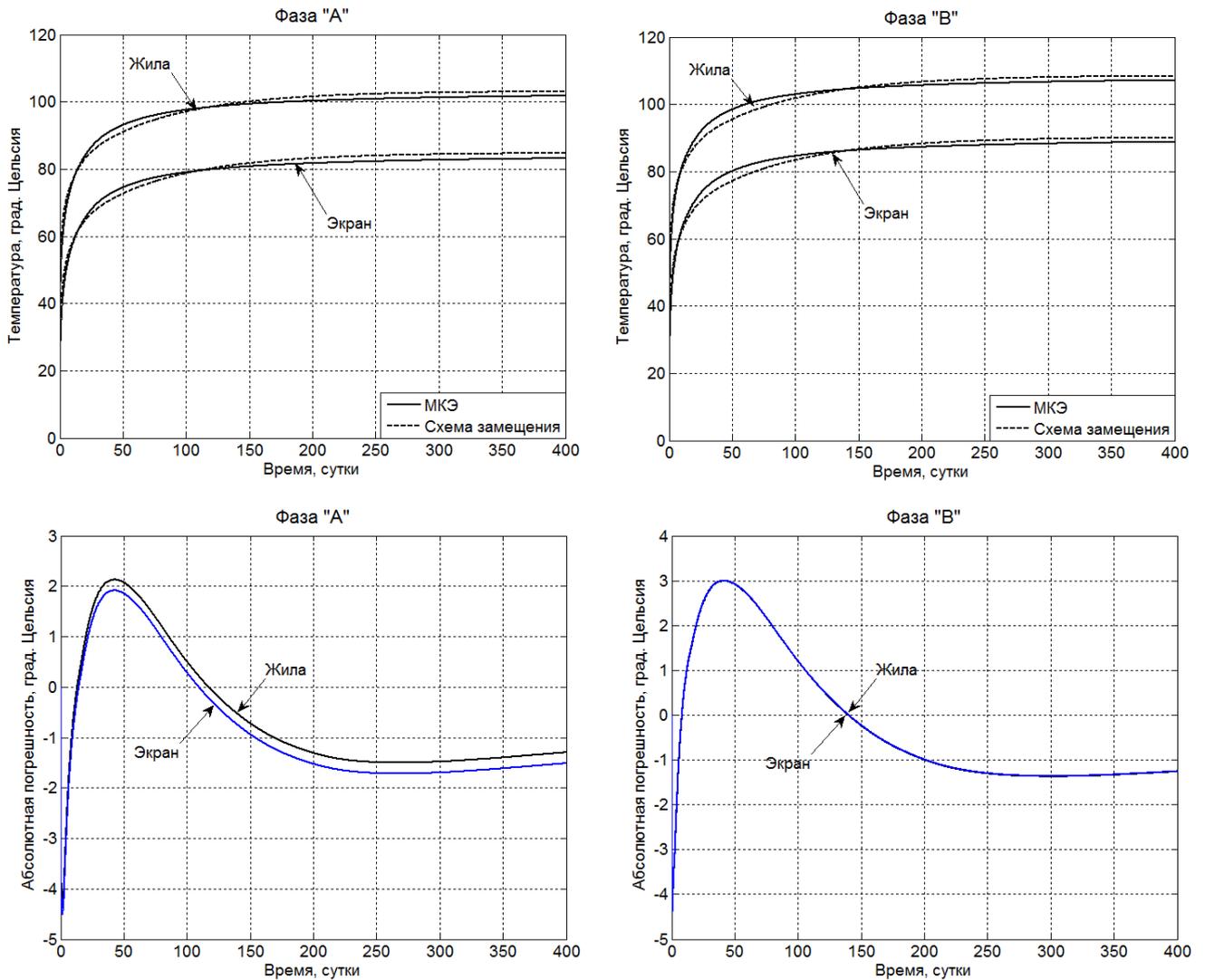


Рис. 3.18. Сравнение результатов расчёта температур кабелей с помощью тепловых схем замещения и методом конечных элементов для 3 типа прокладки кабелей

При увеличении расстояния между фазами тепловая волна не сразу доходит до соседнего кабеля, а схема замещения (рис. 3.9) предполагает, что тепловой поток от одного кабеля по мере его нагревания (заряда ёмкостей C_1 и C_2) сразу достигает соседние кабели через взаимные сопротивления R_{TAB} , R_{TBC} , R_{TAC} . Поэтому в самом начале переходного процесса погрешность возрастает по модулю (рис. 3.18 – 3.19) и достигает 6,5 °С (6,5% от максимальной температуры) для 4 способа укладки кабелей (рис. 3.19). Затем она быстро уменьшается и не превышает 2 °С (2% от максимальной температуры).

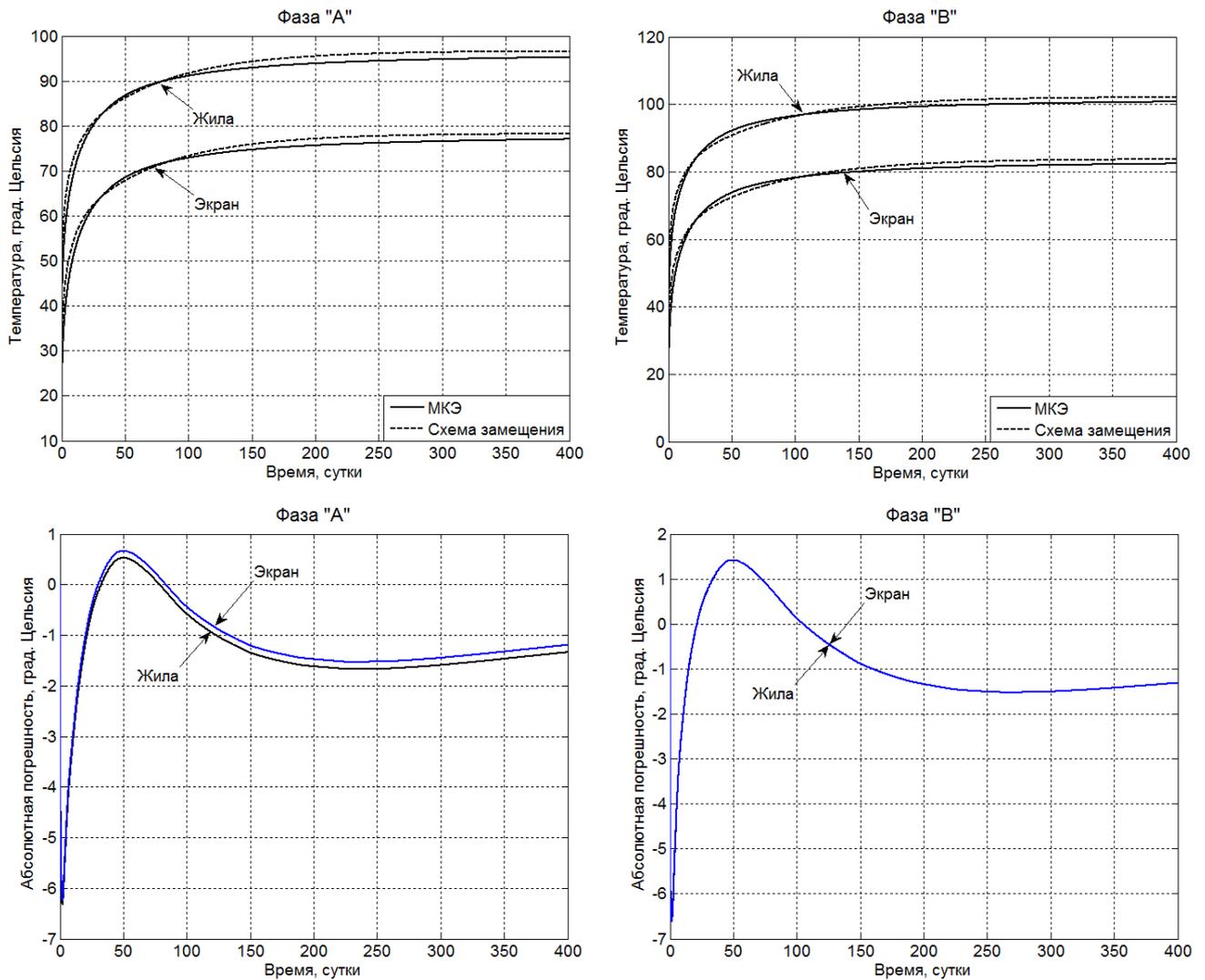


Рис. 3.19. Сравнение результатов расчёта температур кабелей с помощью тепловых схем замещения и методом конечных элементов для 4 типа прокладки кабелей

В целом модели, построенные с помощью тепловых схем замещения, позволяют адекватно оценить нагрев кабелей трёхфазной КЛ, проложенной в грунте, поскольку правильно отражают основные тенденции изменения теплового поля в сечении КЛ. Хотя графики, полученные разными методами, не полностью повторяют друг друга и даже пересекаются в двух местах, разница в температурах не превышает 10% от максимальной температуры. При этом наибольшие отклонения температуры имеют непродолжительный характер. Температуры крайних фаз при расположении кабелей в плоскости меньше температуры средней фазы. При удалении кабелей друг от друга их максимальная температура уменьшается, что соответствует улучшению условий теплоотвода. Поэтому можно заключить, что полученные тепловые схемы замещения позволят решить задачу прогнозирования нагрева КЛ.

3.2. Разработка математического алгоритма для расчёта температурного профиля жилы однофазного высоковольтного кабеля с изоляцией из сшитого полиэтилена в режиме реального времени

Расчёт температуры жилы в режиме реального времени по данным о температуре, получаемых от средств мониторинга распределённой температуры кабелей, и токовой нагрузке жилы является одной из задач мониторинга пропускной способности и защиты кабелей от перегрева изоляции. Её можно решить с помощью тепловой схемы замещения (рис. 3.1) коаксиального кабеля и теории её построения, изложенной в [66, 67], а также в [48].

В случае, если оптоволоконный датчик системы мониторинга распределённой температуры расположен в экране кабеля, при решении данной задачи не требуются тепловые ёмкости экрана и оболочки C_s , C_o , тепловое сопротивление оболочки R_{to} и мощность тепловыделения в экране $Q_s(t)$, так как в каждый момент времени нам известна температура $T_s(t)$. При этом система мониторинга распределённой температуры позволяет определять её во множестве точек вдоль КЛ с некоторым пространственным разрешением (количество точек с известной температурой на километр длины кабеля). Это пространственное разрешение зависит от конкретной системы мониторинга распределённой температуры в экране и длины КЛ.

Пропускная способность КЛ определяется её наиболее нагретым участком, который необходимо выявлять и контролировать. Количество таких опасных участков вдоль КЛ значительно меньше количества точек, в которых система мониторинга измеряет температуру и они, как правило, одни и те же. Их место расположения меняется медленно в зависимости от времени года. Однако на практике часто происходят непредвиденные ситуации, которые приводят к увеличению температуры КЛ в менее опасных местах, что, в свою очередь, приводит к изменению температурных профилей кабелей. Известны следующие случаи:

- весной во время таяния снега или сильного дождя произошло затопление колодца, в котором находятся коробки транспозиции, что привело к увеличению токов в экранах и повышению температуры кабелей;
- вблизи высоковольтной КЛ, проходящей в черте города, параллельно ей проложили теплотрассу, что привело к дополнительному подогреву соответствующего участка КЛ;

- аварии на кабельных линиях, проложенных параллельно с другими высоковольтными кабелями, обусловленных человеческим и другими факторами, что также приводит к перегреву параллельных линий;
- аварии на теплотрассах, проложенных вблизи с высоковольтными КЛ.

Таким образом, для предотвращения перегрева кабелей и предвидения аварийных ситуаций требуется рассчитывать переходные процессы во всём множестве поперечных сечений КЛ с пространственным разрешением, соответствующим разрешению системы мониторинга распределённой температуры. Поэтому у величин, зависящих от места их нахождения вдоль КЛ, будем ставить индекс i соответствующий номеру сечения ($i = 1, 2, \dots, n$).

Для повышения точности расчёта можно разделить изоляцию кабеля на две части с равными тепловыми сопротивлениями. Тогда схема будет иметь вид, представленный на рис. 3.20.

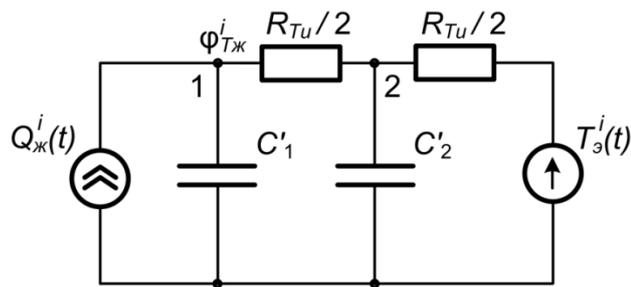


Рис. 3.20. Тепловая схема замещения для расчёта температуры жилы при известной температуре в экране

Исходя из условия равенства тепловых сопротивлений слоёв изоляции, формула промежуточного радиуса r_{12} будет иметь вид

$$r_{12} = \sqrt{r_1 r_2}. \quad (3.25)$$

Величины C'_1 и C'_2 в определяем по методу Ван-Вормера [90]:

$$C'_1 = C_{жс} + p_u C_{u1}; \quad C'_2 = (1 - p_u) C_{u1} + p_u C_{u2}, \quad (3.26)$$

где тепловые ёмкости C_{u1} , C_{u2} находим по формулам

$$C_{u1} = c_u \rho_u \pi (r_{12}^2 - r_1^2); \quad C_{u2} = c_u \rho_u \pi (r_2^2 - r_{12}^2). \quad (3.27)$$

Величину тепловыделения в жиле определяем по закону Джоуля-Ленца:

$$Q_{жс}^i(t) = I_{жс}^2(t) R_{жс}^i, \quad (3.28)$$

где $I_{жс}(t)$ – действующее значение тока в жиле в момент времени t , А; $R_{жс}^i$ – активное электрическое сопротивление жилы переменному току на единицу длины в i -ом сечении кабеля, Ом/м.

Активное сопротивление жилы переменному току необходимо определять с учётом поверхностного эффекта и эффекта близости. Для рабочей частоты тока (50 Гц) удобнее всего использовать формулы из ИЕС 60287 [65]:

$$R_{жс}^i = R_{жс}^{i0} (1 + y_s^i + y_p^i), \quad (3.29)$$

где $R_{жс}^{i0}$ – электрическое сопротивление жилы постоянному току с учётом температурного коэффициента сопротивления α_t , Ом/м, определяемое по формуле

$$R_{жс}^{i0} = R_{жс0} (1 + \alpha_t (T_{жс}^i(t) - 20)), \quad (3.30)$$

где $R_{жс0}$ – сопротивление жилы постоянному току при температуре 20 °С, Ом/м; y_s^i – коэффициент поверхностного эффекта, определяемый по формулам (2.27); y_p^i – коэффициент эффекта близости, определяемый по формулам

$$y_p^i = \frac{(x_p^i)^4}{192 + 0,8(x_p^i)^4} \left(\frac{2r_1}{s} \right)^2 \left[0,312 \left(\frac{2r_1}{s} \right)^2 + \frac{1,18}{\frac{(x_p^i)^4}{192 + 0,8(x_p^i)^4} + 0,27} \right]; \quad x_p^i = \sqrt{\frac{8\pi f}{R_{жс}^{i0}} \cdot k_p \cdot 10^{-7}}, \quad (3.31)$$

где s – расстояние от оси рассматриваемого кабеля до осей соседних кабелей, м, определяемое по формуле $s = \sqrt{s_1 s_2}$, если эти расстояния не одинаковые; k_p – коэффициент, учитывающий влияние конструкции жилы на проявление эффекта близости, о.е.

Переходный процесс в полученной схеме поддаётся аналитическому описанию только в случае, когда температура в экране и действующее значение тока в жиле изменяются по известным законам. При решении задачи в режиме реального времени законы изменения тока в жиле и температуры в экране не известны, а их графики имеют сложную форму, поэтому расчёт необходимо выполнять численным методом. В [18] описан подходящий способ расчёта переходных процессов на основе дискретных моделей электрических цепей построенных с помощью неявного метода решения дифференциальных уравнений – метода трапеций. Воспользуемся им для расчёта температуры жилы на основе тепловой схемы замещения, изображённой на рис. 3.20.

В соответствии с этим методом, исходную электрическую схему на каждом шаге интегрирования представляют схемой, содержащей только действующие в цепи источники, резистивные элементы и зависимые источники, заменяющие индуктивные и ёмкостные элементы. Применяя это преобразование к тепловой схеме замещения, получаем её дискретную модель, изображённую на рис. 3.21.

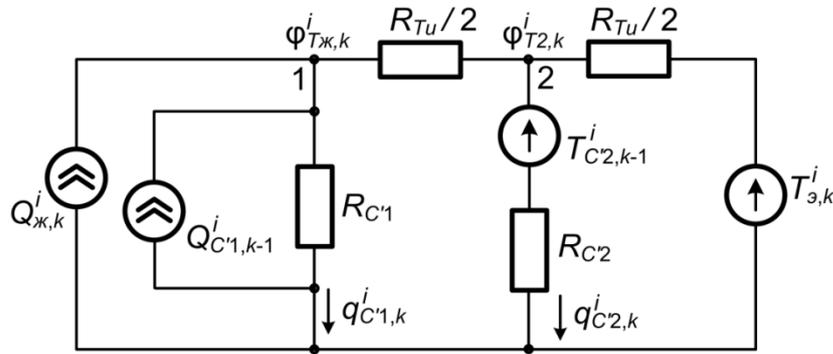


Рис. 3.21. Дискретная модель тепловой схемы замещения коаксиального кабеля

Величины дискретных сопротивлений R_{C1} , R_{C2} и дискретных источников $Q_{C1,k-1}$, $T_{C2,k-1}$, изображённых на рис. 3.21 необходимо вычислять по формулам

$$R_{C'1} = \frac{h}{2C'_1}; \quad R_{C'2} = \frac{h}{2C'_2}; \quad (3.32)$$

$$Q_{C'1,k-1}^i = \frac{\Phi_{T_{ж,k-1}}^i}{R_{C'1}} + q_{C'1,k-1}^i; \quad T_{C'2,k-1}^i = \Phi_{T_{2,k-1}}^i + q_{C'2,k-1}^i R_{C'2},$$

где h – шаг интегрирования по времени, с; $q_{C'1,k-1}^i$ и $q_{C'2,k-1}^i$ – тепловые потоки в ёмкостях C'_1 и C'_2 соответственно на $k-1$ шаге интегрирования в i -ом сечении кабеля, Вт/м; $\Phi_{T_{ж,k-1}}^i$, $\Phi_{T_{2,k-1}}^i$ – температурные потенциалы в узлах 1 и 2 соответственно на $k-1$ шаге интегрирования в i -ом сечении кабеля (аналоги электрических потенциалов), °К.

Преобразуем источники теплового потока (рис. 3.21) $Q_{ж,k}^i$, $Q_{C'1,k-1}^i$ в источник температуры методом эквивалентного преобразования параллельной схемы замещения активного двухполюсника в последовательную:

$$T_{1,k}^i = (Q_{ж,k}^i + Q_{C'1,k-1}^i) R_{C'1}. \quad (3.33)$$

Тогда расчётная схема замещения для одного шага интегрирования будет выглядеть так, как показано на рис. 3.22.

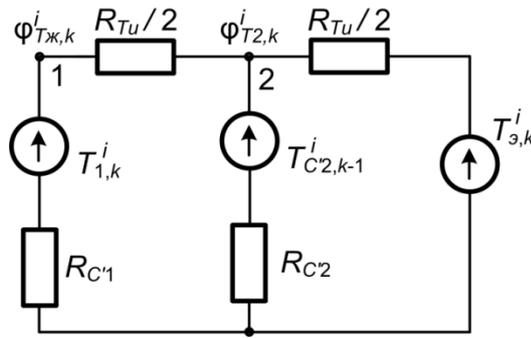


Рис. 3.22. Расчётная схема замещения для одного шага интегрирования

На основе полученной схемы температуру жилы на каждом шаге интегрирования можно рассчитать с помощью законов Кирхгофа и Ома.

Начальные условия на первом шаге интегрирования (в момент включения кабеля под нагрузку) ($k = 1$) будут следующие:

$$\begin{aligned} \varphi_{Тж,1}^i &= \varphi_{Т2,1}^i = T_{э,1}^i = T_э^i(0_+); \\ q_{C'1,1}^i &= Q_{ж,1}^i = Q_{ж}^i(0_+), \quad q_{C'2,1}^i = 0. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Тогда значения дискретных источников на первом шаге в соответствии с формулами (3.32) будут следующие:

$$Q_{C'1,1}^i = \frac{\varphi_{Тж,1}^i}{R_{C'1}} + q_{C'1,1}^i = \frac{T_э^i(0_+)}{R_{C'1}} + Q_{ж}^i(0_+); \quad T_{C'2,1}^i = \varphi_{Т2,1}^i + q_{C'2,1}^i R_{C'2} = T_э^i(0_+). \quad (3.35)$$

Значение теплового потенциала точки 2 (рис. 3.22) на k -ом шаге интегрирования для i -го сечения можно определить по методу двух узлов:

$$\varphi_{Т2,k}^i = \frac{\frac{(Q_{ж,k}^i + Q_{C'1,k-1}^i)R_{C'1}}{R_{C'1} + 0,5R_{Tu}} + \frac{T_{C'2,k-1}^i}{R_{C'2}} + \frac{T_{э,k}^i}{0,5R_{Tu}}}{\frac{1}{R_{C'1} + 0,5R_{Tu}} + \frac{1}{R_{C'2}} + \frac{1}{0,5R_{Tu}}}. \quad (3.36)$$

Тогда формула для теплового потенциала жилы (температуры жилы) кабеля на k -ом шаге интегрирования в i -ом сечении будет иметь вид

$$\varphi_{Тж,k}^i = \varphi_{Т2,k}^i - 0,5R_{Tu} \frac{(\varphi_{Т2,k}^i - T_{1,k}^i)}{R_{C'1} + 0,5R_{Tu}}. \quad (3.37)$$

Величины тепловых потоков в ёмкостях $q_{C'1,k}^i$, $q_{C'2,k}^i$ можно найти по закону Ома для участка цепи, содержащей источник ЭДС (в данном случае источник температуры):

$$q_{C'1,k}^i = \frac{\varphi_{Тж,k}^i - Q_{C'1,k-1}^i R_{C'1}}{R_{C'1}}; \quad q_{C'2,k}^i = \frac{\varphi_{Т2,k}^i - T_{C'2,k-1}^i}{R_{C'2}}. \quad (3.38)$$

Величины дискретных источников $Q_{C1,k-1}^i$, $T_{C2,k-1}^i$ для $k + 1$ шага интегрирования нужно определять по формулам (3.32) с использованием последних значений тепловых потоков в ёмкостях, определённых по формулам (3.38), а значения $Q_{ж,k}^i$ для каждого шага интегрирования нужно определять по формуле (3.28).

Математический алгоритм для расчёта температурных профилей жил трёхфазной КЛ, состоящей из трёх одножильных кабелей, уложенных в плоскости, приведён в приложении Л. В алгоритме использовались параметры рассмотренных выше кабеля и грунта. Блок-схема математического алгоритма представлена на рис. 3.23.

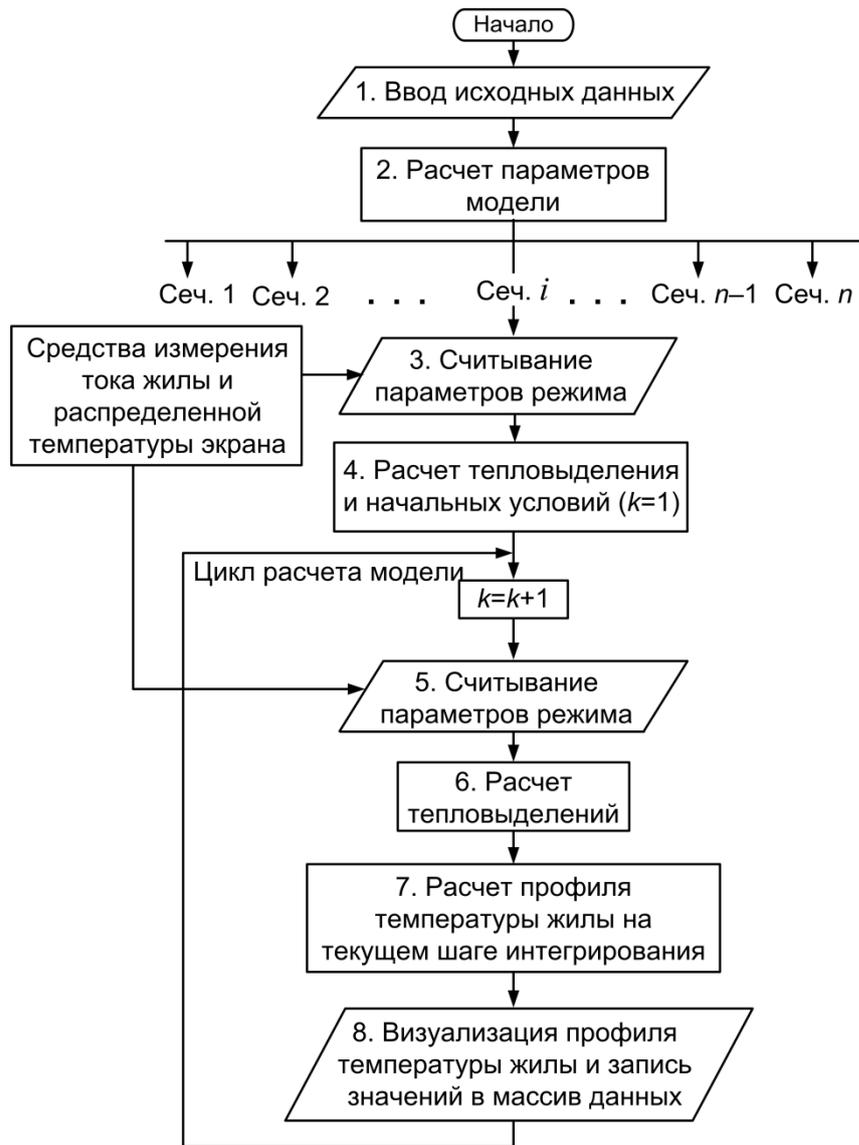


Рис. 3.23. Блок-схема математического алгоритма для расчёта температурных профилей жил трёхфазной КЛ по известным температурам в экранах и токовым нагрузкам в жилах

Произведём сравнение расчёта температур жил кабелей на основе разработанного алгоритма с результатами расчёта модели трёхфазной кабельной линии, разработанной

на основе метода конечных элементов в программе COMSOL Multiphysics, описанной в разделе 2.5.1 настоящей работы. Предлагаемая к рассмотрению модель имеет следующие параметры:

- кабели уложены в плоскости с расстоянием между центрами жил равным двум диаметрам кабелей;
- экраны заземлены с двух сторон;
- ток в жилах изменяется по суточному графику, приведённому в разделе 2.6 настоящей работы (рис. 2.38) с коэффициентом $k_I = 0,017$;
- интервал времени расчёта составляет 180 суток;
- шаг по времени для записи промежуточных результатов расчёта температур принят равным 864 с и соответствует шагу интегрирования в математическом алгоритме;
- все остальные физические и геометрические параметры модели соответствуют последним значениям, используемым в настоящей работе.

По окончании расчёта модели в программе COMSOL Multiphysics были записаны массивы значений температур в экранах и жилах, а также токов в жилах. На основе массивов значений токов в жилах и температур в экранах был выполнен расчёт температур жил с помощью разработанного математического алгоритма, который обращался к этим массивам на каждом шаге интегрирования.

На рис. 3.24 – 3.26 приведены графики температур для фаз «А», «В» и «С», полученных с помощью метода конечных элементов и с помощью разработанного математического алгоритма, а также графики абсолютных погрешностей для этих температур.

По графикам видно, что разница в температурах жил, рассчитанных разными методами, не превышает 1 °С и график температуры, полученный с помощью алгоритма, практически повторяет график, рассчитанный методом конечных элементов.

