

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени В.И. Ленина»

*На правах рукописи*



АПОЛОНСКИЙ Владимир Викторович

**МЕТОДЫ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА  
РОБАСТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СОСТОЯНИЕМ  
ЛИНЕАРИЗУЕМЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

Специальность 05.13.06 – Автоматизация и управление технологическими  
процессами и производствами (промышленность)

**ДИССЕРТАЦИЯ**  
на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель  
д.т.н., проф. Тарарыкин С. В.

Иваново – 2016

## Содержание

<b>ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ</b> .....	6
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СОКРАЩЕНИЙ</b> .....	8
<b>Введение</b> .....	9
<b>Глава 1. Применение робастного подхода к управлению состоянием технологических объектов</b> .....	18
<b>1.1. Перспективы управления состоянием современных технологических объектов</b> .....	19
<b>1.1.1. Типовые технологические объекты</b> .....	19
<b>1.1.2. Повышение технологических требований, усложнение моделей объектов управления, факторы сложности</b> .....	24
<b>1.1.3. Базовые регуляторы для управления состоянием объектов</b> .....	27
<b>1.2. Предпосылки применения робастного подхода к синтезу САУ</b> ...	33
<b>1.2.1. Вариации параметров реальных ОУ</b> .....	33
<b>1.2.2. Сравнительный анализ методов робастного и адаптивного управления</b> .....	37
<b>1.3. Достижения современной теории робастного управления: «математический» и «физический подходы»</b> .....	40
<b>1.4. Проблематика синтеза робастных систем управления с безынерционными и динамическими регуляторами состояния</b> .....	44
<b>Выводы</b> .....	47
<b>Глава 2. Разработка методики детализированного анализа робастных свойств САУ с базовыми типами линейных регуляторов</b> .....	49
<b>2.1. Исследование особенностей работы САУ с положительными и отрицательными обратными связями по координатам состояния объекта</b> .....	49
<b>2.1.1. Особенности управления состоянием нестационарных объектов первого порядка</b> .....	51
<b>2.1.2. Особенности управления состоянием нестационарных</b>	

объектов второго порядка.....	53
<b>2.1.3. Модальное управление состоянием двухмассового электромеханического объекта.....</b>	<b>58</b>
<b>2.1.4. Модальное управление состоянием системы транспортирования материала.....</b>	<b>64</b>
<b>2.2. Исследование особенностей работы САУ с регуляторами «входа-выхода» в «зонах робастности» и «зонах риска».....</b>	<b>68</b>
<b>2.2.1. Модальное «вход-выходное» управление объектом второго порядка.....</b>	<b>68</b>
<b>2.2.2. Модальное «вход-выходное» управление электромеханическим объектом.....</b>	<b>72</b>
<b>2.3. Исследование особенностей работы САУ с наблюдателем состояния при вариациях параметров объекта и наблюдателя.....</b>	<b>75</b>
<b>2.3.1. Влияние параметрических возмущений объекта управления на робастные свойства САУ.....</b>	<b>75</b>
<b>2.3.2. Влияние параметрических возмущений наблюдателя состояния на робастные свойства САУ.....</b>	<b>79</b>
<b>Выводы.....</b>	<b>83</b>
<b>Глава 3. Разработка методов повышения робастных свойств систем автоматического управления.....</b>	<b>85</b>
<b>3.1. Повышение робастных свойств САУ путем видоизменения исходного распределения полюсов.....</b>	<b>85</b>
<b>3.1.1. Повышение робастных свойств САУ на базе РС путем коррекции параметров обратных связей.....</b>	<b>86</b>
<b>3.1.2. Повышение робастных свойств САУ на базе ПР путем коррекции коэффициентов полиномов регулятора.....</b>	<b>91</b>
<b>3.2. Повышение робастных свойств САУ на основе использования дополнительных гибких обратных связей.....</b>	<b>94</b>
<b>3.2.1. Повышение робастных свойств САУ за счет использования гибких обратных связей по координатам состояния объекта.....</b>	<b>96</b>

<b>3.2.2. Улучшение робастных свойств за счет повышения степени полиномиального регулятора.....</b>	<b>101</b>
<b>3.2.3. Повышение робастных свойств САУ с РНС путем введения дополнительных производных по координатам состояния наблюдателя.....</b>	<b>107</b>
<b>3.3. Повышение робастных свойств САУ путем выбора оптимальной структуры полиномиального регулятора.....</b>	<b>114</b>
<b>3.3.1. Особенности «вход-выходного» модального управления объектами второго порядка с переменными параметрами.....</b>	<b>115</b>
<b>3.3.2. Влияние порядка характеристического полинома модального регулятора на робастные свойства САУ.....</b>	<b>116</b>
<b>3.3.3. Модальное «вход-выходное» управление электромеханическим объектом.....</b>	<b>120</b>
<b>Выводы.....</b>	<b>125</b>
<b>Глава 4. Методы редукции регуляторов динамических систем.....</b>	<b>127</b>
<b>4.1. Методы синтеза редуцированных регуляторов состояния линейных динамических систем.....</b>	<b>127</b>
<b>4.1.1. Основная идея редуцирования регуляторов состояния и методы её реализации.....</b>	<b>128</b>
<b>4.1.2. Редуцирование регуляторов при управлении состоянием объектов второго порядка.....</b>	<b>130</b>
<b>4.1.3. Синтез редуцированных регуляторов при управлении состоянием объектов высокой размерности.....</b>	<b>133</b>
<b>4.2. Методы синтеза редуцированных полиномиальных регуляторов динамических систем.....</b>	<b>139</b>
<b>4.2.1. Основная идея редуцирования регуляторов и методы её реализации.....</b>	<b>141</b>
<b>4.2.2. Редуцирование регуляторов при управлении объектами с «быстрыми» и «медленными» нулями.....</b>	<b>143</b>
<b>Выводы.....</b>	<b>150</b>

<b>Глава 5. Практическая реализация и экспериментальные исследования робастных САУ .....</b>	<b>152</b>
<b>5.1. Физическое моделирование упругих механических систем средствами цифрового следящего электропривода.....</b>	<b>153</b>
<b>5.2. Разработка экспериментального стенда .....</b>	<b>157</b>
<b>5.2.1. Электромеханическая часть.....</b>	<b>161</b>
<b>5.2.2. Микропроцессорная часть.....</b>	<b>163</b>
<b>5.2.3. Информационно-управляющая часть.....</b>	<b>164</b>
<b>5.3. Экспериментальные исследования робастной САУ на базе безынерционных и динамических регуляторов состояния.....</b>	<b>166</b>
<b>Выводы.....</b>	<b>173</b>
<b>Заключение.....</b>	<b>175</b>
<b>Список литературы.....</b>	<b>178</b>
<b>Приложения:</b>	
<b>Приложение 1 .....</b>	<b>193</b>
<b>Приложение 2 .....</b>	<b>194</b>
<b>Приложение 3 .....</b>	<b>195</b>
<b>Приложение 4 .....</b>	<b>196</b>
<b>Приложение 5 .....</b>	<b>197</b>
<b>Приложение 6 .....</b>	<b>203</b>
<b>Приложение 7 .....</b>	<b>209</b>
<b>Приложение 8 .....</b>	<b>210</b>

## ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$A, \bar{A}, \tilde{A}$	– матрицы состояния математической модели объекта управления соответственно в системе реальных координат и в канонических формах управляемости и наблюдаемости
$B, \bar{B}, \tilde{B}$	– матрицы входа объекта в тех же формах
$C, \bar{C}, \tilde{C}$	– матрицы выхода объекта в тех же формах
$I$	– единичная матрица
$K, \bar{K}, \tilde{K}$	– матрицы коэффициентов регулятора состояния в тех же формах
$K'$	– матрица коэффициентов дополнительного канала управления по производным координат состояния объекта или наблюдателя
$L$	– матрица подстройки наблюдателя
$P$	– матрица преобразования координат
$U, \bar{U}, \tilde{U}$	– матрицы управляемости объекта в указанных выше координатах
$V$	– матрица наблюдаемости объекта
$x, \bar{x}, \tilde{x}$	– векторы переменных состояния объекта в указанных выше формах
$A(s)$	– характеристический полином модели объекта
$B(s)$	– полином воздействия модели объекта
$D(s)$	– желаемый характеристический полином (характеристический полином замкнутой системы)
$D'(s)$	– полином подстройки наблюдателя
$H(s)$	– передаточная функция системы
$H_o(s)$	– передаточная функция модели объекта
$h(t)$	– переходная характеристика
$a_i$	– коэффициенты полинома $A(s)$
$b_i$	– коэффициенты полинома $B(s)$
$d_i$	– коэффициенты полинома $D(s)$
$k_i$	– элементы матрицы $K$
$l_i$	– элементы матрицы $L$

$N$	– порядок модели объекта
$S$	– переменная Лапласа
$T_0$	– такт квантования
$U$	– управляющее воздействие на объект
$x_i$	– переменные состояния объекта
$y(s)$	– изображение выходного сигнала
$y_3(s)$	– изображение входного сигнала
$\Omega_0$	– среднегеометрический корень полинома $D(s)$
$\Omega$	–угловая скорость

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СОКРАЩЕНИЙ

- КФН** – каноническая форма наблюдаемости
- КФУ** – каноническая форма управляемости
- НС** – наблюдатель состояния
- ОС** – обратная связь
- ОУ** – объект управления
- ПР** – полиномиальный регулятор
- ПФ** – передаточная функция
- РНС** – регулятор с наблюдателем состояния
- РС** – регулятор состояния
- САУ** – система автоматического управления
- ХП** – характеристический полином
- ЭМС** – электромеханическая система



## **Введение**

Современный этап развития промышленного производства требует постоянного совершенствования применяемых технологических процессов с целью повышения качества выпускаемой продукции при оптимизации (минимизации) расходов сырья и энергоресурсов. Выполнение данного требования невозможно без повышения качества управления оборудованием, постоянной модернизации производственных мощностей и применения эффективных средств автоматизации технологических процессов в условиях значительно меняющихся параметров при выпуске продукции широкого ассортимента.

Наибольшими перспективами модернизации и автоматизации, как правило, обладают технологические процессы, осуществляемые на оборудовании непрерывного действия – поточных линиях в химической, текстильной, целлюлозно-бумажной, полиграфической, металлургической промышленности [1-3, 25, 44, 50, 67, 77, 106, 114, 137]. Основными задачами при автоматизации указанных процессов являются поддержание таких технологических параметров, как натяжение, плотность, толщина, влажность материала; концентрация, температура и расход применяемых растворов; давление теплоносителя и др. [1-3, 63, 74, 93, 98].

Эффективными средствами управления технологическими переменными производственного оборудования являются электроприводы постоянного и переменного тока, образующие в совокупности с рабочими органами машин электромеханические системы (ЭМС) [3, 23, 30, 33, 84, 103], входящие в состав металлорежущих станков, робототехнических комплексов, поточных линий в химической, текстильной, целлюлозно-бумажной, полиграфической, металлургической промышленности. К таким системам предъявляются наиболее высокие технические требования, поскольку показатели их работы в значительной мере определяют возможности технологического оборудования и качество выпускаемой продукции [1, 52, 67, 77, 87, 93, 119, 136, 137].

В большинстве случаев ЭМС содержат элементы с линеаризуемыми нелинейностями и в характерных для технологического оборудования режимах работы могут рассматриваться как линейные (линеаризуемые) динамические объекты.

Современная тенденция усложнения производства и повышения качества управления требует применения управляющих устройств, сопоставимых по сложности с объектом управления (ОУ). В этой связи, применение типовых регуляторов П, ПИ и ПИД вида, а также законов управления на их основе является малоэффективным [78, 128].

Наибольшие перспективы имеет использование принципа управления состоянием технологических объектов [78, 128], реализуемого безынерционными и динамическими регуляторами повышенного порядка, способными обеспечить высокое качество управления сложными линейными объектами с расчетными значениями параметров [3, 23, 30, 33, 84, 103]. Применение указанных типов регуляторов подкрепляется достаточно хорошо проработанной теоретической базой, одной из наиболее эффективных составляющих которой является теория модального управления [68-70, 80, 82, 108, 109, 120, 126].

Однако изменение физико-механических параметров вырабатываемого продукта и соответствующие вариации режимов работы технологического оборудования могут приводить к существенным отклонениям внутренних параметров ЭМС от их расчетных значений, принятых при синтезе регуляторов состояния, и к значительному снижению эффективности всей системы автоматизации технологических процессов.

В этих условиях, наряду с обеспечением традиционных показателей качества (точность, быстродействие, помехоустойчивость и др.), важное значение приобретает достижение низкой параметрической чувствительности разрабатываемых ЭМС, которая может реализовываться в рамках адаптивного и робастного подходов к синтезу управляющих устройств [5-7, 34, 38, 48, 58, 59, 92, 94, 95, 99-102, 130].

Адаптивные САУ обладают высокой степенью сложности, но, тем не менее, не всегда позволяют в полной мере разрешить проблематику параметрической грубости. Для самонастройки управляющих устройств (УУ) по разомкнутому циклу (режимная адаптация) требуется знать взаимосвязь параметров ОУ с режимами работы оборудования, что оказывается затруднительным, а при самонастройке по замкнутому циклу сложно обеспечить устойчивость системы при повышении быстродействия контура адаптации.

Важным достоинством робастного подхода является его способность обеспечить гораздо более простыми средствами отработку значительных параметрических возмущений с быстродействием, соответствующим темпу работы основного контура управления.

Однако известные методы робастного синтеза с применением оптимизационных подходов ( $H^2$  и  $H^\infty$ ,  $LMI$  – методы,  $\mu$  – оптимизация) могут давать нерациональные решения в виде регуляторов со степенью сложности выше, чем у ОУ, приводить к снижению качества управления при исходных параметрах объекта [34, 64, 65, 73, 74, 111-113, 138], а применение интервальных методов [37, 131, 132, 142] требует предварительной оценки величин отклонения параметров от номинальных значений, что составляет самостоятельную проблему. Доминирование математического формализма над физической сущностью задачи управления затрудняет детальный учет специфических особенностей конкретного объекта и приводит к снижению эффективности синтезируемых систем.

Во многих случаях более продуктивным оказывается не стремление к точному и математически строгому соблюдению интервальных условий робастности при синтезе САУ, а выявление закономерностей и причин повышенной параметрической чувствительности систем и поиск механизмов их преодоления на основе анализа физических особенностей управляемого объекта и модификации традиционных методов теории модального

управления, в основе которых лежат работы Борцова Ю.А., Поляхова Н.Д., Путова В.В., Кузовкова Н.Т., Лозгачева Г.И., Воронова А.А., Портера Б. и др.

В соответствии с изложенным выше **целью** данной диссертации является разработка, исследование и программная реализация модифицированных методов модального структурно-параметрического синтеза устройств управления состоянием линеаризуемых технологических объектов, способных обеспечить улучшение робастных свойств и других показателей качества создаваемых динамических систем.

Поставленная цель определяет необходимость решения следующих **основных задач**.

1. Анализ достижений современной теории робастного управления, определение ее проблематики и направлений развития.

2. Разработка методики детализированного анализа робастных свойств САУ с различными типами регуляторов состояния, реализующих отрицательные и положительные обратные связи по координатам состояния управляемого объекта и содержащих минимально- и неминимально-фазовые звенья в своих структурах.

3. Разработка и исследование новых структурных решений в области линейных управляющих устройств, обеспечивающих улучшение робастных свойств и других показателей качества САУ.

4. Разработка и программная реализация модальных методов параметрического синтеза модернизированных структур безынерционных и динамических регуляторов состояния робастных САУ.

5. Практическая реализация, экспериментальные исследования и проверка теоретических результатов работы на физическом лабораторном оборудовании.

**Методы исследования.** При решении поставленных задач в работе используются методы пространства состояний ТАУ, математический аппарат алгебры матриц и передаточных функций, методы модального управления. Исследование САУ электромеханическими объектами проводится методами

структурного анализа и численного моделирования на ЭВМ, а также методами физического моделирования на экспериментальном оборудовании.

**Научная новизна** работы состоит в разработке и реализации новых методов проектирования робастных САУ технологическими объектами с безынерционными и динамическими регуляторами состояния:

1. Разработана методика количественной оценки возможностей САУ по компенсации параметрических возмущений при сохранении устойчивости, отличающаяся использованием двухфакторных сечений пространства внутренних параметров системы, позволяющих оценить предельные величины отклонений параметров от начального значения, а также запасы устойчивости.

2. Предложено использовать линейные регуляторы состояния, основанные на введении гибких обратных связей по координатам состояния объекта и его выходной координате, а также на оптимизации передаточной функции регуляторов «входа-выхода» для улучшения робастных свойств и помехоустойчивости синтезируемых САУ.

3. Разработаны методы модального параметрического синтеза модернизированных безынерционных и динамических регуляторов состояния, позволяющие учесть введение новых структурных элементов и обеспечить заданные показатели точности и быстродействия при повышении робастных свойств САУ.

4. Разработаны методы параметрической коррекции регуляторов состояния, позволяющие осуществить перевод САУ из «зоны риска» в «зону робастности», и методы упрощения (редукции) регуляторов при выводе САУ на границу указанных зон, обеспечивающие сохранение робастных свойств при улучшении других показателей качества создаваемых систем (помехоустойчивости, простоты реализации и др.).

**Практическая ценность** работы определяется следующим:

1. Выполнена программная реализация методов параметрического синтеза управляющих устройств робастных САУ в виде безынерционных

регуляторов состояния и динамических регуляторов «входа-выхода», в том числе полиномиальных регуляторов и регуляторов с асимптотическими наблюдателями состояния, позволяющая автоматизировать и ускорить расчет параметров регуляторов указанных типов.

Соответствующие программные комплексы «Sputnik» для расчета полиномиальных регуляторов и регуляторов состояния, «Skyeyes» для определения областей устойчивости САУ и программа «Синтез модальных регуляторов с гибкими обратными связями» для разработки систем управления зарегистрированы в государственном Реестре программ для ЭВМ (свидетельства № 2011614853 от 22.06.2011 г. (приложение 1), № 2012611287 от 31.01.2012 г. (приложение 2) и №2013617932 от 27.08.2013 г. (приложение 4)).

2. Выполнена аппаратно-программная реализация экспериментального компьютеризированного стенда, позволяющего реализовать комплексные исследования электромеханических систем управления и выполнить всестороннюю оценку показателей их качества и робастных свойств.

Для автоматической настройки безынерционных и динамических регуляторов состояния разработана компьютерная программа «AutoTuner», зарегистрированная в государственном Реестре программ для ЭВМ (свидетельство № 2012617024 от 06.08.2012 г. (приложение 3)).

**На защиту выносятся** разработанные методы аналитического исследования робастных свойств, структурно-параметрического синтеза робастных систем управления линеаризуемыми технологическими объектами и результаты их практической реализации.

Работа соответствует **формуле специальности** 05.13.06 – «Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами» и ее **области исследований**, поскольку отражает вопросы математического, информационного, алгоритмического и машинного обеспечения создания автоматизированных систем управления динамическими объектами, включая методологию исследования и

проектирования, формализованное описание и алгоритмизацию, оптимизацию и имитационное моделирование функционирования систем, повышение их эффективности.

**Личное участие соискателя.** Соискателем лично, под управлением научного руководителя, выполнены все основные исследования и разработки, составляющие научную новизну и практическую ценность представленной работы.

Оценка эффективности полученных решений методом моделирования осуществлялась при участии А.А. Анисимова, А.И. Терехова и В.В. Тютикова.

Создание лабораторного стенда и проведение экспериментальных исследований САУ были выполнены совместно с А.А. Анисимовым.

### **Связь с целевыми программами**

Результаты диссертации использовались при выполнении НИР по:

– аналитической ведомственной целевой программе «Развитие научного потенциала высшей школы» за 2009-2010 годы по проекту № 2.1.2/4285 «Развитие теории робастного координирующего управления многосвязными мехатронными объектами» (объем финансирования 2,4 млн. рублей);

– федеральной целевой программе «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» за 2009-2011 годы по теме «Создание энергосберегающих электромехатронных модулей и систем на основе конечно-элементного компьютерного моделирования и синергетического управления в реальном времени», в соответствии с государственным контрактом № 02.74.11.0067 от 15.06.2009 года (объем финансирования 10,5 млн. рублей);

– гранту Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ России НШ – 5921.2008.8 за 2008-2009 годы по теме «Формирование заданных свойств электромехатронных модулей и систем на основе конечно-элементного моделирования и синергетического

управления в реальном времени» (объем финансирования 1,5 млн. рублей);

– гранту Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ России НШ – 4108.2010.8 за 2010-2011 годы по теме «Структурно-параметрическая оптимизация электромеханотронных модулей и систем по комплексным критериям качества» (объем финансирования 1,0 млн. рублей);

– гранту Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ России НШ – 1559.2012.8 за 2012-2013 годы по теме «Методы обеспечения робастных свойств электромеханотронных систем при ограниченной мощности исполнительных устройств» (объем финансирования 1,0 млн. рублей);

### **Использование результатов работы в учебном процессе**

Разработанные на основе результатов исследований программные комплексы «Sputnik», «SkyEyes», «AutoTuner» и программа «Синтез модальных регуляторов с гибкими обратными связями», предназначенные для исследования областей устойчивости и параметрического синтеза робастных САУ, их оптимизации и настройки, внедрены на кафедре «Электроника и микропроцессорные системы» ИГЭУ.

Основные результаты проведенных исследований использовались при разработке учебных курсов «Теория нелинейных и дискретных систем управления», «Современные проблемы автоматизации и управления», «Идентификация объектов и систем управления» для студентов, обучающихся по направлениям «Электроника и наноэлектроника» и «Управление в технических системах».

### **Апробация работы.** Материалы диссертации докладывались:

- на Международных научно-технических конференциях «Состояние и перспективы развития электротехнологий (Бенардосовские чтения)» (ФГБОУ ВПО ИГЭУ, г. Иваново 2011-2015 годы);



- на 4-ой Всероссийской мультikonференции по проблемам управления МКПУ-2011 (НИИ ВМС ЮФУ, г. Таганрог, 2011 год);

- на Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Электронные приборы, системы и технологии» (ТПУ, г. Томск, 2011 год);

- на Всероссийской молодежной конференции «Автоматизация и информационные технологии АИТ-2012» (МГТУ «Станкин», 2012 год);

- на VII Международной (VIII Всероссийской) научно-технической конференции по автоматизированному электроприводу АЭП-2012 (ФГБОУ ВПО ИГЭУ, г. Иваново 2012 год);

- на отчетной конференции молодых ученых ИГЭУ «Энергия инновации – 2013» (ФГБОУ ВПО ИГЭУ, г. Иваново 2014 год);

- на VIII Международной (XIX Всероссийской) конференции по автоматизированному электроприводу АЭП-2014 (г. Саранск, 2014 год).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 17 работ, в том числе 4 статьи в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК РФ, из которых одна - в журнале «Известия РАН. Теория и системы управления», входящем в базы данных Web of Science и Scopus. Получены 4 свидетельства РФ о государственной регистрации программ для ЭВМ.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы, включающего 152 наименования, и 8 приложений. Работа изложена на 145 страницах машинописного текста, содержит 62 рисунка и 33 таблицы.

# **Глава 1. Применение робастного подхода к управлению состоянием технологических объектов**

## **Вводные замечания**

Новые подходы к организации, планированию и техническому переоснащению современного производства призваны обеспечивать увеличение производительности оборудования, сокращение занимаемых оборудованием площадей, применение конвейерного способа получения продукции [1-3, 22-24, 30, 31, 42-44, 67, 68].

Важным фактором остается обеспечение возможности быстрого и экономного перепрофилирования производства в случае изменения ассортимента изготавливаемой продукции и технологии, что может быть осуществлено на основе внедрения более гибких производственных систем с широким применением микропроцессорного управления, технологического оборудования с ЧПУ и робототехнических систем [29, 84, 89, 96, 103, 134].

Вместе с тем, системы управления промышленным оборудованием в большинстве случаев строятся на основе так называемых типовых регуляторов, как правило П, ПИ и ПИД типов [7, 45-48, 67, 69, 97, 135-137, 139, 140]. В зависимости от сложности объекта при этом используются одноконтурные структуры или многоконтурные системы подчиненного регулирования. Такой подход вполне оправдан для относительно простых объектов, а также для более сложных – при умеренных требованиях к качеству регулирования.