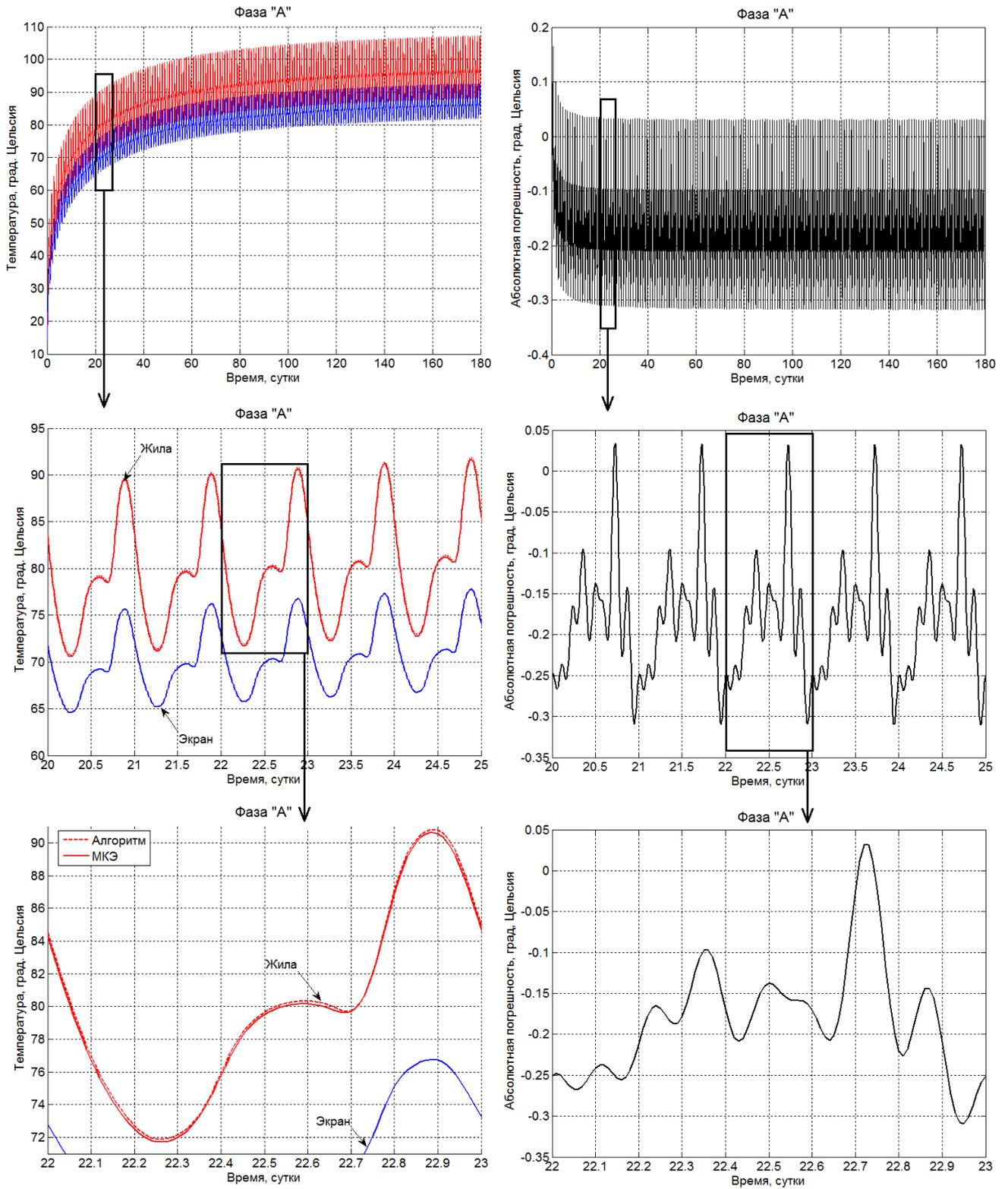


Рис. 3.24. Сравнение расчётов температуры жилы фазы «А» с помощью математического алгоритма и с помощью метода конечных элементов (МКЭ)

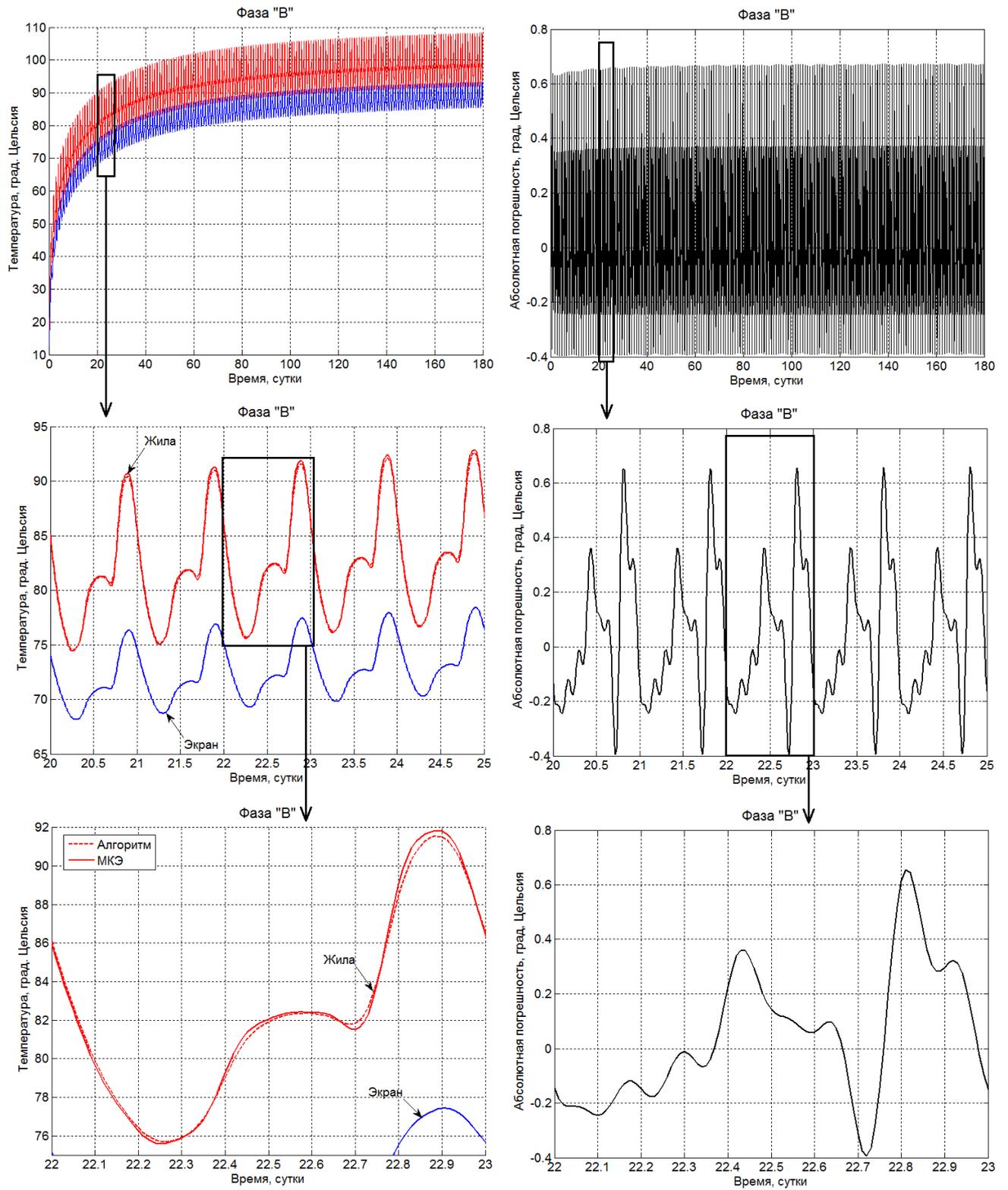


Рис. 3.25. Сравнение расчётов температуры жилы фазы «B» с помощью математического алгоритма и с помощью метода конечных элементов (МКЭ)

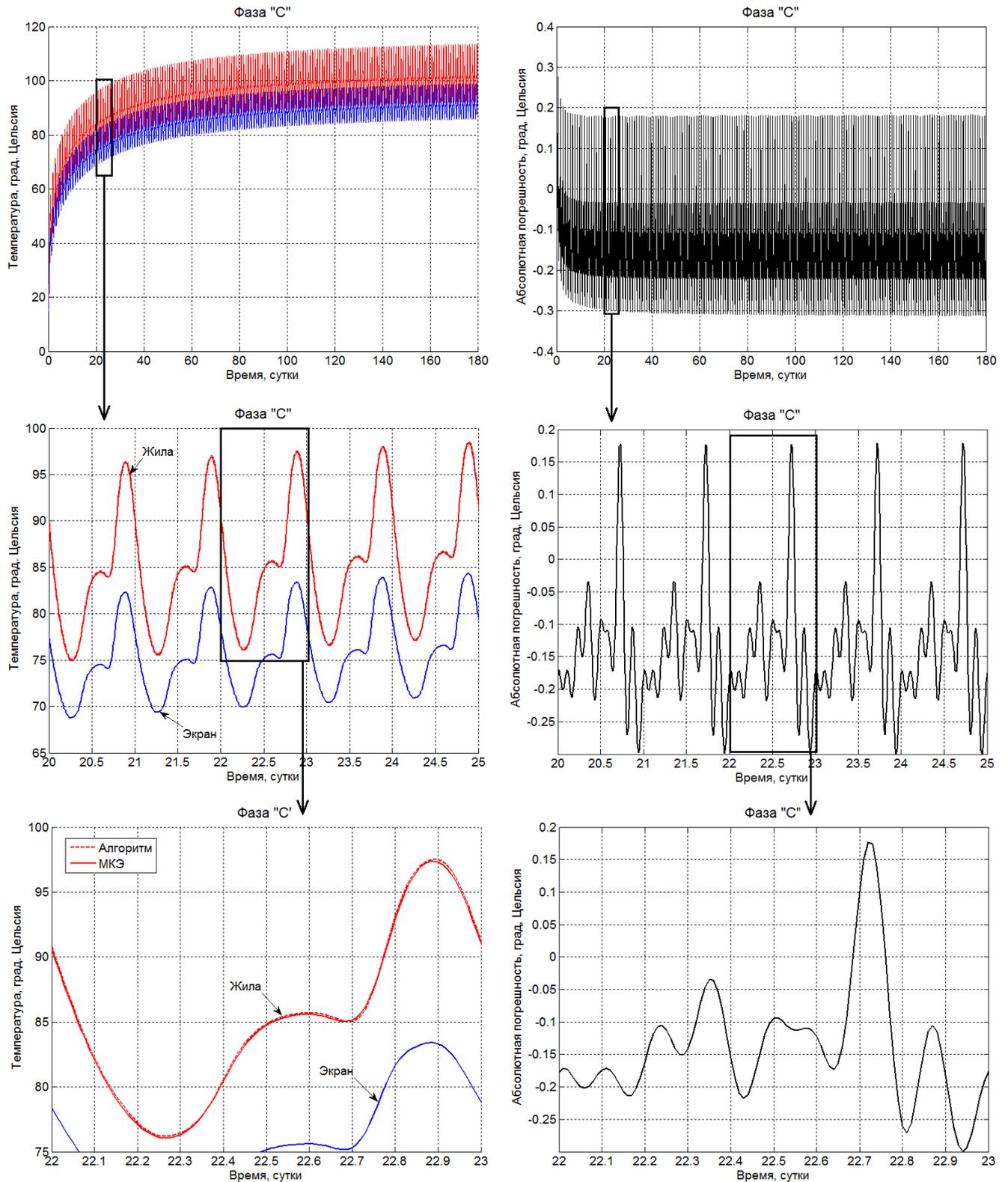


Рис. 3.26. Сравнение расчётов температуры жилы фазы «С» с помощью математического алгоритма и с помощью метода конечных элементов (МКЭ)

Теперь сопоставим расчёт с помощью полученного алгоритма с экспериментальными данными, опубликованными в работе других авторов. Для этого выберем статью Джозефа Прайма и Джорджа Валдиса [80], поскольку в ней

представлены наиболее презентабельные графики и достаточное количество исходных данных.

В выбранной работе авторы производили эксперимент по нагреву трёх однофазных кабелей на напряжение 240 кВ с алюминиевыми жилами сечением $3 \cdot 10^6$ круговых миллов или 1520 мм^2 . Кабели были установлены в трубе диаметром 273 мм. Для измерения температуры были установлены термопары на поверхностях жилы и изоляции, внутри и снаружи трубы. На рис. 3.27 представлены графики измеренных с помощью термопар температур, а также график действующего тока в кабелях.

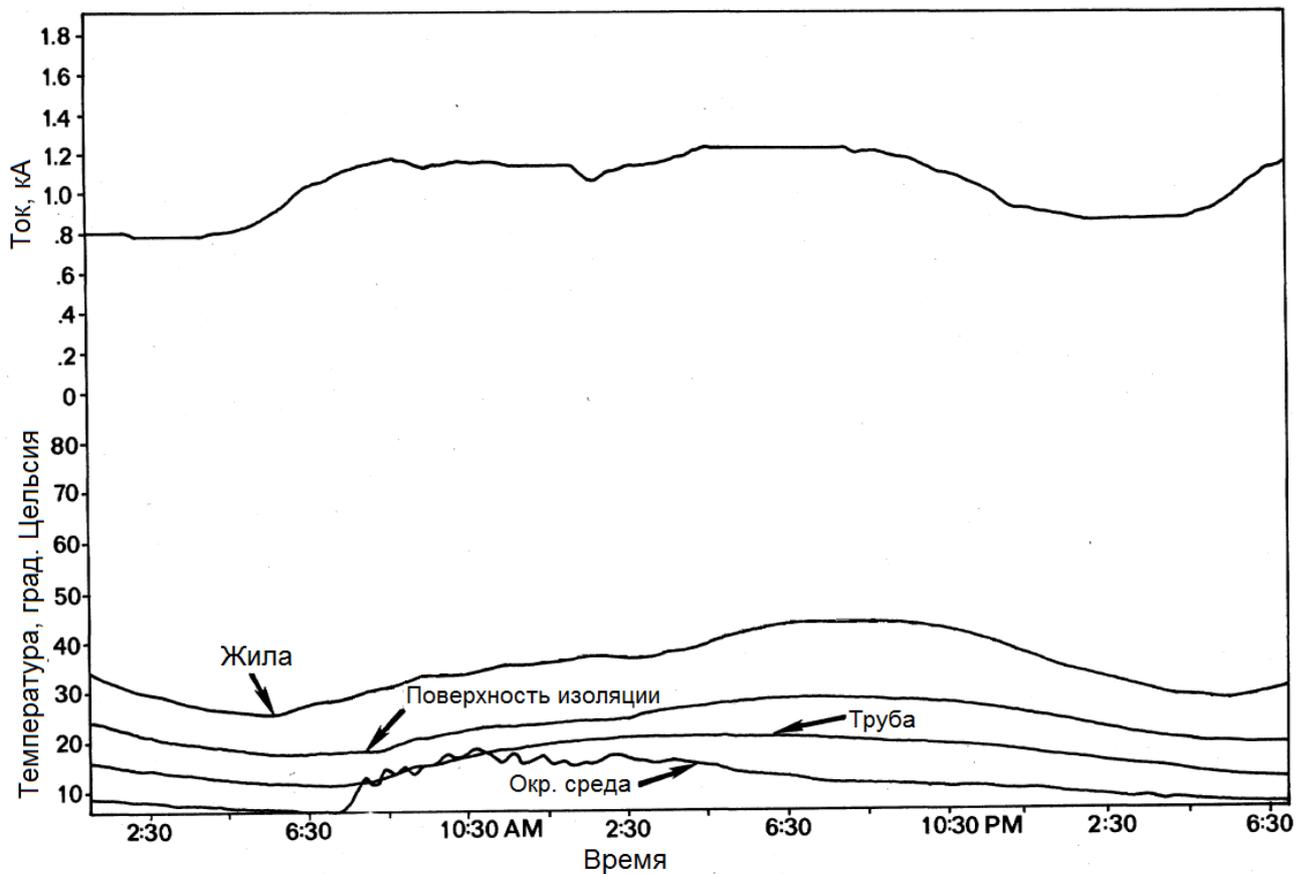


Рис. 3.27. Графики значений температур и тока экспериментальной установки, описанной в работе [80]

Для того чтобы произвести сравнение помимо параметров кабеля необходимы численные значения координат точек графиков тока и температур жилы и поверхности изоляции. Они были определены графически путём наложения мелкой сетки на представленный выше рисунок.

С помощью разработанного алгоритма был произведён расчёт температуры жилы и оценена погрешность в сравнении с экспериментальными данными, определёнными графическим путём. Расчётные значения температуры и абсолютная погрешность представлены на рис. 3.28 и рис. 3.29.

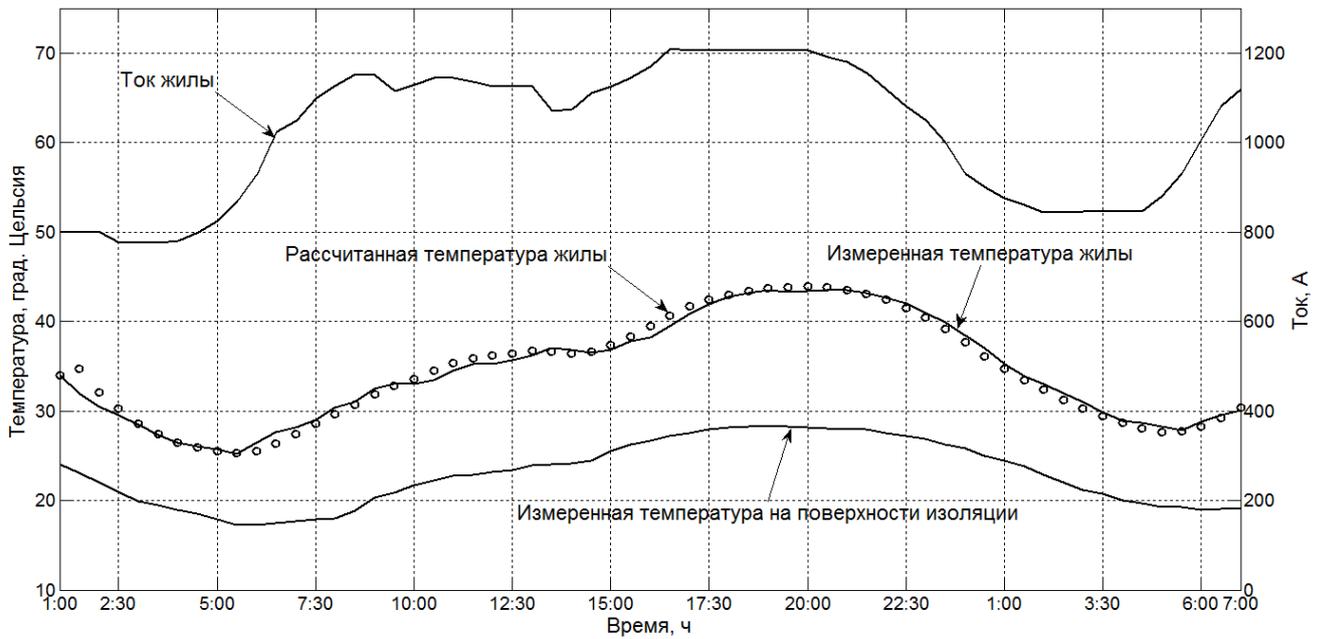


Рис. 3.28. Результаты расчёта температуры жилы с помощью разработанного алгоритма

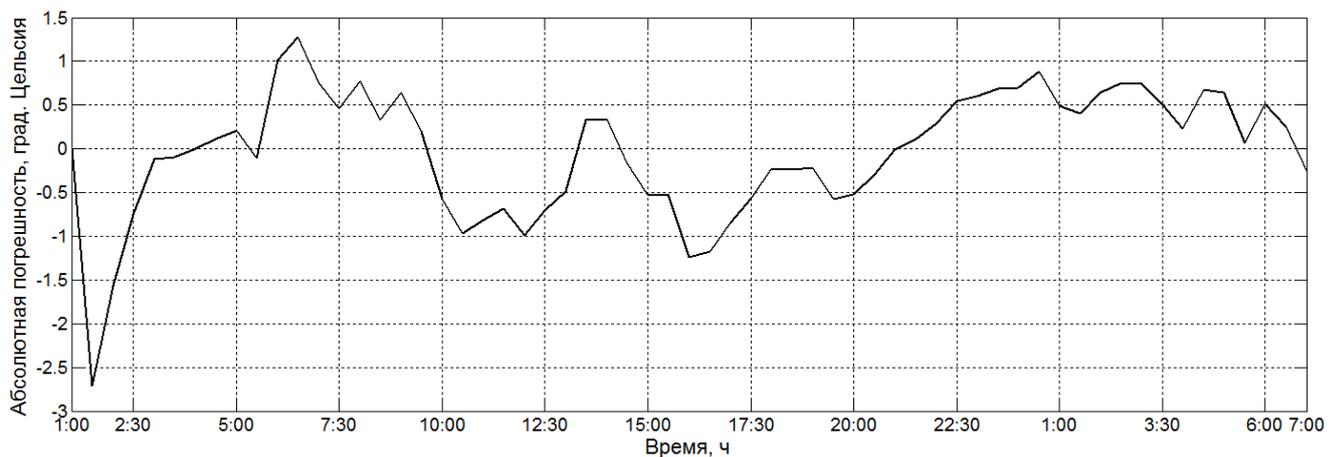


Рис. 3.29. График абсолютной погрешности расчёта температуры жилы

Результаты расчёта показали хорошее совпадение расчёта с экспериментом, несмотря на то, что координаты измеренных температур были определены графически. По рисунку 3.28 видно, что график расчётной температуры практически совпадает с графиком измеренной температуры. Отклонение расчётных значений от измеренных на первом шаге расчёта достигает $2,7\text{ }^{\circ}\text{C}$ (6,3% от максимальной температуры), а затем колеблется в пределах $\pm 1,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ (3,5% от максимальной температуры). Это обусловлено неизвестными начальными условиями для ёмкости C'_2 . Тепловой потенциал на ней был определён как среднее арифметическое между начальными температурами жилы и поверхности изоляции.

3.3. Разработка математического алгоритма для прогнозирования температур жил трёхфазной КЛ в режиме реального времени

Решение задачи прогнозирования температур жил требует учёта грунта и взаимного теплового влияния однофазных кабелей друг на друга. Для этого необходимо использовать тепловую схему замещения, предложенную в разделе 3.1.2 настоящей работы. Расчёт переходного процесса в этой схеме будем выполнять тем же численным методом, что и в предыдущем разделе. Поэтому заменяем исходную схему её дискретной моделью для расчёта температур на k -ом шаге интегрирования (рис. 3.30).

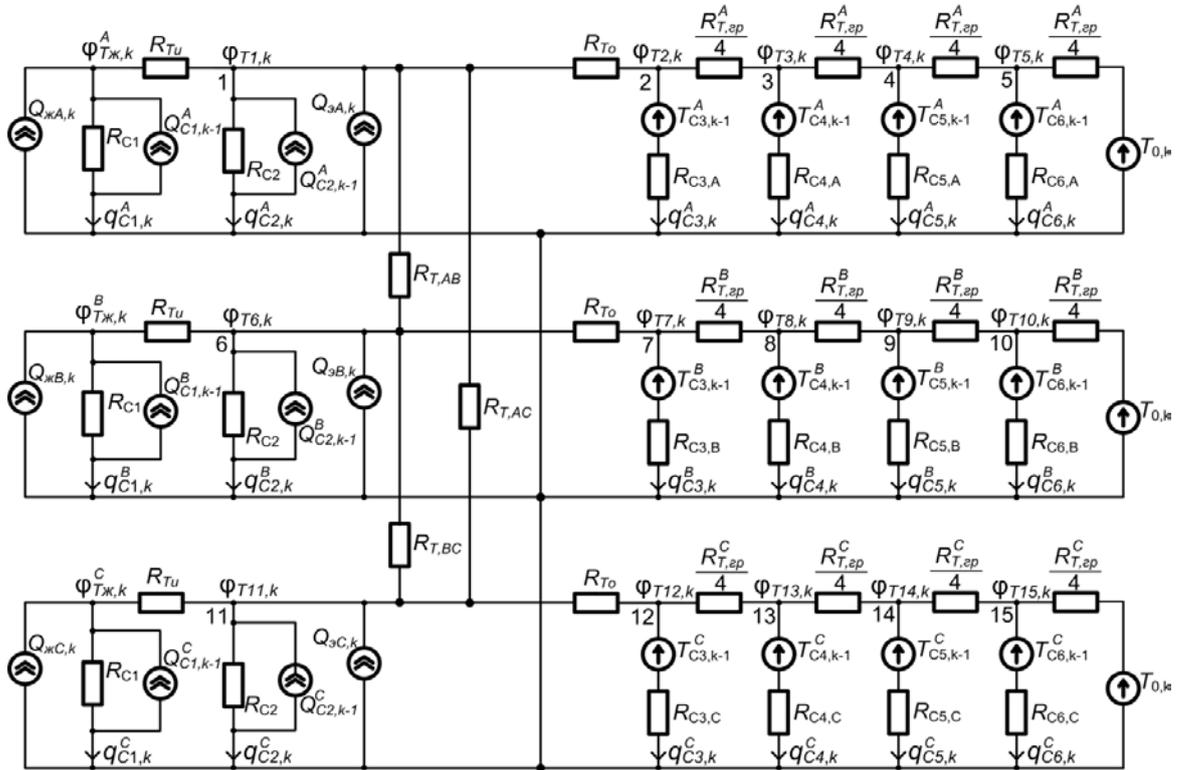


Рис. 3.30. Дискретная модель тепловой схемы замещения трёхфазной КЛ, проложенной в грунте

Величины дискретных сопротивлений $R_{C3(A,B,C)}$, $R_{C4(A,B,C)}$, $R_{C5(A,B,C)}$, $R_{C6(A,B,C)}$ и дискретных источников $Q_{C1,k-1}^{A,B,C}$, $Q_{C2,k-1}^{A,B,C}$, $T_{C3,k-1}^{A,B,C}$, $T_{C4,k-1}^{A,B,C}$, $T_{C5,k-1}^{A,B,C}$, $T_{C6,k-1}^{A,B,C}$, изображённых на рис. 3.30 необходимо вычислять по формулам

$$R_{C3(A,B,C)} = \frac{h}{2C_{3(A,B,C)}}; \quad R_{C4(A,B,C)} = \frac{h}{2C_{4(A,B,C)}}; \quad R_{C5(A,B,C)} = \frac{h}{2C_{5(A,B,C)}}; \quad R_{C6(A,B,C)} = \frac{h}{2C_{6(A,B,C)}};$$

$$Q_{C1,k-1}^{A,B,C} = \frac{\varphi_{Тж,k-1}^{A,B,C}}{R_{C1}} + q_{C1,k-1}^{A,B,C}; \quad Q_{C2,k-1}^{A,B,C} = \frac{\varphi_{Т(1,6,11),k-1}^{A,B,C}}{R_{C2}} + q_{C2,k-1}^{A,B,C}; \quad (3.39)$$

$$T_{C3,k-1}^{A,B,C} = \varphi_{Т(2,7,12),k-1}^{A,B,C} + q_{C3,k-1}^{A,B,C} R_{C3(A,B,C)}; \quad T_{C4,k-1}^{A,B,C} = \varphi_{Т(3,8,13),k-1}^{A,B,C} + q_{C4,k-1}^{A,B,C} R_{C4(A,B,C)};$$

$$T_{C5,k-1}^{A,B,C} = \varphi_{Т(4,9,14),k-1}^{A,B,C} + q_{C5,k-1}^{A,B,C} R_{C5(A,B,C)}; \quad T_{C6,k-1}^{A,B,C} = \varphi_{Т(5,10,15),k-1}^{A,B,C} + q_{C6,k-1}^{A,B,C} R_{C6(A,B,C)}.$$

где $q_{C1,k-1}^{A,B,C}$, $q_{C2,k-1}^{A,B,C}$, $q_{C3,k-1}^{A,B,C}$, $q_{C4,k-1}^{A,B,C}$, $q_{C5,k-1}^{A,B,C}$, $q_{C6,k-1}^{A,B,C}$ – тепловые потоки в ёмкостях $C_{1(A,B,C)}$, $C_{2(A,B,C)}$, $C_{3(A,B,C)}$, $C_{4(A,B,C)}$, $C_{5(A,B,C)}$ и $C_{6(A,B,C)}$, соответственно на $k-1$ шаге интегрирования, Вт/м; $\varphi_{T_{ж},k-1}^{A,B,C}$ – тепловые потенциалы (температуры) жил в фазах на $k-1$ шаге интегрирования, °К; $\varphi_{T(1-15),k-1}$ – тепловые потенциалы в узлах 1 – 15 соответственно на $k-1$ шаге интегрирования, °К.

Преобразуем источники теплового потока (рис. 3.30) $Q_{C1,k-1}^{A,B,C}$, $Q_{ж(A,B,C),k}$, $Q_{C2,k-1}^{A,B,C}$, $Q_{э(A,B,C),k}$ в источники температуры методом эквивалентного преобразования параллельной схемы замещения активного двухполюсника в последовательную:

$$T_{1,k}^{A,B,C} = (Q_{ж(A,B,C),k} + Q_{C1,k-1}^{A,B,C})R_{C1}; T_{2,k}^{A,B,C} = (Q_{э(A,B,C),k} + Q_{C2,k-1}^{A,B,C})R_{C2}. \quad (3.40)$$

Тогда дискретная схема будет выглядеть так, как показано на рис. 3.31.

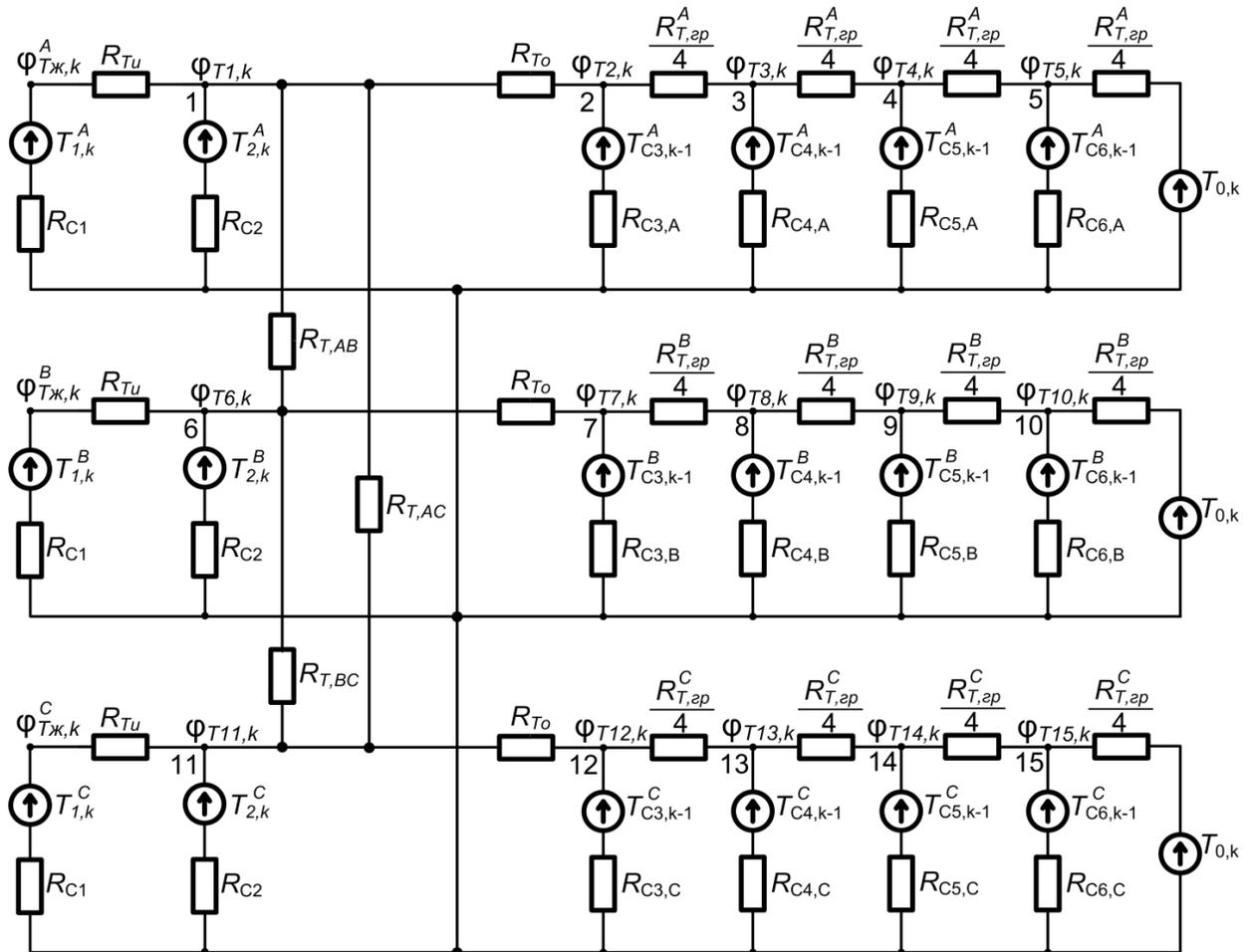


Рис. 3.31. Расчётная схема замещения трёхфазной КЛ для одного шага интегрирования

Тепловые потенциалы в полученной схеме на k -ом шаге интегрирования удобнее всего вычислять методом узловых потенциалов. Для этого составляем следующую систему уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned}
& \Phi_{T1,k} \left(\frac{1}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{1}{R_{C2}} + \frac{1}{R_{T,AB}} + \frac{1}{R_{T,AC}} + \frac{1}{R_{To}} \right) - \Phi_{T2,k} \frac{1}{R_{To}} - \Phi_{T6,k} \frac{1}{R_{T,AB}} - \Phi_{T11,k} \frac{1}{R_{T,AC}} = \frac{T_{1,k}^A}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{T_{2,k}^A}{R_{C2}}; \\
& -\Phi_{T1,k} \frac{1}{R_{To}} + \Phi_{T2,k} \left(\frac{1}{R_{To}} + \frac{1}{R_{C3,A}} + \frac{4}{R_{T,ep}^A} \right) - \Phi_{T3,k} \frac{4}{R_{T,ep}^A} = \frac{T_{C3,k-1}^A}{R_{C3,A}}; \\
& -\Phi_{T2,k} \frac{4}{R_{T,ep}^A} + \Phi_{T3,k} \left(\frac{4}{R_{T,ep}^A} + \frac{1}{R_{C4,A}} + \frac{4}{R_{T,ep}^A} \right) - \Phi_{T4,k} \frac{4}{R_{T,ep}^A} = \frac{T_{C4,k-1}^A}{R_{C4,A}}; \\
& -\Phi_{T3,k} \frac{4}{R_{T,ep}^A} + \Phi_{T4,k} \left(\frac{4}{R_{T,ep}^A} + \frac{1}{R_{C5,A}} + \frac{4}{R_{T,ep}^A} \right) - \Phi_{T5,k} \frac{4}{R_{T,ep}^A} = \frac{T_{C5,k-1}^A}{R_{C5,A}}; \\
& -\Phi_{T4,k} \frac{4}{R_{T,ep}^A} + \Phi_{T5,k} \left(\frac{4}{R_{T,ep}^A} + \frac{1}{R_{C6,A}} + \frac{4}{R_{T,ep}^A} \right) = \frac{T_{C6,k-1}^A}{R_{C6,A}} + \frac{4T_{0,k}}{R_{T,ep}^A}; \\
& \Phi_{T6,k} \left(\frac{1}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{1}{R_{C2}} + \frac{1}{R_{T,AB}} + \frac{1}{R_{T,BC}} + \frac{1}{R_{To}} \right) - \Phi_{T7,k} \frac{1}{R_{To}} - \Phi_{T1,k} \frac{1}{R_{T,AB}} - \Phi_{T11,k} \frac{1}{R_{T,BC}} = \frac{T_{1,k}^B}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{T_{2,k}^B}{R_{C2}}; \\
& -\Phi_{T6,k} \frac{1}{R_{To}} + \Phi_{T7,k} \left(\frac{1}{R_{To}} + \frac{1}{R_{C3,B}} + \frac{4}{R_{T,ep}^B} \right) - \Phi_{T8,k} \frac{4}{R_{T,ep}^B} = \frac{T_{C3,k-1}^B}{R_{C3,B}}; \\
& -\Phi_{T7,k} \frac{4}{R_{T,ep}^B} + \Phi_{T8,k} \left(\frac{4}{R_{T,ep}^B} + \frac{1}{R_{C4,B}} + \frac{4}{R_{T,ep}^B} \right) - \Phi_{T9,k} \frac{4}{R_{T,ep}^B} = \frac{T_{C4,k-1}^B}{R_{C4,B}}; \\
& -\Phi_{T8,k} \frac{4}{R_{T,ep}^B} + \Phi_{T9,k} \left(\frac{4}{R_{T,ep}^B} + \frac{1}{R_{C5,B}} + \frac{4}{R_{T,ep}^B} \right) - \Phi_{T10,k} \frac{4}{R_{T,ep}^B} = \frac{T_{C5,k-1}^B}{R_{C5,B}}; \\
& -\Phi_{T9,k} \frac{4}{R_{T,ep}^B} + \Phi_{T10,k} \left(\frac{4}{R_{T,ep}^B} + \frac{1}{R_{C6,B}} + \frac{4}{R_{T,ep}^B} \right) = \frac{T_{C6,k-1}^B}{R_{C6,B}} + \frac{4T_{0,k}}{R_{T,ep}^B}; \\
& \Phi_{T11,k} \left(\frac{1}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{1}{R_{C2}} + \frac{1}{R_{T,BC}} + \frac{1}{R_{T,AC}} + \frac{1}{R_{To}} \right) - \Phi_{T12,k} \frac{1}{R_{To}} - \Phi_{T6,k} \frac{1}{R_{T,BC}} - \Phi_{T1,k} \frac{1}{R_{T,AC}} = \frac{T_{1,k}^C}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{T_{2,k}^C}{R_{C2}}; \\
& -\Phi_{T11,k} \frac{1}{R_{To}} + \Phi_{T12,k} \left(\frac{1}{R_{To}} + \frac{1}{R_{C3,C}} + \frac{4}{R_{T,ep}^C} \right) - \Phi_{T13,k} \frac{4}{R_{T,ep}^C} = \frac{T_{C3,k-1}^C}{R_{C3,C}}; \\
& -\Phi_{T12,k} \frac{4}{R_{T,ep}^C} + \Phi_{T13,k} \left(\frac{4}{R_{T,ep}^C} + \frac{1}{R_{C4,C}} + \frac{4}{R_{T,ep}^C} \right) - \Phi_{T14,k} \frac{4}{R_{T,ep}^C} = \frac{T_{C4,k-1}^C}{R_{C4,C}}; \\
& -\Phi_{T13,k} \frac{4}{R_{T,ep}^C} + \Phi_{T14,k} \left(\frac{4}{R_{T,ep}^C} + \frac{1}{R_{C5,C}} + \frac{4}{R_{T,ep}^C} \right) - \Phi_{T15,k} \frac{4}{R_{T,ep}^C} = \frac{T_{C5,k-1}^C}{R_{C5,C}}; \\
& -\Phi_{T14,k} \frac{4}{R_{T,ep}^C} + \Phi_{T15,k} \left(\frac{4}{R_{T,ep}^C} + \frac{1}{R_{C6,C}} + \frac{4}{R_{T,ep}^C} \right) = \frac{T_{C6,k-1}^C}{R_{C6,C}} + \frac{4T_{0,k}}{R_{T,ep}^C},
\end{aligned} \right. \tag{3.41}$$

которая в матричной форме выглядит так:

$$[Y_T][\Phi_{T,k}] = [Q_k], \quad (3.42)$$

где $[\Phi_{T,k}] = \begin{bmatrix} \Phi_{T1,k} \\ \vdots \\ \Phi_{T15,k} \end{bmatrix}$ - матрица-столбец тепловых потенциалов в узлах 1-15;

$$[Y_T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{1}{R_{C2}} + \frac{1}{R_{T,AB}} + \frac{1}{R_{T,AC}} + \frac{1}{R_{To}} & -\frac{1}{R_{To}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_{T,AB}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_{T,AC}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{To}} & \frac{1}{R_{To}} + \frac{1}{R_{C3,A}} + \frac{4}{R_{T,zp}^A} & -\frac{4}{R_{T,zp}^A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{R_{T,zp}^A} & \frac{4}{R_{T,zp}^A} + \frac{1}{R_{C4,A}} + \frac{4}{R_{T,zp}^A} & -\frac{4}{R_{T,zp}^A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{R_{T,zp}^A} & \frac{4}{R_{T,zp}^A} + \frac{1}{R_{C5,A}} + \frac{4}{R_{T,zp}^A} & -\frac{4}{R_{T,zp}^A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{R_{T,zp}^A} & \frac{4}{R_{T,zp}^A} + \frac{1}{R_{C6,A}} + \frac{4}{R_{T,zp}^A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{T,AB}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{1}{R_{C2}} + \frac{1}{R_{T,AB}} + \frac{1}{R_{T,BC}} + \frac{1}{R_{To}} & -\frac{1}{R_{To}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_{T,BC}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_{To}} & \frac{1}{R_{To}} + \frac{1}{R_{C3,B}} + \frac{4}{R_{T,zp}^B} & -\frac{4}{R_{T,zp}^B} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{R_{T,zp}^B} & \frac{4}{R_{T,zp}^B} + \frac{1}{R_{C4,B}} + \frac{4}{R_{T,zp}^B} & -\frac{4}{R_{T,zp}^B} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{R_{T,zp}^B} & \frac{4}{R_{T,zp}^B} + \frac{1}{R_{C5,B}} + \frac{4}{R_{T,zp}^B} & -\frac{4}{R_{T,zp}^B} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{R_{T,zp}^B} & \frac{4}{R_{T,zp}^B} + \frac{1}{R_{C6,B}} + \frac{4}{R_{T,zp}^B} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{T,AC}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_{T,BC}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{1}{R_{C2}} + \frac{1}{R_{T,BC}} + \frac{1}{R_{T,AC}} + \frac{1}{R_{To}} & -\frac{1}{R_{To}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_{To}} & \frac{1}{R_{To}} + \frac{1}{R_{C3,C}} + \frac{4}{R_{T,zp}^C} & -\frac{4}{R_{T,zp}^C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{R_{T,zp}^C} & \frac{4}{R_{T,zp}^C} + \frac{1}{R_{C4,C}} + \frac{4}{R_{T,zp}^C} & -\frac{4}{R_{T,zp}^C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{R_{T,zp}^C} & \frac{4}{R_{T,zp}^C} + \frac{1}{R_{C5,C}} + \frac{4}{R_{T,zp}^C} & -\frac{4}{R_{T,zp}^C} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{R_{T,zp}^C} & \frac{4}{R_{T,zp}^C} + \frac{1}{R_{C6,C}} + \frac{4}{R_{T,zp}^C} \end{bmatrix}$$

– квадратная матрица узловых проводимостей;

$$[Q_k] = \begin{bmatrix} \frac{T_{1,k}^A}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{T_{2,k}^A}{R_{C2}}; & \frac{T_{C3,k-1}^A}{R_{C3,A}}; & \frac{T_{C4,k-1}^A}{R_{C4,A}}; & \frac{T_{C5,k-1}^A}{R_{C5,A}}; & \frac{T_{C6,k-1}^A}{R_{C6,A}} + \frac{4T_{0,k}^A}{R_{T,2p}}; \\ \frac{T_{1,k}^B}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{T_{2,k}^B}{R_{C2}}; & \frac{T_{C3,k-1}^B}{R_{C3,B}}; & \frac{T_{C4,k-1}^B}{R_{C4,B}}; & \frac{T_{C5,k-1}^B}{R_{C5,B}}; & \frac{T_{C6,k-1}^B}{R_{C6,B}} + \frac{4T_{0,k}^B}{R_{T,2p}}; \\ \frac{T_{1,k}^C}{R_{Tu} + R_{C1}} + \frac{T_{2,k}^C}{R_{C2}}; & \frac{T_{C3,k-1}^C}{R_{C3,C}}; & \frac{T_{C4,k-1}^C}{R_{C4,C}}; & \frac{T_{C5,k-1}^C}{R_{C5,C}}; & \frac{T_{C6,k-1}^C}{R_{C6,C}} + \frac{4T_{0,k}^C}{R_{T,2p}} \end{bmatrix} \quad - \quad \text{матрица-столбец}$$

правых частей уравнений (3.41).

Тогда узловые потенциалы k -ом шаге можно найти, умножив левую и правую части уравнения (3.42) на обратную матрицу проводимостей:

$$[Y_T]^{-1} [Y_T] [\varphi_{T,k}] = [Y_T]^{-1} [Q_k] \Rightarrow [\varphi_{T,k}] = [Y_T]^{-1} [Q_k]. \quad (3.43)$$

Потенциалы для жил на k -ом шаге определяем аналогично формуле (3.37):

$$\varphi_{T_{ж,k}}^{A,B,C} = \varphi_{T_{1(1,6,11),k}} - R_{Tu} \frac{(\varphi_{T_{1(1,6,11),k}} - T_{(1,6,11),k}^A)}{R_{C1} + R_{Tu}}. \quad (3.44)$$

Тепловые потоки в ёмкостях k -ом шаге находим по закону Ома:

$$q_{C1,k}^{A,B,C} = \frac{\varphi_{T_{ж,k}}^{A,B,C} - Q_{C1,k-1}^{A,B,C} R_{C1}}{R_{C1}}; \quad q_{C2,k}^{A,B,C} = \frac{\varphi_{T_{(1,6,11),k}} - Q_{C2,k-1}^{A,B,C} R_{C2}}{R_{C2}}; \quad q_{C3,k}^{A,B,C} = \frac{\varphi_{T_{(2,7,12),k}} - T_{C3,k-1}^{A,B,C}}{R_{C3(A,B,C)}}; \quad (3.45)$$

$$q_{C4,k}^{A,B,C} = \frac{\varphi_{T_{(3,8,13),k}} - T_{C4,k-1}^{A,B,C}}{R_{C4(A,B,C)}}; \quad q_{C5,k}^{A,B,C} = \frac{\varphi_{T_{(4,9,14),k}} - T_{C5,k-1}^{A,B,C}}{R_{C5(A,B,C)}}; \quad q_{C6,k}^{A,B,C} = \frac{\varphi_{T_{(5,10,15),k}} - T_{C6,k-1}^{A,B,C}}{R_{C6(A,B,C)}}.$$

Величины дискретных источников $Q_{C1,k}^{A,B,C}$, $Q_{C2,k}^{A,B,C}$, $T_{C3,k}^{A,B,C}$, $T_{C4,k}^{A,B,C}$, $T_{C5,k}^{A,B,C}$, $T_{C6,k}^{A,B,C}$ для $k+1$ шага интегрирования необходимо определять по формулам (3.39) с использованием последних значений тепловых потоков в ёмкостях, определённых по формулам (3.45), а величины тепловыделений в жилах и экранах – по формулам (2.27), (3.28) – (3.31) на основе данных о токах в жилах и экранах для рассматриваемого момента времени. Причём экран – это полый проводник и для него коэффициент влияния конструкции проводника на проявление поверхностного эффекта k_s необходимо определять по формуле (2.28).

Задача прогнозирования температур жил в режиме реального времени на двое суток вперёд требует постоянного расчёта начальных условий. Хотя тепловая волна за двое суток не успевает пройти глубоко в грунт, тем не менее, тепловой поток от кабелей за время до выполнения прогноза прогревает грунт глубже и влияет на начальную температуру прогноза. Поэтому в схеме замещения учитывается весь грунт,

прогреваемый вплоть до установившегося режима. Сказанное означает, что перед каждым прогнозирующим расчётом необходимо знать величины текущих значений тепловых потенциалов на ёмкостях в тепловой схеме замещения (рис. 3.9).

Кроме того, необходимо отметить, что на практике в момент начала работы системы мониторинга кабельная линия может находиться уже под нагрузкой некоторое время. В этом случае начальные условия будут ненулевыми, следовательно, в начальный момент работы системы мониторинга требуется предварительный расчёт начальных условий. Его можно выполнить на основе полученных выше формул, организовав цикл расчёта переходных процессов в разработанной схеме замещения и приняв исходные начальные условия как для кабеля, только что включённого в работу:

$$\begin{aligned} \Phi_{T_{ж,1}}^{A,B,C} &= \Phi_{T(1-15),1} = T_{0,1} = T_0(0_+); \\ q_{C1,1}^{A,B,C} &= Q_{ж,1} = Q_{ж}(0_+); \quad q_{C2,1}^{A,B,C} = Q_{э,1} = Q_{э}(0_+); \\ q_{C3,1}^{A,B,C} &= q_{C4,1}^{A,B,C} = q_{C5,1}^{A,B,C} = q_{C6,1}^{A,B,C} = 0. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Условием остановки цикла должно являться соответствие последних рассчитанных температур в экранах измеренным температурам с помощью оптоволоконных датчиков:

$$\Phi_{T1,k} + \Phi_{T6,k} + \Phi_{T11,k} - (T_{Aэ,k}^{изм} + T_{Bэ,k}^{изм} + T_{Cэ,k}^{изм}) = \varepsilon_T, \quad (3.47)$$

где ε_T – допустимая абсолютная погрешность, °К.

Тепловыделение в жилах и экранах в модели должны быть рассчитаны исходя из первичных данных о токовых нагрузках в жилах, полученных в начальный момент работы системы мониторинга. Таким образом, удастся максимально приблизить расчётные начальные условия к условиям, имеющим место действительности.

По окончании цикла полученные значения тепловых потенциалов и потоков в ёмкостях ($\Phi_{T_{ж,k}}^{A,B,C}$, $\Phi_{T(1-15),k}$, $q_{C1,k}^{A,B,C}$, $q_{C2,k}^{A,B,C}$, $q_{C3,k}^{A,B,C}$, $q_{C4,k}^{A,B,C}$, $q_{C5,k}^{A,B,C}$, $q_{C6,k}^{A,B,C}$) и будут являться искомыми начальными условиями. Поэтому их индексы нужно принять за единицу.

Далее через промежутки времени, соответствующие опросу датчиков распределённой температуры экранов, необходимо постоянно выполнять расчёт тепловых потенциалов и потоков в ёмкостях. Причём, поскольку температуры экранов на каждом шаге известны, вместо источников теплового потока в экранах можно ввести источники температур. В этом случае сопротивления $R_{T,AB}$, $R_{T,BC}$, $R_{T,CA}$ не влияют на переходные процессы в схеме замещения и её можно рассматривать как 6 отдельных

частей (рис. 3.32) Первые три части схемы моделируют тепловые процессы в трёх однофазных кабелях, а вторые три части моделируют эквивалентные цилиндрические слои вокруг каждой фазы.

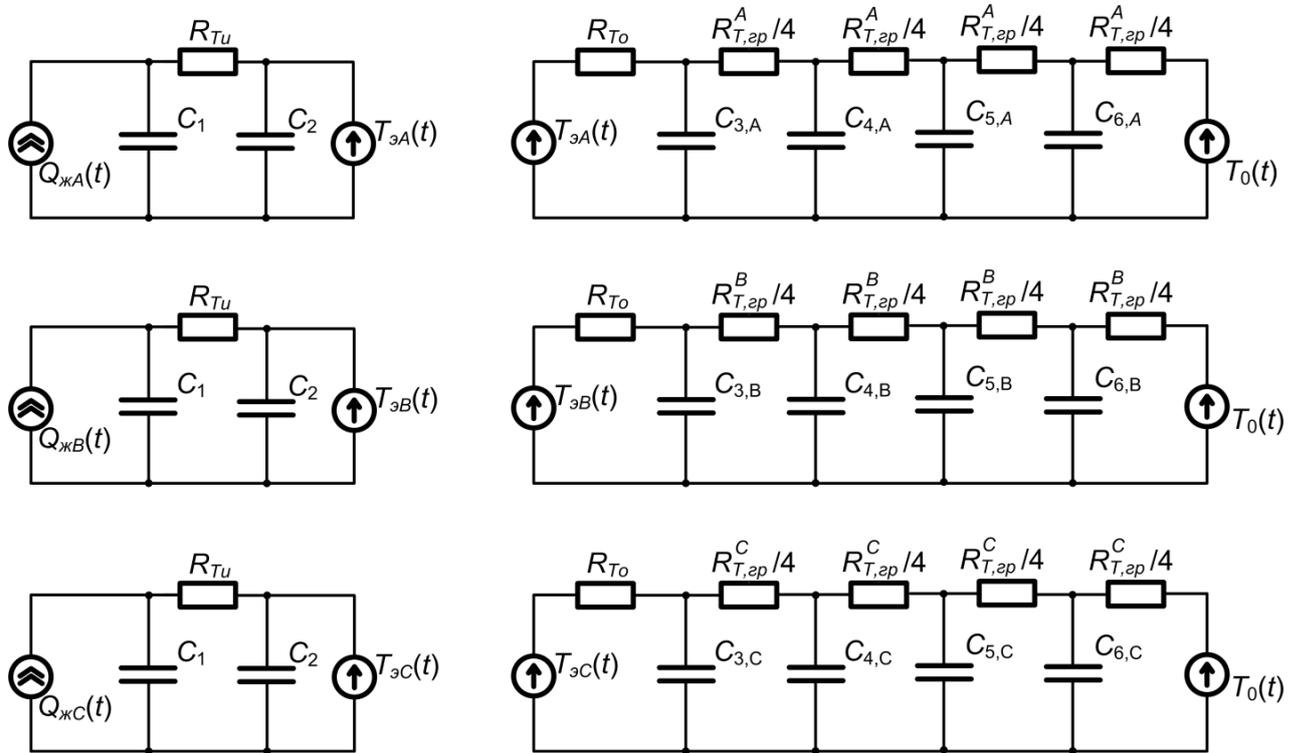


Рис. 3.32. Тепловые схемы замещения для расчёта тепловых потенциалов и потоков в ёмкостях

Теперь необходимо заменить эти схемы их дискретными моделями и выполнить эквивалентные преобразования источников теплового потока в источники температуры по формулам, аналогичным (3.40):

$$T_{1,k}^{A,B,C} = (Q_{ж(A,B,C),k} + Q_{C1,k-1}^{A,B,C}) R_{C1}, \quad T_{2,k-1}^{A,B,C} = Q_{C2,k-1}^{A,B,C} R_{C2}. \quad (3.48)$$

После преобразования получим расчётные схемы для одного шага интегрирования, изображённые на рис. 3.33.

Запишем формулы для расчёта тепловых потенциалов и потоков в схемах, моделирующих тепловые процессы в однофазных кабелях, k -ом шаге интегрирования:

$$\begin{aligned} \Phi_{Tж,k}^{A,B,C} &= T_{э(A,B,C),k} - R_{Tu} \frac{(T_{э(A,B,C),k} - T_{1,k}^{A,B,C})}{R_{C1} + R_{Tu}}; \quad \Phi_{T(1,6,11),k} = T_{э(A,B,C),k}; \\ q_{C1,k}^{A,B,C} &= \frac{\Phi_{Tж,k}^{A,B,C} - Q_{C1,k-1}^{A,B,C} R_{C1}}{R_{C1}}; \quad q_{C2,k}^{A,B,C} = \frac{T_{э(A,B,C),k} - T_{2,k-1}^{A,B,C}}{R_{C2}}. \end{aligned} \quad (3.49)$$

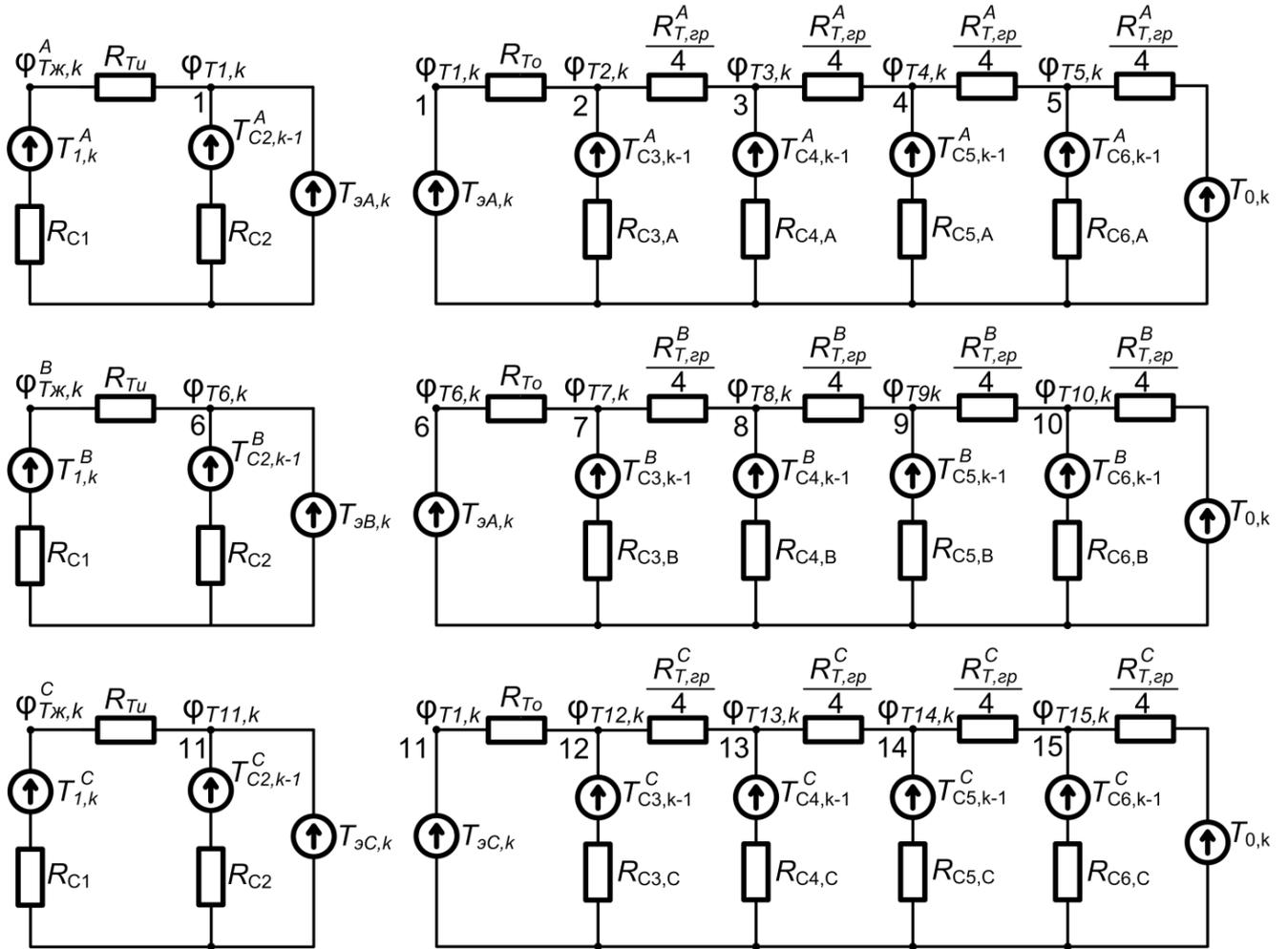


Рис. 3.33. Расчётные схемы замещения для одного шага интегрирования

Чтобы записать формулы для тепловых потенциалов и потоков в схемах, моделирующих тепловые процессы в эквивалентных цилиндрических грунтах, k -ом шаге интегрирования необходимо вновь воспользоваться методом узловых потенциалов и составить систему уравнений для $\varphi_{T(2-5),k}$, $\varphi_{T(7-10),k}$, $\varphi_{T(12-15),k}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{T(2,7,12),k} \left(\frac{1}{R_{To}} + \frac{1}{R_{C3(A,B,C)}} + \frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} \right) - \varphi_{T(3,8,13),k} \frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} = \frac{T_{э(A,B,C),k}}{R_{To}} + \frac{T_{C3}^A}{R_{C3(A,B,C)}}; \\ -\varphi_{T(2,7,12),k} \frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} + \varphi_{T(3,8,13),k} \left(\frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} + \frac{1}{R_{C4(A,B,C)}} + \frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} \right) - \varphi_{T(4,9,14),k} \frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} = \frac{T_{C4}^{A,B,C}}{R_{C4(A,B,C)}}; \\ -\varphi_{T(3,8,13),k} \frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} + \varphi_{T(4,9,14),k} \left(\frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} + \frac{1}{R_{C5(A,B,C)}} + \frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} \right) - \varphi_{T(5,10,15),k} \frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} = \frac{T_{C5}^{A,B,C}}{R_{C5(A,B,C)}}; \\ -\varphi_{T(4,9,14),k} \frac{4}{R_{T,зп}^A} + \varphi_{T(5,10,15),k} \left(\frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} + \frac{1}{R_{C6(A,B,C)}} + \frac{4}{R_{T,зп}^{A,B,C}} \right) = \frac{T_{C6}^{A,B,C}}{R_{C6,A}} + \frac{4T_{0,k}}{R_{T,зп}^{A,B,C}}. \end{array} \right. \quad (3.50)$$

Решение системы (3.50) в матричной форме выглядит так:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{T(2,7,12),k} \\ \Phi_{T(3,8,13),k} \\ \Phi_{T(4,9,14),k} \\ \Phi_{T(5,10,15),k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{To}} + \frac{1}{R_{C3(A,B,C)}} + \frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} & -\frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} & 0 & 0 \\ -\frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} & \frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} + \frac{1}{R_{C4(A,B,C)}} + \frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} & -\frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} & 0 \\ 0 & -\frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} & \frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} + \frac{1}{R_{C5(A,B,C)}} + \frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} & -\frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} \\ 0 & 0 & -\frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} & \frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} + \frac{1}{R_{C6(A,B,C)}} + \frac{4}{R_{T,эп}^{A,B,C}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{T_{\vartheta(A,B,C),k}}{R_{To}} + \frac{T_{C3,k-1}^A}{R_{C3(A,B,C)}} \\ \frac{T_{C4,k-1}^{A,B,C}}{R_{C4(A,B,C)}} \\ \frac{T_{C5,k-1}^{A,B,C}}{R_{C5(A,B,C)}} \\ \frac{T_{C6,k-1}^{A,B,C}}{R_{C6,A}} + \frac{4T_{0,k}}{R_{T,эп}^{A,B,C}} \end{bmatrix} \Rightarrow \Rightarrow \left[\Phi_{T,k}^{A,B,C} \right] = \left[Y_T^{A,B,C} \right]^{-1} \left[Q_{T,k}^{A,B,C} \right], \quad (3.51)$$

где $\left[\Phi_{T,k}^{A,B,C} \right]$ – матрица-столбец тепловых потенциалов в узлах 2–5, 7–10, 12–15; $\left[Y_T^{A,B,C} \right]$ – квадратная матрица узловых проводимостей; $\left[Q_{T,k}^{A,B,C} \right]$ – матрица-столбец правых частей уравнений (3.51).