Однако для современных технологических объектов применение таких решений уже не позволяет удовлетворить повышенным требованиям к качеству управления. Для таких объектов характерно наличие различных факторов сложности, затрудняющих разработку и применение типовых управляющих устройств.

Характерным примером подобных объектов служат электромеханические системы (ЭМС), широко применяемые в составе металлорежущих станков, поточных линий, робототехнических комплексов

[22-24, 30, 31, 87, 89, 96], обладающие высокими потенциальными возможностями, позволяющими обеспечить эффективное управления технологическим оборудованием [9].

Перспективным путем повышения качества управления сложными объектами считается [78, 127, 128] применение регуляторов состояния (РС) различной структуры, реализуемых в виде безынерционных РС, динамических полиномиальных регуляторов (ПР) и регуляторов с наблюдателями состояния (РНС). Отметим, что высокие потенциальные возможности РС связаны с увеличением числа степеней свободы системы управления.

Однако, существующие методы синтеза систем с РС, основанные на принципах оптимального и модального управления, оказываются недостаточно эффективными, поскольку не учитывают проблему робастности синтезируемых систем, то есть обеспечения заданного качества управления в условиях возможных изменений параметров объектов.

Данная глава посвящена анализу наиболее распространенных технологических объектов, определению требований, предъявляемых к системам управления и возникающих в связи с этим проблем, оценке современных методов управления состоянием таких объектов и формированию круга задач, которые необходимо решить для существенного повышения параметрической грубости САУ в реальных условиях эксплуатации.

## **1.1. Перспективы управления состоянием современных технологических объектов**

### **1.1.1. Типовые технологические объекты**

Технологические процессы механической, химической, физико-химической обработки сырья и полуфабрикатов, осуществляемые на высокопроизводительном оборудовании, обычно непрерывного действия, являются наиболее перспективными с точки зрения процесса автоматизации

[1-3, 22-25, 44, 50, 63, 67, 77, 98, 106, 114, 137, 138].

К числу наиболее распространенных механизмов, входящих в состав технологических объектов, относятся: валковые машины, кalandры, червячные машины, реакторы производства синтетических продуктов, приводные устройства и механизмы непрерывной подачи, перемещения и наматывания рулонных, нитевидных и других материалов при осуществлении процессов вытягивания, обжимные устройства, машины для жидкостной обработки материала, сушильные установки [1-3, 25, 77, 114, 136, 137].

Указанные механизмы характерны для следующего оборудования:

- бумаго- и картоноделательных машин, отделочных агрегатов, включающих продольно-резательные станки, суперкаландры и меловальные машины бумагоделательной промышленности [22, 63, 67, 77, 98, 136, 137];
- ленточных, прядильных и сновальных машин, шлихтовальных агрегатов и линий красильно-отделочного производства текстильной промышленности [1, 50, 67, 106];
- станов горячей и холодной прокатки, линий по производству стальных тросов, электропровода и т.п., которые применяются в металлургической промышленности [67, 114];
- автокамерных и протекторных агрегатов, линий по производству основы различных пленок и нанесению на них покрытий, линий по производству полимеров, корда, пластмассовых изделий, стеклопластика, кабеля в химической промышленности [67, 114];
- общепромышленного оборудования: робототехнических комплексов и металлорежущих станков [3, 25, 84, 89, 96, 103].

Использование средств автоматизации характерно для управления современными технологическими объектами. При этом основными задачами систем автоматического управления (САУ) является управление линейными и угловыми перемещениями рабочих органов машин, поддержание таких параметров технологического процесса, как натяжение, толщина материала,

линейная плотность, температура, влажность, уровень и концентрация рабочих растворов, давление, расход материалов и т.д. [1-3, 63, 77, 84, 93, 98, 103].

Наиболее широкое применение в механизмах всех вышеперечисленных технологических объектов получил электропривод. По сравнению с гидравлическими и пневматическими приводами он наиболее удобен в эксплуатации, поскольку не имеет склонности к утечкам рабочего тела и не требует специальных станций питания. Промежуточные электрические и механические координаты электропривода (напряжения, токи, моменты, угловые перемещения и скорости и т.д.) в большинстве случаев поддаются измерению [3, 23, 30, 33, 84, 103], что дает основание для эффективного использования управления по состоянию.

С учетом перечисленных факторов, основное внимание в работе будет уделяться электромеханическим системам (ЭМС), хотя полученные результаты могут быть применимы и для других типов систем, в которых существуют предпосылки использования устройств управления по вектору состояния объекта, либо по выходной координате.

Наиболее распространенным объектом управления в современном технологическом оборудовании является двухмассовая ЭМС, входящая в состав более сложных технологических агрегатов (поточных линий, протяжных механизмов и т.д.) [30, 31, 33, 77, 87, 93, 110, 119].

Функциональная и структурная схемы электропривода (ЭП) постоянного тока приведены соответственно на рис. 1.1 а,б, где СП – безынерционный силовой преобразователь, ЭД – электродвигатель, РО – рабочий орган, КП – кинематическая передача,  $u(s)$ ,  $U(s)$  – управляющее и выходное напряжение силового преобразователя;  $I(s)$  – ток якорной цепи электродвигателя;  $M(s)$ ,  $M_y(s)$  – электромагнитный момент и момент упругости;  $\Omega_1(s)$ ,  $\Omega_2(s)$  – угловые скорости первой и второй масс;  $C$  – конструктивный параметр двигателя;  $T_a$ ,  $R_a$  – постоянная времени и сопротивление якорной цепи;  $J_1$ ,  $J_2$  – моменты инерции первой и второй масс;

$C_{12}$  – коэффициент жесткости;  $K_d$ ,  $K_T$  – коэффициенты трения,  $K_{сп}$  – коэффициент передачи силового преобразователя.

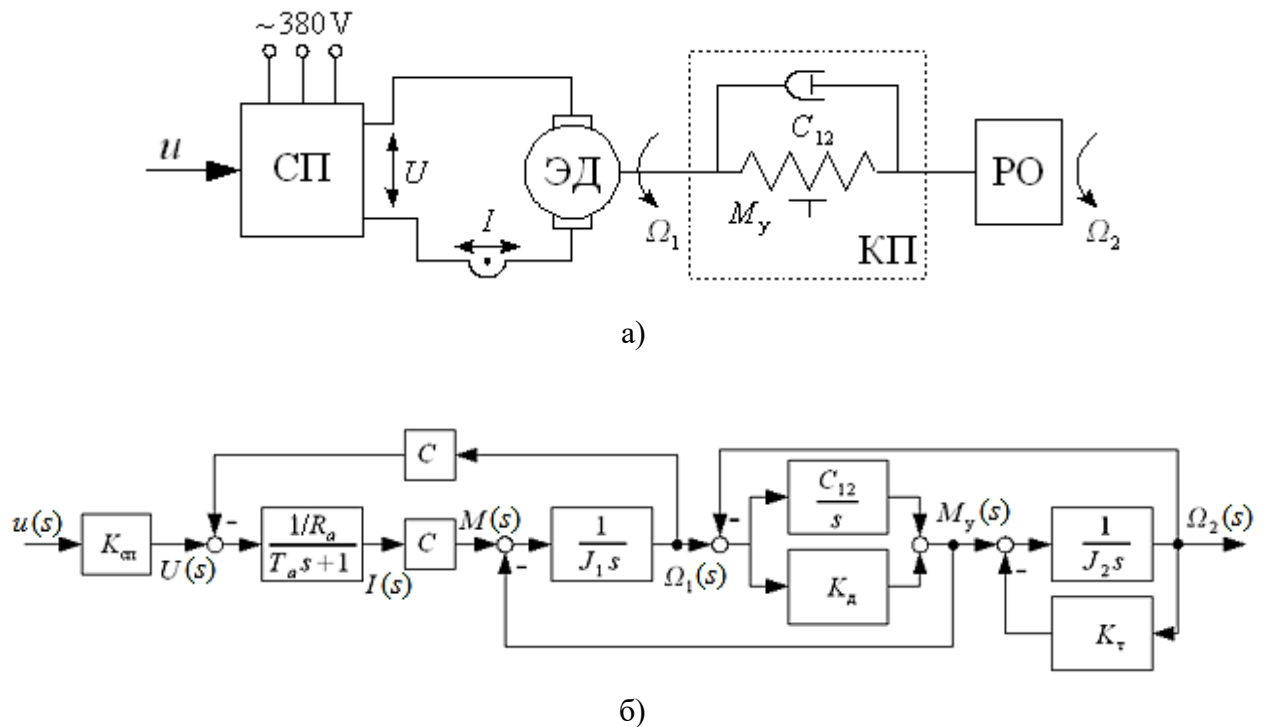
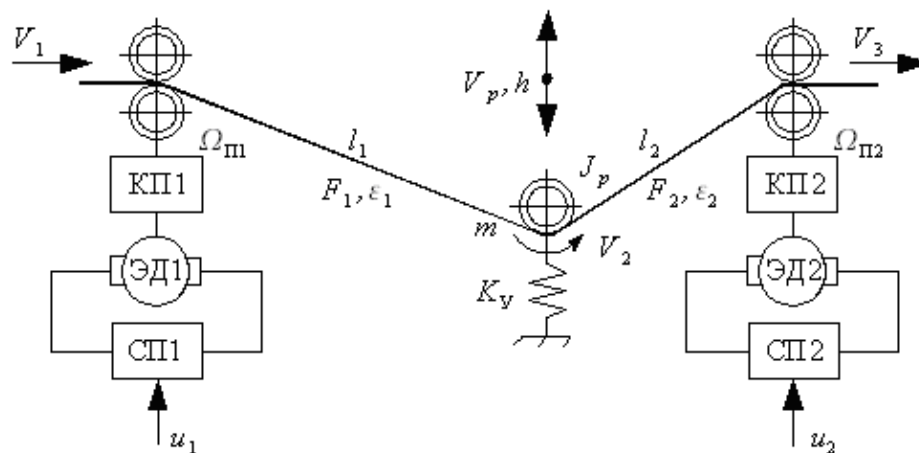


Рис. 1.1 Функциональная (а) и структурная (б) схемы двухмассовой электромеханической системы постоянного тока

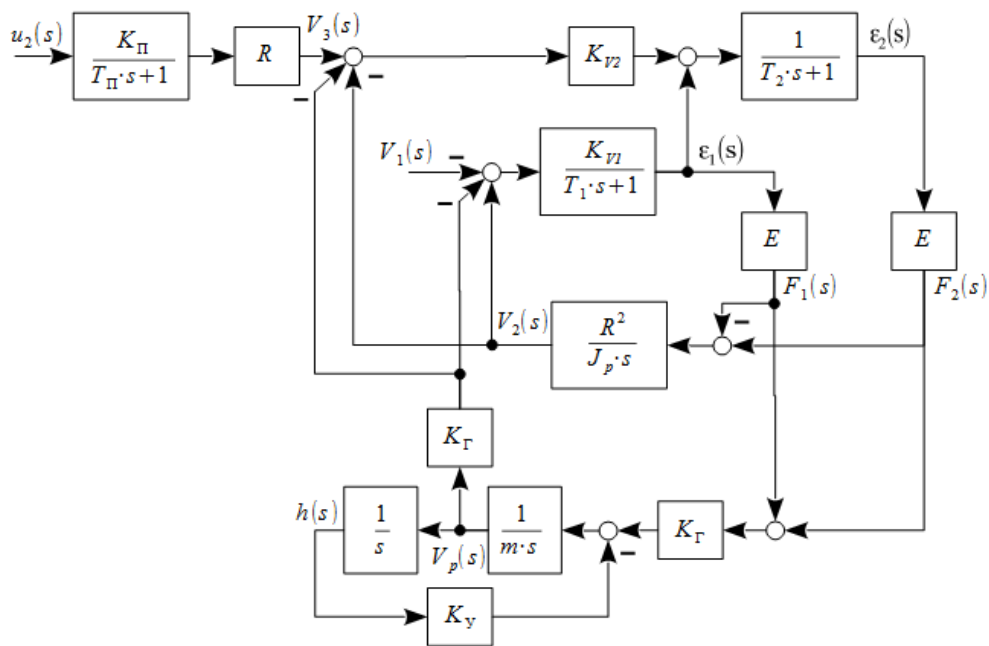
Отметим, что к такой структуре в первом приближении могут быть сведены и современные ЭП переменного тока на базе асинхронных и синхронных двигателей с векторным управлением переменными.

Широкое применение электроприводы постоянного и переменного тока нашли в структуре более сложных объектов управления, в частности, они входят в состав системы транспортирования материала, как базового элемента всех агрегатов и поточных линий. Ее функциональная схема представлена на рис. 1.2 (а), где приняты следующие обозначения:  $\Omega_{П1}$ ,  $\Omega_{П2}$  – скорости вращения рабочего органа привода,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  – скорости транспортирования,  $u_1$ ,  $u_2$  – управляющие воздействия,  $F_1$ ,  $F_2$  – натяжения на ветвях материала длиной  $l_1$  и  $l_2$  в зоне деформации,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  – деформация материала на этих ветвях,  $K_y$  – коэффициент упругости пружины,  $m$ ,  $J_p$ ,  $V_p$ ,  $h$  – масса, момент инерции, скорость и высота перемещения подпружиненного

ролика.



а)



б)

Рис. 1.2 Функциональная (а) и структурная (б) схемы системы транспортирования материала

Для упрощения построения структурной схемы САУ примем, что электропривод настроен своим локальным регулятором. Это позволит рассматривать его модель в виде апериодического звена 1-го порядка с ПФ:

$$H_{\Pi}(s) = \frac{K_{\Pi}}{T_{\Pi}s + 1}.$$

На рис. 1.2 (б) представлена структурная схема объекта, где приняты следующие обозначения:  $K_{r1} = 1/V_1$ ,  $K_{r2} = 1/V_2$ ,  $T_1 = l_1/V_1$ ,  $T_2 = l_2/V_2$ ,  $R$  – радиус транспортирующего ролика,  $E$  – приведенный к ширине модуль упругости материала,  $K_{\Gamma}$  – коэффициент, учитывающий геометрию охвата измерительного ролика материалом.

### 1.1.2. Повышение технологических требований, усложнение моделей объектов управления, факторы сложности

Характеризуя используемые в рассматриваемых технологических агрегатах ЭМС как ОУ, можно отметить следующие особенности:

1. Большинство ЭМС могут быть представлены моделями с сосредоточенными параметрами, дифференциальные уравнения которых могут иметь достаточно высокий порядок (до 9 и выше) [1, 30, 33, 63, 67, 136].
2. При оценке качества функционирования системы используются прямые показатели качества (время переходного процесса, колебательность, перерегулирование, статическая точность) [23, 75].
3. ЭМС подвергаются влиянию механических, электрических и тепловых возмущений [1, 30, 67, 77, 84, 133, 136, 137], к числу которых, относятся изменение момента нагрузки на валу исполнительного органа или электродвигателя, изменение напряжения и частоты питающей сети, изменение натяжения материала в соседних секциях поточной линии, изменение температуры и влажности окружающей среды, неоднородность физико-механических свойств обрабатываемого материала.
4. ЭМС содержат элементы с линеаризуемыми нелинейностями [22, 67, 75]. Поскольку основным для технологической линии является режим



работы на установившейся скорости при поддержании постоянства регулируемых параметров, это дает возможность рассматривать ОУ как линейный (линеаризованный) [136, 137].

5. При построении САУ следует учитывать нестабильность ряда параметров ЭМС и их вариации в достаточно широких пределах в процессе работы [1, 4, 33, 67, 105, 107, 133]. Так, значительные параметрические возмущения возникают в проточных линиях всякий раз при переходе на другой типоразмер выпускаемой продукции, а также имеют место на участках размоточных и намоточных устройств при изменении момента инерции рулонов.

Все регулируемые электроприводы промышленных механизмов можно подразделить на группы по их технологическому назначению [67, 119].

К первой группе относятся электроприводы ведущих механизмов линий, основной задачей которых является плавное регулирование в заданном диапазоне и поддержание с определенной точностью скорости рабочего органа. Допустимая погрешность поддержания заданной скорости ведущего механизма при диапазоне регулирования до 1:200 [1] в зависимости от технологического процесса может быть различной: от 2-3% в автокамерных и протекторных агрегатах [64] до 0,1% в установках для мелования бумаги, в агрегатах для нанесения покрытия на пленки [66, 67, 77, 87, 93, 119, 136, 137]. САУ должна обеспечивать быстроедействие на уровне 0,1-0,2 с при перерегулировании не более 20% или аperiodическом характере переходного процесса.

Динамические свойства электропривода определяются полосой пропускания, которая для тиристорных приводов с жесткой механической частью составляет 30 Гц, для транзисторных – 100 Гц [52], и характером переходного процесса: перерегулирование при ступенчатой подаче на вход управляющего сигнала – не более 20% или аperiodический процесс [52, 84, 114].

Точность электропривода определяется допустимой погрешностью

скорости в установившемся режиме. Данный показатель нормируется в процентах от установившейся скорости ( $\Omega$ ) с учетом ее соотношения с максимальной скоростью привода ( $\Omega_{\max}$ ). Его значения лежат в пределах от 1,5% при  $\Omega/\Omega_{\max} = 1$  до 25% при  $\Omega/\Omega_{\max} = 0,0001$  [3, 84, 114].

Ко второй группе относятся электроприводы секций, выполняющие задачи поддержания заданного соотношения скорости механизма и скорости ведущей секции в статических и динамических режимах. В зависимости от требований технологии и свойств обрабатываемого материала допустимая погрешность согласования скоростей изменяется в широких пределах - от 0,05% в меловальных машинах и в агрегатах для нанесения покрытия на пленки до 1 % в агрегатах по производству транспортных лент и автокамерных заготовок [66, 67, 77, 87, 95, 119, 136, 137]. Требования к динамическим показателям качества работы системы аналогичны требованиям, предъявленным к САУ электроприводов первой группы.

Третья группа охватывает механизмы, обеспечивающие поддержание требуемого натяжения. Допустимая погрешность стабилизации натяжения определяется технологией производства и физико-механическими свойствами обрабатываемого материала и может изменяться от 10 до 1% [1, 66, 67, 119]. Кроме того, на одной и той же поточной линии возможна обработка лент с различными физико-механическими свойствами и даже с частичным изменением технологического процесса.

Важно отметить, что при синтезе управляющего устройства в зависимости от используемого метода могут проявиться дополнительные (явные) факторы сложности, к которым можно отнести: взаимное влияние координат состояния, высокий порядок модели ОУ, внешние и внутренние возмущения, нелинейности, шумы, резонансные свойства объекта, наличие слабодемпфированных мод в зоне существенных частот САУ [1, 22, 30, 33, 67, 75, 136, 137].

К скрытым факторам сложности относятся: неблагоприятное сочетание собственных движений (мод) ОУ, проявляющееся в наличии очень

«быстрых» и очень «медленных» полюсов [117], неблагоприятное распределение нулей и полюсов передаточной функции (ПФ) управляемого объекта, ограничивающее возможности его модального управления [78, 120, 150].

Повышение требований к качеству управления современным технологическим оборудованием, а также наличие собственных резонансных частот объекта в полосе пропускания САУ значительно снижает эффективность одноконтурных систем на базе типовых П, ПИ, ПИД регуляторов и систем подчиненного регулирования координат каскадного типа [8, 23, 75, 105, 107]. В связи с этим для линейных и линеаризуемых в рабочих точках технологических режимов объектов целесообразным становится использование принципа управления по состоянию, реализуемого безынерционными и динамическими регуляторами повышенного порядка, способными значительно расширить возможности создаваемых САУ [8].

### **1.1.3. Базовые регуляторы для управления состоянием объектов**

Базовые варианты структур одноканальных систем управления с безынерционными регуляторами состояния (РС), регуляторами с наблюдателями состояния (РНС) и с динамическими полиномиальными регуляторами (ПР) представлены на рис. 1.3 [68, 83, 90, 115, 118].

Здесь приняты обозначения:  $s$  – комплексная переменная Лапласа;  $y_3(s)$ ,  $y(s)$  – входной и выходной сигналы;  $u(s)$  – входной сигнал ОУ;  $x(s)$  – вектор координат состояния объекта;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  – матрицы состояния, входа и выхода объекта и наблюдателя с размерностями  $n \times n$ ,  $n \times 1$ ,  $1 \times n$ ;  $K$  – матрица коэффициентов РС;  $L$  – матрица подстройки РНС;  $R(s)$ ,  $C(s)$  – полиномы числителя и знаменателя передаточной функции ПР.

Использование метода пространства состояний позволяет синтезировать обратные связи по переменным состояния, обеспечивая заданное распределение корней характеристического полинома (ХП) замкнутой системы, определяющих качество переходного процесса [68, 83,

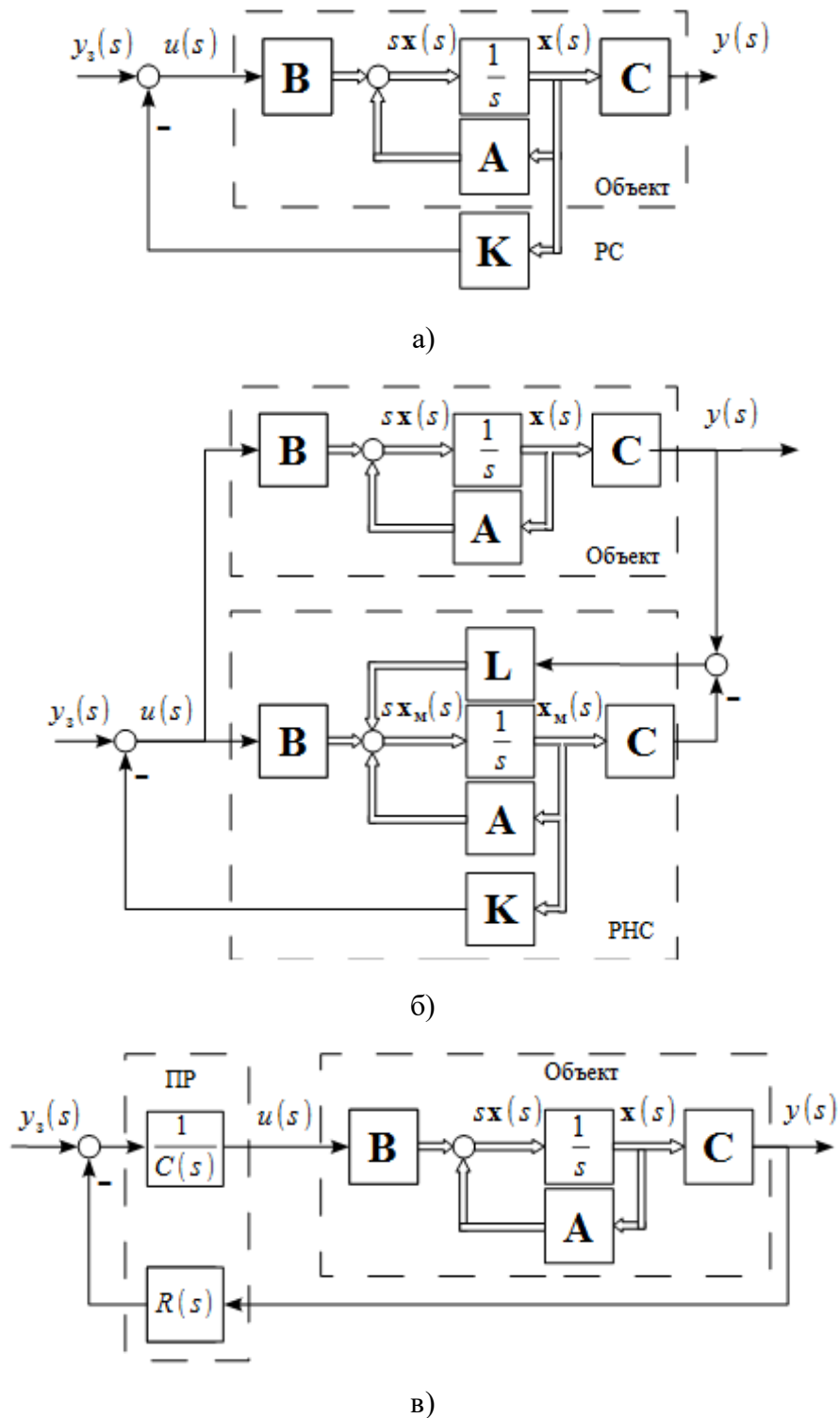


Рис. 1.3 Структурные схемы систем модального управления с безынерционным РС (а), с наблюдателем состояния (б) и с динамическим ПР (в)

Системы управления на основе безынерционных регуляторов состояния обладают широкими потенциальными возможностями при

управлении как одноканальными, так и многоканальными системами за счет управления по всему вектору состояния объекта.