Запишем формулы для расчёта тепловых потоков в ёмкостях на k -ом шаге:

$$\begin{aligned} q_{C3,k}^{A,B,C} &= \frac{\Phi_{T(2,7,12),k} - T_{C3,k-1}^{A,B,C}}{R_{C3(A,B,C)}}; & q_{C4,k}^{A,B,C} &= \frac{\Phi_{T(3,8,13),k} - T_{C4,k-1}^{A,B,C}}{R_{C4(A,B,C)}}, \\ q_{C5,k}^{A,B,C} &= \frac{\Phi_{T(4,9,14),k} - T_{C5,k-1}^{A,B,C}}{R_{C5(A,B,C)}}; & q_{C6,k}^{A,B,C} &= \frac{\Phi_{T(5,10,15),k} - T_{C6,k-1}^{A,B,C}}{R_{C6(A,B,C)}}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Рассчитываемые с помощью формул (3.49) – (3.52) значения потенциалов и тепловых потоков в ёмкостях на каждом шаге интегрирования можно в любой момент использовать в качестве начальных условий для выполнения прогноза нагрева кабелей. Однако для этого ещё необходимо выбрать (спрогнозировать) токовую нагрузку.

Вопрос о предполагаемой токовой нагрузке, можно рассматривать исходя из различных задач прогноза. Например, если требуется определить, перегреются ли кабели при отключении одной цепи магистрали, то необходимо в алгоритм прогноза закладывать удвоенную токовую нагрузку для КЛ или удвоенный суточный график нагрузки. Если необходимо предупредить перегрев кабелей при обычном рабочем режиме, то можно использовать график нагрузки за последние сутки или двое. Могут возникнуть и другие задачи, которые потребуют своих решений. В данной работе этот вопрос не будет подробно рассматриваться, и для демонстрации результатов прогнозирования будет использоваться график нагрузки за последние двое суток перед выполнением прогноза.

Чтобы рассчитывать нагрев кабелей на двое суток вперёд нужно использовать всю схему замещения и формулы (3.39) – (3.45). Прогнозирование будем выполнять через каждые двое суток. Математический алгоритм для прогнозирования нагрева жил кабелей в режиме реального времени приведён в приложении М. Блок схема алгоритма изображена на рис. 3.34.

Для демонстрации результатов работы предлагаемого алгоритма прогнозирования необходимы данные о токовых нагрузках в жилах и экранах, а также данные о температурах в экранах. Эти данные были получены с помощью той же конечно-элементной полевой модели, что и в предыдущем разделе. На рис. 3.35 – 3.37 приведены графики прогнозируемых температур и температур рассчитанных методом конечных элементов, а также абсолютные погрешности прогнозирования.

Результаты расчётов показывают, что максимальная погрешность прогноза составляет 8 °С (7,3% от максимальной температуры) и наблюдается в начале нагрева кабелей. В дальнейшем процессе нагрева кабелей погрешность значительно уменьшается и достигает 1 – 2 °С. Таким образом, графики изменения погрешностей коррелируют с графиками, полученными в разделе 3.1.4 при нагреве кабелей постоянной нагрузкой.

Время расчёта температур с помощью разработанного алгоритма составило 12 секунд при длительности переходного процесса 180 суток и шаге интегрирования 864 секунд. С учётом того, что время расчёта нагрева кабелей в течение 100 суток методом конечных элементов составило 2 ч. 7 мин. 17 с. (7637 с.), можно заключить, что алгоритм работает в сотни раз быстрее.

Выполненный расчёт по ресурсоёмкости соответствует одному шагу интегрирования при расчёте и прогнозировании профилей температур вдоль КЛ длиной 18 км с разрешением подлине 1 м. На основании того, что минимальное заявленное время между опросами датчиков распределённой температуры составляет 15 секунд при небольшой длине КЛ, можно сделать вывод о достаточном быстродействии разработанного алгоритма.

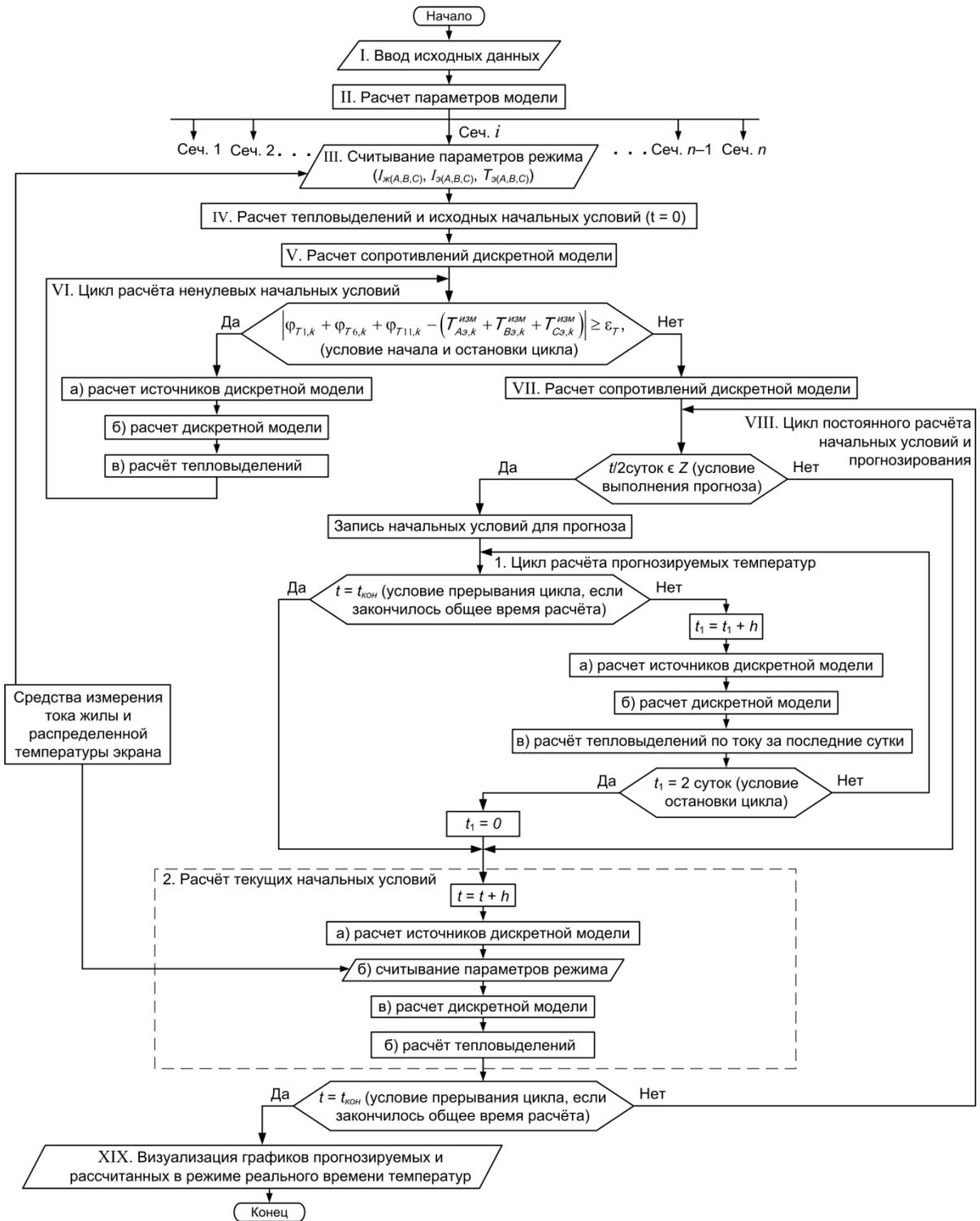


Рис. 3.34. Блок-схема алгоритма для прогнозирования нагрева жил кабелей в режиме реального времени

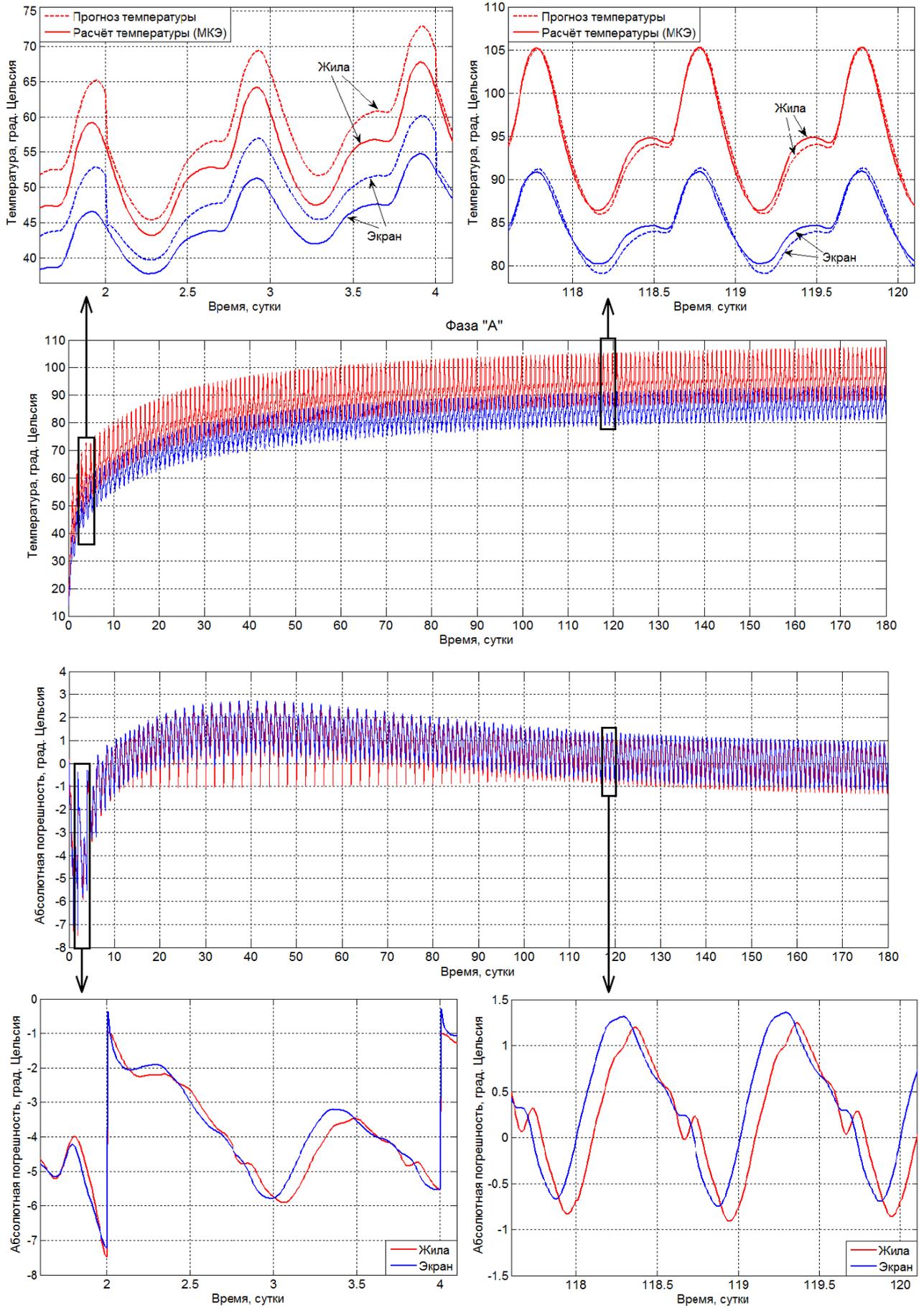


Рис. 3.35. Сравнение прогнозируемых и рассчитанных методом конечных элементов температур для фазы «А»

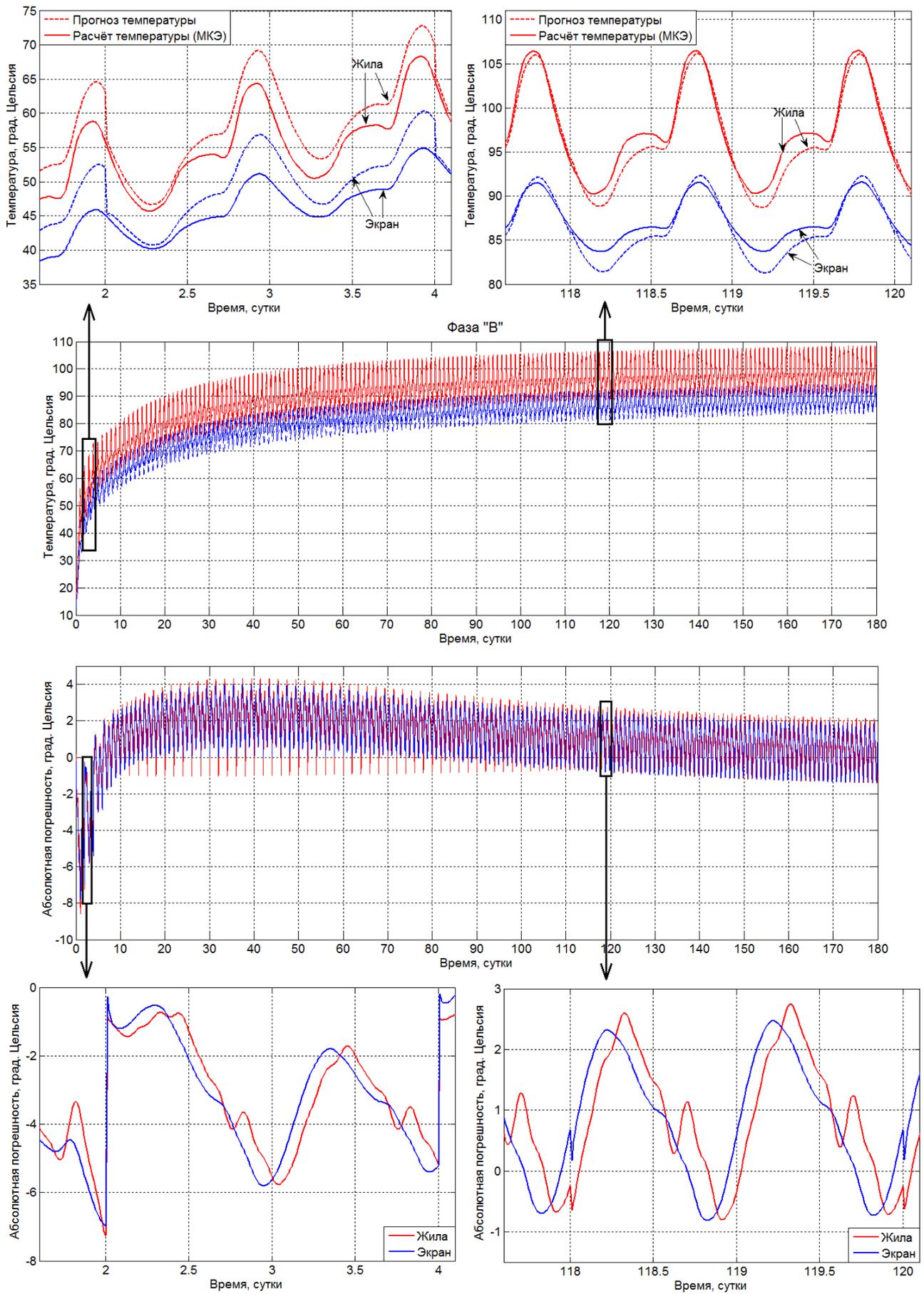


Рис. 3.36. Сравнение прогнозируемых и рассчитанных методом конечных элементов температур для фазы «В»

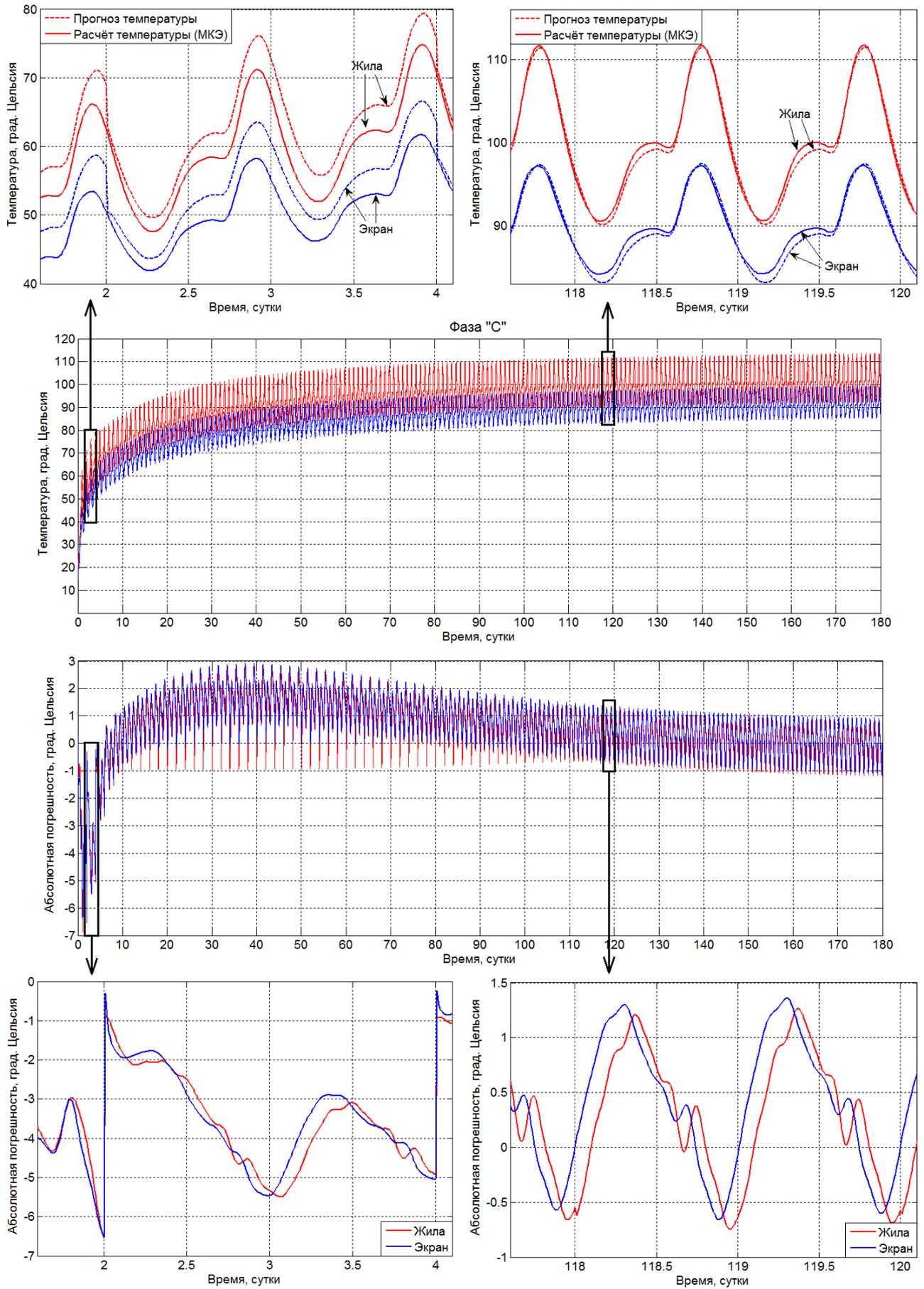


Рис. 3.37. Сравнение прогнозируемых и рассчитанных методом конечных элементов температур для фазы «С»

3.4. Разработка математического алгоритма для оценки допустимой токовой нагрузки высоковольтной КЛ с СПЭ изоляцией

Если в кабельной линии установлена система мониторинга распределённой температуры кабелей, а также измерительные трансформаторы тока в жилах и экранах, тогда данные о температуре в экранах или на поверхностях кабелей, а также токи в жилах и экранах доступны в режиме реального времени. Это создаёт возможность оценить допустимую токовую нагрузку КЛ с учётом реальных условий эксплуатации.

Оценка реальной допустимой токовой нагрузки связана с определением тепловых сопротивлений грунта тепловым потокам от кабелей в полнофазном режиме работы КЛ, которые можно определить точно только в установившемся режиме по формуле

$$R_{T(эп.нф)}^{A,B,C} = \frac{T_{э}^{A,B,C} - T_0}{Q_{ж}^{A,B,C} + Q_{э}^{A,B,C}} - R_{To} \cdot \quad (3.53)$$

Тогда реальную допустимую токовую нагрузку можно определить по формуле (1.2), известной из [65]. Диэлектрические потери в ней предлагается не учитывать, поскольку они малы по сравнению с тепловыми потерями в токоведущих частях кабеля. Тогда формула (1.2) для кабелей с одной металлической оболочкой примет следующий вид:

$$I_{дон}^{A,B,C} = \sqrt{\frac{T_{дон} - T_0}{R_{ж}^{A,B,C} R_{Tu} + R_{ж}^{A,B,C} (1 + \Delta_1) (R_{To} + R_{T(эп.нф)}^{A,B,C})}} = \sqrt{\frac{T_{дон} - T_0}{R_{ж}^{A,B,C} (R_{Tu} + R_{To} + R_{T(эп.нф)}^{A,B,C}) + k_{A,B,C}^2 R_{э}^{A,B,C} (R_{To} + R_{T(эп.нф)}^{A,B,C})}} \quad (3.54)$$

где k – отношение тока в экране к току в жиле.

Однако такой расчёт даст точный результат только в установившемся режиме или достаточно близком к нему. Время нагрева кабелей до установившегося режима для принятых в настоящей работе параметров грунта

$$t_{нн,A} = \frac{1}{3} \sum R_T^A \sum C^A = \frac{(R_{Tu} + R_{To} + R_{T(экв,эп)}^A) (C_{ж} + C_u + C_{э} + C_o + C_{эп}^A)}{3 \cdot 86400} = \frac{(0,531 + 0,0906 + 0,63)(4952 + 11958 + 2072 + 5037 + 53965160)}{3 \cdot 86400} = 260,8 \text{ (суток)}$$

для фазы «А» и «С»,

$$t_{m,B} = \frac{1}{3} \sum R_T^B \sum C^B = \frac{(R_{Tu} + R_{To} + R_{T(\text{экв},zp)}^B)(C_{жс} + C_u + C_э + C_o + C_{zp}^B)}{3 \cdot 86400} =$$

$$\frac{(0,531 + 0,0906 + 0,629)(4952,45 + 11958,08 + 2071,99 + 5036,86 + 52854719,12)}{3 \cdot 86400} = 255,1 \text{ (суток)}$$

для фазы «В», где $R_{T(\text{экв},zp)}$ – тепловое сопротивление эквивалентного цилиндрического грунта для соответствующей фазы.

Чтобы график суточной нагрузки не вызывал скачки определяемого допустимого тока необходимо усреднить температуру экрана ($T_э^{A,B,C}$), коэффициент тока в экране ($k_{A,B,C}$) и тепловыделения в жиле и экране ($Q_{жс}^{A,B,C}$, $Q_э^{A,B,C}$) за сутки по формулам

$$\bar{T}_э^{A,B,C} = \frac{\sum_{i=1}^m T_э^{A,B,C}}{m}; \quad \bar{k}^{A,B,C} = \frac{\sum_{i=1}^m k^{A,B,C}}{m}; \quad \bar{Q}_{жс}^{A,B,C} = \frac{\sum_{i=1}^m Q_{жс}^{A,B,C}}{m}; \quad \bar{Q}_э^{A,B,C} = \frac{\sum_{i=1}^m Q_э^{A,B,C}}{m}, \quad (3.55)$$

где m – количество измерений за сутки.

Поскольку для расчёта электрического сопротивления жилы требуется учитывать температурный коэффициент сопротивления и температуру жилы, то алгоритм оценки допустимого тока необходимо встроить в алгоритм расчёта температуры жилы в режиме реального времени, разработанный в разделе 3.2. На рис. 3.38 представлена блок-схема математического алгоритма для расчёта температур жил и оценки допустимой токовой нагрузки трёхфазной высоковольтной КЛ с изоляцией из сшитого полиэтилена. Сам алгоритм приведён в приложении Н.

Для демонстрации работы алгоритма необходимы данные о температуре в экранах и токов в жилах и экранах за время нагрева кабельной линии, при котором достигается установившийся режим. Эти данные получены путём расчёта модели высоковольтной КЛ 220 кВ с помощью метода конечных элементов в программе COMSOL Multiphysics. Кабели уложены в плоскости с расстоянием между ними равным диаметру одного кабеля. Сечение жил 1200 мм^2 , экранов – 95 мм^2 . Глубина прокладки 1,5 м. Нагрев выполнялся синусоидальным током промышленной частоты, изменяющимся по суточному графику нагрузки (рис. 2.37, уравнение (2.79), коэффициент $k_I = 0,01$). Экраны кабелей заземлены с двух сторон.

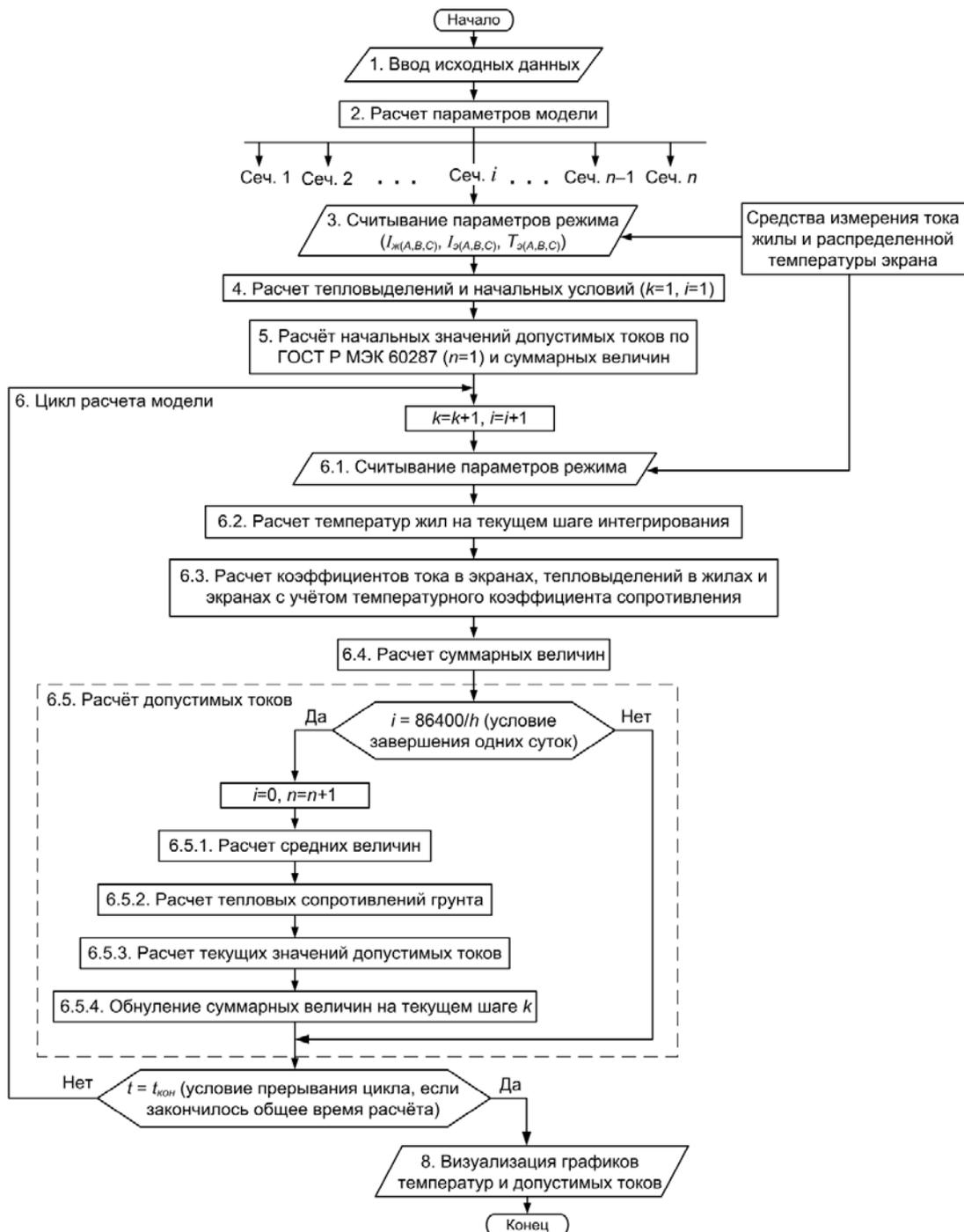


Рис. 3.38. Блок-схема математического алгоритма для расчёта температур жил и оценки допустимой токовой нагрузки трёхфазной высоковольтной КЛ с изоляцией из сшитого полиэтилена

При действующем токе в жилах 835 А, максимальная температура в фазе «С» достигает 90 °С в установившемся режиме. Поэтому его можно считать допустимым для рассматриваемой КЛ при выбранных условиях прокладки.

На рис. 3.39 представлены графики допустимых токов для трёх фаз, рассчитанные с помощью алгоритма. Начальные значения тепловых сопротивлений для кабелей были рассчитаны с помощью формул из ИЕС 60287.

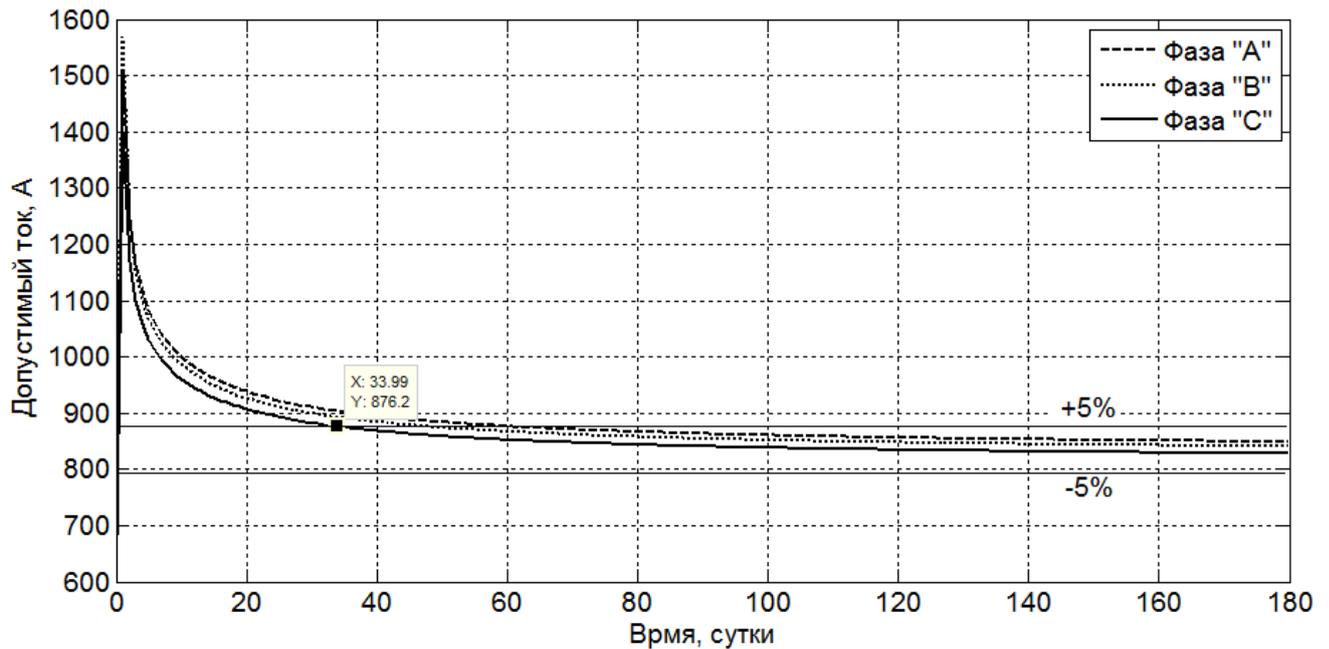


Рис. 3.39. Допустимые токи фаз высоковольтной КЛ, рассчитанные с помощью алгоритма

Графики допустимых токов не совпадают по причине того, что допустимые температуры для всех трёх фаз принимались одинаковыми ($90\text{ }^{\circ}\text{C}$). В то время как на практике наоборот – температуры жил разные при одинаковых токах в них. Это обусловлено двумя факторами: тепловые условия средней фазы отличаются от условий крайних фаз; в экране отстающей фазы «С» наводится больший ток, чем в экране опережающей фазе «А».

Однако в фазах должны протекать одинаковые токи, поэтому для того, чтобы получить однозначный ответ на вопрос о допустимом токе рассчитаем график его среднего значения относительно трёх фаз (рис. 3.40).

Начальный скачок допустимого тока обусловлен тем, что в начале расчёта кабеля и грунт ещё не прогрелись. По графику видно, что он достигает правильного значения с точностью 5% только на 46 сутки. При этом график стремится к правильному значению «сверху», тем самым рекомендуя больший допустимый ток, чем есть на самом деле.

Чтобы точнее и быстрее оценивать допустимый ток во время нагрева КЛ, необходимо по графику изменения температуры экрана оценивать не только тепловое сопротивление грунта, но и его теплоёмкость. Это приводит к необходимости решать задачу оптимизации по двум параметрам (теплопроводность и теплоёмкость), которая является достаточно сложной и в настоящей работе рассматриваться не будет.

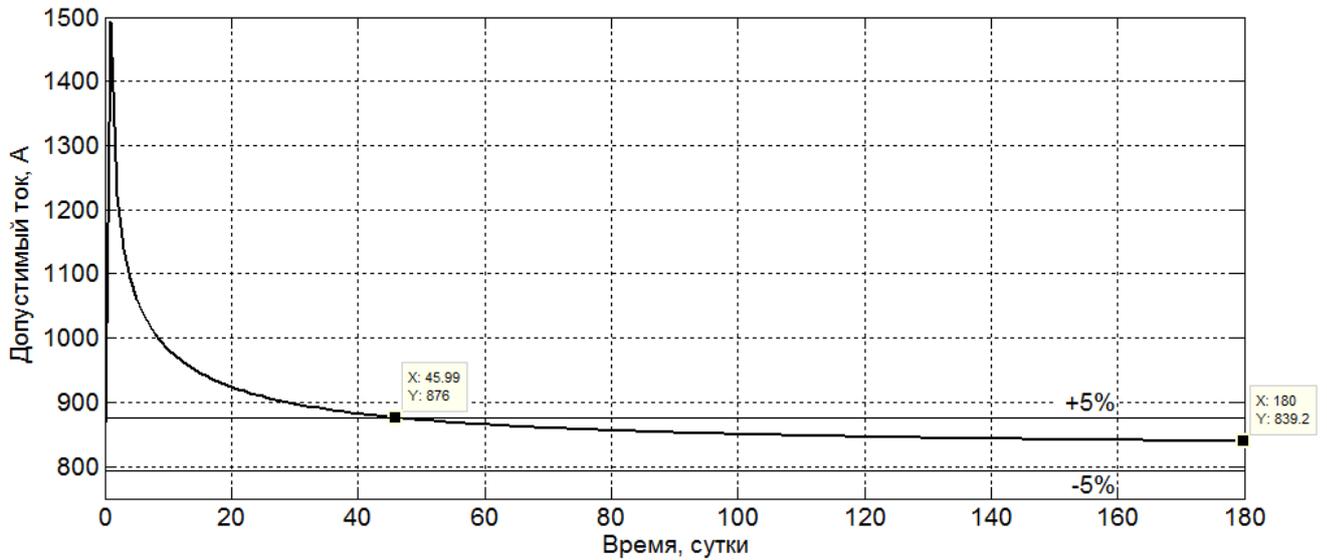


Рис. 3.40. Средний допустимый ток относительно трёх фаз высоковольтной КЛ

Для того чтобы рассчитываемый допустимый ток быстрее достигал правильного значения с приемлемой точностью, предположим, что кабели нагреваются по экспоненциальному закону в соответствии с формулой

$$\bar{T}_s^{A,B,C} = T_0 + \bar{Q}_k^{A,B,C} \left(R_{T(зп.нф)}^{A,B,C} + R_{T_0} \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{A,B,C}}} \right), \quad (3.56)$$

где $\tau_{A,B,C}$ — постоянные времени переходного процесса, которые можно приблизительно вычислить по известным значениям $t_{nn(A,B,C)}$, разделив их на 20. То есть

$$\bar{T}_s^{A,B,C} = T_0 + \bar{Q}_k^{A,B,C} \left(R_{T(зп.нф)}^{A,B,C} + R_{T_0} \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\frac{(R_{T_0} + R_{T(экс.зп)}^{A,B,C})(C_o + C_{зп}^{A,B,C})}{3 \cdot 20}}} \right). \quad (3.57)$$

Если известны тепловая ёмкость и теплопроводность грунта, то тепловые сопротивления грунта тепловым потокам от кабелей в полнофазном режиме работы КЛ можно вычислить по формуле

$$R_{T(зп.нф)}^{A,B,C} = \frac{\bar{T}_s^{A,B,C} - T_0}{\bar{Q}_k^{A,B,C} \left(1 - e^{-\frac{60t}{(R_{T_0} + R_{T(экс.зп)}^{A,B,C})(C_o + C_{зп}^{A,B,C})}} \right)} - R_{T_0}. \quad (3.58)$$

С учётом этого график оцениваемого допустимого тока КЛ будет выглядеть так, как показано на рис. 3.41.

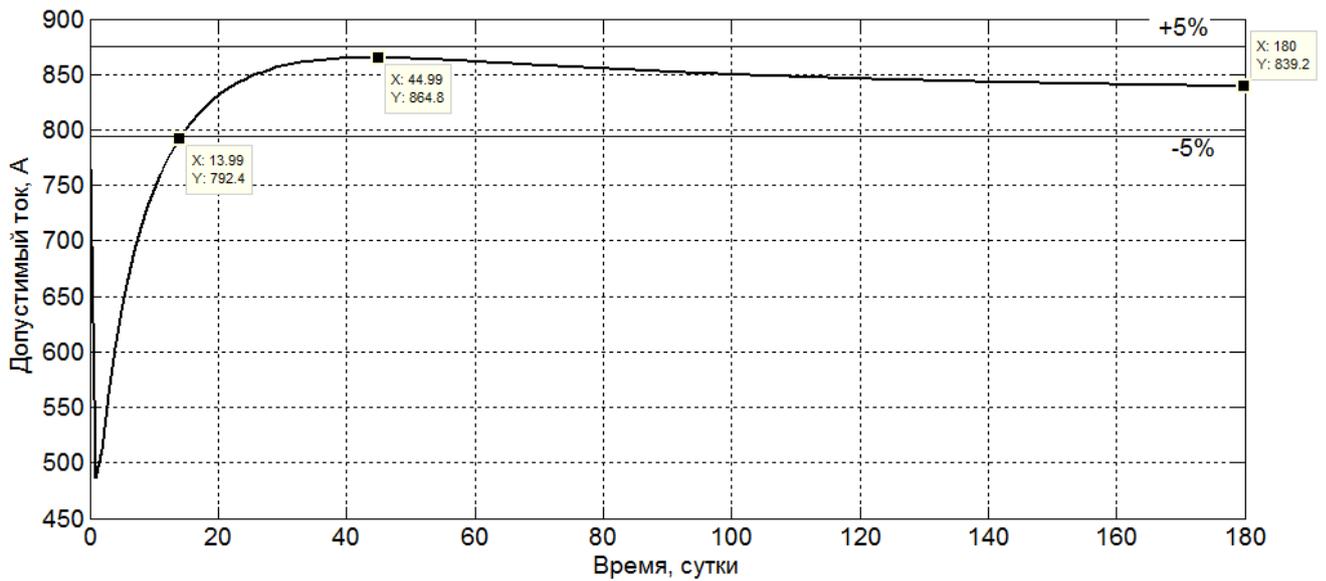


Рис. 3.41. Допустимый ток трёхфазной высоковольтной КЛ

По графику видно, что допустимый ток входит в область пятипроцентной погрешности через 14 суток после начала переходного процесса, что значительно меньше, чем в предыдущем случае (46 суток). При этом в начале переходного процесса расчётный допустимый ток меньше, чем действительный. Такая рекомендация о допустимом токе безопаснее, поскольку не провоцирует установку большего тока, чем действительный допустимый ток.

Необходимо отметить, что такой результат получен при одинаковых теплоёмкости и теплопроводности грунта в расчёте исходных данных методом конечных элементов и в расчёте постоянной времени $\tau_{A,B,C}$. В действительности исходные значения теплопроводности и теплоёмкости грунта, используемые в проектных расчётах, могут не совпадать с реальными. Поэтому график допустимого тока может войти в область пятипроцентной погрешности раньше или позже 14 суток.

На рис. 3.42 представлены графики допустимого тока фазы «С», полученные при погрешности в определении $\tau_{A,B,C}$ +50% и –50%. По рисунку видно, что при отрицательной погрешности график входит в допустимую область через 46 дней, а при положительной – через 27 дней, что не хуже, чем при не учёте τ . Таким образом можно заключить, что использование формулы (3.58) в алгоритме позволит сократить время и увеличить точность оценки допустимого тока высоковольтной КЛ.

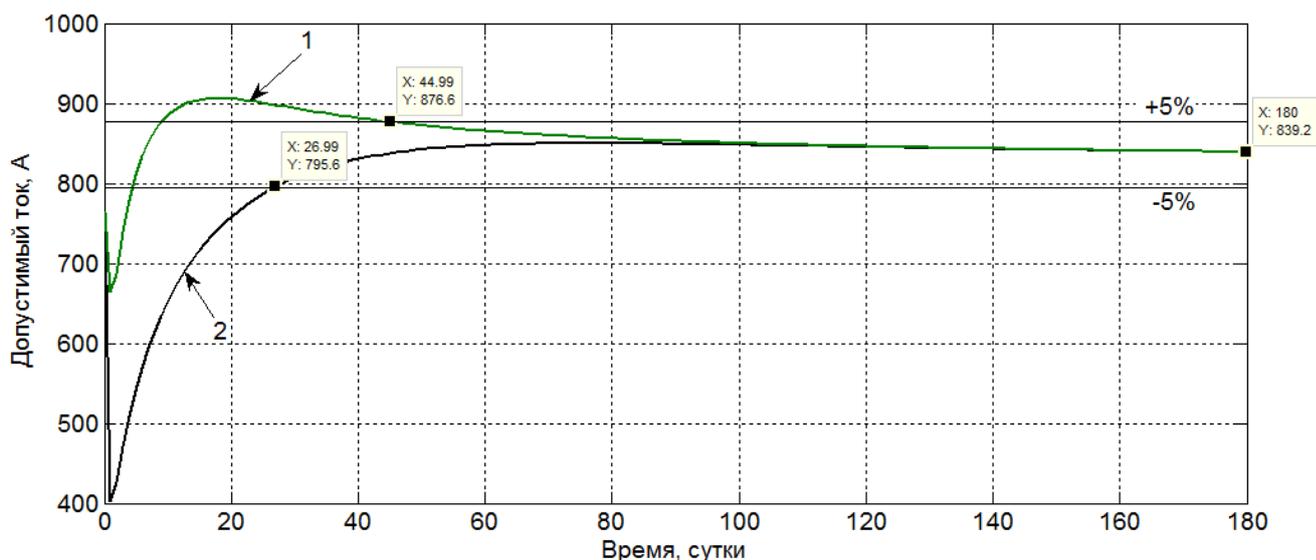


Рис. 3.42. Графики средних допустимых токов относительно трёх фаз высоковольтной КЛ: 1 – при погрешности в определении τ -50%, 2 – при погрешности в определении τ +50%

3.5. Выводы по главе 3

На основе математического моделирования тепловых процессов в подземной КЛ с помощью метода электротепловой аналогии и расчётов моделей, выполненных в настоящей главе, получены следующие результаты.

1. На основе результатов расчёта температуры подземного кабеля в динамике с помощью тепловых схем замещения и сравнения его с полевыми моделями, показано, что при глубине прокладки кабелей 1,5 м полубесконечный грунт можно заменить эквивалентным цилиндрическим грунтом. Приведённая к установившейся температуре погрешность расчёта в этом случае составляет 2,2%. Кроме того, показано, что тепловое влияние грунта в тепловой схеме замещения необходимо учитывать с помощью 4 RC цепочек.

2. Разработана тепловая схема замещения, позволяющая моделировать тепловые переходные процессы в трёхфазной КЛ, проложенной в грунте, с учётом влияния тепловыделений в металлических оболочках и соседних фаз друг на друга. Также предложена методика расчёта её параметров при различных способах укладки кабелей (рис. 3.11). Погрешность расчёта температур с помощью предложенной схемы достигает 6,5% относительно расчёта на основе метода конечных элементов, что является допустимым при прогнозировании нагрева кабелей.

3. Разработан математический алгоритм для расчёта температуры жилы в режиме реального времени на основе данных о температуре экрана и токовой нагрузке жилы. Погрешности расчётов с помощью этого алгоритма пренебрежимо малы и составляют десятые доли градусов в сравнении с расчётами полевых моделей.

4. Разработан математический алгоритм для выполнения прогноза изменения температур жил кабельной линии, проложенной в грунте, в режиме реального времени, который выполняет расчёты в сотни раз быстрее, чем полевые модели на основе метода конечных элементов.

5. Произведено сравнение результатов расчёта и прогнозирования температур с помощью тепловых схем замещения с результатами расчёта температур, выполненных методом конечных элементов. Сопоставление показало, что погрешность алгоритма расчёта температур жил по известным температурам в экранах не превышает 1 °С. В свою очередь, максимальная погрешность прогноза нагрева кабелей оказалась равной 8 °С, (7,3% от максимальной температуры кабелей) и уменьшается до 1 – 2 °С в процессе нагрева КЛ.

6. Результаты расчёта температуры жилы с помощью разработанного алгоритма были сопоставлены с экспериментальными данными по нагреву однофазных кабелей номинальным напряжением 240 кВ, опубликованными в работе [80]. Максимальное отклонение расчётных данных от экспериментальных составило 6,3 %, что является вполне приемлемым.

7. Показано, что полученные математические алгоритмы обладают достаточным быстродействием, чтобы иметь возможность совместного применения с системой мониторинга распределённой температуры экранов для расчёта температурных профилей жил и пропускной способности КЛ магистральных электрических сетей. Указанные алгоритмы позволят за 12 секунд вычислить температурные профили жил с пространственным разрешением в 1 м и спрогнозировать их изменение на 2 суток вперёд.

8. Разработан математический алгоритм для оценки допустимой токовой нагрузки высоковольтной КЛ, проложенной в грунте. Показано, что при ошибках в определении исходных параметров грунта, приводящих к 50% погрешности расчёта постоянных времени нагрева кабелей $\tau_{A,B,C}$, допустимый ток входит в область пятипроцентной погрешности через 46 суток (-50%) или через 27 суток (+50%).

ГЛАВА 4. ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО ПОЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ ВЫСОКОВОЛЬТНОГО КАБЕЛЯ С ПОЛИЭТИЛЕНОВОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ

4.1. Разработка экспериментальной конструкции, аналогичной коаксиальному кабелю с полиэтиленовой изоляцией

Для оценки адекватности расчётных методик была создана физическая модель коаксиального кабеля, изображённая на рис. 4.1. Функцию жилы в ней выполняет осевой резистивный делитель, состоящий из 15 резисторов с сопротивлением 22 Ом каждый, который закреплён на специальной пластиковой арматуре. Для измерения температуры внутри конструкции предусмотрены планки с закреплёнными на них датчиками температуры сверху и в центре конструкции.

Арматура вместе с датчиками и резистивным делителем обёрнута в стеклотекстолитовую пластину и залита силиконовым герметиком ПК 68, который используется вместо изоляции из сшитого полиэтилена. Эту конструкцию поместили в стеклотекстолитовую трубу, покрытую силиконовой резиной. Продольное и поперечное сечения конструкции представлены на рис. 4.2. В таблице 4.1 приведены геометрические размеры элементов конструкции и физические характеристики их материалов.

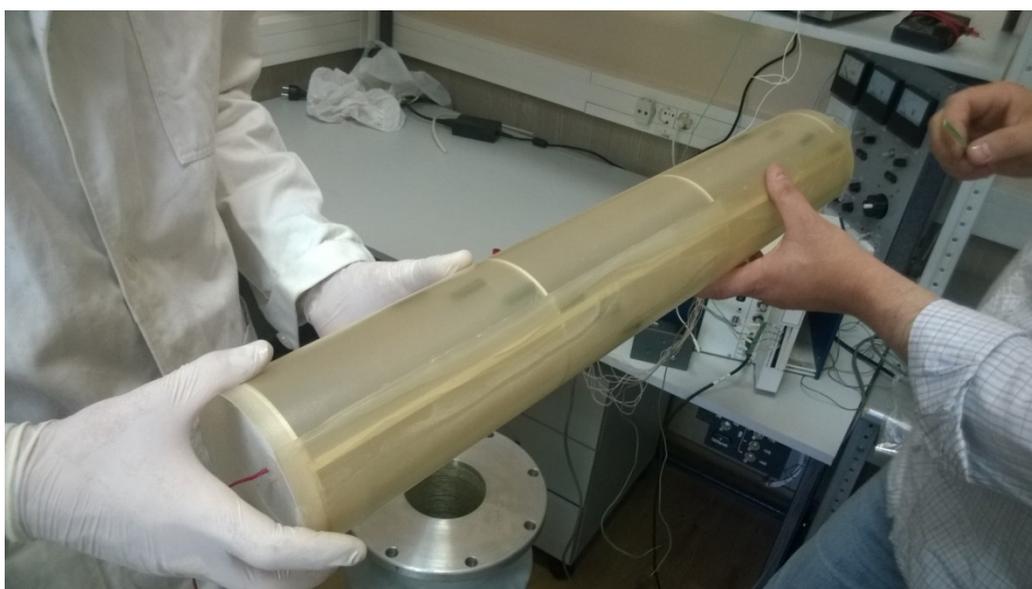


Рис. 4.1. Физическая модель коаксиального кабеля

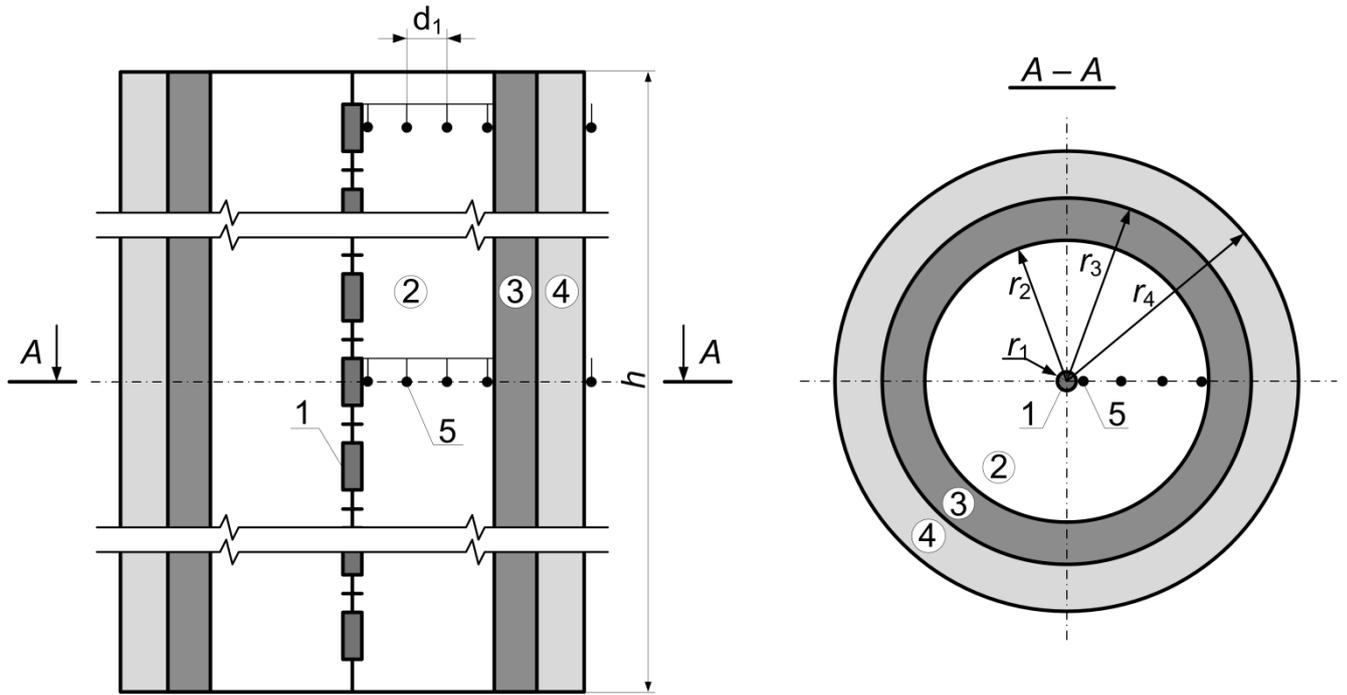


Рис. 4.2. Продольное и поперечное сечения физической модели коаксиального кабеля: 1 – керамический резистор, 2 – силиконовый герметик, 3 – стеклотекстолит, 4 – силиконовая резина, 5 – датчик температуры

Таблица 4.1. Геометрические и физические параметры элементов конструкции

Элемент конструкции	1	2	3	4
Теплопроводность (λ), Вт/(м·К)	38	0,1611	0,3	0,63
Теплоёмкость (c), Дж/(кг·К)	$c = f(T)$	1600	995	972
Плотность (ρ), кг/м ³	1985	1220	1850	1190
Внешний радиус (r), м	0,003935	0,055	0,064	0,076
Высота (h), м	0,02845 (1 шт.)	0,641	0,641	0,641

Теплоёмкость керамического резистора обладает зависимостью от температуры, аппроксимация которой в диапазоне температур 20 – 800 °С с точностью 2% может быть выражена следующим уравнением [34]:

$$c_k(T) = 301(1 + 5,56 \cdot 10^{-3}T - 2,61 \cdot 10^{-6}T^2). \quad (4.1)$$

Экспериментальная установка для прогрева и измерения температуры физической модели состоит из следующих элементов (рис. 4.3):

- 1) датчиков температуры;
- 2) измерительной схемы (обеспечивает постоянство напряжения питания датчиков);
- 3) фильтров помех;
- 4) системы Compact RIO (предназначена для оцифровки данных и передачи их на компьютер);

- 5) компьютера (предназначен для обработки, отображения и хранения данных);
 6) лабораторного автотрансформатора (предназначен для изменения напряжения, подаваемого на резистивный делитель, и управления выделяемой мощностью).