Синтез системы управления с безынерционным РС (рис. 1.3 а) проводится на основе векторно-матричной модели объекта в пространстве состояний

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot u; \quad y = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}, \quad (1.1)$$

при этом управляющее воздействие регулятора на объект определяется выражением:  $u = y_s - \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}$ . [83], где вектор безынерционных обратных связей рассчитывается по формуле:

$$\mathbf{K} = \bar{\mathbf{K}}\mathbf{P} = \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{U}}\mathbf{U}^{-1}, \quad (1.2)$$

$$\bar{\mathbf{K}} = [\bar{k}_1 \quad \bar{k}_2 \quad \dots \quad \bar{k}_n] = [a_0 - d_0 \quad a_1 - d_1 \quad \dots \quad a_{n-1} - d_{n-1}], \quad (1.3)$$

$$D(s) = s^p + d_{p-1}s^{p-1} + \dots + d_1s + d_0, \quad p = \deg D(s) = \deg A(s), \quad (1.4)$$

$$A(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0, \quad n = \deg A(s).$$

$\bar{\mathbf{K}}$  – матрица регулятора для объекта, представленного в канонической форме управляемости (КФУ) [68] ( $a_i, d_i$  – коэффициенты характеристических полиномов объекта и замкнутой системы);

$$\bar{\mathbf{U}} = [\bar{\mathbf{B}} \quad \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}} \quad \bar{\mathbf{A}}^2\bar{\mathbf{B}} \quad \dots \quad \bar{\mathbf{A}}^{n-1}\bar{\mathbf{B}}] \quad \text{и} \quad \mathbf{U} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] \quad (1.5)$$

– матрицы управления объекта в КФУ и реальных координатах.

При невозможности измерения всего вектора состояния объекта для его восстановления используют наблюдатели состояния (рис. 1.3, б) [40, 68, 71, 82]. Матрицы  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  могут быть представлены в одной из канонических форм векторно-матричного описания или любой другой, в зависимости от предпочтений проектировщика. Наиболее распространенными формами для

последующей реализации являются канонические формы управляемости (КФУ) и наблюдаемости (КФН), основу которых составляют матрицы

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

$$\bar{\mathbf{C}} = [b_0 \quad b_1 \quad \dots \quad b_m \quad 0 \quad \dots \quad 0],$$

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -a_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} b_0 \\ \dots \\ b_m \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{C}} [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1], \quad (1.7)$$

где коэффициенты  $a_i, b_i$  – соответственно коэффициенты полиномов числителя

$$B(s) = s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0$$

и знаменателя  $A(s)$  ПФ объекта управления, где  $(m < n)$ .

Синтез системы модального управления с наблюдателем состояния предполагает расчет параметров основного регулятора  $\mathbf{K}$  и регулятора подстройки наблюдателя  $\mathbf{L}$ , исходя из требований динамических показателей, задаваемых, соответственно, желаемым характеристическим полиномом САУ (1.4) и характеристическим полиномом наблюдателя

$$D_L(s) = s^n + d_{L_{n-1}}s^{n-1} + \dots + d_{L_1}s + d_{L_0} \quad (1.8)$$

При представлении наблюдателя состояния (НС) в КФУ, матрица обратных связей регулятора  $\mathbf{K}$  при известном характеристическом полиноме объекта  $A(s)$  будет рассчитываться по формуле (1.3), а матрица подстройки наблюдателя  $\mathbf{L}$  – с использованием следующих соотношений:

$$\begin{aligned}\mathbf{L} &= \tilde{\mathbf{K}}^T, \quad \tilde{\mathbf{K}} = [\tilde{k}_1 \quad \tilde{k}_2 \quad \dots \quad \tilde{k}_n] = \bar{\mathbf{K}}_L \bar{\mathbf{U}} \tilde{\mathbf{U}}^{-1}, \\ \bar{\mathbf{K}}_L &= [a_0 - d_{L0} \quad a_1 - d_{L1} \quad \dots \quad a_{n-1} - d_{Ln-1}], \\ \tilde{\mathbf{U}} &= [\tilde{\mathbf{B}} \quad \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{B}} \quad \tilde{\mathbf{A}}^2\tilde{\mathbf{B}} \quad \dots \quad \tilde{\mathbf{A}}^{n-1}\tilde{\mathbf{B}}], \\ \bar{\mathbf{U}} &= [\bar{\mathbf{B}} \quad \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}} \quad \bar{\mathbf{A}}^2\bar{\mathbf{B}} \quad \dots \quad \bar{\mathbf{A}}^{n-1}\bar{\mathbf{B}}]\end{aligned}\tag{1.9}$$

– матрицы управляемости объекта при описании в канонических формах наблюдаемости и управляемости соответственно.

В том случае, если НС представлен в канонической форме наблюдаемости, то соответствующие выражения примут вид

$$\mathbf{K} = \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{U}}\bar{\mathbf{U}}^{-1}, \quad \mathbf{L} = \tilde{\mathbf{K}}^T, \quad \tilde{\mathbf{K}} = \bar{\mathbf{K}}_L.\tag{1.10}$$

Наряду с применением РНС, в случае невозможности измерения всего вектора состояния объекта, широкое распространение в системах модального управления получил динамический ПР, для которого также необходимо измерение лишь выходной координаты объекта.

Будем рассматривать варианты полиномиального модального регулятора по общей структурной схеме, приведенной на рис. 1.3, в.

Передаточная функция объекта управления напрямую связана с матрицами пространства состояния системы  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{C}$  соотношением

$$H_o(s) = \mathbf{C}(\mathbf{I}s - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0},\tag{1.11}$$

где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица,  $n = \deg A(s)$  и  $m = \deg B(s)$  – степени полиномов  $A(s)$ ,  $B(s)$ , причем  $m \leq n$ .

Полиномы передаточных функций модального регулятора (рис. 1.3, в) могут быть представлены следующим образом:

$$R(s) = r_k s^k + r_{k-1} s^{k-1} + \dots + r_1 s + r_0, \quad C(s) = c_l s^l + c_{l-1} s^{l-1} + \dots + c_1 s + c_0,$$

где  $k = \deg R(s)$ ,  $l = \deg C(s)$ .

Уравнение синтеза полиномиального модального регулятора [39, 65, 79] записывается в виде

$$A(s)C(s) + B(s)R(s) = D(s), \quad (1.12)$$

где желаемый ХП (1.4) соответствует заданным требованиям к показателям качества САУ, причем

$$k = n - 1, \quad p = n + l, \quad l \geq \begin{cases} m - 1 & \text{при } m > 0, \\ 0 & \text{при } m = 0. \end{cases} \quad (1.13)$$

Таким образом, классический метод модального управления позволяет полностью удовлетворить требования разработчика к качеству переходного процесса САУ с возможностью управления по всему вектору состояния или только по выходной координате, что в свою очередь обеспечивает гибкость в выборе той или иной структуры регулятора.

Однако, данный подход к управлению не учитывает изменение параметров ОУ в процессе эксплуатации, а также влияние как внешних, так и внутренних факторов (возмущений), что в свою очередь накладывает ряд ограничений на его применение в промышленности [78, 127, 128].



## 1.2. Предпосылки применения робастного подхода к синтезу САУ

### 1.2.1. Вариации параметров реальных ОУ

При разработке САУ целесообразно иметь представление о характерных параметрических неопределенностях объекта, с которыми сталкиваются на практике и, если возможно, дать количественные оценки интервалов их изменений.

Для ряда промышленных ЭМС характерным является изменение таких параметров, как постоянные времени. В наматывающих устройствах электромеханическая постоянная может изменяться в 5–10 раз, а для электроприводов с двухзонной областью регулирования частоты вращения эти значения увеличиваются еще в 3–5 раз. Параметры некоторых ЭМС с упругими связями (подъемники с длинными канатами, антенны и т. д.) и транспортируемым упругим материалом (бумажное полотно, корд и т. п.) в различных режимах могут изменяться в десятки раз [1-3].

Проведенный анализ [4, 22-24, 30, 31, 66, 67, 119] для рассматриваемой двухмассовой ЭМС (рис. 1.1) показывает, что, наиболее подверженными изменению являются параметры механической части ЭМС: момент инерции второй массы  $J_2$ , диапазон изменения которого может составлять 5-10 номинальных значений, коэффициент жесткости  $C_{12}$ , а также коэффициент трения  $K_d$ , что в свою очередь обусловлено изменением режима работы, обрабатываемой заготовки, либо общим износом оборудования.

Проиллюстрируем высокую чувствительность двухмассовой ЭМС с базовыми РС к вариациям наиболее нестабильных параметров. В качестве желаемого выберем распределение Ньютона [35, 57, 82, 85, 86]. За исходные (номинальные) данные, используемые при расчете регуляторов, примем числовые значения параметров объекта, приведенные в таблице 1.1.

Для расчета коэффициентов безынерционного РС воспользуемся выражениями (1.1)-(1.4). Принимая  $\Omega_0 = 13,5 \text{ с}^{-1}$ , получаем следующие значения обратных связей регулятора  $\mathbf{K} = [-20,54 \quad -223,39 \quad 182,69 \quad -4713,11]$ . На рис. 1.4 представлены графики переходных процессов исходной САУ

(график 1) и при отклонении параметра ОУ  $C_{12}$  на -50% (график 2) и +50% (график 3).

Таблица 1.1. Номинальные параметры двухмассовой электромеханической системы

$K_{сп}$	$R_a, \text{ Ом}$	$T_a, \text{ с}$	$C, \text{ Вб}$	$J_1,$	$J_2,$	$C_{12}, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$K_{дв},$	$K_T,$
				$\text{кг}\cdot\text{м}^2$			$\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$	
22	3,15	0,5	0,16	0,5	0,85	1,5	0,25	4,5

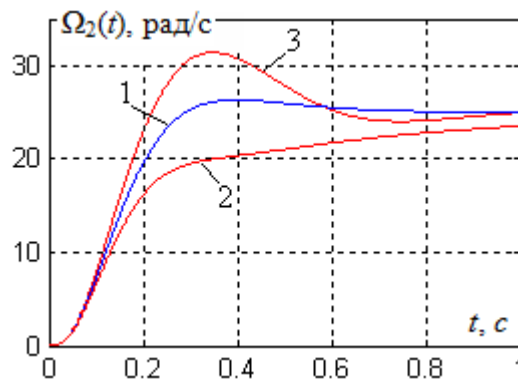


Рис. 1.4 Графики переходных процессов скорости второй массы  $\Omega_2$  САУ с РС при изменении параметров объекта

Проведем для того же объекта синтез минимального полиномиального регулятора «входа-выхода», принимая  $\Omega_0 = 2.0 \text{ с}^{-1}$ . Получаем следующие значения обратных связей регулятора:

$$R(s) = -1.15s^3 - 2.47s^2 - 4.44s - 8.11; \quad C(s) = 2.52$$

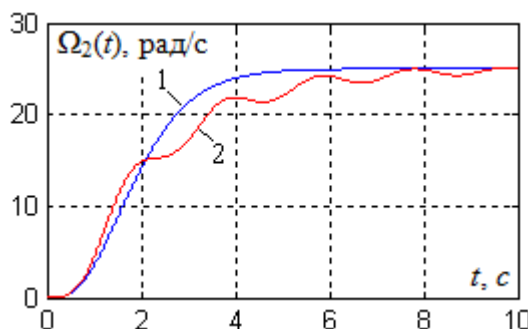


Рис. 1.5 Графики переходных процессов скорости второй массы  $\Omega_2$  САУ с ПР при изменении параметров объекта

На приведенном рисунке 1.5, график 1 соответствует динамической

характеристике системы с исходными параметрами объекта, график 2 получен при увеличении параметров  $C_{12}$  и  $J_2$  на 50%.

Рассмотрим третий случай системы автоматического управления указанным объектом на базе регулятора с наблюдателем состояния в КФН, структурная схема которого представлена на рис. 1.3, б.

В таблице 1.2 представлены рассчитанные согласно (1.7)-(1.9) коэффициенты обратных связей матриц  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{L}$  наблюдателя, представленного в канонической форме наблюдаемости, при значениях среднегеометрических корней  $\Omega_{0K} = 2.0 \text{ c}^{-1}$ ;  $\Omega_{0L} = 75 \text{ c}^{-1}$ .

Таблица 1.2. Результаты синтеза САУ с различными структурами НС

Структура РНС	СГК $\Omega_0, \text{c}^{-1}$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$
КФН	2.0	1.35	-7.74	41.86	-219	-31640593	-1687469	-33730	-292

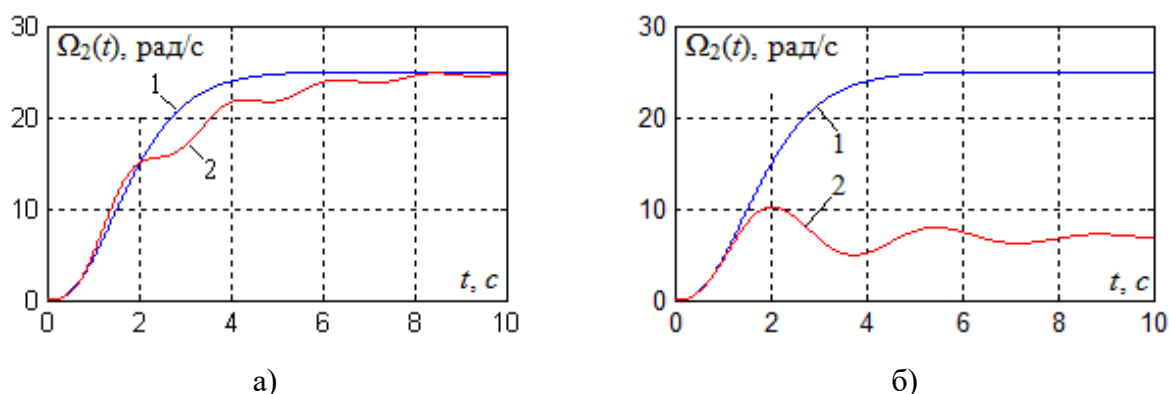


Рис. 1.6 Графики переходных процессов скорости второй массы  $\Omega_2$  САУ с РНС при изменении параметров объекта (а) и наблюдателя (б)

На приведенных рисунках (1.6 а, б) графики 1 соответствуют динамической характеристике системы с исходными параметрами объекта и наблюдателя, графики 2 получены при увеличении параметров  $C_{12}$ ,  $J_2$  объекта на 50% (рис. 1.6 а) и увеличении  $k_4$  наблюдателя на 2% (рис. 1.6 б).

Проводя сравнительный анализ рис. 1.4 – 1.6 приходим к выводу о значительном влиянии параметрических возмущений рассматриваемого объекта на качество переходного процесса САУ, что ограничивает

применение систем при предъявлении строгих требований к их качественным показателям.

Рассмотрим в качестве второго примера объект, представляющий собой зону транспортирования материала, применяемую в текстильном и химическом производстве (рис. 1.2) [78, 119].

Широкая номенклатура обрабатываемой продукции требует рассматривать данный объект также как параметрически нестабильный, что затрудняет применение типовых решений при реализации системы управления. Прежде всего, изменению подвергается параметр модуля упругости материала  $E$ , диапазон изменения которого может лежать в пределах десятков и сотен от номинального, что связано, прежде всего, с обработкой различных типов материалов.

Примем в качестве номинальных параметры, представленные в таблице 1.3.

Таблица 1.3. Номинальные параметры системы транспортирования материала

$T_{П}, c$	$K_{П}$	$l_1,$	$l_2,$	$V_1,$	$V_2,$	$J_P,$ кг·м <sup>2</sup>	$R, м$	$E, Н$	$m,$ кг	$K_{Г}$	$K_{У},$ Н/м
		м		м/с							
0,05	16.5	1.5	0.5	1.0	1.0	1	0.05	10000	125	1	8000

Принимая  $\Omega_0 = 25 c^{-1}$ , получаем следующие значения обратных связей регулятора  $\mathbf{K} = [-0,39 \quad -386,23 \quad 23,98 \quad -2124,82 \quad -966,88 \quad -261,72]$ .

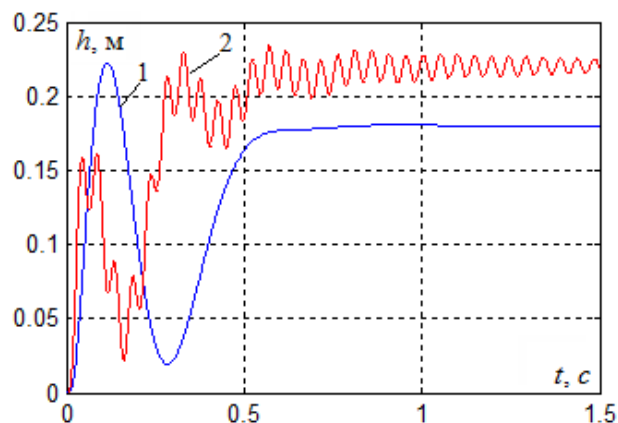


Рис. 1.7 Графики переходных процессов натяжения материала в зоне транспортирования

На рисунке (рис. 1.7) представлены переходные характеристики натяжения материала в зоне транспортирования при исходных значениях параметров (график 1) и при увеличении параметра  $E$  в 4,5 раза (график 2). Аналогично рассмотренным выше случаям управления двухмассовой ЭМС, изменение даже одного параметра может приводить к неудовлетворительному качеству управления представленным объектом при снижении запаса устойчивости.

Таким образом, при управлении параметрически нестабильными объектами поддержание заданных технологически требований становится трудоемкой, а порой невыполнимой в рамках классических подходов теории модального управления задач.

### **1.2.2. Сравнительный анализ методов робастного и адаптивного управления**

В условиях параметрической неопределенности ОУ, методы классической ТАУ (модальное, оптимальное управление) не позволяют реализовать весь комплекс требований к качеству управления [33]. В этих условиях применяются два основных подхода к управлению параметрически нестабильными объектами: адаптивный и робастный.

#### **Адаптивное управление**

Среди разработанных к настоящему времени способов адаптивного управления в условиях изменения параметров объекта [51, 54-56, 61, 62, 72, 99, 130, 145] наибольшее распространение получили беспойсковые самонастраивающиеся системы (СНС).

Данный способ адаптации целесообразно применять, когда структура объекта не изменяется в процессе работы, а имеют место вариации его параметров. Решение таких задач обеспечивается параметрической адаптацией регулятора в процессе функционирования САУ неизменной структуры.

В беспойсковых СНС вводится модель объекта с желаемыми динамическими характеристиками [51, 62, 72, 99]. Задача алгоритма адаптации заключается в настройке параметров регулятора таким образом, чтобы свести рассогласование объекта и модели к нулю. Такое управление называют прямым адаптивным управлением. Для непрямого адаптивного управления сначала проводят идентификацию объекта, после чего определяют соответствующие параметры регулятора [72, 130].

При прямом адаптивном управлении контуры адаптации работают по замкнутому циклу, что позволяет парировать изменение параметров объекта и регулятора. Следует отметить повышенную сложность реализации такой системы, по сравнению с непрямым адаптивным управлением, а также сложность обеспечения работы системы в темпе основного процесса с сохранением устойчивости.

В непрямом адаптивном управлении все контуры самонастройки работают по разомкнутому циклу, что позволяет избежать влияния на динамику системы. В такой системе отсутствуют проблемы с высоким быстродействием и устойчивостью, однако имеют место ошибки идентификации, а также несоответствие параметров объекта и регулятора, что существенно влияет на точность управления [72, 130].

### **Робастный подход**

Основная задача синтеза робастных САУ заключается в поиске такого закона управления, в результате которого замкнутая система приобретает робастные свойства, т.е. сохраняет свою устойчивость, а также показатели качества выходных переменных системы в рамках предъявленных требований, несмотря на наличие параметрических неопределенностей в замкнутом контуре управления [5-7, 34, 38, 47, 48, 58, 59, 92, 94, 95, 100-102].

Главными преимуществами робастного подхода является отсутствие необходимости в точной идентификации ОУ, а также в изменении параметров регулятора в режиме реального масштаба времени, что позволяет парировать

параметрические возмущения в темпе основного процесса управления гораздо более простыми средствами.

В настоящее время сложились два основных подхода к реализации робастного управления: «математический» и «физический» [49, 79].

Сущность «математического» подхода состоит в строго формализованной процедуре синтеза робастной САУ, когда задаются определенные интервалы изменения нестабильных параметров и допустимые отклонения показателей качества управления. Решается задача синтеза такого регулятора, который способен обеспечить сохранение желаемого управления в заданных условиях эксплуатации объекта. При этом специфические особенности конкретного ОУ не оказывают определяющего влияния на процедуру расчета.

Однако в такой строгой постановке указанная задача может оказаться неразрешимой или приводить к синтезу управляющих устройств явно завышенной сложности (с порядком значительно более высоким, чем порядок объекта).

В противоположность этому «физический» подход делает основной акцент на детализированный анализ специфических свойств («физических» особенностей) управляемого объекта, на максимальный учет этих особенностей для повышения робастных свойств синтезируемой САУ и выбор такой модификации метода расчета, которая максимально учитывает выявленные особенности.

Такой подход часто позволяет гораздо проще достичь желаемой параметрической грубости САУ, но в общем случае не может гарантировать требуемого разработчику результата.

Выполним более детальный анализ методов, реализующих эти подходы, а также полученные результаты для определения направлений дальнейших исследований и разработок в области робастных САУ.

### 1.3. Достижения современной теории робастного управления: «математический» и «физический подходы»

Прежде всего, отметим ряд методов, отличительной чертой которых является строгий математический подход к решению проблемы управления в условиях изменения параметров объекта.

Метод  $LMI$ , основанный на решении линейных матричных неравенств, предполагает описание объекта на основе векторно-матричной модели в пространстве состояний (1.1) и задании областей возможных изменений параметров системы [7, 102]. Следует отметить, что для заданных областей не может гарантироваться нахождение регулятора, удовлетворяющего требованиям робастности и заданным показателям качества (быстродействие, точность, энергозатраты) системы.

Получившие развитие методы робастного оптимального управления, которые основаны на  $LQ$ -оптимизации, минимаксном подходе, уравнениях Ляпунова [7, 73, 88, 102, 143] могут быть реализованы как при описании объекта соотношениями «вход-выход», так и в пространстве состояний.

Однако применение методов синтеза, основанных на оптимизационной парадигме, не гарантирует решения задачи за разумное время [101]. Попытки учета требований робастности при синтезе САУ в рамках  $H^\infty$ ,  $H^2$  - теорий,  $\mu$  - синтеза,  $LMI$  - и  $l_1$  -подходов [64, 65, 73, 74, 111-113, 138, 144, 146, 147, 149] могут приводить к нерациональным техническим решениям в виде избыточных регуляторов с собственной повышенной чувствительностью и предпочтительной настройкой на определенные виды возмущений.

Интервальный вариант метода модального управления предполагает знание диапазонов изменения параметров объекта, при этом качество управления определяется заданным интервальным характеристическим полиномом [37, 131, 132, 142, 148]. Регулятор, синтезированный данным методом, призван обеспечить принадлежность коэффициентов характеристического полинома замкнутой системы некоторым заданным интервалам.



Данный метод синтеза робастной САУ отличается математической строгостью. Однако, формирование желаемого интервального полинома представляет собой отдельную, достаточно сложную задачу. Кроме того, возникает трудность определения диапазонов изменения реальных параметров объекта управления.

Таким образом, в существующей теории управления математический формализм во многом подавляет физическое содержание задачи управления. В этой связи возникает проблема максимального учета естественных свойств объекта, соответствующего физической природе [76, 79].

При этом во многих случаях более продуктивным оказывается не стремление к абсолютно точному и строгому соблюдению условий робастности при синтезе САУ, а выявление закономерностей, причин и механизмов повышенной параметрической чувствительности систем и поиск возможностей их учета.