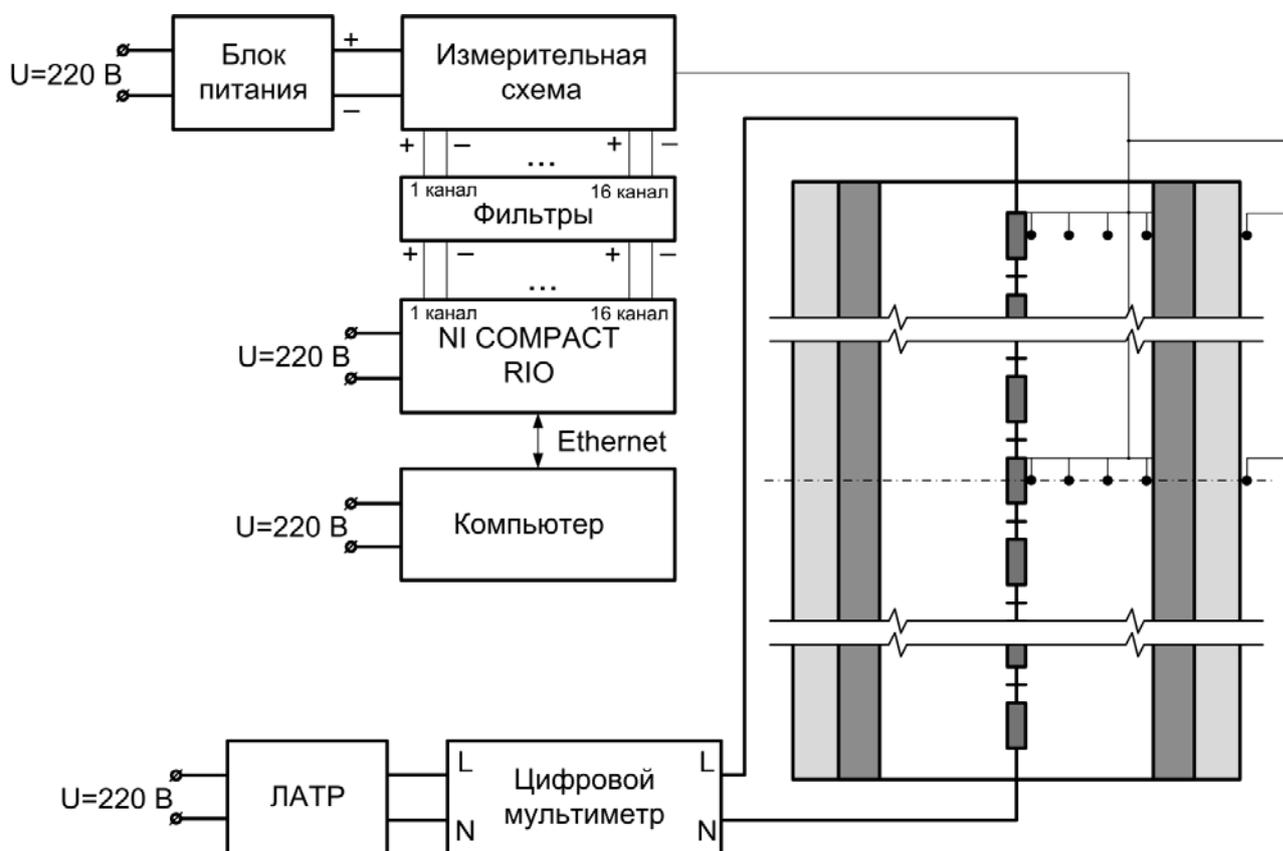


Рис. 4.3. Схема экспериментальной установки

Коэффициент теплоотдачи от внешней поверхности резинового слоя экспериментальной конструкции определяли по следующей формуле:

$$\alpha = \frac{Q}{S \cdot (T_{нов} - T_0)}, \quad (4.2)$$

где Q – тепловыделение в резисторах, Вт; S – площадь теплообмена; $T_{нов}$ – температура на поверхности экспериментальной конструкции, °С; T_0 – температура окружающей среды, °С.

Расчётное значение коэффициента теплоотдачи от внешней поверхности физической модели составило 10,311 Вт/(м²·°С), что согласуется с измеренным значением.

Эксперименты по нагреву конструкции проводились с целью проверки разработанных математических моделей в установившихся и переходных тепловых

режимах. Для этого через резисторы пропускали переменный ток и выполняли замеры температуры с помощью датчиков и цифровой аппаратуры.

Был выполнен ряд экспериментов, в которых через резистивный делитель пропускали ток с постоянной и переменной амплитудой, изменяемой по ступенчатому графику. Условием достижения установившегося режима являлось отсутствие изменения температур датчиков выше уровня шумов.

4.2. Разработка математических моделей экспериментальной конструкции коаксиального кабеля и сопоставление результатов расчёта с экспериментальными данными

4.2.1. Расчёт стационарного теплового поля в продольном сечении экспериментальной конструкции

Математическая модель стационарного теплового поля экспериментальной конструкции основана на решении уравнения теплопроводности (4.3) методом конечных элементов.

$$\operatorname{div}(\chi \cdot \operatorname{grad}(T)) = -\frac{q_V}{c_V} \quad (4.3)$$

В качестве граничных условий на поверхности внешнего слоя конструкции выбраны условия третьего рода:

$$q_{нов} = \alpha(T_{нов} - T_0), \quad (4.4)$$

где $q_{нов}$ – тепловой поток с внешней поверхности экспериментального образца, Вт/м²; $T_{нов}$ – температура на поверхности экспериментального образца, °С.

Моделирование производилось в двухмерном осесимметричном пространстве для продольного сечения экспериментальной конструкции окружённой слоем воздуха без учёта конвекции. На границах расчётной области использовались бесконечные элементы. На рис. 4.4 приведены сетка конечных элементов и распределение температуры по сечению конструкции. Расчёт выполнен при тепловыделении в резисторах равном 12,31 Вт.

По картине распределения поля видно, что в центральной части конструкции на протяжении значительного расстояния поле практически плоскопараллельное, что

говорит о возможности такого допущения при расчёте нагрева резисторов с помощью тепловой схемы замещения.

Сопоставим результаты расчёта с экспериментальными данными. Для этого построим графики распределения температуры в местах расположения датчиков температуры: сверху и в середине конструкции (рис. 4.2). Графики распределения температуры, полученные расчётным и экспериментальным путём, представлены на рис. 4.5, 4.6.

Температура датчиков взята усреднённой за две минуты измерений, чтобы отсеять шумы. Усреднение выполнено по формуле

$$T_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{m=1}^n T_{i,m}, \quad (4.5)$$

где i – номер датчика; n – количество элементов в выборке.

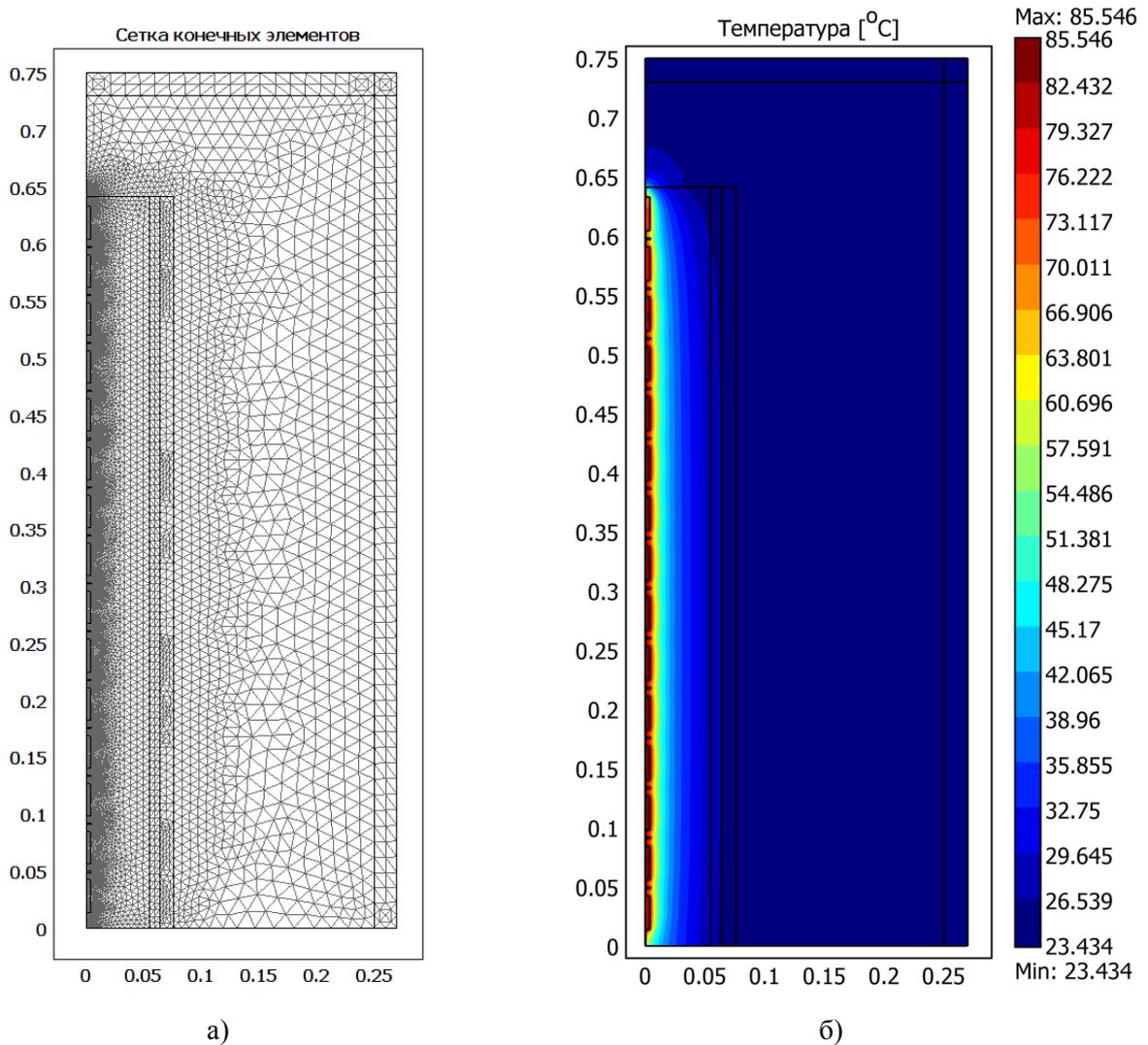


Рис. 4.4. Сетка конечных элементов расчётной области (а) и распределение температуры в продольном сечении экспериментальной конструкции (б)

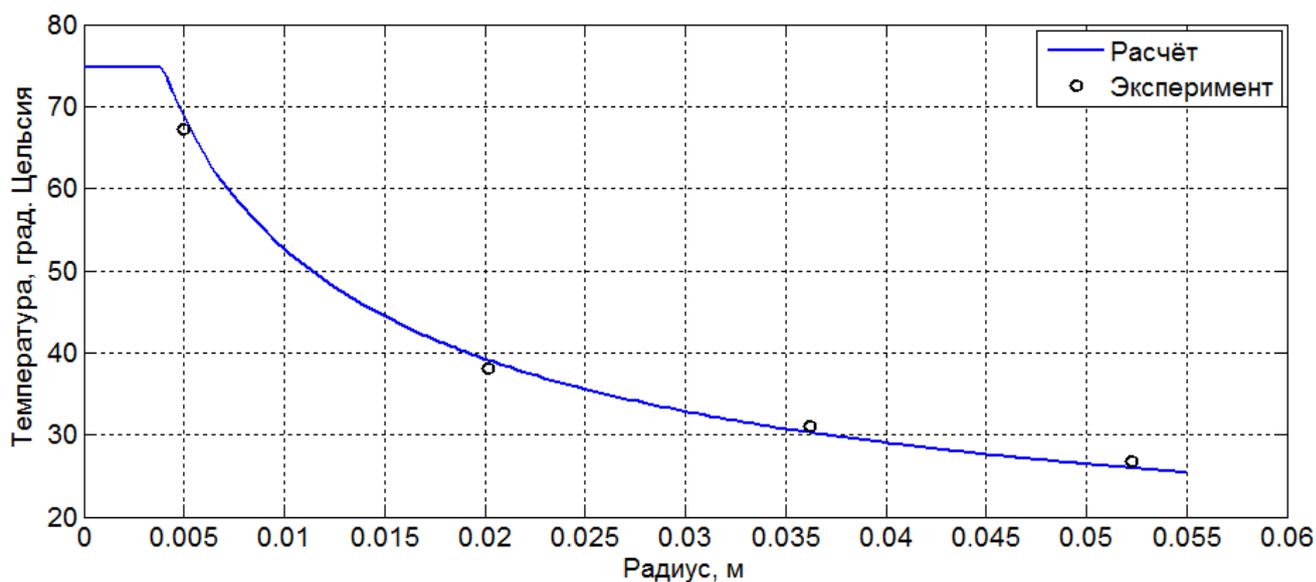


Рис. 4.5. Графики распределения температур в верхнем сечении экспериментальной конструкции

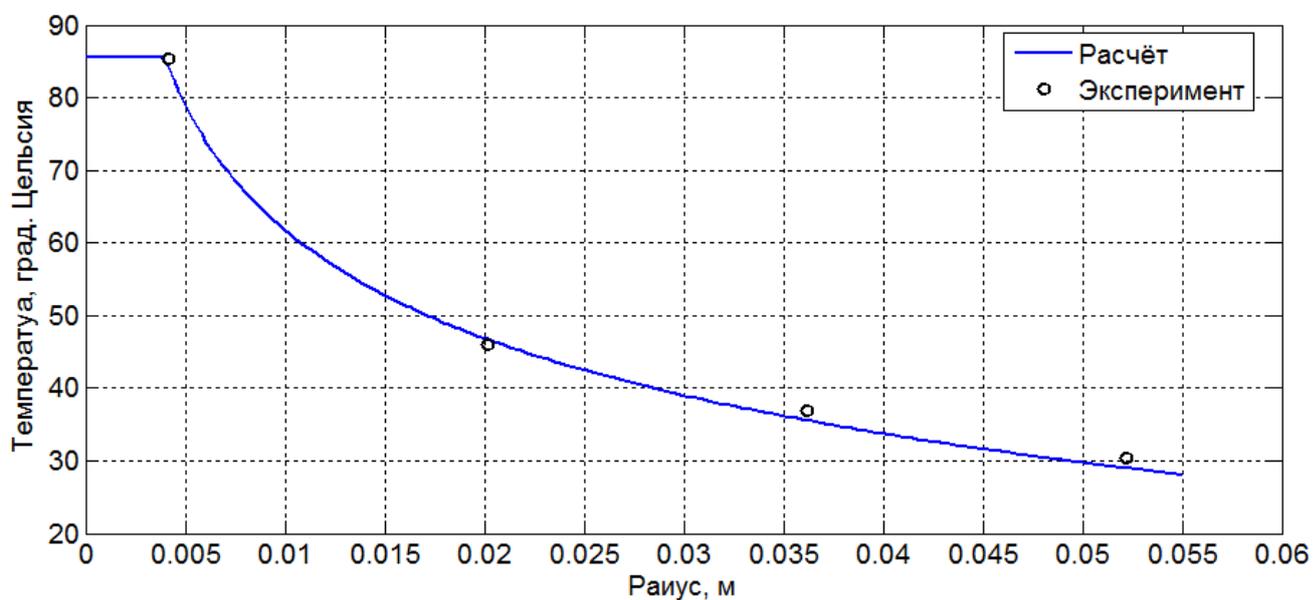


Рис. 4.6. Графики распределения температур в среднем сечении экспериментальной конструкции

В таблице 4.2 приведены относительные погрешности расчёта температур в месте расположения датчиков, а также значения усреднённых экспериментальных температур датчиков и соответствующих температур, полученных расчётным путём. Вычисление относительных погрешностей было выполнено по формуле

$$\delta_i = \frac{|T_i^э - T_i^р|}{T_i^э} \cdot 100\%, \quad (4.6)$$

где $T_i^э$ – температура i -го датчика, полученная экспериментально, °С; $T_i^р$ – температура в месте расположения i -го датчика, полученная расчётным путём °С.

Таблица 4.2. Температуры и относительные погрешности их расчёта

Величина	Датчики в верхней части конструкции				Среднее значение	Датчики в центре конструкции				Среднее значение
	1	2	3	4		5	6	7	8	
T^o , °C	26,8	31,1	38,1	67,2	-	30,4	36,8	46	85,3	-
T^p , °C	26	30,3	39,1	68,9	-	29	35,6	46,7	84,2	-
δ , %	3	2,6	2,7	2,6	2,73	4,8	3,4	1,5	1,3	2,75

Таким образом, можно сделать вывод о достаточной точности расчётов и адекватности математической модели стационарного теплового поля, построенной с помощью метода конечных элементов, поскольку средняя относительная погрешность расчёта температур в местах расположения датчиков не превышает 5%.

4.2.2. Расчёт нестационарного теплового поля экспериментальной конструкции

Расчёт нагрева физической модели коаксиального кабеля был выполнен с помощью двух методов: путём решения уравнения теплопроводности (1.1) методом конечных элементов и с помощью тепловой схемы замещения.

При построении тепловой схемы замещения было принято допущение о том, что резистивный делитель представляет собой сплошной цилиндр и, следовательно, тепловое поле в исследуемом объекте является плоскопараллельным и осесимметричным. Ввиду большой толщины слоя с герметиком по сравнению с другими оболочками, для повышения точности расчётов его разделили на две части по принципу равенства тепловых сопротивлений частичных слоёв (3.25). В итоге тепловая схема замещения экспериментальной конструкции приняла вид, представленный на рис. 4.7.

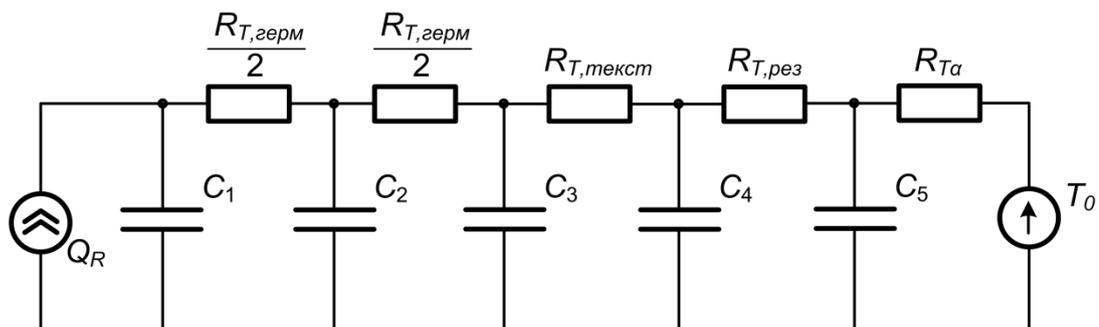


Рис. 4.7. Тепловая схема замещения экспериментальной конструкции

Здесь Q_R – тепловыделение в резистивном делителе, Вт; $R_{T,герм}$, $R_{T,текст}$, $R_{T,рез}$ – тепловые сопротивления герметика, текстолитовой трубы и резиновой оболочки соответственно, м·К/Вт; $R_{T\alpha}$ – тепловое сопротивление тепловому потоку с поверхности резиновой оболочки, определяемое по формуле

$$R_{T\alpha} = \frac{1}{\alpha \cdot 2\pi r_4}, \text{ (м·К/Вт)}. \quad (4.7)$$

Переходные процессы в полученной схеме были рассчитаны с помощью методики, изложенной в главе 3. Математический алгоритм для расчёта переходных процессов в полученной схеме представлен в приложении II. Расчёты были выполнены для трёх экспериментов, в которых тепловыделение в резистивном делителе изменялось по разным ступенчатым графикам. На рис. 4.8 – 4.13 представлены графики температур, полученные экспериментально и с помощью различных математических моделей, графики тепловыделений в резистивном делителе и графики абсолютных погрешностей для математических моделей.

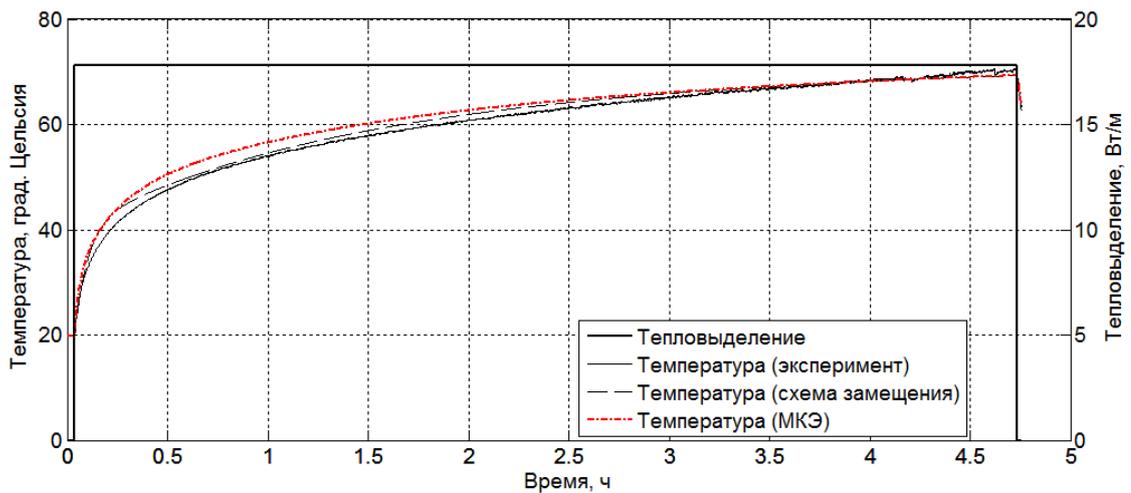


Рис. 4.8. Графики температур, полученные в эксперименте 1 и с помощью математических моделей

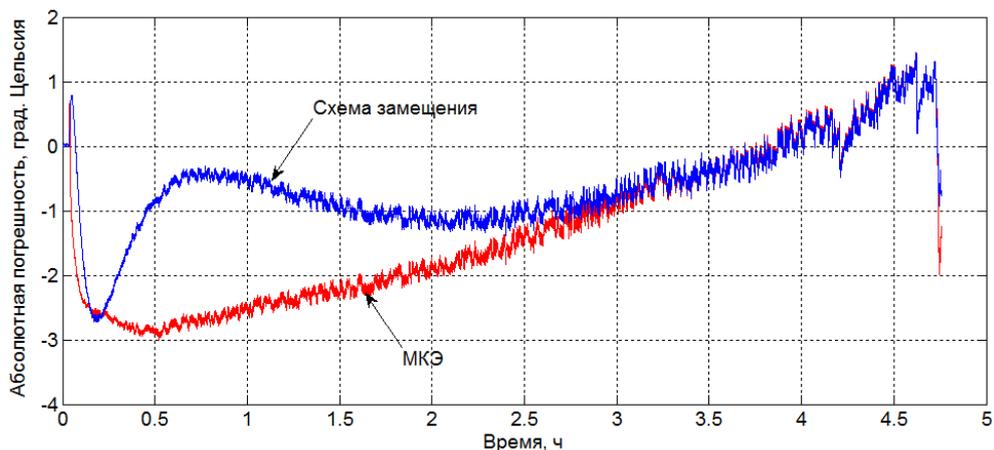


Рис. 4.9. Графики абсолютных погрешностей расчётов температур, относительно эксперимента 1

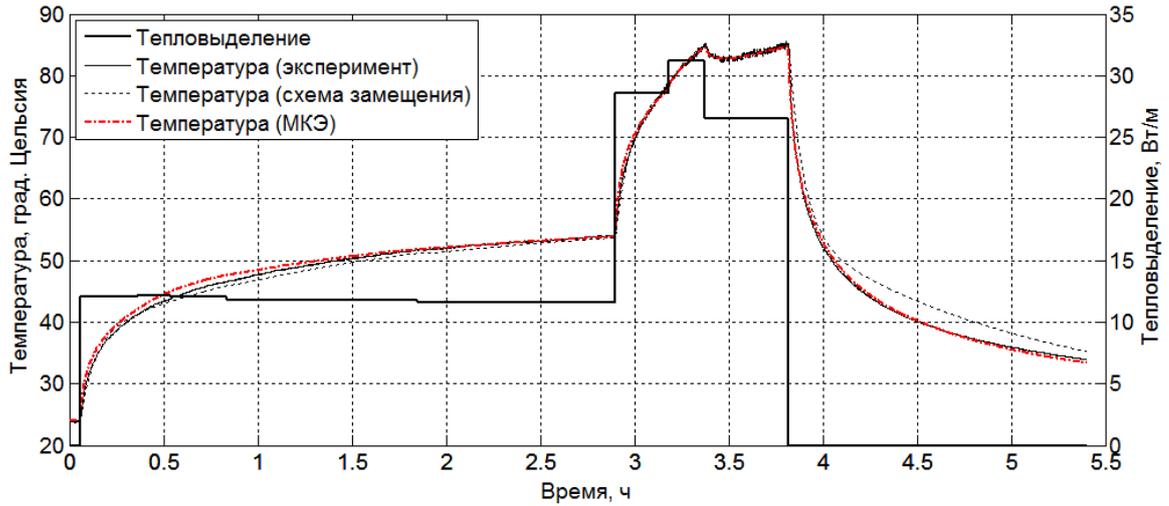


Рис. 4.10. Графики температур, полученные в эксперименте 2 и с помощью математических моделей

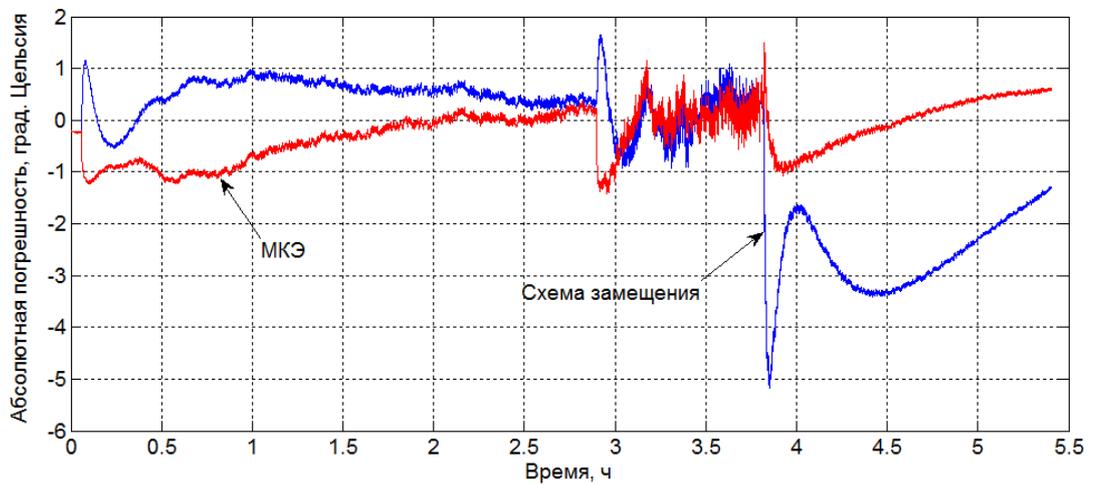


Рис. 4.11. Графики абсолютных погрешностей расчётов температур, относительно эксперимента 2

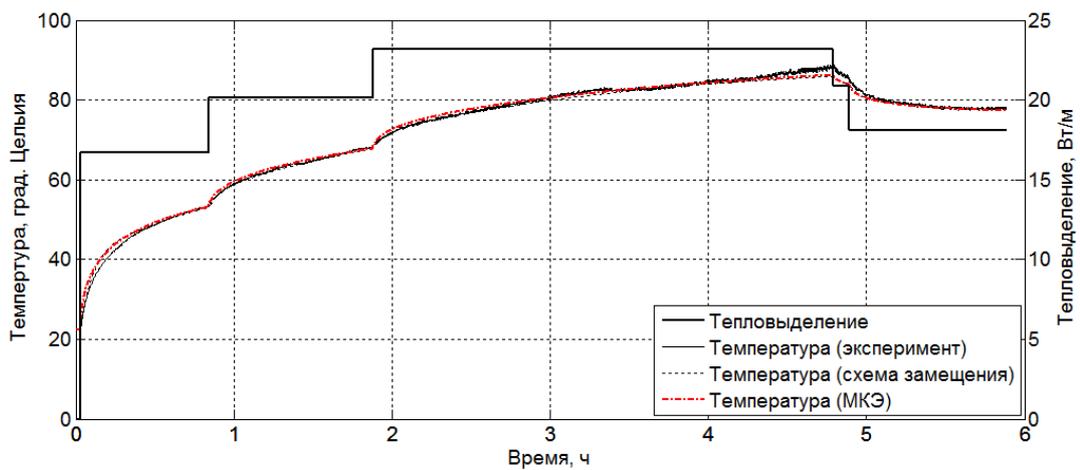


Рис. 4.12. Графики температур, полученные в эксперименте 3 и с помощью математических моделей

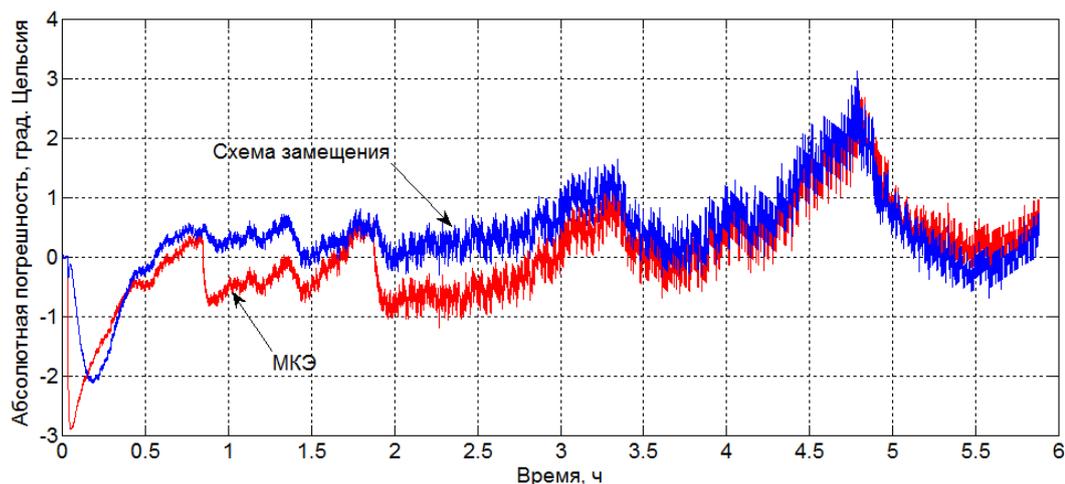


Рис. 4.13. Графики абсолютных погрешностей расчётов температур, относительно эксперимента 3

По графикам видно, что максимальная абсолютная погрешность составляет $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ для модели на основе тепловой схемы замещения и $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ для модели на основе метода конечных элементов. Для наглядности определим приведённые погрешности, средние значения погрешностей за время переходного процесса и сведём их максимальные значения в таблицу.

В таблице 4.3 представлены максимальные и средние значения абсолютной и приведённой погрешностей для разных методов моделирования. Приведённая погрешность вычислялась в отношении к максимальной опытной температуре за всё время эксперимента.

Таблица 4.3. Погрешности расчётов с помощью математических моделей

№ эксперимента		1	2	3
Максимальная абсолютная погрешность, $^{\circ}\text{C}$	МКЭ	3	1,5	3
	ТСЗ*	2,7	5,18	3,1
Максимальная приведённая погрешность, %	МКЭ	4,3	1,74	3,4
	ТСЗ*	3,9	6,1	3,5
Средняя абсолютная погрешность, $^{\circ}\text{C}$	МКЭ	1,5	0,4	0,6
	ТСЗ*	0,8	1,1	0,6
Средняя приведённая погрешность, %	МКЭ	2,1	0,5	0,7
	ТСЗ*	1,1	1,3	0,7

*ТСЗ – математическая модель на основе тепловой схемы замещения

Из таблицы видно, что приведённые погрешности расчётов для метода конечных элементов достигают только 4,3 %, при том, что максимальное среднее значение приведённой погрешности составляет 2,1%, что позволяет сделать вывод об

адекватности разработанных математических моделей на основе решении уравнения теплопроводности (1.1) методом конечных элементов.

То же самое можно сказать и о методе расчёта переходных тепловых процессов в кабеле с помощью тепловых схем замещения, поскольку для него приведённая погрешность в указанных экспериментах достигает 6,1 %, при том, что средняя приведённая погрешность за всё время нагрева достигла 1,3%.

4.3. Выводы по главе 4

На основании результатов физического и математического моделирования теплового стационарного и нестационарного полей коаксиального кабеля, выполненного в текущей, главе можно сделать следующие заключения.

1. Математические модели, основанные на тепловых схемах замещения и решении уравнения теплопроводности (1.1) методом конечных элементов, адекватны, поскольку приведённые погрешности расчётов переходных режимов достигают 4,3 % и 6,1 % для МКЭ и ТСЗ соответственно, а их средние значения достигают лишь 2,1% и 1,3% для МКЭ и ТСЗ соответственно.

2. На основе тепловой схемы замещения, изображённой на рис. 4.7, и методики расчёта переходного процесса в ней, предложенной в настоящей работе, можно выполнять расчёт нагрева кабеля, проложенного на воздухе или в тоннеле, в режиме реального времени. Однако при использовании её для реального кабеля необходимо учитывать тепловыделение в металлическом экране с помощью дополнительного источника теплоты, включённого параллельно ёмкости C_3 .

ГЛАВА 5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗРАБОТАННЫХ АЛГОРИТМОВ В СИСТЕМАХ РАЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ И АВТОМАТИКИ

5.1. Элементы реализации цифровой тепловой защиты КЛ

В работах [43] и [85] описана структура тепловой защиты, которая может применяться на различных объектах энергетики и производства. На основе принципов её построения была создана структура тепловой защиты высоковольтной КЛ с СПЭ изоляцией (рис. 5.1).

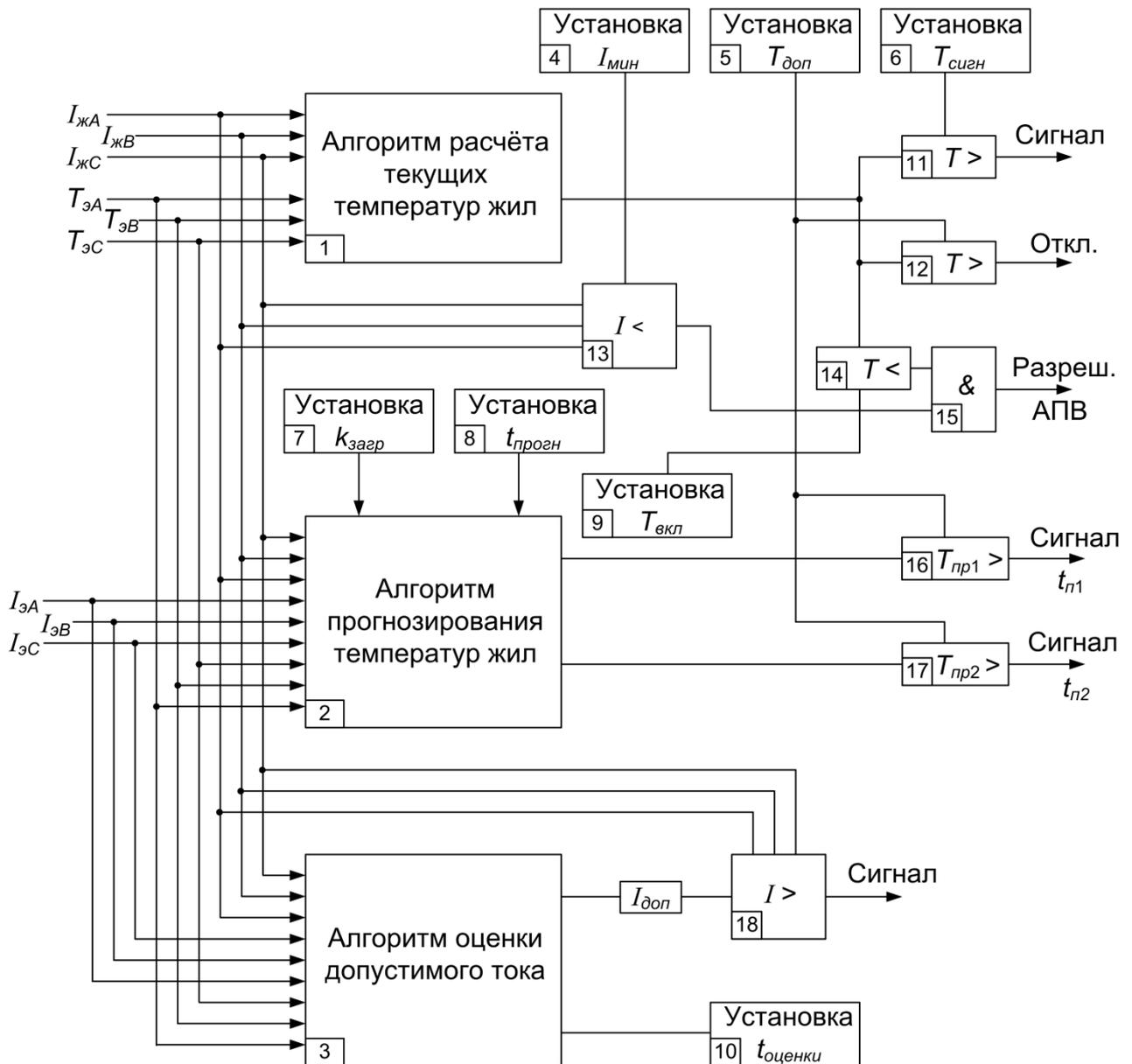


Рис. 5.1. Структура тепловой защиты КЛ

К блоку 1, осуществляющему расчёт текущих температур жил КЛ, подводятся текущие цифровые действующие значения токов в жилах и текущие цифровые значения

температур экранов. При этом для вычисления температур жил используется алгоритм, описанный в п. 3.2 (приложение Л).

Блок 1 производит расчёт температуры жилы для каждого кабеля и для каждого его сечения с некоторым пространственным разрешением с помощью алгоритма, разработанного в п. 3.2 (приложение Л). Поэтому на выходе блока 1 имеем текущие температурные профили жил кабелей (T).

К блоку 2, осуществляющему прогнозирование изменения температур жил, помимо токов жил и температур экранов подводятся токи экранов. Прогнозирование температур в блоке 2 осуществляется с помощью алгоритма, описанного в п. 3.3 (приложение М).

Как было указано в п. 3.3 с помощью прогнозирующего алгоритма можно решать разные задачи, предполагающие прогноз. В данной структуре предполагается решение двух задач: прогнозирование температур на некоторое время вперёд ($t_{прогн}$) при токовой нагрузке, изменяющейся по графику за последние сутки и при токовой нагрузке, график которой будет выше последнего суточного графика на некоторый заданный коэффициент загрузки ($k_{загр}$). Установка этих коэффициентов происходит в блоках 7 и 8. Поэтому на выходе блока 2 имеем прогнозируемые значения температур жил, соответствующие этим двум задачам (T_{np1} , T_{np2}). В случае превышения прогнозируемых температур допустимого предела, защита должна вырабатывать команды на сигнал с указанием предполагаемого времени наступления перегрева (t_{n1} , t_{n2}).

Блок 3 производит оценку допустимого тока КЛ с помощью алгоритма, описанного в п. 3.4 (приложение Н). Для этого к нему подводятся текущие значения токов в жилах и экранах, а также профили измеренных температур в экранах. По результатам расчётов блок выдаёт значение допустимого тока КЛ.

Отключение КЛ производится блоком 12, сравнивающим текущие значения температур T с допустимым значением $T_{дон}$.

Для целей сигнализации вместо $T_{дон}$ используется значение температуры сигнализации $T_{сигн} < T_{дон}$ (блок 11).

Контроль повторного включения. Отключённую тепловой защитой кабельную линию нет смысла сразу включать снова, так как она быстро отключится вследствие недостаточного охлаждения и повторного возрастания температуры. Поэтому

целесообразно установить некоторый порог температуры, при достижении которого КЛ снова можно включать (блок 9):

$$T \leq T_{\text{вкл}} = k_{\text{охл}} T_{\text{дон}}, \quad (5.1)$$

где $k_{\text{охл}} = T_{\text{вкл}}/T_{\text{дон}}$ – коэффициент охлаждения, характеризующий допустимую температуру включения. Сравнение текущих температур жил с температурой включения производит блок 14.

Однако нельзя отдавать сигнал на включение линии во всех случаях, когда выполняется неравенство 5.2, так как это может быть и в режиме работы, когда линия не достаточно загружена. Для этого необходим контроль отключения линии, который осуществляется блоком 13. В нём происходит сравнение токов жил с некоторым минимальным током:

$$I_{\text{ж}(A,B,C)} < I_{\text{мин}} = (0,15 \div 0,1) I_{\text{ном}}. \quad (5.2)$$

Только в случае выполнения обоих неравенств выдаётся команда на повторное включение КЛ (блок 15).

Прогнозирование нагрева КЛ и разгрузка линии. После выполнения прогноза блоком 2 значения будущих температур первого прогноза $T_{\text{пр1}}$ в блоке 16 сравниваются с допустимой температурой. Наличие в массиве $T_{\text{пр1}}$ температур, превышающих допустимый предел, говорит о том, что при существующем графике и уровне токовой нагрузки в будущем через время t_1 произойдёт перегрев линии. Такая ситуация требует выполнение мер по снижению токовой нагрузки КЛ. Поэтому при выполнении условия блок 16 сигнализирует о возможном перегреве и выдаёт время, через которое произойдёт перегрев.

Если некоторые значения температур второго прогноза $T_{\text{пр2}}$ превысят допустимый предел, то это будет означать, что при повышенной нагрузке в $k_{\text{загр}}$ раз произойдёт перегрев кабелей через время t_2 . Поэтому нагрузку нельзя увеличивать в $k_{\text{загр}}$ раз, о чём будет сигнализировать блок 17 при выполнении его условия. Такая функция тепловой защиты полезна в случаях, когда необходимо перевести часть мощности на данную КЛ или отключить параллельную линию.

Сигнал о необходимости разгрузки линии также выдаётся в случае, когда токи в жилах больше величины, полученной на выходе блока 3, а температуры жил не превышают допустимого предела. Это говорит о том, что перегрев произойдёт позже. Проверку условий превышения тока производит блок 18.

Поскольку алгоритм оценки допустимого тока жил не позволяет сразу вычислить предельный ток линии и требует времени (см. п. 3.4), необходимо чтобы линия некоторое время работала под нагрузкой, график которой изо дня в день изменяется в небольших пределах. Для этого в блок 3 необходимо ввести уставку времени оценки допустимого тока ($t_{оценки}$).

Температура является непосредственной причиной разрушения изоляции, в отличие от тока. Поэтому на основе созданных моделей можно построить защиту высоковольтных КЛ по прямому показателю состояния изоляции. Работа тепловой защиты в совокупности с основной токовой защитой повысит надёжность работы всей энергосистемы.

5.2. Определение активного сопротивления кабеля с учётом влияния температуры в режиме реального времени для целей релейной защиты и автоматики

В настоящее время ведутся разработки в направлении создания адаптивных дистанционных защит (АДЗ) линий электропередачи. В основе работы таких защит лежит использование априорной информации (токи и напряжения линии в предаварийном режиме) с помощью которой происходит адаптация параметров срабатывания исполнительных органов [17]. В связи с этим достигается автоматическая отстройка от нагрузочных режимов. Кроме того в [17] отмечено, что для работы АДЗ необходимы алгоритмы от всех видов повреждений с высокой чувствительностью срабатывания. Для реализации таких алгоритмов требуется задание удельных параметров ЛЭП [15].

Как известно, действительная составляющая сопротивления кабеля, определяемая активными сопротивлениями жилы и металлических оболочек, зависит от температуры. Поэтому одной из полезных функций будущей системы мониторинга пропускной способности должна быть функция уточнения активного сопротивления кабеля с учётом распределённой температуры в металлических элементах конструкции.

Здесь необходимо отметить, что температура напрямую влияет на проводимость материалов жилы, экрана и брони, поэтому от неё зависит проявление поверхностного эффекта и эффекта близости в металлических частях конструкции кабеля. Таким образом, зависимость активного сопротивления кабеля переменному току от температуры имеет нелинейный характер.

Для того чтобы определить активные сопротивления жилы, экрана и брони кабеля при частоте 50 Гц с учётом выше названных эффектов достаточно использовать формулы (2.27), (2.28), (3.29) – (3.31). На рис. 5.2 приведён график зависимости сопротивления жилы центрального кабеля от температуры в пределах от $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $90\text{ }^{\circ}\text{C}$. По нему видно, что сопротивление меняется в диапазоне 30% от значения при номинальной температуре $20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

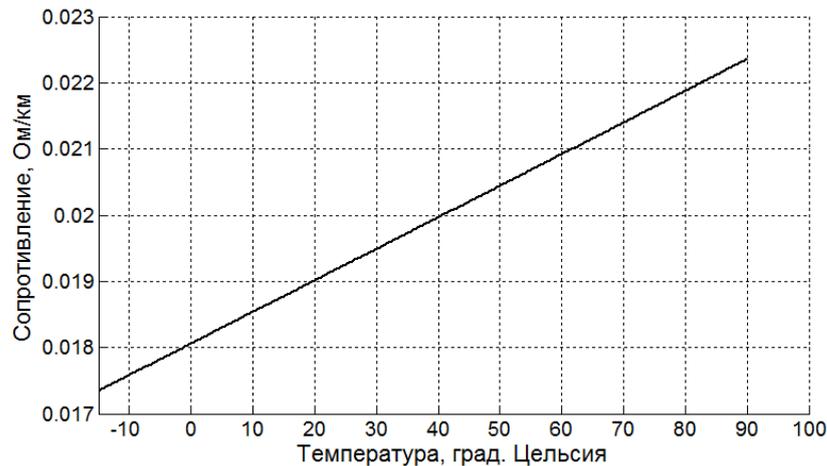


Рис. 5.2. График зависимости сопротивления жилы от температуры

В главе 2 было показано, что, в формулах (2.27), (2.28), (3.29) – (3.31) не учитывается эффект близости в металлических оболочках кабеля от токов протекающих во внутренних проводниках, которые эти оболочки охватывают. Этот эффект почти не заметен в тонких экранах и оболочках, выполненных из плохо проводящих металлов (свинец или сталь). Указанные формулы приведут к погрешности, связанной с этим эффектом в случае, если кабель имеет массивную броню, выполненную из медных проводников. В главе 2 на примере бронированного кабеля марки HXLMKCSJ-W 1x2000 330 кВ показано, что погрешность составляет 10,8%. Чтобы избежать этой погрешности, а также в случае, когда требуются расчёты сопротивлений при больших частотах необходимо пользоваться формулами (2.21) – (2.23).

Поскольку температура на различных участках длины КЛ разная, то необходимо рассчитывать удельное сопротивление для каждого сечения, в котором измеряется и рассчитывается температура с пространственным разрешением, зависящим от системы мониторинга распределённой температуры (рис. 5.3).

Результирующие сопротивления жилы, экрана и брони можно определить путём суммирования:

$$R_{\text{жс}}^{\Sigma} = l \cdot \sum_{i=1}^n R_{\text{жс}}^i; R_{\text{э}}^{\Sigma} = l \cdot \sum_{i=1}^n R_{\text{э}}^i; R_{\text{б}}^{\Sigma} = l \cdot \sum_{i=1}^n R_{\text{б}}^i, \quad (5.3)$$

где n – число сечений кабеля, в которых происходит измерение температуры, $R_{\text{жс}}^i$ – сопротивление жилы в i -ом сечении на один метр длины, Ом/м; l – расстояние между сечениями (пространственное разрешение системы мониторинга распределённой температуры), м.

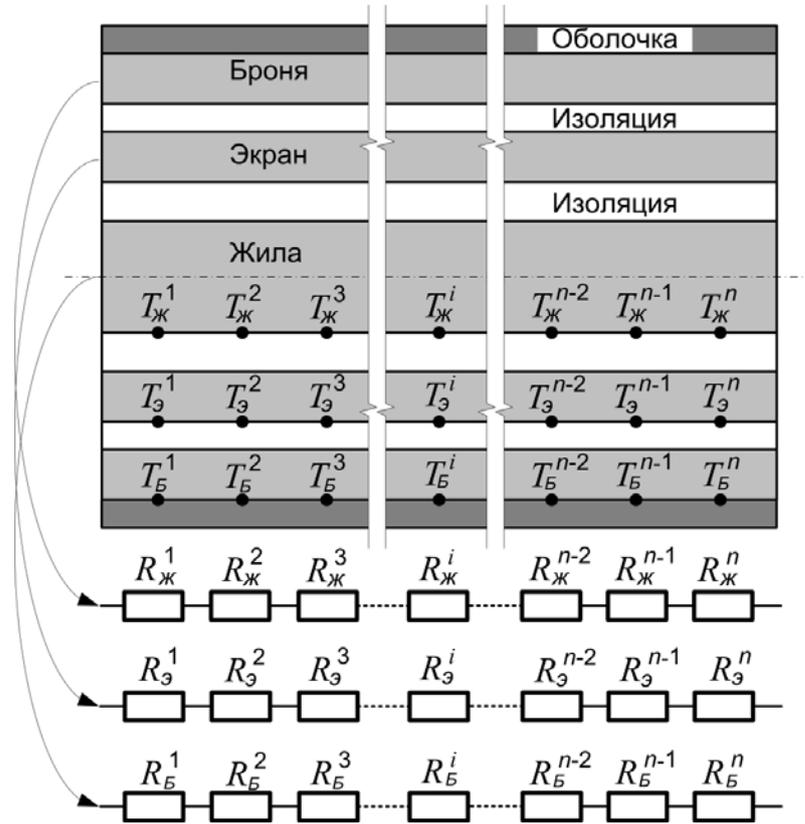


Рис. 5.3. Электрические сопротивления на участках контроля температуры кабеля

Алгоритм расчёта сопротивлений с учётом температуры, поверхностного эффекта и эффекта близости уже встроен в алгоритм расчёта температуры жилы в режиме реального времени, так как от величины сопротивлений зависят тепловые потери в металлических частях конструкции кабеля.

Используя данные от системы мониторинга распределённой температуры, установленной на одной из высоковольтных КЛ города Москвы, был произведён расчёт температурных профилей жил кабелей и их удельных сопротивлений с учётом температурной зависимости. На рис. 5.4. представлены графики удельных сопротивлений жилы одного из кабелей на разных участках трассы.

По графику видно, что удельное сопротивление меняется вдоль кабеля из-за изменения температуры. Полное сопротивление жилы для представленного графика,

рассчитанное по формуле (5.3), составило 0,0574 Ом при средней температуре жилы 33,2 °С. Если не учитывать изменение температуры ($T_{жс} = 20$ °С), то полное сопротивление составит 0.0528 Ом, что на 8% меньше.

Расчёт электрического сопротивления кабеля с учётом температуры в режиме реального времени может быть полезен также для выполнения функций ОМП. Например, если на участке ВЛ высоковольтной воздушно-кабельной линии произошло КЗ, то для ОМП необходимо знать точное сопротивление кабельного участка линии. При этом, поскольку реактивное сопротивление КЛ значительно меньше реактивного сопротивления ВЛ, активная составляющая полного сопротивления КЛ сопоставима с реактивной.

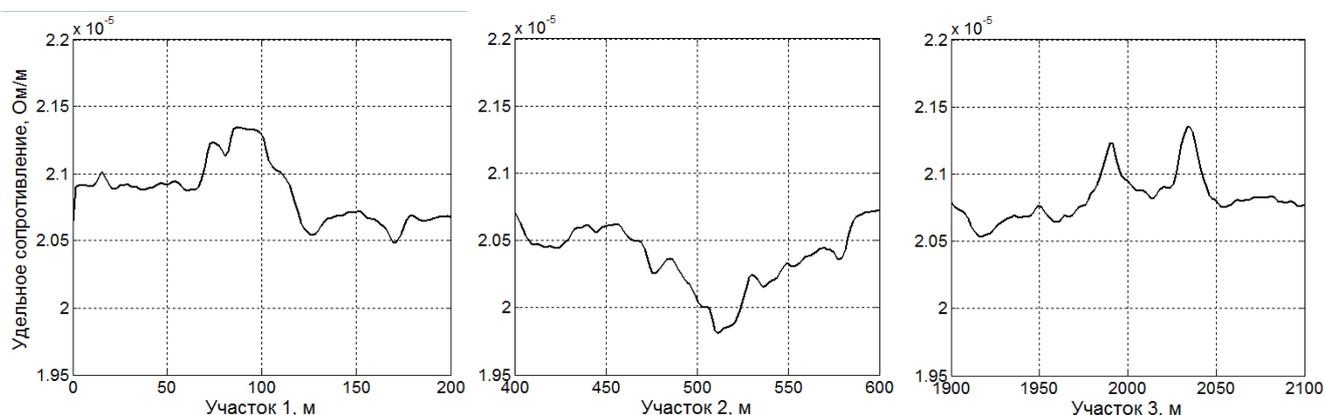


Рис. 5.4. График изменения удельного сопротивления жилы вдоль кабеля

5.3. Оценка износа изоляции кабеля с учётом текущей температуры жилы

Одной из задач диагностики высоковольтных КЛ является оценка износа и остаточного срока службы изоляции кабелей. При температурах, близких к допустимой, в изоляции возникают и ускоряются химические реакции, которые приводят к ухудшению её свойств и увеличению тангенса угла диэлектрических потерь. Последнее ведёт к увеличению тепловых потерь и температуры жилы. Эти процессы называются термохимическим старением и приводят к недопустимому состоянию изоляции с точки зрения электрической прочности. Скорость протекания этих процессов подчиняется закону Аррениуса. Время разрушения изоляции определяется по зависимости [41, 28, 53, 54]

$$t = A e^{\frac{W_a}{kT}}, \quad (5.4)$$

где A – регулируемая постоянная; W_a – энергия активации процесса старения, Дж; k – постоянная Больцмана, Дж/К.

Существует множество различных математических моделей, позволяющих предсказывать разрушение изоляции при заданных условиях эксплуатации. Согласно [53, 54] определить время наработки полимерной изоляции (срок службы, t_{cl}) при рабочих значениях температуры и напряжённости электрического поля можно с помощью формулы

$$t_{cl} = \frac{h_{pl}}{kT} e^{\frac{\Delta H - T\Delta S}{kT}} \operatorname{csch}\left(q_e \lambda_a \frac{E}{kT}\right), \quad (5.5)$$

где h_{pl} – постоянная планка Дж·с, ΔH – энтальпия активации, Дж; ΔS энтропия активации, Дж/К; q_e – элементарный заряд, Кл; λ_a – длина активации, м; E – напряжённость электрического поля, В/м.

При больших значениях температуры и напряжённости в [53, 54] предлагают использовать упрощенную формулу

$$t_{cl} = \frac{h_{pl}}{kT} e^{\frac{\Delta H - T\Delta S - q_e \lambda_a E}{kT}}. \quad (5.6)$$

Как видно из выражений (5.5), (5.6), срок службы изоляции находится в сложной зависимости от температуры. Указанные выражения предполагают, что параметры состояния изоляции неизменны во время работы кабеля. Однако в реальных условиях эксплуатации это не так. Из-за смены окружающей температуры, времени года и тока нагрузки температура жилы в процессе нормальной работы кабеля может значительно изменяться. В свою очередь, напряжённость электрического поля в нормальном режиме изменяется мало. Большие изменения напряжённости случаются только при грозовых перенапряжениях и в аварийных режимах. Поэтому в рабочем режиме можно считать её постоянной.

При переменной температуре происходит суммирование эффекта старения. Поэтому для количественной оценки сокращения срока службы кабелей необходимо вычислять износ изоляции при каждом значении температуры жилы, имеющей место в процессе эксплуатации, а затем суммировать их.

В работе [2] предложен один из возможных алгоритмов расчёта относительного износа изоляции. Однако в нём не учитывается тепловой переходный процесс в кабеле, и температуру жилы предложено рассчитывать по соотношению текущего значения

тока к номинальному. С помощью разработанного алгоритма расчёта температуры жилы в режиме реального времени можно точнее оценить тепловой износ изоляции, поскольку будет известна реальная температура жилы в каждый момент времени.

Тогда на каждом шаге измерения температуры экрана и расчёта текущей температуры жилы необходимо рассчитывать относительный износ изоляции (рис. 5.5). Для этого в [2] предлагают вычислять относительную скорость износа изоляции:

$$V_i = \frac{v_i}{v_{ном}}, \quad (5.7)$$

где i – номер текущего измерения или шага расчёта алгоритма; $v = 1/t_{сл}$ – скорость износа изоляции (обратная величина срока службы), 1/с; $v_{ном}$ – скорость износа изоляции при максимально допустимой температуре рабочего режима ($T_{ном} = 90^\circ\text{C}$), 1/с.