В этом направлении разработаны достаточно эффективные методы улучшения робастных свойств САУ на стадиях проектирования и наладки, в рамках теории модального управления в определенной степени решены вопросы их структурно-параметрической оптимизации по критерию параметрической грубости [8].

Проведенные исследования [10, 78, 79, 120] позволили установить, что появление положительных обратных связей (ОС) по координатам состояния объекта управления (рис.1.3, а) может приводить к существенному ухудшению робастных свойств синтезируемых САУ. Предложена методика определения соответствующих областей положительных и отрицательных коэффициентов регулятора состояния, которые образуются при вариациях быстродействия САУ ( $h_{\Omega 1}(t) \dots h_{\Omega 4}(t)$ , см. рис. 1.8 а,б, где  $h_B(t)$ ,  $h_A(t)$ ,  $h_D(t)$  – переходные характеристики полиномов числителя  $b_0/B(s)$ , знаменателя  $a_0/A(s)$  и желаемого характеристического полинома  $d_0/D(s)$ ) путем изменения величины среднегеометрического корня (СГК) характеристического полинома (ХП) заданного вида (Бесселя, Ньютона, Баттерворта и др.).

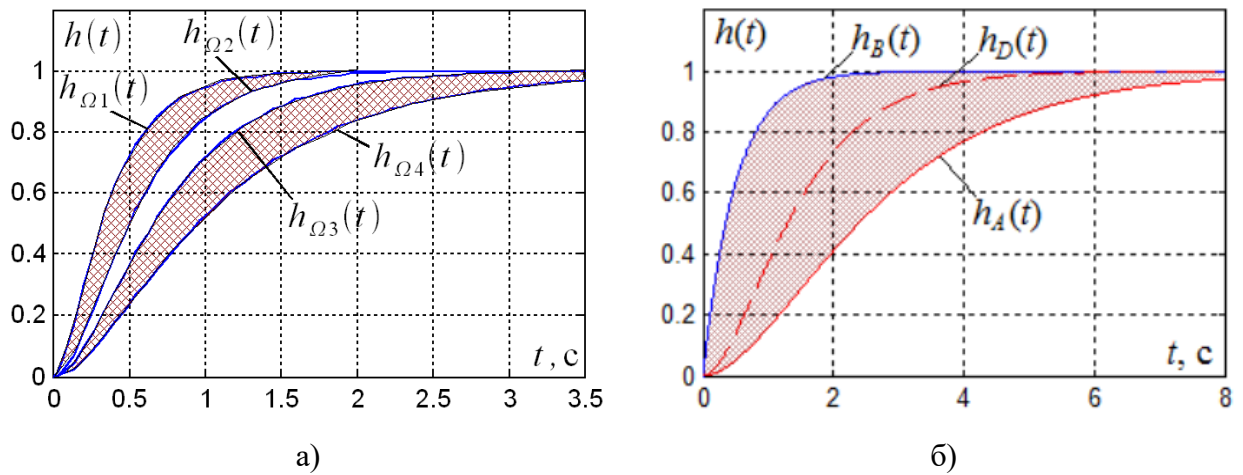


Рис. 1.8. Представление областей робастной устойчивости САУ (заштрихованы) на базе модального безынерционного РС (а) и динамического ПР (б)

Конфигурация таких областей существенно зависит от исходного распределения нулей и полюсов, а также от структуры управляемого объекта. При синтезе САУ с РС в целях гарантии обеспечения параметрической грубости рекомендовано располагать их динамические характеристики в пределах области робастности, что наиболее просто реализуется соответствующим выбором величины СГК ХП.

Под робастной САУ аналогично [120] предложено понимать параметрически грубую систему с гурвицевым ХП (первое условие), в которой не происходит сокращение нулей и полюсов передаточной функции (ПФ) объекта с нулями и полюсами ПФ управляющего устройства (УУ) (второе условие), а само управляющее устройство является минимально-фазовым звеном (третье условие) и не формирует положительных обратных связей (ОС) по координатам состояния и выходной координате ОУ (четвертое условие).

Формирование неминимально-фазового регулятора для управления минимально-фазовым ОУ считается следствием некорректно поставленной задачи синтеза УУ, вынужденного обеспечивать слишком «острую» настройку системы при малом запасе устойчивости и высокой чувствительности к параметрическим возмущениям.

Формирование положительных ОС по координатам состояния и

выходной координате ОУ считается признаком потенциально высокой чувствительности САУ к вариациям параметров как объекта, так и регулятора.

Первое условие робастности обеспечивается в рамках метода МУ [8, 81, 82] заданием таких выражений и параметров желаемого ХП (1.4), при которых достигаются необходимая устойчивость всей САУ и требуемое качество процессов управления в условиях равенства параметров ОУ их расчетным (номинальным) значениям.

Исключение появления в желаемом полиноме  $D(s)$  корней (полюсов), совпадающих с нулями ПФ объекта (и наблюдателя), обеспечивает соблюдение второго условия робастности САУ.

Выполнение третьего и четвертого условий робастности для САУ с динамическими и безынерционными регуляторами соответственно, т.е. отсутствия отрицательных коэффициентов передаточной функции РНС и ПР и положительных значений элементов матриц  $\mathbf{K}$  безынерционных РС, обеспечивается путем расположения динамической характеристики замкнутой системы в пределах «зоны робастности» [10].

Снижение параметрической чувствительности синтезируемых систем достигается максимальным учетом «физических» аспектов самого объекта: управляемости, наблюдаемости, вырожденности, распределения нулей и полюсов и др.

Безусловно, разработанные в рамках «физического» подхода методы робастного модального управления также реализуются математическими методами, но гораздо более простыми, не требующими высокой квалификации разработчика, что существенно повышает их привлекательность.

Анализируя изложенное, можно сделать заключение о том, что применению методов адаптивного управления должно предшествовать использование более простого робастного управления. А в теории робастного управления применению «математического» подхода по той же причине

должно предшествовать использованию методов «физического» подхода.

При этом переход к более сложным методам синтеза САУ должен осуществляться только в тех случаях, когда использованы все возможности более простых методов.

В силу этого, проблематику повышения потенциальных возможностей методов, расположенных на более низких иерархических ступенях этой логической цепи, следует признать более актуальной для разработчиков САУ.

#### **1.4. Проблематика синтеза робастных систем управления с безынерционными и динамическими регуляторами состояния**

Одной из первоочередных задач, которые следует решить для оценки и использования возможностей «физического» робастного подхода, является установление взаимосвязи размеров областей устойчивости САУ на базе различных типов регуляторов состояния с диапазонами вариаций внутренних параметров объекта и регулятора. Это важно при наличии как отрицательных, так и положительных обратных связей по координатам состояния объекта, а также при формировании минимально-фазовых и неминимально-фазовых звеньев в структуре полиномиального регулятора «входа-выхода».

Оперативная и всесторонняя оценка размеров областей робастной устойчивости САУ высокого порядка как в «зонах робастности», так и в «зонах риска» обеспечит проектировщику необходимые степени свободы в принятии решений, позволит ответить на вопросы о возможности и целесообразности работы САУ в этих зонах, а также о необходимости совершенствования управляющих устройств для успешного функционирования систем в реальных условиях эксплуатации.

Безусловно, необходимо соответствующее программное (компьютерное) обеспечение для решения этой задачи, способное автоматизировать сложные расчеты в отношении систем высокого порядка и обеспечить наглядность результатов расчетов.

Решение задачи всестороннего параметрического анализа САУ

позволит в значительной мере приблизить возможности «физического» робастного подхода к возможностям интервальных методов «математической» ТАУ.

Не менее важной является задача повышения робастных возможностей САУ путем корректировки известных методов синтеза базовых регуляторов состояния и модификации их структурных решений в направлении снижения параметрической чувствительности систем при сохранении или улучшении других показателей качества.

В частности, как результат решения первой задачи могут быть сформированы области робастной устойчивости САУ не только при вариациях параметров объекта, но и при вариациях параметров регулятора. На этой основе может быть выполнена корректировка расчетных значений параметров управляющих устройств путем возможной замены положительных коэффициентов обратных связей по координатам состояния ОУ отрицательными или аналогичной замены отрицательных коэффициентов полиномов ПР положительными. В рамках модального управления, фактически, это будет означать выбор нового, более рационального распределения полюсов САУ, скорректированного по отношению к типовому исходному распределению корней желаемого ХП (Ньютона, Бесселя, Баттерворта и др.) и обеспечивающего улучшение робастных свойств синтезируемой системы при вариациях параметров ОУ.

Однако, безусловно, наиболее существенное преимущество в сравнении с формализованным «математическим» подходом, реализуемым обычно в рамках регуляторов заданного типа, может обеспечить структурная модификация и оптимизация управляющих устройств в соответствии с особенностями заданного объекта управления.

В этой связи, наряду с безынерционными обратными связями РС, желаемые робастные свойства могут обеспечить дополнительные гибкие обратные связи по производным координат состояния и выходной координате ОУ, поскольку, как было показано в [78, 128], они позволяют изменять

петлевое усиление главного контура управления при сохранении динамических показателей качества САУ.

В отношении динамических ПР «входа-выхода» следует оценить возможности структурных решений, получаемых варьированием порядка полинома  $C(s)$  знаменателя передаточной функции регулятора. Как известно, порядок этого полинома при синтезе может быть принят произвольным, но целесообразность выбора соответствующей структуры должна, очевидно, определяться оптимизацией регулятора на основе анализа особенностей конкретного объекта управления.

Еще одна возможность повышения потенциала методов «физического» робастного подхода проявляется в результате анализа геометрических особенностей областей «робастности» и «риска» (рис. 1.8, а, б). При пересечении границ этих областей происходит смена знака определенных коэффициентов безынерционных ОС или коэффициентов полиномов динамических ПР. Как следствие, на границе областей происходит обнуление этих коэффициентов. Это создает реальную основу для редуцирования регуляторов и упрощения их реализации, поскольку позволяет исключить ОС по труднодоступным координатам состояния или понизить порядок динамических ПР за счет обнуления коэффициента при старшей производной выходной координаты ОУ. Кроме того, снижение порядка ПР позволяет улучшить такой показатель качества, как помехоустойчивость САУ.

Безусловно, как выявление, так и реализация новых потенциальных возможностей САУ в рамках «физического» подхода потребует разработки и программного воплощения соответствующих методов автоматизированного параметрического синтеза модернизированных регуляторов робастных САУ, их цифровой реализации и исследования систем с модернизированными регуляторами путем проведения необходимых вычислительных и натурных экспериментов на моделях и реальном оборудовании.

## **Выводы**

1. Повышение технологических требований к современному оборудованию и качеству производимой продукции приводит к соответствующему повышению технических требований к системам управления этим оборудованием, обычно представляющим собой объекты управления высокого порядка, линеаризуемые в окрестности рабочей точки, соответствующей определенному режиму работы.

2. Повышение требований к системам управления технологическими объектами приводит к существенному усложнению математических моделей, описывающих их динамические процессы, проявлению влияния явных и скрытых факторов сложности, что обуславливает целесообразность построения современных САУ на принципах управления состоянием таких объектов с использованием безынерционных и динамических регуляторов и наблюдателей состояния.

3. В значительной мере проблематика современных САУ технологическими объектами заключается в неопределенности и неточности их математических моделей, связанными с погрешностями идентификации и вариациями внутренних параметров при изменениях режимов работы и внешних условий эксплуатации. Это обуславливает необходимость применения специальных мер приспособления (адаптации) САУ к вариациям параметров объектов или парирования ими параметрических возмущений.

4. Возможной альтернативой адаптивным алгоритмам управления является применение робастного подхода, в частности, робастного модального управления, реализуемого в рамках концепции «физической» или прикладной ТАУ. Его характерными чертами являются: разработка алгоритмов управления состоянием объектов с учетом предварительного анализа их системных свойств (управляемости, наблюдаемости, вырожденности), сопоставление распределений нулей и полюсов, стремление к исключению дестабилизирующих (положительных) обратных связей и

неминимально-фазовых звеньев в составе регуляторов и наблюдателей состояния при их структурно-параметрическом синтезе и т.п.

5. Направления дальнейшего развития теории и практики робастного модального управления обуславливаются:

- необходимостью всесторонней количественной оценки допустимых пределов отклонений параметров объекта или регулятора при условии сохранения устойчивости и заданных показателей качества системы с применением программных методов визуализации полученных областей;
- целесообразностью разработки более эффективных структурных решений и корректировки параметров регуляторов состояния для улучшения робастных свойств, помехозащищенности и упрощения структуры регулятора;
- требованиями разработки и программной реализации методов и алгоритмов автоматизированного параметрического синтеза модернизированных регуляторов состояния, выполнения цифровой реализации и практических исследований робастных САУ с новыми типами регуляторов на экспериментальном оборудовании.



## **Глава 2. Разработка методики детализированного анализа робастных свойств САУ с базовыми типами линейных регуляторов**

Размещение динамических характеристик САУ в пределах области параметрической грубости обеспечивает робастные свойства системы благодаря отсутствию положительных обратных связей, а также неминимально-фазовых звеньев в контуре управления. Вместе с тем, указанные требования во многих случаях являются излишне жесткими, что ограничивает возможности синтеза САУ с заданными динамическими свойствами.

Кроме того, в любых условиях оказывается необходимым знание конкретных пределов возможных вариаций параметров объекта и регулятора, при которых выполняются условия устойчивости САУ или сохраняются допустимые отклонения заданных показателей качества.

В связи с этим возникает задача разработки методики детализированного анализа робастных возможностей САУ с различными типами регуляторов состояния и "входа-выхода", реализующих отрицательные и положительные обратные связи по координатам состояния управляемого объекта и содержащих минимально- и неминимально-фазовые звенья в своих структурах.

В данной главе проводятся детализированные исследования и формируется методика оценки робастных свойств САУ с линейными регуляторами базовых типов в виде безынерционных РС и динамических ПР и РНС. На основе полученных результатов формулируются рекомендации относительно размещения динамических характеристик САУ как в зонах параметрической грубости («зонах робастности»), так и в «зонах риска».

### **2.1. Исследование особенностей работы САУ с положительными и отрицательными обратными связями по координатам состояния объекта**

Как было отмечено в главе 1, появление положительных обратных связей (ОС) по координатам состояния объекта управления (ОУ) может

приводить к существенному ухудшению робастных свойств синтезируемых САУ. Предложена методика определения соответствующих областей положительных и отрицательных коэффициентов регулятора состояния (РС), которые образуются при вариациях темпа нарастания переходной характеристики САУ ( $h_{\Omega_1}(t) \dots h_{\Omega_4}(t)$  см. рис. 1.8, *a*) путем изменения величины среднегеометрического корня (СГК) характеристического полинома (ХП) заданного вида (Бесселя, Ньютона, Баттерворта и др.). Геометрия таких областей существенно зависит от исходного распределения нулей и полюсов, а также от структуры управляемого объекта. При синтезе САУ с РС в целях гарантии обеспечения параметрической грубости рекомендовано располагать их динамические характеристики за пределами областей положительных коэффициентов ОС [78], что наиболее просто реализуется соответствующим выбором величины СГК ХП.

Однако детальные исследования особенностей работы САУ с РС в так называемых «зонах риска» с положительными ОС по координатам состояния объекта ранее не проводились. Тотальная оценка влияния вариаций всех параметров ОУ на динамические характеристики САУ с положительными ОС не выполнялась. Анализ возможностей работы синтезируемых систем в таких зонах для реальных условий их эксплуатации не осуществлялся.

При этом важно отметить, что области положительных ОС («зоны риска») САУ часто оказываются существенно шире областей отрицательных ОС («зон робастности») (рис. 1.8, *a*).

Как следствие, имеющиеся резервы обеспечения комплекса заданных показателей качества САУ (быстродействие, точность, помехозащищенность, энергозатраты, параметрическая грубость и др.) при выполнении жесткого требования отсутствия положительных ОС регулятора могут оказаться в конкретных случаях недоиспользованными. А рекомендуемое для выхода из «зоны риска» увеличение СГК ХП может привести к необоснованному завышению быстродействия и энергетических затрат на управление синтезируемой САУ.

Кроме того, как показано в [78, 128], для объектов определенной структуры при любом расположении нулей и полюсов невозможно обеспечить управление координатами состояния при отсутствии положительных ОС.

Все это делает актуальным более детальное исследование влияния положительных ОС на робастные свойства САУ и изучение особенностей их функционирования в соответствующих «зонах риска».

### 2.1.1. Особенности управления состоянием нестационарных объектов первого порядка

Исследуем возможности модального управления неминимально-фазовым ОУ с передаточной функцией (ПФ) общего вида:

$$H_o(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{s + b_0}{s + a_0} \gamma, \quad (2.1)$$

где  $A(s)$  и  $B(s)$  – соответственно ХП и полином воздействия,  $s$  – комплексная переменная Лапласа;  $a_0$  и  $b_0$  – положительные коэффициенты,  $\gamma$  – варьируемый положительный параметр (коэффициент передачи).

ОУ (2.1) имеет один ноль и один полюс. Задачей контура ОС с коэффициентом передачи  $k$  является формирование желаемого ХП вида  $D(s) = s + d_0$ . При этом значение коэффициента ОС определяется формулой

$$k = \frac{d_0 - a_0}{\gamma(d_0 - b_0)}. \quad (2.2)$$

Рассмотрим два варианта объекта (ОУ 1,2), у первого из которых ноль больше полюса ( $b_0 = 1, a_0 = 2$ ), а у второго полюс оказывается больше нуля ( $a_0 = 1, b_0 = 2$ ). В обоих вариантах исходное значение параметра  $\gamma = 1$ .

Если руководствоваться рекомендациями [78, 127, 128] и располагать

полюс замкнутой САУ между нулем и полюсом объекта, приняв, например,  $d_0 = 1.5$ , то в обоих вариантах систем (САУ1,2) получаем согласно (2) отрицательные ОС с одинаковым коэффициентом  $k = -1$ , свидетельствующим о нахождении систем в «зоне робастности». При этом формируются следующие выражения их характеристических уравнений, записанных относительно варьируемого параметра  $\gamma$ ,

$$\text{- для САУ1: } s(1 + \gamma) + (2 + \gamma) = 0,$$

$$\text{- для САУ2: } s(1 + \gamma) + (1 + 2\gamma) = 0.$$

Из анализа приведенных уравнений следует, что оба варианта САУ с отрицательными ОС сохраняют устойчивость при любых значениях варьируемого параметра  $\gamma > 0$ .

Переместим исследуемые системы в «зону риска», задав, например, значение  $d_0 = 10$ . Согласно (2) это может быть обеспечено лишь положительными значениями коэффициентов ОС:  $k = 8/9$  для САУ1 и  $k = 9/8$  для САУ2. При этом получаем следующие выражения соответствующих характеристических уравнений

$$\text{- для САУ1: } s(9 - 8\gamma) + (18 - 8\gamma) = 0,$$

$$\text{- для САУ2: } s(8 - 9\gamma) + (8 - 18\gamma) = 0.$$

Их анализ показывает, что области робастной устойчивости и поведение синтезированных систем с положительными ОС при вариациях  $\gamma$  существенно изменились: в диапазоне  $1.125 < \gamma < 2.25$  оказывается неустойчивой САУ1, а в диапазоне  $0.44 < \gamma < 0.89$  теряет устойчивость САУ2. То есть даже относительно небольшое повышение коэффициента передачи ОУ1 и его незначительное уменьшение в ОУ2 приводят к потере работоспособности синтезированных САУ, изначально размещенных в «зоне риска». Тем не менее оба варианта САУ надежно сохраняют свои робастные

свойства при односторонних изменениях  $\gamma$  относительно расчетного значения: в направлении уменьшения – для САУ1 и в направлении повышения – для САУ2.

Полученные результаты, относящиеся к управлению достаточно простым интегро-дифференцирующим ОУ первого порядка, позволяют, тем не менее, сделать важные наблюдения и выводы, которые вполне могут быть распространены на более сложные варианты САУ:

- появление положительной ОС приводит к скачкообразным изменениям робастных свойств синтезируемой системы, что можно объяснить соответствующим скачкообразным увеличением фазового сдвига сигналов до минус 180 град. в контуре управления, аналогичного таковому для двух последовательно включенных интеграторов;

- поведение САУ с положительной ОС при вариациях внутренних параметров становится более сложным, даже при управлении объектом низкого порядка, и прогнозируется лишь путем детализированного исследования модели синтезируемой системы;

- можно допустить функционирование САУ в «зонах риска» (с положительными ОС), если гарантируется, что вариации нестабильных параметров в самых неблагоприятных сочетаниях не выйдут за границы соответствующих областей робастной устойчивости.

Рассмотрим, как проявляются эти закономерности при управлении состоянием более сложных ОУ.

### **2.1.2. Особенности управления состоянием нестационарных объектов второго порядка**

Будем исследовать возможности управления объектом с передаточной функцией вида:

$$H_o(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_1s + b_0}{s^2 + a_1s + a_0}, \quad (2.3)$$

где  $b_0, b_1, a_0, a_1$  – положительные коэффициенты, которые могут изменяться в процессе работы.

Структура ОУ соответствует канонической форме наблюдаемости (КФН) (рис. 2.1), которая дает [127, 128] наиболее сложный (сегментированный) вид «зоны робастности», показанный на рис.1.4 а.

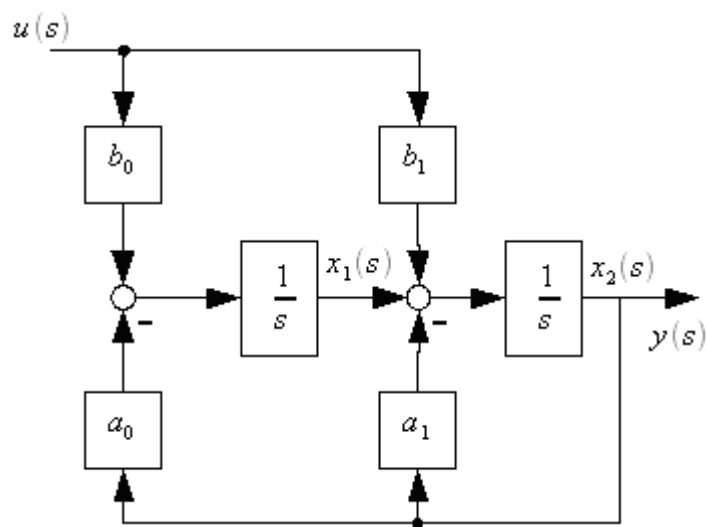


Рис. 2.1. Структурная схема объекта управления в КФН

Для конкретности примем следующие исходные (номинальные) значения параметров объекта, обозначив его как ОУЗ:  $b_0 = 5, b_1 = 1, a_0 = 6, a_1 = 5$ .

При управлении координатами состояния  $x_1$  и  $x_2$  формируется следующий вид ХП в форме Ньютона:  $D(s) = (s + \Omega_0)^2$ , где  $\Omega_0$  – среднегеометрический корень. «Зона робастности» замкнутой САУ, характеризуемая наличием отрицательных ОС с соответствующими коэффициентами  $k_1$  и  $k_2$ , расположена в пределах значений  $\Omega_0 \in (2.55; 2.6) \cup (5.0; 7.45) \text{ с}^{-1}$ . Вход-выходная передаточная функция синтезируемой системы приобретает следующий вид:

$$H(s) = \frac{y(s)}{y_3(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + s(a_1 - b_0 \cdot k_1 - b_1 \cdot k_2) + (a_0 - b_0 \cdot k_2 + b_1 \cdot a_0 \cdot k_1 - a_1 \cdot b_0 \cdot k_1)}.$$

Из ее анализа следует, что положительные значения коэффициентов ХП и, как следствие, устойчивость САУ в случае отрицательных значений  $k_1$  и  $k_2$  обеспечиваются при выполнении условия:

$$a_0 - b_0 k_2 - k_1(a_1 b_0 - a_0 b_1) > 0. \quad (2.4)$$

Оно с хорошим «запасом» выполняется при расчетных параметрах ОУ и допускает достаточно большие отклонения от их номинальных значений.

В тех случаях, когда коэффициенты ОС принимают положительные значения, указанное условие устойчивости дополняется гораздо более «жестким» соотношением:

$$a_1 - b_0 k_1 - b_1 k_2 > 0, \quad (2.5)$$

которое существенно ограничивает возможные вариации параметров ОУ.

Если задавать различные темпы переходных характеристик, изменяя величину СГК  $\Omega_0$  и располагая синтезируемую САУ в «зонах риска» и «зонах робастности», то получаем соответствующие значения коэффициентов ОС (таблица 2.1) и конкретные числовые выражения необходимых и достаточных условий устойчивости (2.4), (2.5) системы, исходя из требования положительности коэффициентов ХП.

Таблица 2.1. Результаты синтеза САУ при вариациях СГК  $\Omega_0$  ХП Ньютона

Коэффициенты ОС	Значение СГК $\Omega_0$ , с <sup>-1</sup> :					
	для САУ с ОУ3					для САУ с ОУ4
	0.20	2.57	3.80	6.22	10.00	3.80
$k_1$	2.84	-0.016	-0.76	-0.75	3.167	-3.88
$k_2$	-9.6	-0.061	1.20	-3.68	-30.83	8.40

Анализ полученных соотношений позволяет установить, что при модальном управлении нестационарными ОУ второго порядка наблюдаются те же закономерности, которые были выявлены при исследовании САУ первого порядка. Появление положительных ОС здесь также приводит к скачкообразному ухудшению робастных свойств синтезируемой САУ и усложнению условий устойчивости. При этом детализированный анализ этих условий становится более затруднительным. Допустимые по условиям устойчивости вариации параметров ОУ в «зонах риска» снижаются и становятся существенно зависимыми от задаваемого величиной СГК  $\Omega_0$  темпа переходных характеристик САУ. Особенно высокая чувствительность системы к вариациям параметров ОУ наблюдается при малых значениях  $\Omega_0$ .

Полученные соотношения позволяют установить, что при определенных условиях вполне может обеспечиваться стабильная работа САУ в «зонах риска». Например, при  $\Omega_0 = 0.2 \text{ с}^{-1}$  и  $\Omega_0 = 10 \text{ с}^{-1}$  увеличение коэффициентов  $b_1$  и  $a_0$  не вызывает нарушений работоспособности, так же как увеличение  $a_1$  и уменьшение  $b_1$  при  $\Omega_0 = 3.8 \text{ с}^{-1}$ . В то же время проявляются и те параметры, вариации которых крайне неблагоприятно сказываются на работе САУ, например  $b_0$ .

Как было показано в [127, 128], в тех случаях, когда ноль объекта располагается между двумя полюсами, управление его координатами состояния может обеспечиваться только при наличии положительных ОС. Такие САУ вынуждены работать, постоянно находясь в соответствующих «зонах риска».

Так, если изменить один из параметров (2.3), приняв  $b_1 = 2$ , и обозначить такой объект как ОУ4, то получаем значения коэффициентов ОС САУ, приведенные в таблице 2.1. Возникающие при этом условия устойчивости принципиально не отличаются от таковых для САУ с ОУ3 в «зонах риска», что определяет возможность успешного управления при их гарантированном соблюдении.



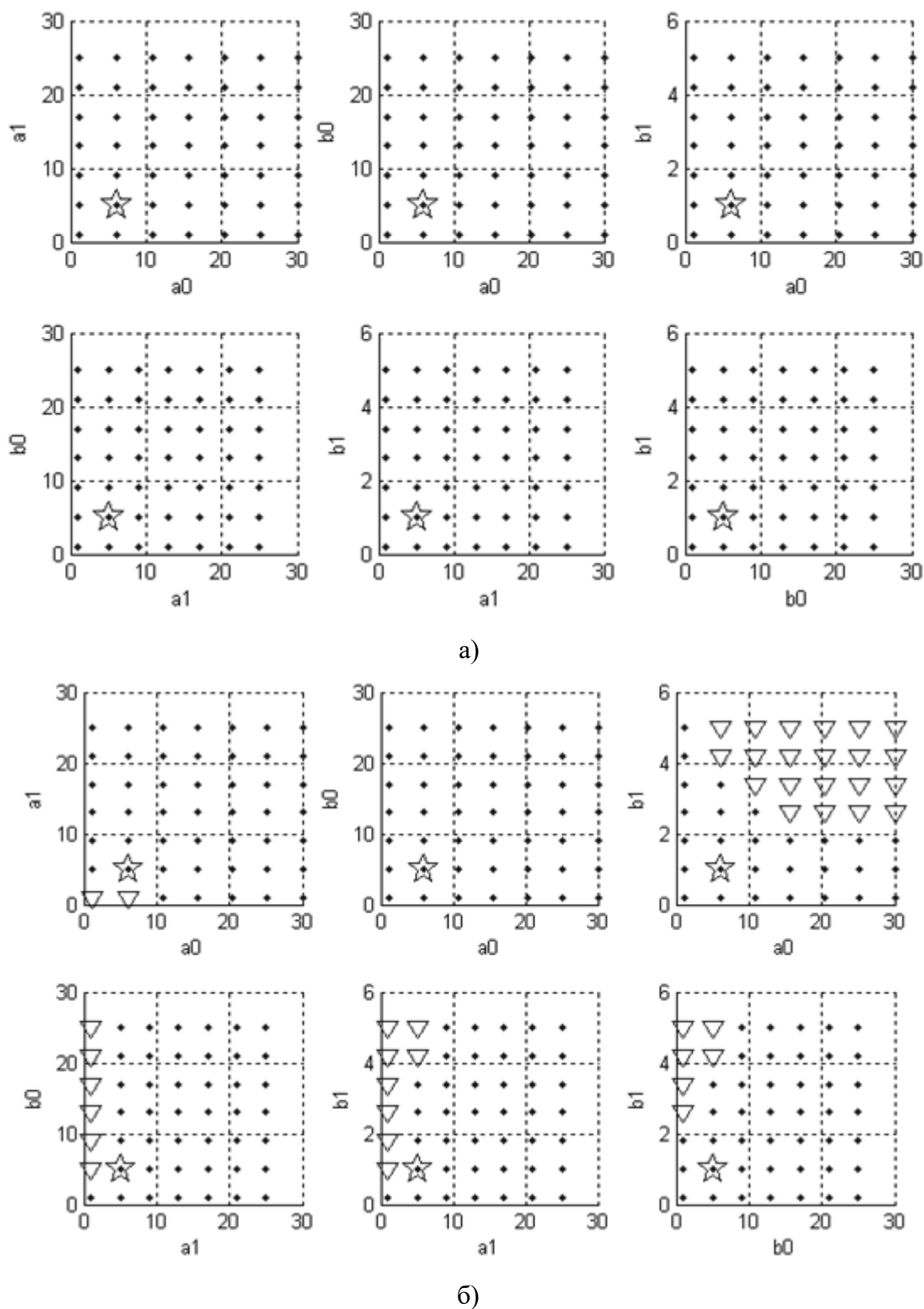


Рис. 2.2. Сечения многомерных областей состояний САУ с ОУЗ при  $\Omega_0 = 2,57 \text{ с}^{-1}$  (а) и  $\Omega_0 = 3,8 \text{ с}^{-1}$  (б)

В более наглядной графической форме области соблюдения или нарушения условий робастной устойчивости САУ при определенных вариациях параметров ОУ могут быть представлены в виде полного набора

сечений соответствующих многомерных областей их состояний различными плоскостями, формируемыми попарными изменениями этих параметров относительно исходных значений. Полные наборы таких сечений, построенных для САУ с ОУЗ при  $\Omega_0 = 2.57 \text{ с}^{-1}$  и  $\Omega_0 = 3.8 \text{ с}^{-1}$ , приведены на рис. 2.2 а, б. При этом точками обозначены области устойчивости САУ, треугольниками – области неустойчивости, а звездочками отмечены исходные (номинальные) значения варьируемых параметров.

Сравнительный анализ семейств таких сечений, построенных для САУ с отрицательными и положительными ОС, показывает, что даже небольшие вариации СГК  $\Omega_0$  могут приводить к существенным изменениям ее свойств, связанным с переходом системы из «зоны робастности» в «зону риска». В то же время более детальное исследование сечений областей состояний САУ с положительными ОС позволяет выявить возможности устойчивой работы в достаточно широких пределах изменения параметров ОУ. Например, могут быть допущены любые сочетания двукратных вариаций параметров  $a_1$ ,  $a_0$  и  $b_0$ , если гарантируется исключение более чем двукратного увеличения параметра  $b_1$  (в отклонениях от исходных значений, принятых при синтезе РС).

Для большей уверенности полученные теоретические результаты могут быть проверены и подтверждены численным моделированием соответствующих вариантов САУ.

Попытаемся развить предложенные подходы при исследовании особенностей робастного управления распространенными типовыми ОУ более сложной структуры и высокого порядка.

### **2.1.3. Модальное управление состоянием двухмассового электромеханического объекта**

Исследуем особенности управления состоянием типичного двухмассового электромеханического объекта (ЭМО) с вязкоупругой кинематической передачей [30]. Его функциональная и структурная схемы

приведены соответственно на рис. 1.1 а,б.

Исходные параметры ЭМО представлены в таблице 1.1. В данном случае наименее стабильными считаются параметры механической части:  $C_{12}$  и  $J_2$ .

Соответствующие матрицы **A**, **B** и **C** (рис. 1.3 а) описания данного объекта в координатах состояния:  $x_1 = I$ ,  $x_2 = \Omega_1$ ,  $x_3 = M_y$ ,  $x_4 = \Omega_2 = y$ , при номинальных значениях параметров принимают вид:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -0.016 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0.5 & 1.5 & -0.79 & -0.18 \\ 0 & 0 & 1.18 & -5.29 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2.23 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

Передаточная функция ОУ от входа к выходу определяется выражением

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \frac{1.32s + 7.92}{s^4 + 8.088s^3 + 19.62s^2 + 30.89s + 31.82}$$

Рассматриваемый объект имеет один ноль и четыре полюса. Условия робастности (формирование отрицательных обратных связей) системы управления данным объектом с безынерционным РС выполняются в области следующих значений СГК при использовании характеристического полинома Ньютона  $\Omega_0 \in (3.87; 4.53) \cup (6.34; 12.58) \text{ с}^{-1}$ .

Достаточно высокий порядок САУ не позволяет получить аналитические соотношения для исследования областей ее робастной устойчивости, что определяет необходимость проведения численных расчетов.

Для получения наиболее наглядного представления о состояниях синтезированной системы при различных вариациях нестабильных параметров была разработана специальная методика вычислительных

экспериментов, состоящая в следующем [124].

В среде моделирования Simulink программного комплекса (ПК) Matlab формируется структурная модель исследуемой системы. Далее назначаются варьируемые параметры, устанавливаются их исходные значения, шаг перебора и диапазон изменения каждого из них. Для передачи значений параметров звеньев в среду Simulink используется рабочая область (Workspace) ПК Matlab, а для наполнения рабочей области используется соответствующая функция `assignin(ws, var, val)`. Исследуемая в Simulink модель САУ «извлекает» значения переменных параметров из рабочей области и «подставляет» их в соответствующие блоки (звенья) структурной схемы.

Изменение варьируемых параметров осуществляется встроенной функцией `funk()` (Приложение 5) управляющей программы, реализующей алгоритм полного перебора в соответствии с установленной сеткой значений.

Использование встроенной в Matlab функции `[num, den] = linmod('sys')` позволяет определить полиномы числителя (`num`) и знаменателя (`den`) передаточной функции исследуемой модели ('`sys`') от заданного входа к заданному выходу.

После этого вызывается функция оценки устойчивости алгебраическим методом Гурвица `ustoiçivost_gurvitz()`, формируются области состояний САУ, которые наглядно отражаются в виде, представленном на рис. 2.2, в среде графического пользовательского интерфейса.

Блок-схема рассматриваемого алгоритма и листинг программы построения областей устойчивости для САУ с РС представлены на рис. 2.3 и в приложении 5 соответственно.

Указанная методика численных расчетов реализована соответствующей авторской программой «Skyeyes», полностью интегрированной в среду ПК Matlab и внесенной в государственный Реестр программ для ЭВМ [17].

Используя возможности новой методики и ориентируясь на выявленные выше области отрицательных и положительных ОС, исследуем

особенности управления различными вариантами САУ (таблица 2.2), полученными путем вариаций исходных значений СГК  $\Omega_0$  ХП Ньютона.

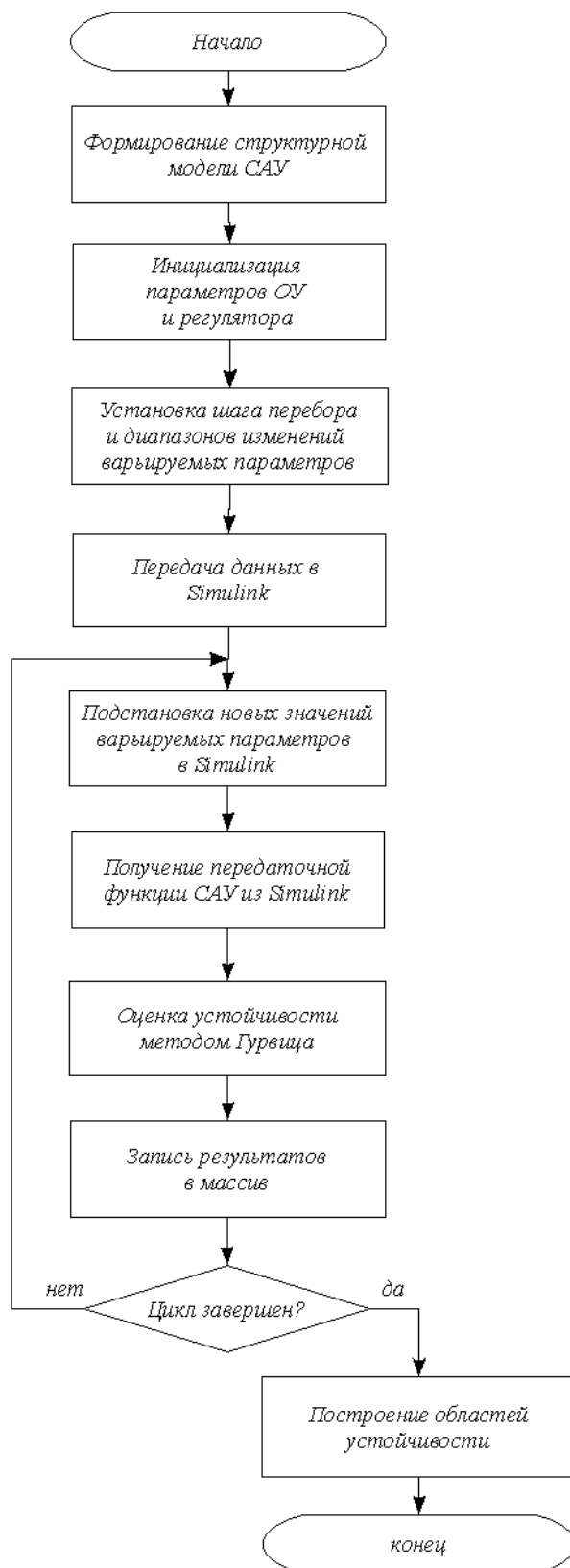


Рис. 2.3 Блок-схема алгоритма построения областей устойчивости для САУ с РС

Таблица 2.2. Варианты САУ, синтезированные для различных значений СГК  $\Omega_0$  ХП Ньютона

Коэффициенты ОС	Значение СГК $\Omega_0, c^{-1}$				
	3,0	4,0	5,79	10,0	14,0
$k_1$	-1.75	-3.54	-6.74	-14.28	-21,44
$k_2$	-4.15	-6.09	-14.85	-50.98	-275,30
$k_3$	7.16	-0.89	-20.91	-141.58	327,41
$k_4$	-26.42	-2.40	0.85	-511.37	-5967,75

Новые возможности исследований с использованием полного перебора значений параметров САУ при высокой наглядности отображения областей робастной устойчивости позволяют относительно легко выявить их наиболее опасные вариации и неблагоприятные сочетания.

Так для рассматриваемого ЭМО наименьшие запасы устойчивости обеспечиваются при одновременном увеличении параметров механической части  $C_{12}$  и  $J_2$ . Наблюдается характерное скачкообразное ухудшение робастных свойств при появлении положительных ОС, которые могут быть вызваны даже небольшими изменениями величины СГК  $\Omega_0$  и, соответственно, незначительными вариациями динамических характеристик, задаваемых в качестве желаемых при синтезе САУ. Это наглядно иллюстрируют соответствующие области робастной устойчивости САУ, приведенные на рис. 2.4. (а, в, д) и рис. 2.5 (а, в). Их дополнение результатами выборочного моделирования (рис. 2.4. (б, г, е) и рис. 2.5 (б, г)), полученными в виде переходных характеристик, свидетельствует о том, что более узкие зоны робастной устойчивости соответствуют более высокой чувствительности САУ к вариациям параметров в пределах этой зоны.

В то же время полученные результаты показывают, что, несмотря на существенное снижение робастных свойств, при наличии положительных ОС работоспособность САУ в этих условиях может быть сохранена при достаточно больших изменениях внутренних параметров, определяемых их самыми неблагоприятными сочетаниями. Возможности сохранения заданного

качества переходных характеристик в реальных условиях эксплуатации должны оцениваться дополнительно. Как иллюстрируют графики, приведенные на рис. 2.4 (е), самое неблагоприятное изменение характеристик ЭМО, полученное при одновременном 6-кратном повышении параметра  $C_{12}$  и троекратном увеличении  $J_2$  может оказаться вполне приемлемым для конкретной САУ.

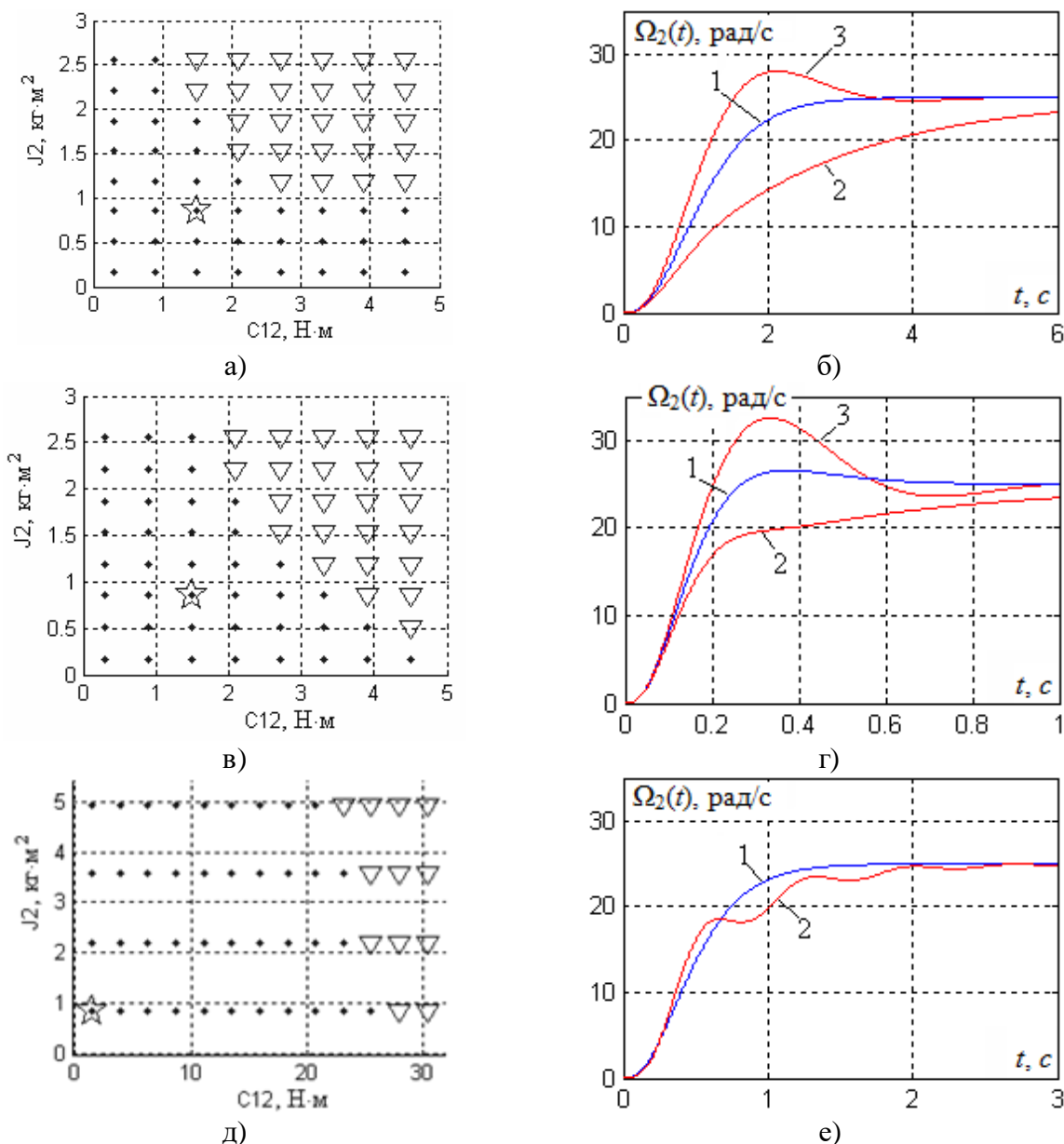


Рис. 2.4. Области робастной устойчивости и графики переходных характеристик САУ (в «зоне риска») при  $\Omega_0 = 3 \text{ c}^{-1}$  (а, б),  $\Omega_0 = 14 \text{ c}^{-1}$  (в, г), и  $C_{12} = 1,5 \text{ Н·м}$  (график 1 б,г,е),  $C_{12} = 0,75 \text{ Н·м}$  (график 2 б,г),  $C_{12} = 2,25 \text{ Н·м}$  (график 3 б,г);  $\Omega_0 = 5,79 \text{ c}^{-1}$  (д, е) и  $C_{12} = 9 \text{ Н·м}$ ,  $J_2 = 2,55 \text{ кг·м}^2$  (график 2 е)

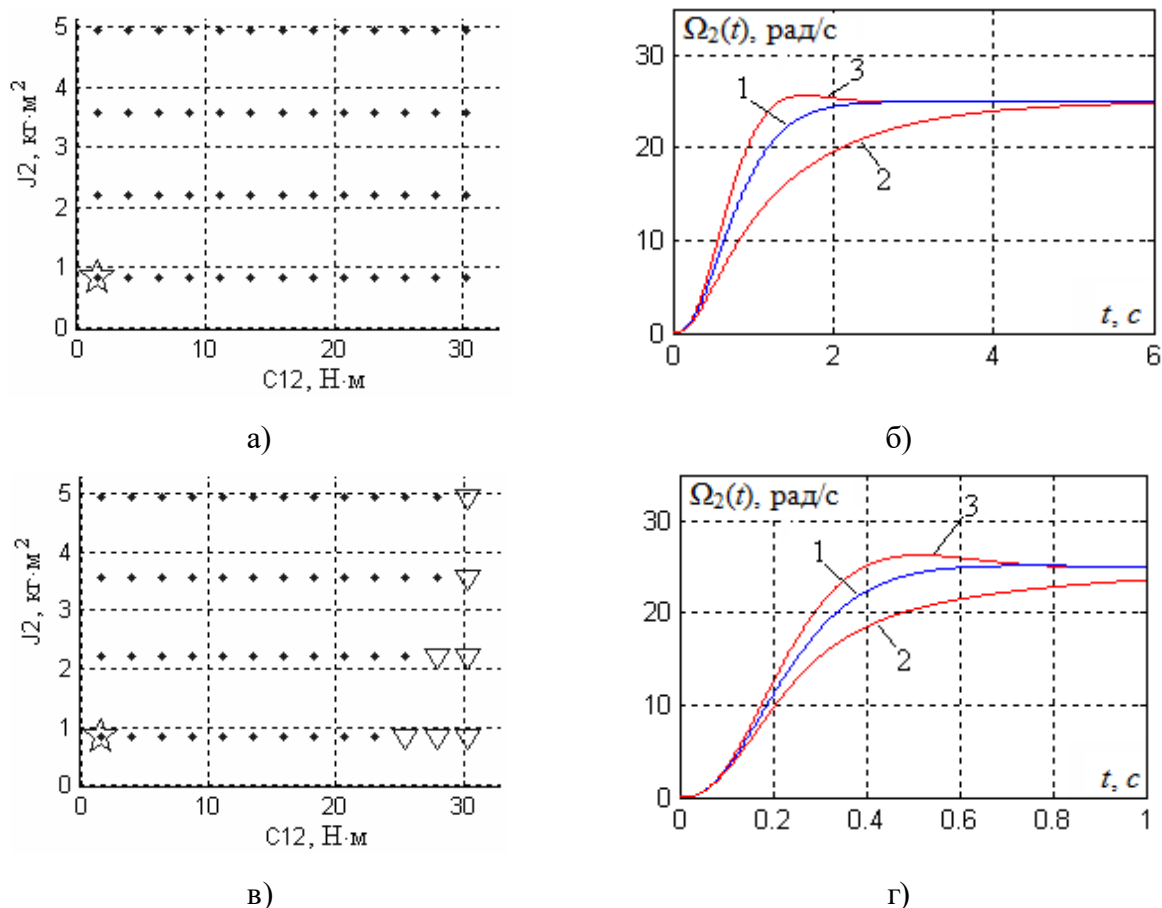


Рис. 2.5. Области робастной устойчивости и графики переходных характеристик САУ («зоне робастности») при  $\Omega_0 = 4 \text{ c}^{-1}$  (а, б),  $\Omega_0 = 10 \text{ c}^{-1}$  (в, г) и  $C_{12} = 1,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$  (график 1 б,г),  $C_{12} = 0,75 \text{ Н}\cdot\text{м}$  (график 2 б,г),  $C_{12} = 2,25 \text{ Н}\cdot\text{м}$  (график 3 б,г)

Сопоставление значений коэффициентов ОС из таблиц 2.1 и 2.2 с достигаемыми динамическими характеристиками соответствующих вариантов САУ порождает идею прогнозирования их робастных свойств на основе сопоставления модулей положительных и отрицательных коэффициентов. Однако достаточно явное повышение параметрической чувствительности САУ при относительном увеличении модуля положительной ОС, свойственное конкретной системе, не может рассматриваться как общая закономерность, что подтверждается результатами исследований робастных свойств других видов САУ.