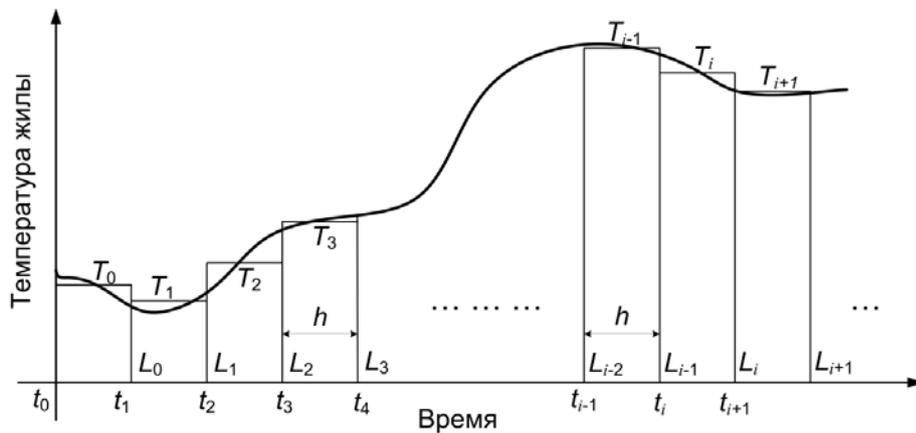


Рис. 5.5. График реальной и диаграмма рассчитанной температур жилы

Если скорость износа умножить на время действия текущей температуры h и разделить на полное паспортное время службы кабеля t_n , то получим относительный износ изоляции за промежуток времени между измерениями

$$L_h = \frac{1}{t_n} V_i h \cdot 100\%. \quad (5.8)$$

Используя формулы (5.5) – (5.8), можно вычислить новое значение относительного износа изоляции кабеля после очередного измерения температуры экрана и расчёта текущей температуры жилы по формуле (5.9) для рабочего режима и по формуле (5.10) для стрессового режима, когда величины параметров превысили допустимые значения:

$$L_i = L_{i-1} + \frac{1}{t_n} \frac{T_i}{T_{ном}} e^{\frac{\Delta H - T_{ном} \Delta S}{kT_{ном}} - \frac{\Delta H - T_i \Delta S}{kT_i}} \operatorname{sh} \left(q_e \lambda_a \frac{E}{kT_i} \right) \operatorname{csch} \left(q_e \lambda_a \frac{E}{kT_{ном}} \right) h \cdot 100\%; \quad (5.9)$$

$$L_i = L_{i-1} + \frac{1}{t_n} \frac{T_i}{T_{ном}} e^{\frac{\Delta H - T_{ном} \Delta S - q_e \lambda_a E}{k T_{ном}} - \frac{\Delta H - T_i \Delta S - q_e \lambda_a E}{k T_i}} h \cdot 100\%, \quad (5.10)$$

где L_{i-1} – предыдущее значение относительного износа изоляции, %; T_i – текущее значение температуры жилы, определяемое с помощью алгоритма, описанного в пункте 3.2 (приложение Л).

Таким образом, можно контролировать тепловое старение изоляции КЛ в режиме реального времени с учётом изменяющейся в процессе работы температуры жилы.

5.4. Выводы по главе 5

В пятой главе предложены способы применения разработанных математических моделей и алгоритмов для защиты и диагностики высоковольтных кабельных линий с изоляцией из сшитого полиэтилена. Внедрение предлагаемых моделей и алгоритмов в качестве программного обеспечения для системы мониторинга температуры и пропускной способности высоковольтных КЛ будет полезно для решения следующих задач.

1. Алгоритмы расчёта и прогнозирования температур и пропускной способности в режиме реального времени будут полезны при реализации цифровой тепловой защиты высоковольтных КЛ с СПЭ изоляцией, которая будет не только отключать линию при возникновении превышения допустимой температуры, но и предсказывать возможность перегрева с действием на сигнал и с предсказанием времени перегрева.
2. Уточнённый расчёт активного сопротивления КЛ с учётом влияния распределённой температуры на проводимость металлических частей конструкции кабелей будет полезен при реализации измерительных органов адаптивных защит линий электропередачи, а также при решении задач ОМП.
3. Алгоритм расчёта температур жил кабелей позволит производить оценку степени теплового старения изоляции КЛ с учётом динамики фактической температуры жилы в режиме реального времени.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Уравнения для комплексных сопротивлений проводящих элементов конструкции бронированного кабеля позволяют определять сопротивления этих элементов с учётом поверхностного эффекта во внешних проводящих слоях от внутренних проводящих слоёв в значительно большем диапазоне частоты тока, чем рабочая частота. Кроме того, они позволяют учесть любую схему соединения металлических оболочек кабеля.

2. Разработанные модели на основе совместного решения уравнений для теплового и электромагнитного полей методом конечных элементов позволяют с достаточной точностью учитывать максимальное количество физических эффектов, влияющих на нагрев и пропускную способность подземных КЛ. Кроме того, они позволяют учитывать электрическую схему соединения металлических элементов конструкции кабелей и бесконечность грунта путём установки открытых граничных условий для теплового поля. Однако ввиду своей высокой вычислительной ресурсоёмкости эти модели не подходят для расчётов в режиме реального времени. Их целесообразно использовать на стадии проектирования и в качестве эталонных моделей для оценки адекватности других, менее точных моделей.

3. Разработанные тепловые схемы замещения для подземных трёхфазных КЛ позволяют вычислять температуры жил кабелей в динамике с учётом тепловыделений в экранах и взаимного теплового влияния кабелей друг на друга при различных способах укладки кабелей. Погрешность расчётов в сравнении с полевыми моделями не превышает 6,5 %.

4. Разработанные математические алгоритмы для расчёта и прогнозирования температур жил КЛ в режиме реального времени позволяют выполнять необходимые расчёты с достаточной точностью и быстродействием, и могут быть использованы в системе мониторинга пропускной способности высоковольтных КЛ магистральных электрических сетей. Путём сравнения расчётов с полевыми моделями на основе МКЭ показано, что погрешности расчёта температур жил КЛ составляют десятые доли градуса, а прогнозирование нагрева кабелей производится с приведённой к максимальной температуре погрешностью, не большей 7,5%. При этом, быстродействие алгоритмов превышает быстродействие полевых моделей в сотни раз и позволяет выполнять прогнозирование нагрева кабелей за 12 с. для КЛ длиной 18 км.

5. Разработанный алгоритм оценки допустимой токовой нагрузки при использовании совместно с измерительными средствами распределённой температуры и токов кабелей позволит определять фактическую пропускную способность КЛ магистральных электрических сетей с учётом фактического теплового сопротивления грунта и фактического коэффициента тока в экранах. Предложенная упрощённая методика учёта теплоёмкости грунта позволяет определять допустимый ток с погрешностью в 5% через две недели после включения КЛ в работу. Однако при наличии 50% погрешности в определении постоянной времени срок оценки реальной допустимой токовой нагрузки может увеличиться до полутора месяцев.

6. Адекватность разработанных моделей оценивалась путём сравнения с аналитическими моделями на основе решения уравнений теплопроводности и электромагнитного поля, а также с экспериментальными данными, опубликованными в работах других авторов и с данными, полученными в результате физического моделирования теплового поля коаксиального кабеля. Сопоставление аналитических и численных моделей показало полное совпадение результатов расчёта. Средние приведённые погрешности расчётов с помощью разработанных полевых моделей и математических алгоритмов не превышают 5% при соотнесении с экспериментальными данными. Максимальная приведённая погрешность расчёта составила 4,8% для установившегося теплового поля и 6,1% для нестационарного теплового поля.

7. Внедрение предлагаемых моделей и алгоритмов в качестве программного обеспечения для системы мониторинга температуры и пропускной способности высоковольтных КЛ будет полезно: при реализации цифровой тепловой защиты высоковольтных КЛ с СПЭ изоляцией, которая будет не только отключать линию при возникновении превышения допустимой температуры, но и предсказывать возможность и время перегрева; при реализации измерительных органов адаптивных защит линий электропередачи; при решении задачи ОМП; для оценки степени теплового старения изоляции КЛ с учётом динамики фактической температуры жилы в режиме реального времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атабеков, Г.И. Теоретические основы электротехники. Нелинейные электрические цепи. Электромагнитное поле: учеб. пособие / Г.И. Атабеков, С.Д. купальян, А.Б. Тимофеев, С.С. Хухриков; под ред. Г.И. Атабекова. – 6-е изд., стер. – СПб.: Изд-во «Лань», 2010. – 280 с.
2. Баранов, В.М. Метод оценки ресурса силовых кабелей [Электронный ресурс] / Баранов В.М. // Компания MBLabSoft: офиц. сайт. – Режим доступа: <http://energo.mblabsoft.com/articles/ResourceOfCables.pdf>. – (Дата обращения: 30.08.2016).
3. Беляков, В.В. Мониторинг силовых кабельных линий с адаптацией к условиям окружающей среды в режиме реального времени / В.В. Беляков, А.В. Малышев, Н.В. Кривошеев, Вольфганг К. Маршнер // ЭЛЕКТРО. – 2008. – № 5. – С. 38–40.
4. Бубенчиков, А.А. Расчёт потерь электрической энергии в самонесущих изолированных проводах воздушных линий электропередачи электроэнергетических систем: дисс. на соискание учёной степени канд. техн. наук: 05.14.02 / А.А. Бубенчиков. – М., 2012. – 154 с.
5. Буртовой, В.И. Состояние и перспективы развития высоковольтной кабельной сети Москвы / В.И. Буртовой // Кабели и провода. – 2007. – № 2. – С. 36–39.
6. Грешняков, Г. О расчете предельно допустимых токов силовых кабелей 110 кВ с изоляцией из сшитого полиэтилена и проволочной броней из алюминиевого сплава / Г. Грешняков, С. Дубницкий, А. Рудаков // Силовая Электроника. – 2011. – № 3. – С. 8–11.
7. Грешняков, Г.В. К вопросу о выборе предельно допустимых токов силовых кабелей / Г.В. Грешняков, Г.Г. Ковалев, С.Д. Дубницкий // Кабели и провода. – 2011. – № 6. – С. 12–16.
8. Грешняков, Г.В. Цепно-полевой подход к оценке нагрузочной способности кабельных систем [Электронный ресурс] / Г.В. Грешняков // Cabex 2014: Международная выставка кабельно-проводниковой продукции. Новые разработки в области кабельных изделий и материалов: семинар. – Москва. – 2014. – 17 с. Режим доступа: <http://www.cabex.ru/ru-RU/home/press/news/18513.aspx>. – (Дата обращения: 12.08.2016).
9. Грешняков, Г.В. Численный метод анализа нагрузочной способности высоковольтной кабельной системы / Г.В. Грешняков, Г.Г. Ковалёв // КАБЕЛЬ-news. – 2013. – № 3. – С. 32–37.

10. Грешняков, Г.В. Электромагнитный и тепловой расчёт токовой нагрузки кабельной системы методом конечных элементов / Г.В. Грешняков, С.Д. Дубницкий, Г.Г. Ковалев, Н.В. Коровкин // Наука и техника. – 2013. – №4. – С. 15–21.

11. Григорьева, В.А. Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент: справочник / Под ред. В.А. Григорьева, В.М. Зорина. – 2-е изд., перераб., кн. 2. – М.: «Энаргоатомиздат», 1988. – 560 с.

12. Димерчан, К.С. Теоретические основы электротехники: в 3-х т. Учебник для вузов / К.С. Димерчан, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. – 4-е изд. – СПб.: Питер, 2004. – Том 3. – С. 254 – 257.

13. Дмитриев, М.В. Заземление экранов однофазных силовых кабелей 6-500 кВ / М.В. Дмитриев. – СПб.: Издательство политехн. ун-та, 2010. – 154 с.

14. Дмитриев, М.В. Заземление экранов однофазных силовых кабелей высокого напряжения / М.В. Дмитриев, Г.А. Евдокунин // Новости электротехники. – 2007. – № 2.

15. Дони, К.Н. Односистемный измерительный орган для защиты линий электропередачи от всех видов замыканий / К.Н. Дони, Н.А. Дони, Ю.Я. Лямец, Г.С. Нудельман // Труды АЭН ЧР. – 2001. – №2, – С. 72–76.

16. Дудин, И.Л. Численные методы в теплотехнических расчетах: учеб. пособие / И.Л. Дудин. – Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2000. – 123 с.

17. Ефремов, В.А. Адаптивная дистанционная защита линии электропередачи / В.А. Ефремов, М.В. Мартынов, А.В. Буров, А.А. Гайдаш // Релейная защита и автоматизация. – 2015. – №4. – С. 26–30.

18. Зевеке, Г.В. Основы теории цепей: учебник для вузов / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. – 5-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.

19. Ионин, А.А. Теплоснабжение / А.А. Ионин, Б.М. Хлыбов, В.Н. Братенков, Е.Н. Терлецкая. – М.: Стройиздат, 1982. – 236 с.

20. Ковригин, Л.А. Расчет температурных полей и токовых нагрузок кабелей в ANSYS / Л.А. Ковригин, Н.А. Белкин, Р.А. Биянов, А.С. Карсаков, С.Р. Шангараев // Кабель-news. – 2009. – № 4. – С. 91–95.

21. Кожевников, А.Г. Системы электропередачи на базе СПЭ-кабелей. Эффективность применения / А.Г. Кожевников // Новости электротехники. – 2007. – № 1.

22. Лавров, Ю.А. Кабели 6–35 кВ с пластмассовой изоляцией / Ю.А. Лавров // Новости электротехники. – 2007. – № 1.
23. Лавров, Ю.А. Кабели 6–35 кВ с пластмассовой изоляцией. Факторы эксплуатационной надежности / Ю.А. Лавров // Новости электротехники. – 2006. – № 6.
24. Лавров, Ю.А. Кабели высокого напряжения с изоляцией из сшитого полиэтилена. Требования экономичности, надежности, экологичности / Ю.А. Лавров // Новости электротехники. – 2008. – № 2.
25. Лавров, Ю.А. Системный подход к проектированию воздушных и кабельных линий электропередачи среднего и высокого напряжения / Ю.А. Лавров // Линии электропередачи 2008: проектирование, строительство опыт эксплуатации и научно-технический прогресс: материалы III российской научн.-практ. конф. с международным участием. Новосибирск, 2008. – С. 17–27.
26. Ларин, Ю.Т. Применение системы температурного мониторинга с помощью оптического кабеля для контроля распределения температуры вдоль электрического силового кабеля / Ю.Т. Ларин, Ю.В. Смирнов, М.Л. Гринштейн // Кабель-news. – 2009. – № 8. – С. 48–53.
27. Лебедев, В.Д. Моделирование физических процессов технических устройств в программе COMSOL Multiphysics / В.Д. Лебедев, А.А. Яблоков; Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина. – Иваново, 2013. – 328 с.
28. Леонов, В.М. Основы кабельной техники: учебник для студ. высш. учеб. заведений / В.М. Леонов, И.Б. Пешков, И.Б. Рязанов, С.Д. Холодный; под ред. И.Б. Пешкова. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 432 с.
29. Малышев, А.В. Мониторинг силовых кабельных линий с системой RTTR и его влияние на оптимизацию пропускной способности кабельной сети / А.В. Малышев, Н.В. Кривошеев, Вольфганг К. Маршнер // ЭЛЕКТРО. – 2008. – № 2. – С. 22–24.
30. Мокански, В. Силовой кабель высокого напряжения со встроенным волоконно-оптическим модулем / В. Мокански // КАБЕЛИ и ПРОВОДА. – 2009. – № 2. – С. 14–17.
31. Навалихина, Е.Ю. Математическое моделирование процессов переноса тепла и массы в кабельном канале и определение рациональной передаваемой мощности кабелей / Е.Ю. Навалихина, Н.М. Труфанова // Прикладная математика, механика и

процессы управления: материалы всероссийской научн.-техн. интернет-конф. студентов и молодых учёных. Пермь, 2013. – Т. 1. – С. 217–227.

32. Навалихина, Е.Ю. Математическое моделирование тепловых и электромагнитных процессов при определении допустимых токовых нагрузок кабельных линий / Е.Ю. Навалихина, Н.М. Труфанова // Известия Томского политехнического университета. – 2014. – № 4. – Т. 325. – С. 82–90.

33. Осика, Л.К. Способы учёта измерения температуры по трассам линий электропередачи для уточнения их математических моделей / Л.К. Осика // ЭЛЕКТРО. – 2006. – № 6. – С. 27–29.

34. Пивинский, Ю.Е. Кварцевая керамика / Ю.Е. Пивинский, А.Г. Ромашин. – М.: Металлургия, 1974. – 264 с.

35. Слышалов, В.К. Математическое моделирование электромагнитного поля коаксиального измерительного шунта / В.К. Слышалов, В.Н. Гречухин // Электричество. – 2010. – № 1. – С. 54–61.

36. Слышалов, В.К. Модели волновых процессов в воздушных линиях 6–10 кВ для решения задачи определения места однофазного замыкания на землю / В.К. Слышалов, В.А. Шуин, Ю.А. Киселёв, Д.И. Ганджаев // Вестник ИГЭУ. – 2004. – № 6. – С. 47–53.

37. Титков, В. Кабельные линии 6–10 кВ и выше. Влияние способов прокладки на температурный режим / В. Титков, С. Дудкин // Новости электротехники. – 2012. – № 3.

38. Титков, В.В. К оценке теплового режима трехфазной линии из СПЭ-кабеля / В.В. Титков // Кабель-news. – 2009. – № 10. – С. 47–51.

39. Удовиченко, О.В. Температурный мониторинг кабельных линий высокого напряжения на основе кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена / О.В. Удовиченко // Линии электропередачи 2008: проектирование, строительство опыт эксплуатации и научно-технический прогресс: материалы III российской научн.-практ. конф. с международным участием. – Новосибирск, 2008. – С. 301–304.

40. Фокин, В.М. Основы энергосбережения в вопросах теплообмена / В.М. Фокин, Г.П. Бойков, Ю.В. Видин. – М.: «Издательство Машиностроение-1», 2005. – 192 с.

41. Холодный, С.Д. Методы испытаний и диагностики в электроизоляционной и кабельной технике: учебное пособие / С.Д. Холодный, С.В. Серебрянников, М.А. Боев. – М.: Издательский дом МЭИ, 2009. – 232 с.

42. Холодный, С.Д. Нагревание и охлаждение кабеля, проложенного в земле / С.Д. Холодный // *Электричество*. – 1964. – № 6. – С. 35–40.
43. Шнеерсон, Э.М. Цифровая релейная защита / Э.М. Шнеерсон. – М.: Энергоатомиздат, 2007. – С. 221–225.
44. Якунин, А.В. Мониторинг теплового режима эксплуатации кабельных линий 110-500 кВ / А.В. Якунин // *Линии электропередачи 2010: проектирование, строительство опыт эксплуатации и научно-технический прогресс: материалы IV российской научн.-практ. конф. с международным участием*. – Новосибирск, 2010. – С. 306–310.
45. Якунин, А.В. Новые возможности применения оптоволокна в электроэнергетике / А.В. Якунин // *Новости электротехники*. – 2008. – № 2.
46. Anders, G.J. Advanced Modeling Techniques for Dynamic Feeder Rating Systems / G.J. Anders, A. Napieralski, M. Orlikowski, M. Zubert // *IEEE Transactions on Industry Applications*. – 2003. – Vol. 39. – № 3. – P. 619–626.
47. Anders, G.J. Rating of Cables on Riser Poles, in Trays, in Tunnels and Shafts - a Review / G.J. Anders // *IEEE Transactions on Power Delivery*. – 1996. – Vol. 11. – № 1. – P. 3–11.
48. Anders, G.J. Rating of Electric Power Cables in Unfavorable Thermal Environment / G.J. Anders. – New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., IEEE Press, 2005.
49. Anders, G.J. Real Time Monitoring of Power Cables by Fibre Optic Technologies. Tests, Applications and Outlook / G.J. Anders, J.-M. Braun, A. Downes John, N. Fujimoto, M.-H. Luton, S. Rizzetto // *6th International Conference on Insulated Power Cables (JiCable'03)*. – Paris, 2003.
50. Baazzim, M.S. Comparison of Finite-Element and IEC Methods for Cable Thermal Analysis under Various Operating Environments / M.S. Baazzim, M.S. Al-Saud, M.A. El-Kady // *International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering*. – 2014. – Vol. 8. – № 3. – P. 484–489.
51. Buller, F.H. Thermal Transient on Buried Cables / F.H. Buller // *AIEE Transactions*. – 1951. – Vol. 70. – P. 45–55.
52. Cable Systems Electrical Characteristics. Technical Brochure № 531 – Final Draft / CIGRE Working Group B1.30. – 2013. – 142 p.

53. Crine, J.-P. The Compensation Law Revisited. Application to Dielectric Aging / J.-P. Crine // IEEE Transactions on Electrical Insulation. – 1991. – Vol. 26. – № 4. – P. 811 – 818.
54. Dang, C. Electrical Aging of Extruded Dielectric Cables. Review of Existing Theories and Data / C. Dang, J.-L. Parpal, J.-P. Crine // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. – 1996. – Vol. 3. – № 2. – P. 237–247.
55. Desmet, J. Thermal Analysis of Parallel Underground Energy Cables / J. Desmet, D. Putman, G. Vanalme, R. Belmans, D. Vandommelen // 18th International Conference on Electricity Distribution. – Turin. – 2005.
56. Desmet, J. Thermal Transient Analysis of Underground Cables / J. Desmet, D. Putman, G. Vanalme, R. Belmans, E. Cloet // 7th International Conference on Insulated Power Cables (JiCable'07). – Paris. – 2007.
57. Dubitsky, S. Comparison of Finite Element Analysis to IEC-60287 for Predicting Underground Cable Ampacity / S. Dubitsky, G. Greshnyakov, N. Korovkin // Energycon 2016: Proceedings of IEEE International Energy Conference. – Leuven. – Belgium. – 2016.
58. Dubitsky, S. Refinement of Underground Power Cable Ampacity by Multiphysics FEA Simulation / S. Dubitsky, G. Greshnyakov, N. Korovkin // International Journal of Energy. – 2015. – № 9. – P. 12–19.
59. Echavarren, F.M. Dynamic Thermal Modeling of Isolated Cables / F.M. Echavarren, L. Rouco, A. Gonzalez // 17th Power Systems Computation Conference. – Stockholm. – Sweden. – 2011. – Vol. 1. P. 611–617.
60. Goehlich, L. Monitoring of HV Cables Offers Improved Reliability and Economy by Means of «Power Sensors» / L. Goehlich, F. Donazzi, R. Gaspari // Power Engineering Journal. – 2002. – Vol. 16. – № 3. – P. 103 – 110.
61. Goldenberg, H. Emergency Loading of Buried Cable with Temperature-Dependent Conductor Resistance / H. Goldenberg // Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. – 1971. – Vol. 118. – № 12. – P. 1807–1810.
62. Goldenberg, H. The Calculation of Cyclic Rating Factors and Emergency Loading for One or More Cables Laid Direct or in Ducts / H. Goldenberg // Proceedings of the IEE – Part C: Monographs. – 1958. – Vol. 105. № 7. – P. 46–54.

63. Goldenberg, H. The Calculation of Cyclic Rating Factors for Cables Laid Direct or in Ducts / H. Goldenberg // Proceedings of the IEE – Part C: Monographs. – 1957. – Vol. 104. – № 5. P. 154–166.

64. Goldenberg, H. Thermal Transients in Linear Systems with Heat Generation Linearly Temperature-Dependent. Application to buried cables / H. Goldenberg // Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. – 1967. – Vol. 114. – № 3. – P. 375–377.

65. IEC Standard 60287-1-1. Electric Cables – Calculation of the Current Rating. Part 1: Current Rating Equations (100% Load Factor) and Calculation of Losses – Section 1: General. – 2006.

66. IEC Standard 60853-1. Calculation of the Cyclic and Emergency Current Ratings of Cables. Part 1: Cyclic Rating Factor for Cables up to and Including 18/30 (36) kV. – 1985.

67. IEC Standard 60853-2. Calculation of the Cyclic and Emergency Current Ratings of Cables. Part 2: Cyclic Rating Factor of Cables Greater than 18/30 (36) kV and Emergency Ratings for Cables of All Voltages. – 1989.

68. Ingersoll, L.R. Heat Conduction / L.R. Ingersoll, O.J. Zobel. – New York: McGraw-Hill Book Company, 1948.

69. Ingersoll, L.R. Heat Conduction with Engineering, Geological and Other Applications / L.R. Ingersoll, O.J. Zobel, A.C. Ingersoll. – New York: McGraw-Hill, 1954.

70. Ingersoll, L.R. Theory of the Ground Pipe Heat Source for the Heat Pump / L.R. Ingersoll, H.J. Plass // Heating, Piping & Air Conditioning. – 1948. – Vol. 20. – P. 119–122.

71. León, F. Effects of Backfilling on Cable Ampacity Analyzed With the Finite Element Method / F. León, G. J. Anders // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2008. – Vol. 23. – № 2. – P. 537–543.

72. Li, H.J. Estimation of Soil Thermal Parameters from Surface Temperature of Underground Cables and Prediction of Cable Rating / H.J. Li // IEEE Proc. – Gener. Transm. Distrib. – 2005. – Vol. 152. – № 6. – P. 849–854.

73. Melsom, S.W. Permissible Current Loading of British Standard Impregnated Paper-Insulated Electric Cables / S.W. Melsom, E. Fawcett // Journal of the Institution of Electrical Engineers. – 1923. – Vol. 61. – № 318. – P. 517–579.

74. Millar, R.J. Real-Time Transient Temperature Computation of Power Cables Including Moisture Migration Modelling / R.J. Millar, M. Lehtonen // 15th Power Systems

Computation Conference. – Liege. – Belgium. – 2005. Vol. 1. – Session 39. – Paper 4. – P. 1388–1395.

75. Morello, A. Variazioni Transitorie di Temperatura Nei Cavi per Energia / A. Morello // L'Elettrotecnica. – 1958. – Vol. XLV. – № 4. – P. 213–222.

76. Neher, J.H. Calculation of the Temperature Rise and Load Capability of Cable Systems / J.H. Neher, M.H. McGrath, // AIEE Transactions. – 1957. – Vol. 76. – Part 3. P. 755–772.

77. Neher, J.H. The Transient Temperature Rise of Buried Power Cable Systems / J.H. Neher // IEEE Transactions. – 1964. – Vol. PAS-83. – P. 102–111.

78. Olsen, R.S. Dynamic Temperature Estimation and Real Time Emergency Rating of Transmission Cables / R.S. Olsen, J. Holboll, U.S. Gudmundsdottir // IEEE Power and Energy Society General Meeting. – San Diego. – USA. – 2012. – P. 1–8.

79. Pollak, P. Neher-McGrath Calculations for Insulated Power Cables / P. Pollak // IEEE Transactions on Industry Applications. – 1985. – Vol. IA–21, № 5. – P. 1319–1323.

80. Prime, J.B. Systems to Monitor the Conductor Temperature of Underground Cable / J.B. Prime, J.G. Valdes // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. – 1981. – Vol. PAS–100. – № 1. – P. 211–219.

81. Robertson, A.F. An Electrical-Analog for Transient Heat-Flow Analysis / A.F. Robertson, D. Gross // Journal of the National Bureau of Standards. – 1958. – Vol. 61. – № 2. – P. 105–115.

82. Schelkunoff, S.A. The Electromagnetic Theory of Coaxial Transmission Lines and Cylindrical Shields / S.A. Schelkunoff // Bell System Technical Journal. – 1934. – № 13. – P. 532–579.

83. Sellers, S.M. Refinements to the Neher-McGrath Model for Calculating the Ampacity of Underground Cables / S.M. Sellers, W.Z. Black // IEEE Transactions on Power Delivery. – 1996. – Vol. 11, № 1. – P. 12–30.

84. Singh, K. Cable Monitoring Solution - Predict with Certainty / K. Singh, D. Watley // Second Seminar on Undergrounding of Electric Distribution Networks (Cabos'11). – Maceió. – Alagoas. – 2011.

85. Siprotec Numerical Protection Relays (Siemens) Catalog SIP, 2006.

86. Tang A., Zhao Y., Jiang D. The Study of Dynamic Thermal Mathematical Model for EHV XLPE Cable / A. Tang, Y. Zhao, D. Jiang // International Journal of Electronics, Mechanical and Mechatronics Engineering. – 2010. – Vol. 1. – № 1. – P. 7–10.
87. Terracciano, M. Thermal Analysis of Cables in Unfilled Troughs: Investigation of the IEC Standard and a Methodical Approach for Cable Rating / M. Terracciano, S. Purushothaman // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2012. – Vol. 27. – № 3. – P. 1423 – 1431.
88. Titkov, V.V. The Capacity Limitations of Power Transmission Cable Lines in the Structure of Civil and Industry Engineering Networks / V.V. Titkov, S.M. Dudkin, R.D. Tukeev, A.V. Kosorukov // Magazine of Civil Engineering. – 2014. – № 6. – P. 75–83.
89. Ukil, A. Distributed temperature sensing: review of technology and applications / A. Ukil, H. Braendle, P. Krippner // Sensors Journal, IEEE. – 2012. – Vol. 12. – No. 5. – P. 885–892.
90. Van Wormer, F.H. An Improved Approximate Technique for Calculating Cable Temperature Transients / F.H. Van Wormer // AIEE Transactions. – 1955. – Vol. 74. – Part 3. – P. 277–281.
91. Working Group 02, CIGRE Study Committee 21: Current Ratings of Cables for Cyclic and Emergency Loads. Part 1. Cyclic Ratings (Load Factor less than 100%) and Response to a Step Function // Electra. – 1972. – № 24, P. 63–96.
92. Working Group 21-03, CIGRE Study Committee 21: Current Ratings of Cables for Cyclic and Emergency Loads. Part 2. Emergency Ratings and Short Duration Response to a Step Function // Electra. – 1976. – № 44. – P. 95–108.
93. XLPE Land Cable Systems. User's Guide, ABB. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://library.e.abb.com/public/ab02245fb5b5ec41c12575c4004a76d0/XLPE%20Land%20Cable%20Systems%20GM5007GB%20rev%205.pdf>. (дата обращения: 07.11.2015)