#### 2.1.4. Модальное управление состоянием системы транспортирования материала

Проведем исследование более сложного объекта, представляющего



собой систему транспортирования материала, функциональная и структурная схемы которой представлены на рис. 1.2, а, б.

Начальные параметры рассматриваемого объекта приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3. Начальные параметры системы транспортирования материала

$T_{П}, с$	$K_{П}$	$l_1,$	$l_2,$	$V_1,$	$V_2,$	$J_P,$ кг·м <sup>2</sup>	$R, м$	$E, Н$	$m,$ кг	$K_{Г}$	$K_{У},$ Н/м
		м		м/с							
0,05	16.5	1.5	0.5	1.0	1.0	1	0.05	10000	125	1	8000

Матрицы **A**, **B** и **C** описания данного объекта в координатах  $x_1 = \Omega_{П2}$ ,  $x_2 = V_2$ ,  $x_3 = V_P$ ,  $x_4 = h$ ,  $x_5 = \varepsilon_1$ ,  $x_6 = \varepsilon_2$  принимают вид:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -25 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & -64 & 80 & 80 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.(6) & -0.(6) & 0 & -0.(6) & 0 \\ 0.1 & -2 & -2 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 330 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]$$

Передаточная функция ОУ от входа к выходу определяется выражением:

$$H(s) = \frac{h(s)}{u_2(s)} = \frac{2640s^2 + 1760s + 88000}{s^6 + 22.7s^5 + 399s^4 + 7431s^3 + 25500s^2 + 302507s + 42667}.$$

Данный объект имеет два нуля и шесть полюсов. «Зона робастности» системы управления данным объектом при выборе в качестве желаемого ХП Ньютона лежит в пределах:

$$\Omega_0 \in (11.79; 11.85) \cup (19.14; 22.48) \cup (560.03; 560.84) c^{-1}.$$

Отличительной особенностью данного объекта (рис. 1.2) является наличие широких областей значений СГК, при которых происходит формирование положительных обратных связей по координатам состояния. Таким образом, реализация робастной системы модального управления становится весьма затруднительной.

Исследуем особенности управления этим объектом по той же методике, которая была использована в предыдущем разделе.

В таблице 2.4 сведены значения коэффициентов обратных связей  $k_1 - k_6$ , полученных при различных значениях СГК ХП, взятых для распределения Ньютона в «зонах робастности» и «зонах риска».

Таблица 2.4. Варианты САУ, синтезированные для различных значений СГК  $\Omega_0$  ХП Ньютона

Коэффициенты ОС	Значение СГК $\Omega_0, c^{-1}$ :				
	10	11,82	15	20	30
$k_1$	-0.11	-0.15	-0.20	-0.29	-0,48
$k_2$	2.32	-0.08	-15.74	-108.62	-1028,84
$k_3$	-0.35	-2.96	-8.32	-9.77	143,57
$k_4$	5.72	-10.19	-99.57	-599.27	-5889,85
$k_5$	-11.19	-0.26	31.12	-42.40	-4561,72
$k_6$	-30.36	-47.53	-84.75	-161.87	-384,30

Путем выполнения регулярного сканирования параметров данного ОУ и анализа полученных областей состояний САУ было установлено, что наиболее неблагоприятным для системы является одновременное увеличение геометрического коэффициента  $K_T$  и модуля упругости материала  $E$ .

Соответствующие диаграммы состояний САУ, полученные для различных значений СГК  $\Omega_0$  ХП Ньютона и приведенные на рис. 2.6 (а-д), иллюстрируют скачкообразное ухудшение условий устойчивости при появлении положительных ОС. Важно отметить, что в отличие от предыдущих систем это ухудшение наблюдается здесь (рис. 2.6 д) при относительно небольших коэффициентах положительных ОС (см. табл. 2.4

при  $\Omega_0 = 30 \text{ c}^{-1}$ ).

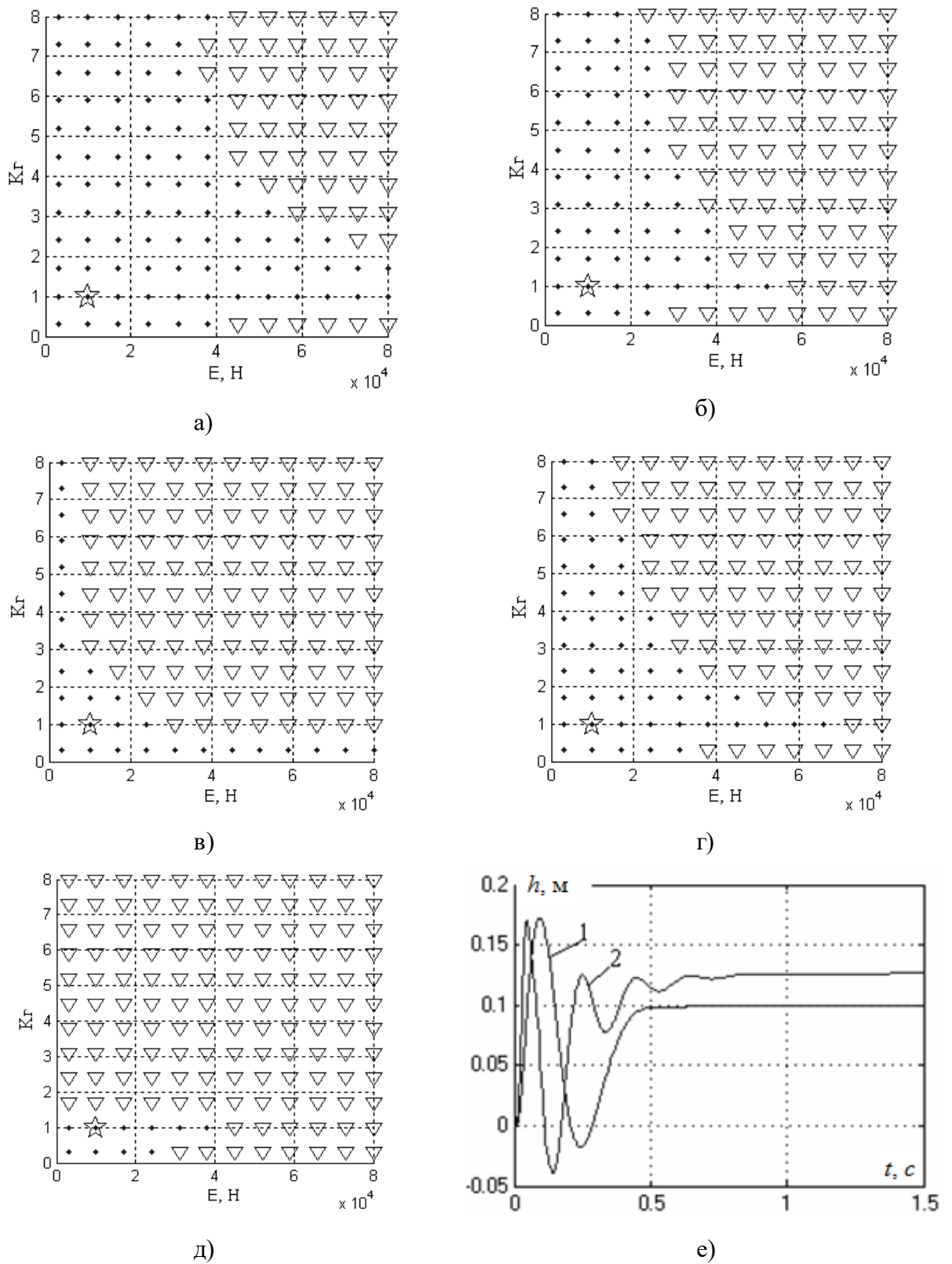


Рис. 2.6. Сечения областей состояний САУ и графики переходных характеристик (график 1 – с начальными параметрами ОУ, график 2 – с параметрами  $E = 30000 \text{ Н}$ ,  $K_{\Gamma} = 1.2$ ) САУ при  $\Omega_0 = 11.82 \text{ c}^{-1}$  (а),  $\Omega_0 = 20 \text{ c}^{-1}$  (б),  $\Omega_0 = 10 \text{ c}^{-1}$  (в),  $\Omega_0 = 15 \text{ c}^{-1}$  (г) и  $\Omega_0 = 30 \text{ c}^{-1}$  (д, е)

Тем не менее, принимая во внимание, что в реальных условиях эксплуатации (при имеющихся конструктивных особенностях ОУ) вариации геометрического коэффициента  $K_{\Gamma}$  не могут превышать  $\pm 20\%$  от номинального значения, можно обеспечить работоспособность САУ даже при трехкратном увеличении модуля упругости материала  $E_0$ , о чем наглядно свидетельствуют графики переходных характеристик на рис. 2.6 (е).

Полученные результаты подтверждают закономерности, выявленные выше при исследовании двухмассового ЭМО.

## **2.2. Исследование особенностей работы САУ с регуляторами «входа-выхода» в «зонах робастности» и «зонах риска»**

### **2.2.1. Модальное «вход-выходное» управление объектом второго порядка**

Исследуем возможности модального управления объектом второго порядка с передаточной функцией

$$H_o(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{s + 5}{s^2 + 5s + 6} \quad (2.6)$$

по его выходной координате.

Согласно [120, 128] область робастного «вход-выходного» управления заданным объектом можно построить (рис. 1.8 б), исходя из анализа переходных характеристик  $h_A(t)$ ,  $h_B(t)$  приведенных динамических звеньев с соответствующими ПФ:

$$H_A(s) = \frac{a_0}{A(s)} = \frac{6}{s^2 + 5s + 6}, \quad H_B(s) = \frac{5}{s + 5}.$$

Оценим возможность работы систем с динамическими регуляторами «входа-выхода» в «зоне риска».

Для наглядного графического представления областей робастной устойчивости синтезируемых САУ будем, как предложено в [124, 125],

использовать сечения многомерных областей их состояний различными плоскостями, формируемыми попарными вариациями параметров ОУ относительно их исходных (номинальных) значений. Введем обозначения «ПР  $k/l$ », где  $k = \deg R(s)$  и  $l = \deg C(s)$ , для представления структуры синтезируемого регулятора. Синтез ПР заданной структуры будем проводить в соответствии с соотношением (1.12).

Для построения областей устойчивости САУ с ПР предложенный ранее алгоритм был доработан с целью исключения этапа обращения к среде Simulink комплекса Matlab для получения передаточной функции замкнутой САУ (Приложение 6). Это обусловлено проблемой моделирования «неправильных» передаточных функций (у которых степень числителя больше степени знаменателя) в непрерывной  $s$  форме, что накладывает определенные ограничения на исследование систем с минимальными ПР дифференцирующего типа. Представление регулятора в цифровой  $z$  форме и использование смешанной  $s$ - $z$  модели может давать некорректные результаты определения ПФ замкнутой системы.

Для замены этапа моделирования была разработана функция sysPR (Приложение 7), реализующая вычисление передаточной функции замкнутой САУ с ПР любого типа.

На первом этапе записывается исходная передаточная функция ОУ  $H_O(s) = B(s)/A(s)$ , выбирается вид желаемого ХП, величина СГК  $\Omega_0$  и проводится синтез регулятора  $H_R(s) = R(s)/C(s)$ . Далее назначаются варьируемые параметры объекта (в общем виде  $b_0, b_1, \dots, b_m$  и  $a_0, a_1, \dots, a_n$ ), устанавливаются шаг перебора и диапазон изменения каждого из них.

В процессе выполнения циклов полного перебора на каждом шаге формируется новая ПФ ОУ  $H'_O(s) = B'(s)/A'(s)$  и вызывается функция sysPR с входными аргументами  $B'(s)$ ,  $A'(s)$ ,  $R(s)$  и  $C(s)$ , которая вычисляет характеристический полином САУ, путем решения уравнения:

$$H'_D(s) = A'(s)C(s) + B'(s)R(s).$$

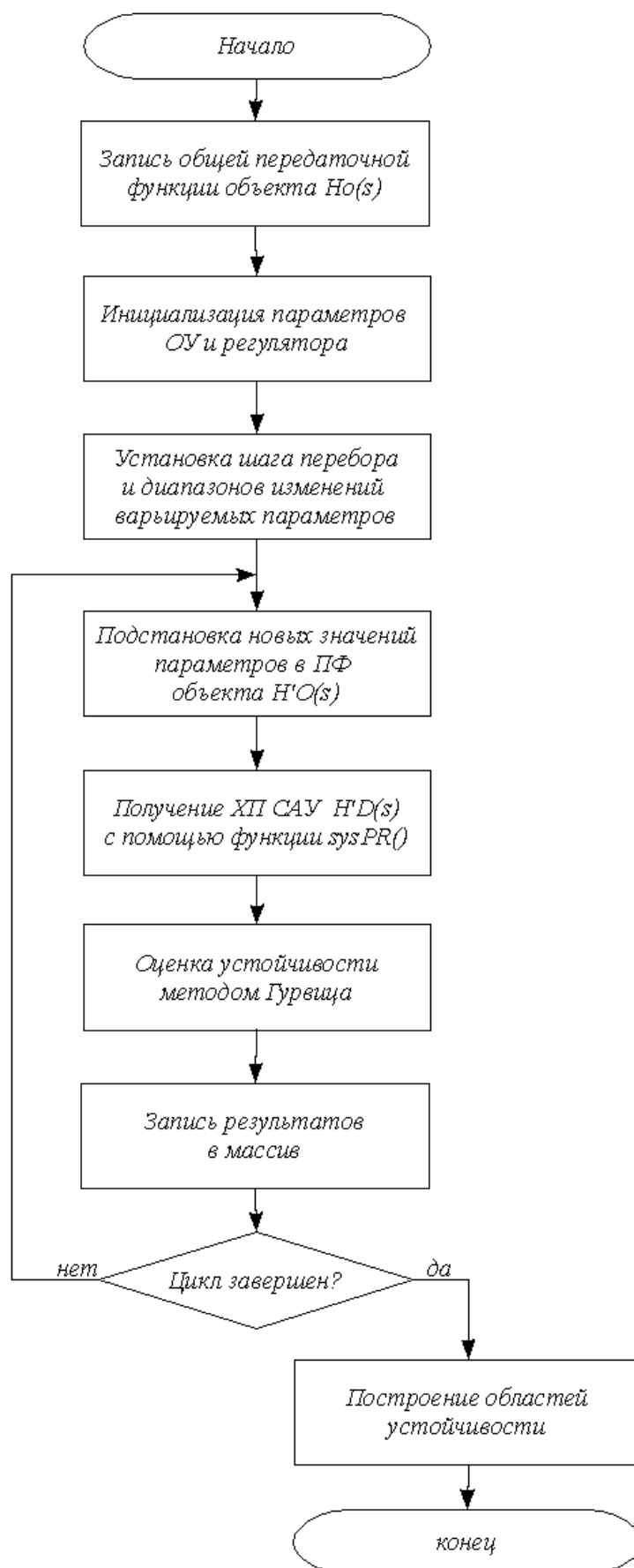


Рис. 2.7 Блок-схема алгоритма построения областей устойчивости САУ с ПР

После этого вызывается функция оценки устойчивости алгебраическим методом Гурвица `ustoiçivost_gurvitz()`, формируются области состояний САУ в среде графического пользовательского интерфейса. Блок-схема модифицированного алгоритма и листинг программы построения областей устойчивости для САУ с ПР представлены на рис. 2.7 и в приложении 6 соответственно.

Следует отметить, что в случае анализа объекта сложной структуры, для получения его передаточной функции из среды Simulink целесообразно воспользоваться также функцией `[num, den] = linmod('sys')` на каждой итерации.

Сравнительный анализ таких сечений (рис. 2.8 а, б), построенных для САУ объектом (2.6) на базе полиномиального регулятора «входа-выхода» с фильтром первого порядка (ПР 1/1) при  $\Omega_0 = 9.1 \text{ c}^{-1}$  и  $\Omega_0 = 14.6 \text{ c}^{-1}$  (табл. 2.5), показывает, что, аналогично САУ на базе безынерционных РС [124] с положительными обратными связями, даже небольшие вариации СГК  $\Omega_0$  могут приводить к скачкообразным изменениям свойств, обусловленным переходом системы из «зоны робастности» в «зону риска» и появлением отрицательных коэффициентов полиномов регулятора.

В то же время более детальное исследование сечений областей состояний САУ с отрицательными коэффициентами ПР позволяет выявить потенциальные возможности их устойчивой работы в достаточно широких пределах изменений отдельных параметров ОУ. Например, при  $\Omega_0 = 14.6 \text{ c}^{-1}$  система не допускает значительных вариаций параметров  $b_0$  и  $b_1$ , однако сохраняет способность парировать достаточно большие изменения параметров  $a_0$  и  $a_1$  (рис. 2.8 б).

Таблица 2.5. Результаты синтеза САУ при вариациях времени переходного процесса

СГК $\Omega_0, \text{ c}^{-1}$	Время переходного процесса $t_n, \text{ c}$	$r_1$	$r_0$	$c_1$	$c_0$
9.1	0.64	6.01	129.47	1.00	16.18
14.6	0,4	-112.41	437.38	1.00	151.13

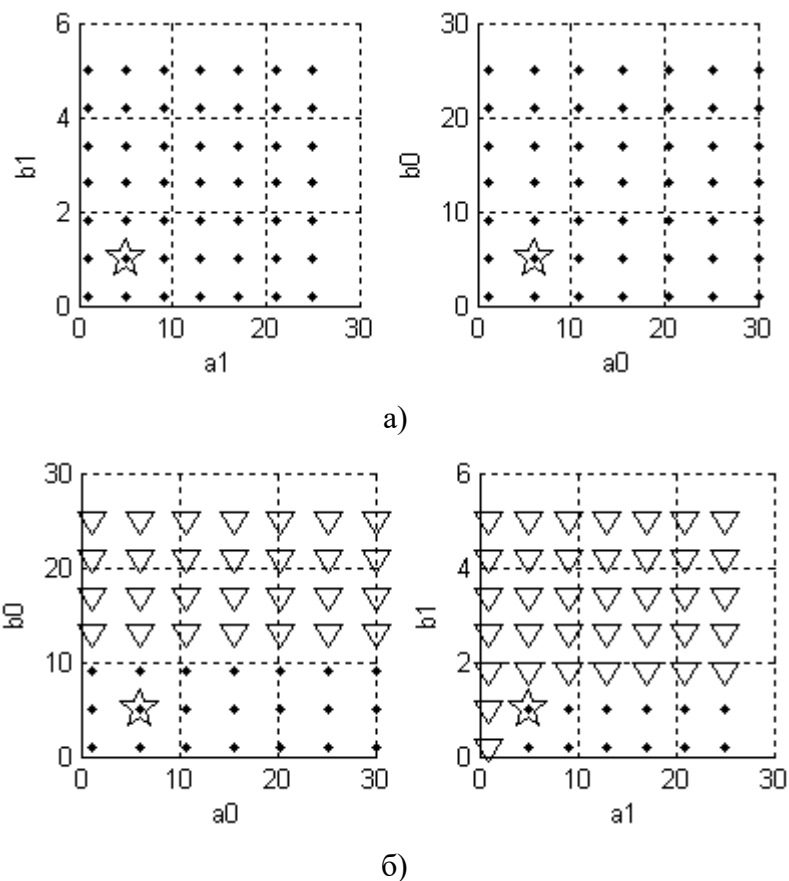


Рис. 2.8. Сечения многомерных областей состояния САУ с ПР 1/1 при  $\Omega_0 = 9.1c^{-1}$  (а) и  $\Omega_0 = 14.6c^{-1}$  (б)

Для большей уверенности в каждом конкретном случае полученные теоретические результаты могут быть проверены и подтверждены численным моделированием соответствующих вариантов САУ.

Рассмотрим, как проявляются выявленные закономерности при управлении распространёнными ОУ более сложной структуры и высокого порядка.

### 2.2.2. Модальное «вход-выходное» управление электромеханическим объектом

Исследуем особенности «вход-выходного» (полиномиального) управления двухмассовым электромеханическим объектом с вязкоупругой кинематической передачей [30]. Его функциональная и структурная схемы приведены соответственно на рис. 1.1 а, б,



Передаточная функция рассматриваемого ЭМО от входа к выходу определяется выражением

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \frac{1.32s + 7.92}{s^4 + 8.088s^3 + 19.62s^2 + 30.89s + 31.82}.$$

При этом

$$H_A(s) = \frac{31.82}{s^4 + 8.088s^3 + 19.62s^2 + 30.89s + 31.82}, \quad t_A = 6.65 \text{ с},$$

$$H_B(s) = \frac{7.92}{1.32s + 7.92}, \quad t_B = 0.5 \text{ с} < t_A,$$

т.е. имеем довольно широкую «область робастности» для расположения желаемой переходной характеристики.

Объект имеет один ноль  $s_1 = -6$  и четыре полюса:  $s_1 = -5.25$ ,  $s_2 = -1.99$ ,  $s_{3,4} = -0.42 \pm 1.69i$ . Условия устойчивости системы управления данным объектом с динамическим ПР при задании биномиального ХП Ньютона для случая минимального ПР будут выполняться в диапазоне значений  $\Omega_0 \in (2.9; 9.1) \text{ с}^{-1}$ .

Таблица 2.6. Результаты синтеза САУ при вариациях среднегеометрического корня  $\Omega_0$

Структура регулятора	СГК $\Omega_0, \text{ с}^{-1}$	$r_3$	$r_2$	$r_1$	$r_0$	$c_0$
ПР 3/0	2.25	-0.7076	-0.7828	-1.0327	-4.5311	1.9337
ПР 3/0	3.00	0.1568	3.2914	9.3667	7.0376	0.7931

В табл. 2.6 приведены результаты синтеза минимального регулятора типа ПР 3/0 при  $\Omega_0 = 2,25 \text{ с}^{-1}$  и  $\Omega_0 = 3 \text{ с}^{-1}$ , что соответствует расположению динамической характеристики САУ за пределами «зон робастности» и в ее пределах соответственно. Наличие отрицательных коэффициентов в

числителе ПР свидетельствует о появлении неминимально-фазовых звеньев в контуре управления, что снижает параметрическую грубость замкнутой системы [125].

Приведенные на рис. 2.9, а,б области сечений пространства параметров САУ с ПР 3/0 для  $\Omega_0 = 2.25 \text{ с}^{-1}$  (рис. 2.9, а) и  $\Omega_0 = 3 \text{ с}^{-1}$  (рис. 2.9, б) (табл. 2.6) свидетельствуют о скачкообразном ухудшении робастных свойств САУ при появлении отрицательных коэффициентов полиномов регулятора, но, тем не менее, указывают на наличие потенциальных возможностей работы системы в «зоне риска» при вариации параметров  $C_{12}$  и  $J_2$ . В частности, изменение момента инерции второй массы в достаточно большом диапазоне не приводит к потере устойчивости системы.

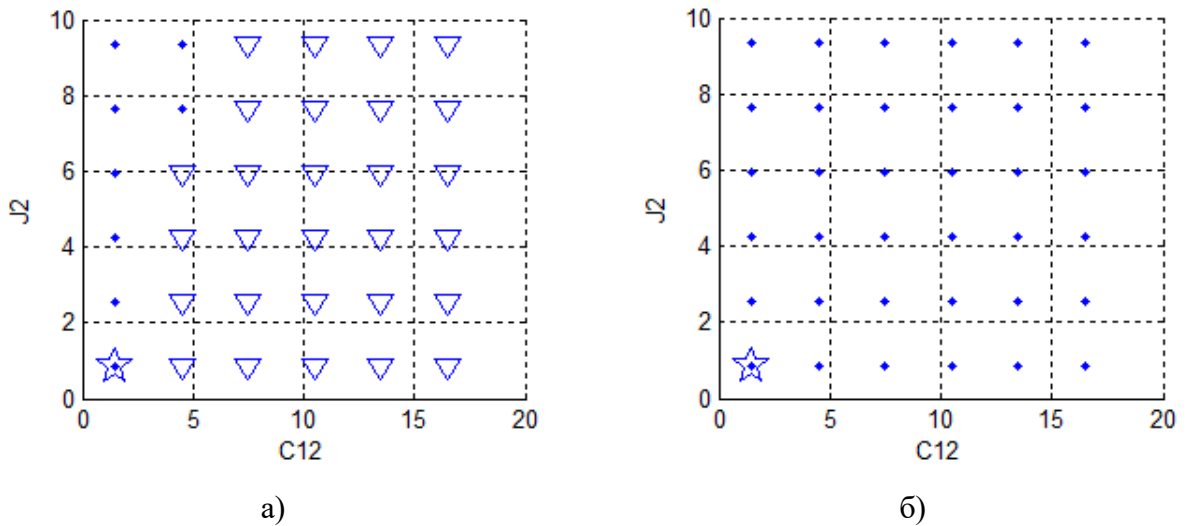


Рис. 2.9. Области сечений пространства параметров САУ с ПР 3/0 для  $\Omega_0 = 2.25 \text{ с}^{-1}$  (а) и  $\Omega_0 = 3 \text{ с}^{-1}$  (б)

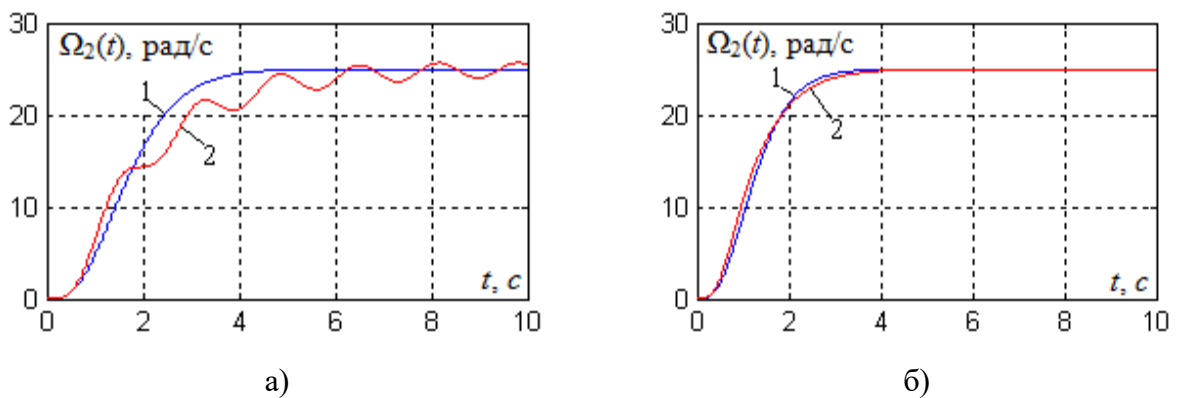


Рис. 2.10. Графики переходных характеристик САУ с ПР3/0 для  $\Omega_0 = 2.25 \text{ с}^{-1}$  (а) и  $\Omega_0 = 3 \text{ с}^{-1}$  (б)

На рис. 2.10, а,б представлены соответствующие переходные характеристики САУ для исходных параметров объекта (графики 1) и при увеличении параметра  $C_{12}$  и  $J_2$  на 100% (графики 2), которые в значительной степени соответствуют аналогичным характеристикам САУ на базе РС на рис. 2.4, е.

### **2.3. Исследование особенностей работы САУ с наблюдателем состояния при вариациях параметров объекта и наблюдателя**

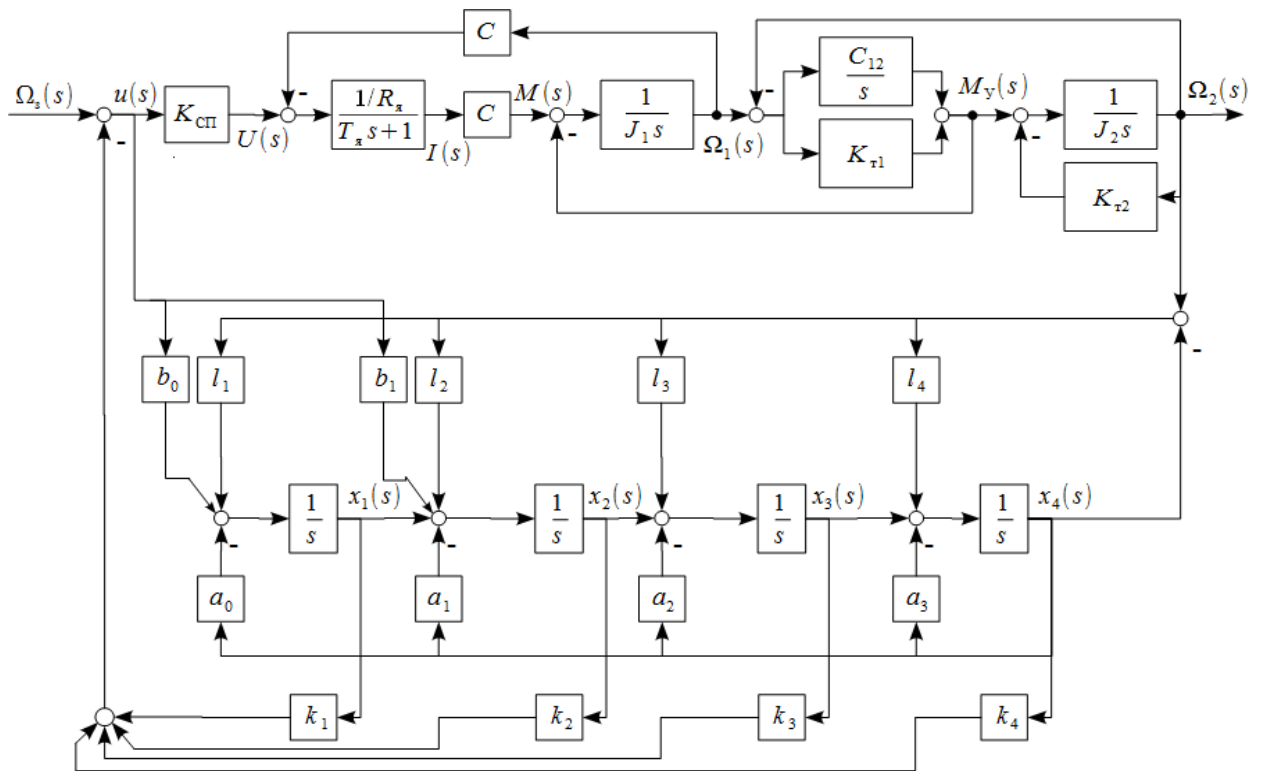
Как было установлено в [12], НС совмещает в себе свойства как безынерционного РС, так и динамического ПР входа-выхода. При этом, он обладает более сложной структурой, что создает дополнительные факторы риска, связанные с робастностью не только относительно объекта управления, а также относительно самого наблюдателя.

#### **2.3.1. Влияние параметрических возмущений объекта управления на робастные свойства САУ**

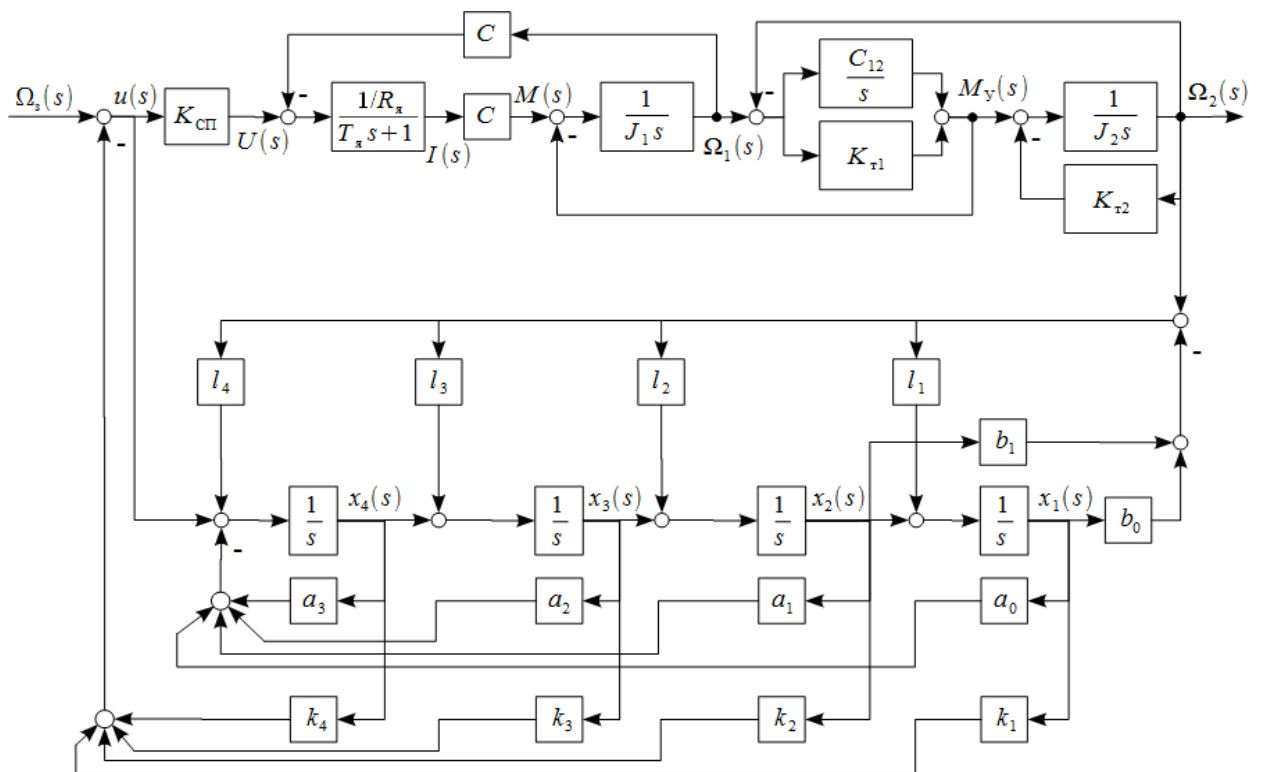
В качестве примера будем рассматривать САУ на базе РНС, структурная схема которой приведена на рис. 1.3 б, для управления одноканальным электромеханическим объектом (рис. 1.1), исходные параметры которого представлены в таблице 1.1.

Поскольку наблюдатель состояния для одного и того же объекта может иметь различную структуру в зависимости от принятого координатного базиса, выберем наиболее часто применяющиеся канонические формы наблюдаемости (КФН) и управляемости (КФУ). Структурные схемы соответствующих САУ представлены на рис. 2.11, а,б [78, 127].

Поскольку при исследовании влияния параметров ОУ на свойства системы наблюдатель является лишь управляющим устройством в цепи обратной связи, аналогичным ПР, его структура не будет оказывать влияния на области устойчивости. Для определенности примем НС в КФН.



а)



б)

Рис. 2.11. Структурные схемы САУ с РНС в форме КФН (а) и КФУ (б)

Области робастности САУ с НС относительно параметров объекта

управления при различных значениях темпа подстройки наблюдателя сведены в таблице 2.7. Анализ этих областей показывает их сужение при увеличении темпа подстройки наблюдателя.

Таблица 2.7. Результаты синтеза САУ при вариациях среднегеометрического корня  $\Omega_0$

Области робастности систем с РНС при различных $\Omega_n$ , рад/с		
$\Omega_n = 35$	$\Omega_n = 75$	$\Omega_n = 105$
$\Omega_0 \in (2,3; 12,15)$	$\Omega_0 \in (2,3; 10,0)$	$\Omega_0 \in (2,3; 9,85)$

В результате расположения желаемой динамической характеристики САУ за пределами области робастности РНС становится неминимально-фазовым звеном (таблица 2.8), что должно рассматриваться как фактор риска, требующий дополнительных исследований при вариациях различных параметров ОУ.

Таблица 2.8. Результаты синтеза САУ с различными структурами НС при вариациях среднегеометрического корня  $\Omega_0$

СГК, $\Omega_0$ , с <sup>-1</sup>	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$
2,25	0,7	-5,0	27,4	-141,2	-31640593	-1687469	-33730	-292
3,00	-0,2	-2,0	10,2	-44,5	-31640593	-1687469	-33730	-292

Для наглядного представления возможности функционирования САУ с РНС за пределами «зоны робастности» применяется тот же метод построения областей устойчивости, что и для САУ с РС, с назначением в качестве варьируемых параметров коэффициентов модели объекта управления в среде Simulink и проведением оценки устойчивости методом Гурвица на каждом шаге итерации с последующим построением областей состояний САУ.

Проводя сравнительный анализ областей робастной устойчивости САУ (рис. 2.12, а,б) при значениях  $\Omega_0 = 2.25 \text{ с}^{-1}$  (рис. 2.12, а) и  $\Omega_0 = 3 \text{ с}^{-1}$  (рис. 2.12, б) контура управления и  $\Omega_{0L} = 75 \text{ с}^{-1}$  контура подстройки наблюдателя, приходим к выводу о том, что чувствительность системы к вариациям параметров ОУ резко возрастает при появлении положительных

ОС в контуре управления.

Аналогичное сравнение графиков переходных характеристик замкнутой САУ для рассматриваемых величин  $\Omega_0 = 2.25 \text{ с}^{-1}$  (рис. 2.13, а) и  $\Omega_0 = 3 \text{ с}^{-1}$  (рис. 2.13, б) при изменении параметров объекта показывает ухудшение динамической характеристики системы. На приведенных рисунках графики 1 соответствуют системе с исходными параметрами объекта, графики 2 – увеличению параметров  $C_{12}$  и  $J_2$  на 130%.

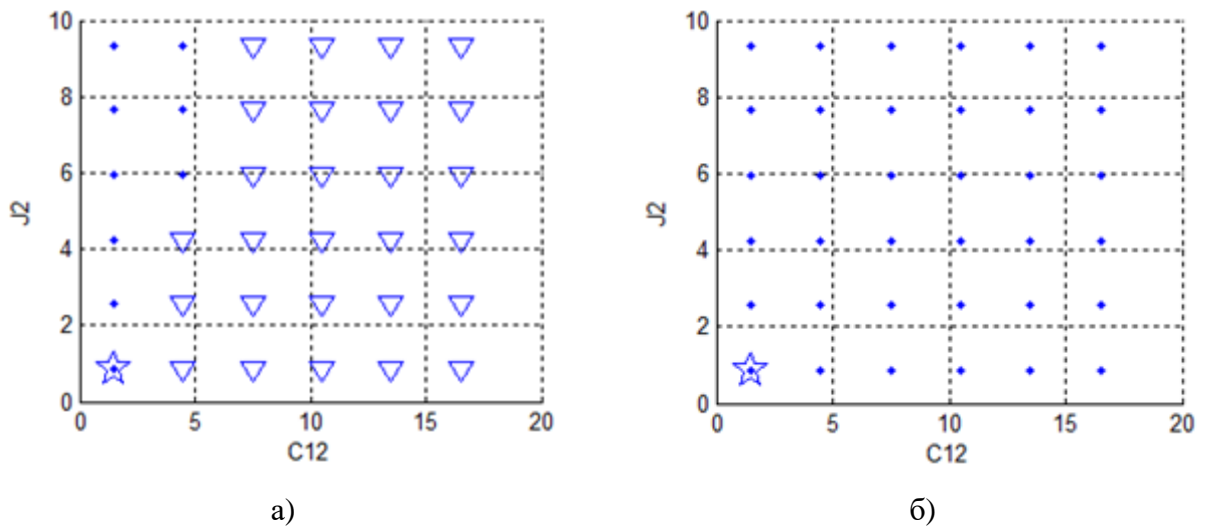


Рис. 2.12. Области робастной устойчивости САУ с НС при изменении параметров  $C_{12}$  и  $J_2$  объекта

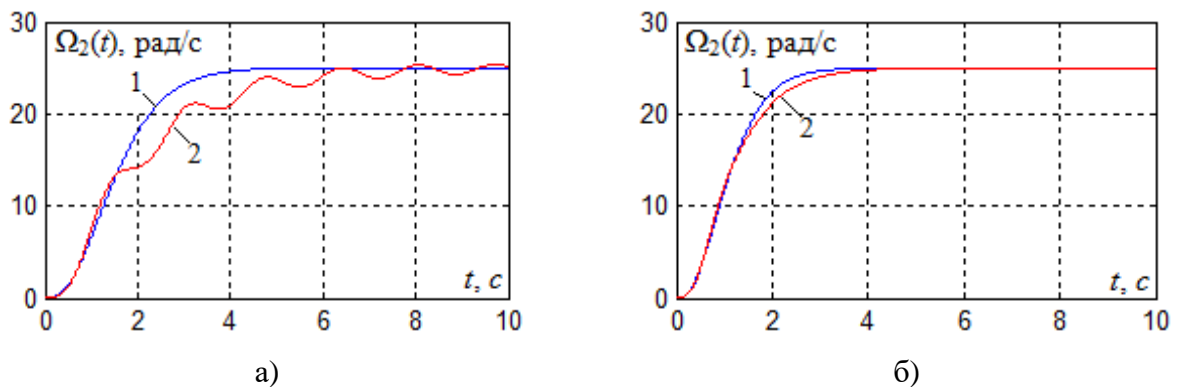


Рис. 2.13 Графики переходных характеристик САУ с НС для  $\Omega_0 = 2.25 \text{ с}^{-1}$  (а) и  $\Omega_0 = 3 \text{ с}^{-1}$  (б)

Как показано в [12], при увеличении темпа подстройки наблюдателя относительно основного темпа переходного процесса САУ с НС ее «зона робастности», а также степень влияния на динамику изменения параметров

ОУ приближаются к системам с ПР. Об этом наглядно свидетельствует схожий рельеф областей робастной устойчивости для САУ с минимальным ПР 3/0 (рис. 2.9, а,б) и САУ с НС (рис. 2.12, а,б) для одинаковых значений СГК  $\Omega_0$ .

Таким образом, наглядное представление областей робастной устойчивости САУ позволяет выявить возможные резервы управления при наличии положительных обратных связей по координатам состояния наблюдателя  $\mathbf{K}$  и вектору подстройки  $\mathbf{L}$ .

### 2.3.2. Влияние параметрических возмущений наблюдателя состояния на робастные свойства САУ

Не менее важной проблемой является обеспечение параметрической грубости самого наблюдателя. Имея сложную структуру, он в значительной степени подвержен влиянию дестабилизирующих факторов, таких как неточности математической модели объекта в структуре наблюдателя, использование целочисленной арифметики при цифровой реализации, а также погрешности от квантования сигналов по времени и по уровню.

Рассмотрим параметрическую грубость системы с точки зрения вариации параметров управляющего устройства (РНС). В данном случае определяющее влияние на ширину «зоны робастности» будет оказывать структура наблюдателя.

Выберем для управления двухмассовый ЭМО с начальными параметрами, представленными в таблице 2.9.

Таблица 2.9. Начальные параметры двухмассового электромеханического объекта

$K_{сп}$	$R_a, \text{ Ом}$	$T_a, \text{ с}$	$C, \text{ Вб}$	$J_1,$	$J_2,$	$C_{12}, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$K_d,$	$K_T,$
				$\text{кг}\cdot\text{м}^2$			$\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$	
1	3,15	0,153	0,16	0,015	0,12	0,65	0,025	0,0

Передаточная функция объекта имеет вид:

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \frac{4,61s + 119,88}{s^4 + 8,41s^3 + 64,55s^2 + 319,37s + 19,18}.$$

Данный объект имеет один ноль  $s_1 = -26$  и 4 полюса:  $s_{23} = -1,07 \pm 7,05i$ ,  $s_4 = -6,21$  и  $s_5 = -0,06$ .

«Зоны робастности» для наблюдателя, представленного в канонических формах управляемости и наблюдаемости, относительно его параметров, при одновременном условии отрицательности коэффициентов регулятора  $K$  и матрицы подстройки  $L$  могут вообще отсутствовать (принадлежать пустому множеству  $K \in \Phi$ ,  $L \in \Phi$ ). В этом случае целесообразно рассматривать отдельно робастность замкнутой системы к изменениям параметров контура управления и контура подстройки. В таблице 2.10 приведены области параметрической грубости относительно  $K$  ( $\Omega_{0K}$ ) и  $L$  ( $\Omega_{0L}$ ) для рассматриваемого объекта.

Таблица 2.10. Результаты синтеза САУ при вариациях среднегеометрического корня  $\Omega_{0K}$  и  $\Omega_{0L}$

Форма представления наблюдателя	$\Omega_{0K}, c^{-1}$	$\Omega_{0L}, c^{-1}$
КФН	(24,62 50,22)	(4,32 $+\infty$ )
КФУ	(4,32 $+\infty$ )	(24,62 50,22)

Таким образом, сравнивая два варианта реализации НС на основании таблицы 2.10, целесообразно рассмотреть влияние параметров матриц  $K$  или  $L$ , для которых «зона робастности» является ограниченной (конечной). В этом случае для построения областей устойчивости в программе Skueyes следует указать исходное значение коэффициентов регулятора и задать их как варьируемые в поле ввода параметров объекта.

Так, для наблюдателя в КФН (рис. 2.11, а) целесообразно подвергнуть анализу влияние параметрических возмущений коэффициентов обратных связей  $K$ .



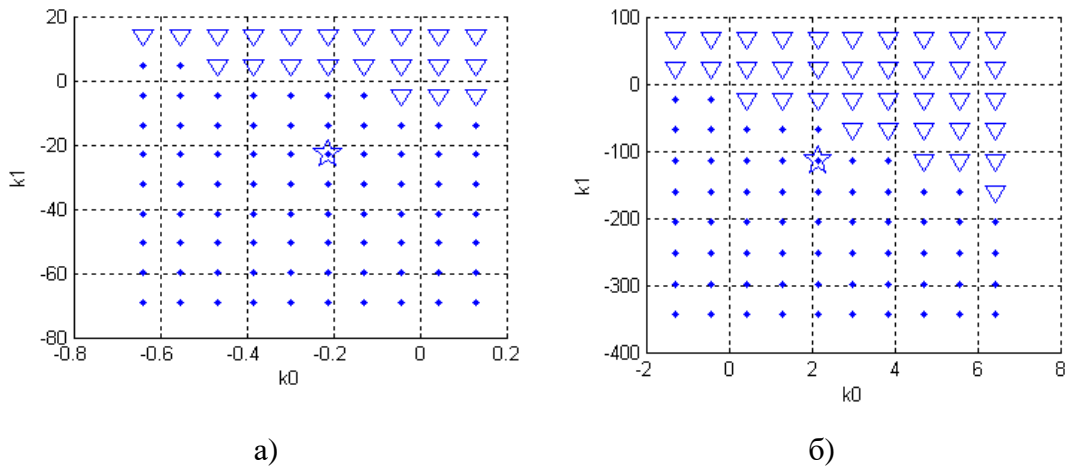


Рис. 2.14. Области устойчивости САУ с РНС в КФН при изменении параметров  $k_0$  и  $k_1$  при  $\Omega_{0K} = 35 \text{ c}^{-1}$  (а),  $\Omega_{0K} = 70 \text{ c}^{-1}$  (б) и  $\Omega_{0L} = 180 \text{ c}^{-1}$  (а,б)

Приведенные на рис. 2.14, а,б и рис. 2.15, а,б области устойчивости и графики переходных характеристик иллюстрируют потенциальную возможность функционирования САУ как в пределах «зоны робастности» при  $\Omega_{0K} = 35 \text{ c}^{-1}$  (рис. 2.14, а и рис. 2.15, а), так и за ее пределами при  $\Omega_{0K} = 70 \text{ c}^{-1}$  (рис. 2.14, б и рис. 2.15, б) при одинаковых темпах подстройки НС  $\Omega_{0L} = 180 \text{ c}^{-1}$ , причем характерной особенностью является постепенное снижение робастных свойств системы по мере углубления в «зону риска».

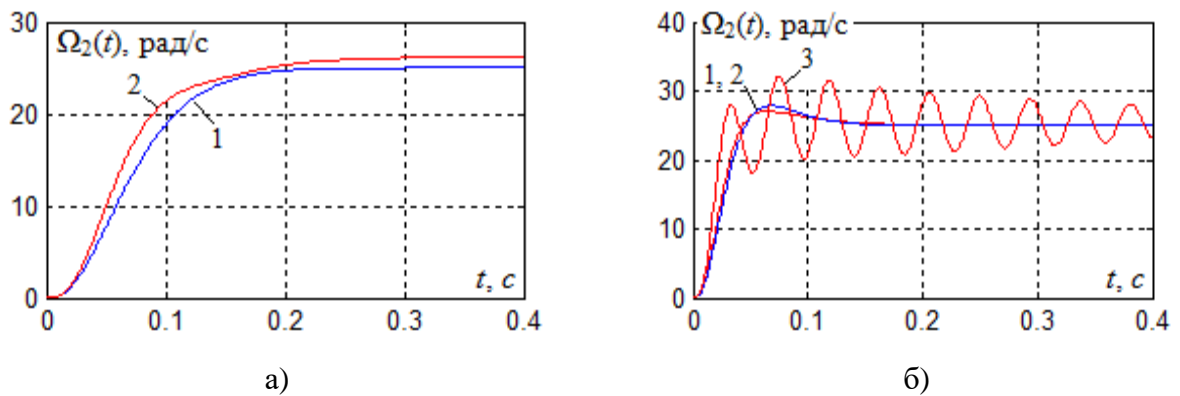


Рис. 2.15. Графики переходных характеристик САУ с РНС в КФН при  $\Omega_{0K} = 35 \text{ c}^{-1}$  (а),  $\Omega_{0K} = 70 \text{ c}^{-1}$  (б) и  $\Omega_{0L} = 180 \text{ c}^{-1}$  (а,б)

Приведенные на рис. 2.15, а,б графики переходных характеристик для САУ иллюстрируют влияние параметрических возмущений коэффициента  $k_1$  в контуре управления. На обоих рисунках графики 1 соответствуют начальному значению параметров РНС, график 2 (рис. 2.15, а) соответствует

40% уменьшению варьируемого коэффициента, графики 2 и 3 (рис. 2.15, б) соответствуют 10% и 40% уменьшению  $k_1$  соответственно. Несмотря на тенденцию снижения робастных свойств системы по мере удаления от «зоны робастности», САУ способна сохранять работоспособность, практически без потери качества переходного процесса, но только при относительно малых изменениях параметров регулятора  $\mathbf{K}$  в структуре РНС. Так 10% изменение  $k_1$  практически не оказывает влияния на форму переходного процесса замкнутой системы.

Проведем аналогичный анализ для САУ с НС в КФУ (рис. 2.11, б), где ограниченность «зоны робастности» для вектора подстройки наблюдателя является причиной повышения чувствительности системы к изменениям коэффициентов  $L$  (рис. 2.16, а,б и рис. 2.17, а,б).

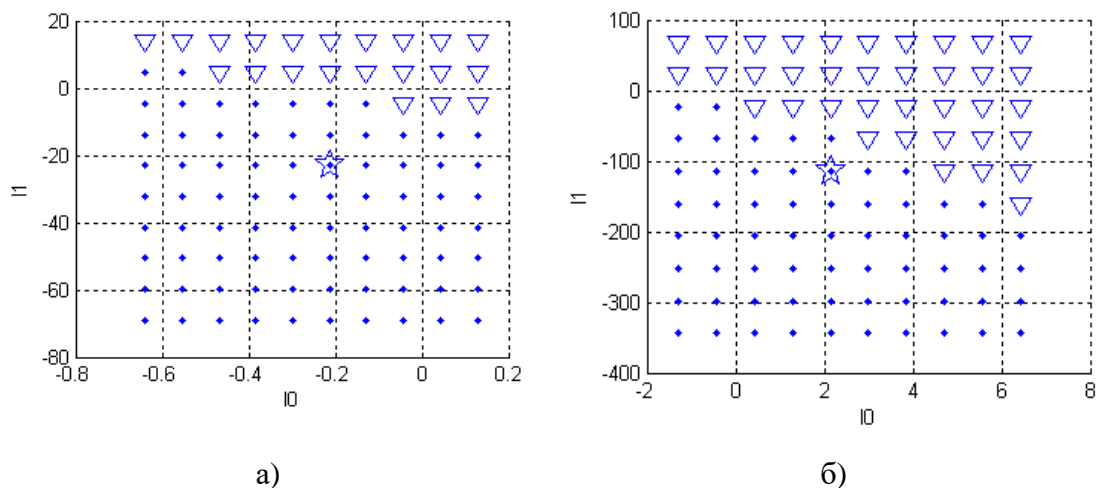


Рис. 2.16. Области устойчивости САУ с РНС в КФУ при изменении параметров  $l_0$  и  $l_1$  при  $\Omega_{0K} = 10 \text{ c}^{-1}$ ,  $\Omega_{0L} = 35 \text{ c}^{-1}$  (а),  $\Omega_{0L} = 70 \text{ c}^{-1}$  (б)

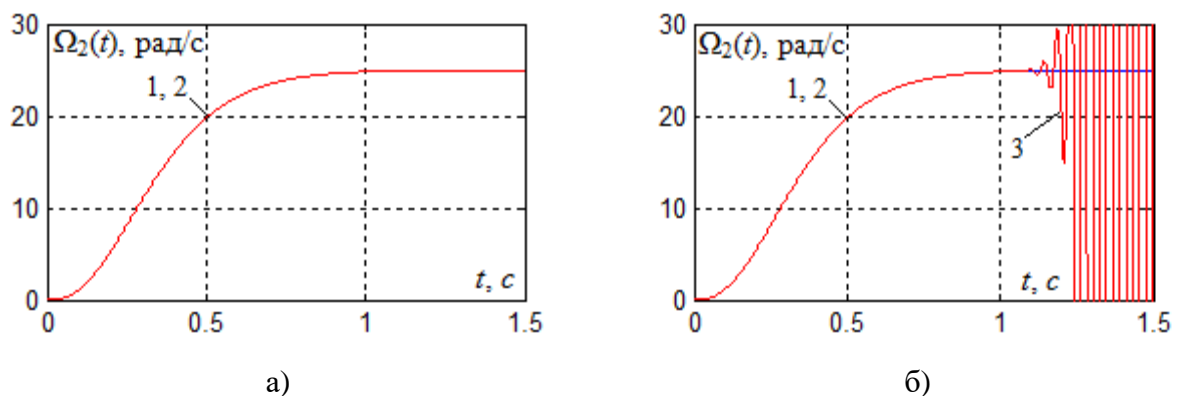


Рис. 2.17. Графики переходных характеристик САУ с РНС в КФУ для  $\Omega_0 = 35 \text{ c}^{-1}$  (а) и  $\Omega_0 = 70 \text{ c}^{-1}$  (б)

Приведенные графики переходных характеристик (рис. 2.17, а,б) соответствуют изменениям коэффициента подстройки наблюдателя  $l_1$ , причем графики 1 соответствуют начальному значению параметров НС, график 2 (рис. 2.17, а) соответствует 55% уменьшению варьируемого коэффициента, графики 2 и 3 (рис. 2.17, б) соответствуют 20% и 55% уменьшению  $l_1$  соответственно. Поскольку темп подстройки наблюдателя практически не оказывает влияния на основной темп переходного процесса, в случае полной идентичности передаточных функций объекта и наблюдателя, влияние коэффициента  $l_1$  также крайне мало в достаточно широком диапазоне изменений, но его большие вариации могут привести к потере системой устойчивости.

Таким образом, рассматривая САУ с РНС, следует разделять понятия робастности относительно изменения параметров объекта управления и наблюдателя. Как показали проведенные исследования, в обоих случаях положительные обратные связи или неминимально-фазовые звенья в контуре управления оказывают негативное влияние на робастные свойства системы. Однако, во многих случаях обеспечиваются возможности функционирования САУ в этих условиях. Применение программы построения областей устойчивости позволяет выявить существующие резервы управления относительно вариаций параметров как объекта, так и наблюдателя.

## **Выводы**

1. Появление положительных коэффициентов обратных связей регулятора при синтезе систем управления состоянием нестационарных линеаризованных объектов по комплексу заданных показателей качества должно рассматриваться как фактор риска, свидетельствующий о снижении робастных свойств независимо от значений модулей положительных коэффициентов, однако возможность работы в данных условиях может сохраняться, что

должно оцениваться на основе более детального аналитического или численного исследования.

2. Появление отрицательных коэффициентов полиномов передаточной функции ПР при синтезе систем управления минимально-фазовыми объектами с переменными параметрами также свидетельствует о скачкообразном снижении робастных свойств САУ, как и в случае с безынерционным РС, таким образом значительно сужая диапазон возможных изменений параметров объекта.
3. Наблюдатель состояния, имея сложную структуру, содержащую кроме регулятора еще и модель объекта, сам может являться источником параметрических возмущений, влияющих на робастные свойства системы.
4. Построение сечений областей робастной устойчивости САУ при вариациях параметров ОУ и РНС позволяет наиболее наглядно представить границы их допустимых отклонений, в которых система сохраняет работоспособность. Это способствует выявлению имеющихся резервов САУ при работе как в «зонах робастности», так и в «зонах риска», определению возможностей и целесообразности эксплуатации системы в этих условиях.
5. Разработанные алгоритмы и программное обеспечение, формирующие методику построения областей робастной устойчивости, и основанные на использовании метода регулярного сканирования параметров системы с оценкой устойчивости на каждой итерации и дальнейшем построении областей устойчивости, являются эффективными средствами всесторонней оценки робастных свойств САУ с регуляторами состояния, а также вход-выходными полиномиальными регуляторами и регуляторами с наблюдателями состояния.

### **Глава 3. Разработка методов повышения робастных свойств систем автоматического управления**

Рассмотренные в главе 2 методы построения областей робастной устойчивости позволяют лишь выявить допустимые пределы изменения внутренних параметров системы, однако имеющихся возможностей может оказаться недостаточно для обеспечения робастности САУ в реальных условиях эксплуатации.

В этих условиях актуальным становится повышение робастных свойств синтезируемых систем на основе использования соответствующих методов.

Как было указано в главе 1, возможными подходами к решению данной задачи могут быть:

- допустимая коррекция параметров регуляторов синтезированной САУ, приводящая к изменению принятого распределения полюсов;
- применение дополнительных обратных связей по производным координат состояния объекта и его выходной координате (гибкие ОС);
- структурная модификация используемых регуляторов.

В данной главе решаются вопросы алгоритмической и программной реализации указанных подходов, выполняются их исследования и даются оценки эффективности на примерах построения систем управления типовыми объектами.

#### **3.1. Повышение робастных свойств САУ путем видоизменения исходного распределения полюсов**

Выбор подходящего распределения полюсов замкнутой САУ является важным этапом при обеспечении заданных показателей качества (время переходного процесса, перерегулирование и т.д.). Однако, применение стандартных полиномов Ньютона, Бесселя, Баттерворта и др. не всегда позволяет обеспечить желаемую стабильность динамических показателей при вариациях параметров системы.

Во многих случаях необходимое повышение робастных свойств САУ может быть достигнуто определенным изменением принятого распределения полюсов, позволяющим осуществить перевод системы из «зоны риска» в «зону робастности».

Это может быть реализовано путем допустимой замены дестабилизирующих коэффициентов обратных связей или параметров полиномов регуляторов состояния и «входа-выхода» более благоприятными значениями с соответствующим изменением их знака.

Оценку возможности и целесообразности такой корректировки наиболее удобно проводить на основе анализа областей устойчивости САУ, снятых при вариации параметров регулятора, которые дают наиболее полную картину их влияния на устойчивость системы.

### **3.1.1. Повышение робастных свойств САУ на базе РС путем коррекции параметров обратных связей**

Будем рассматривать замкнутую систему, общий вид структурной схемы которой представлен на рис. 1.1, а с векторно-матричной моделью объекта в пространстве состояний (1.1).

Для анализа возможности коррекции регулятора целесообразно применить метод построения областей устойчивости системы при вариации параметров  $K$ , что позволит определить допустимые отклонения коэффициентов, формирующих положительные ОС, от их начального значения.

В качестве ОУ рассмотрим двухмассовую ЭМС, функциональная и структурная схемы приведены соответственно на рис. 1.1 а,б, с начальными параметрами, представленными в таблице 1.1.

Условия робастности выполняются в области значений СГК характеристического полинома Ньютона

$$\Omega_0 \in (3,87; 4,53) \cup (6,34; 12,58) \text{ с}^{-1}.$$

По требованиям быстродействия выберем  $\Omega_0 = 16 \text{ с}^{-1}$ . Решая уравнения

(1.1) – (1.4) получаем следующие значения коэффициентов обратных связей вектора  $\mathbf{K}$ :

$$k_1 = -25.02, \quad k_2 = -597.91, \quad k_3 = 1339.26, \quad k_4 = -13620.53,$$

где выделяется положительный коэффициент  $k_3$ .

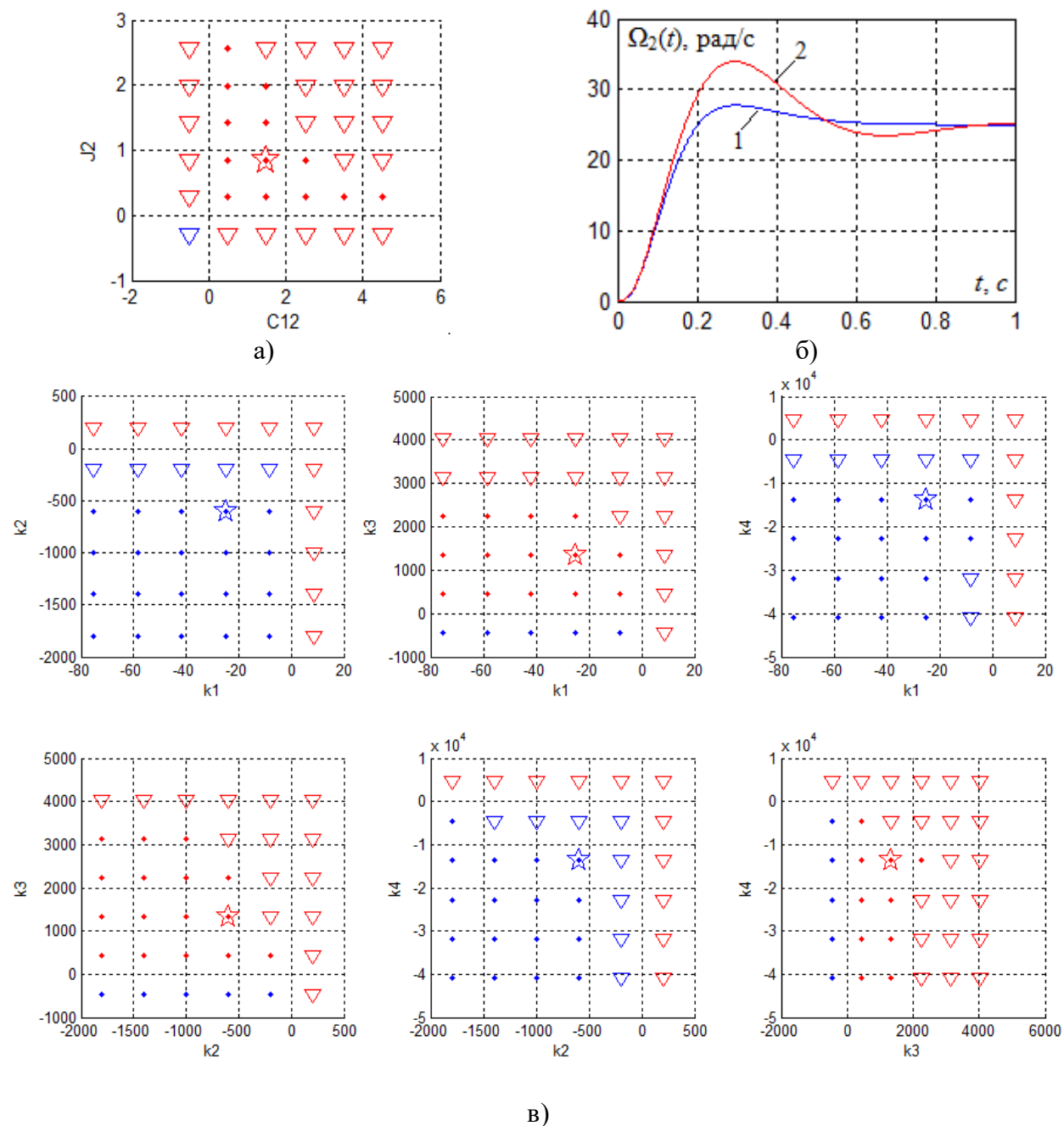


Рис. 3.1. Области сечений пространства состояния САУ при вариации параметров  $C_{12}$  и  $J_2$  (а) и  $k_1 \dots k_4$  (в); графики переходных процессов при исходных параметрах регулятора (б)

Детальный анализ областей устойчивости системы при вариации параметров объекта управления (рис. 3.1, а), а также графиков переходных процессов (рис. 3.1., б, где график 1 соответствует номинальным значениям параметров ОУ, график 2 – увеличению  $C_{12}$  на 30%), проведенный в главе 2, наглядно иллюстрирует повышенную чувствительность к вариациям параметров  $C_{12}$  и  $J_2$  при данных настройках регулятора, что, в свою очередь, негативно сказывается на работоспособности САУ.

Применение метода построения областей робастности при вариации параметров регулятора наглядно показывает возможность и целесообразность изменения значения коэффициента  $k_3$  (рис. 3.1, в), для расположения динамической характеристики в более благоприятной зоне.

Скорректируем вектор **K** следующим образом:

$$k_1 = -25.02, \quad k_2 = -597.91, \quad k_3 = -0.1, \quad k_4 = -13620.53,$$

исключив положительные значения коэффициентов ОС.

Проводя анализ областей устойчивости (рис. 3.2, а) и сопоставляя графики переходных процессов САУ при номинальных параметрах ОУ (рис. 3.2, б, график 1) и увеличении параметра  $C_{12}$  на 30% (рис. 3.2, б, график 2), а также исследуя области устойчивости по параметрам регулятора (рис. 3.2, в), приходим к выводу о значительном снижении параметрической чувствительности САУ. Распределение корней характеристического полинома для исходной (кружок) и скорректированной (звездочка) САУ с РС представлены на рис. 3.2, г.



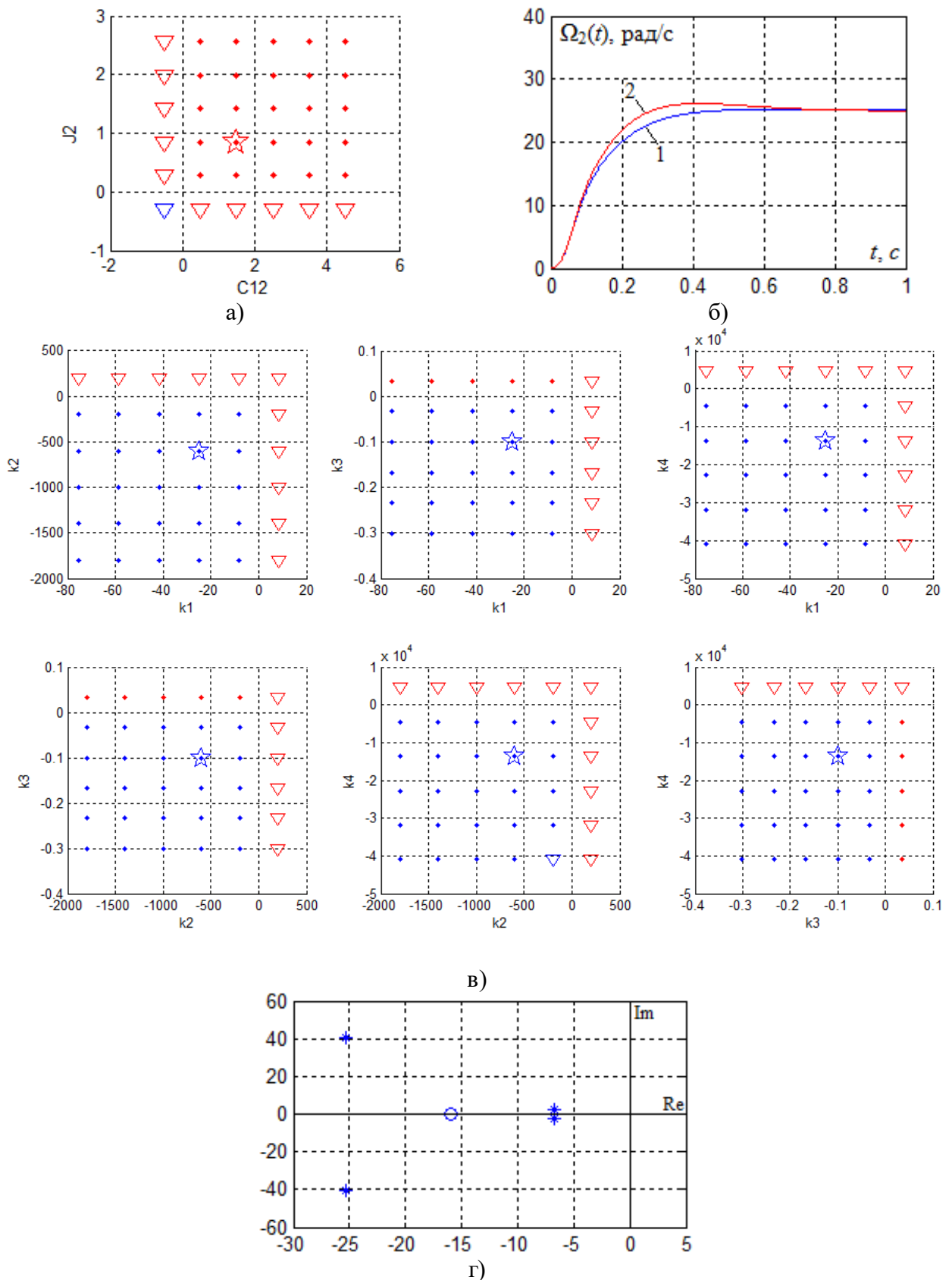


Рис. 3.2. Области сечений пространства состояния САУ при вариации параметров  $C_{12}$  и  $J_2$  (а) и  $k_1 \dots k_4$  (в); графики переходных процессов при скорректированных параметрах регулятора (б), распределение нулей характеристического полинома исходной и скорректированной САУ с РС (г)

Аналогичные результаты были получены при исследовании влияния коррекции РС на робастные свойства САУ объектом (рис. 1.2 а,б) с начальными параметрами, представленными в таблице 1.3.

По требованиям быстродействия выберем  $\Omega_0 = 10 \text{ с}^{-1}$ . Решая уравнения (1.1) – (1.4), получаем следующие значения коэффициентов обратных связей вектора **К**:

$$k_1 = -0.113; k_2 = 2.32; k_3 = -0.35; k_4 = 5.72; k_5 = -11.19; k_6 = -30.36,$$

где выделяется наибольший положительный коэффициент  $k_4$ .

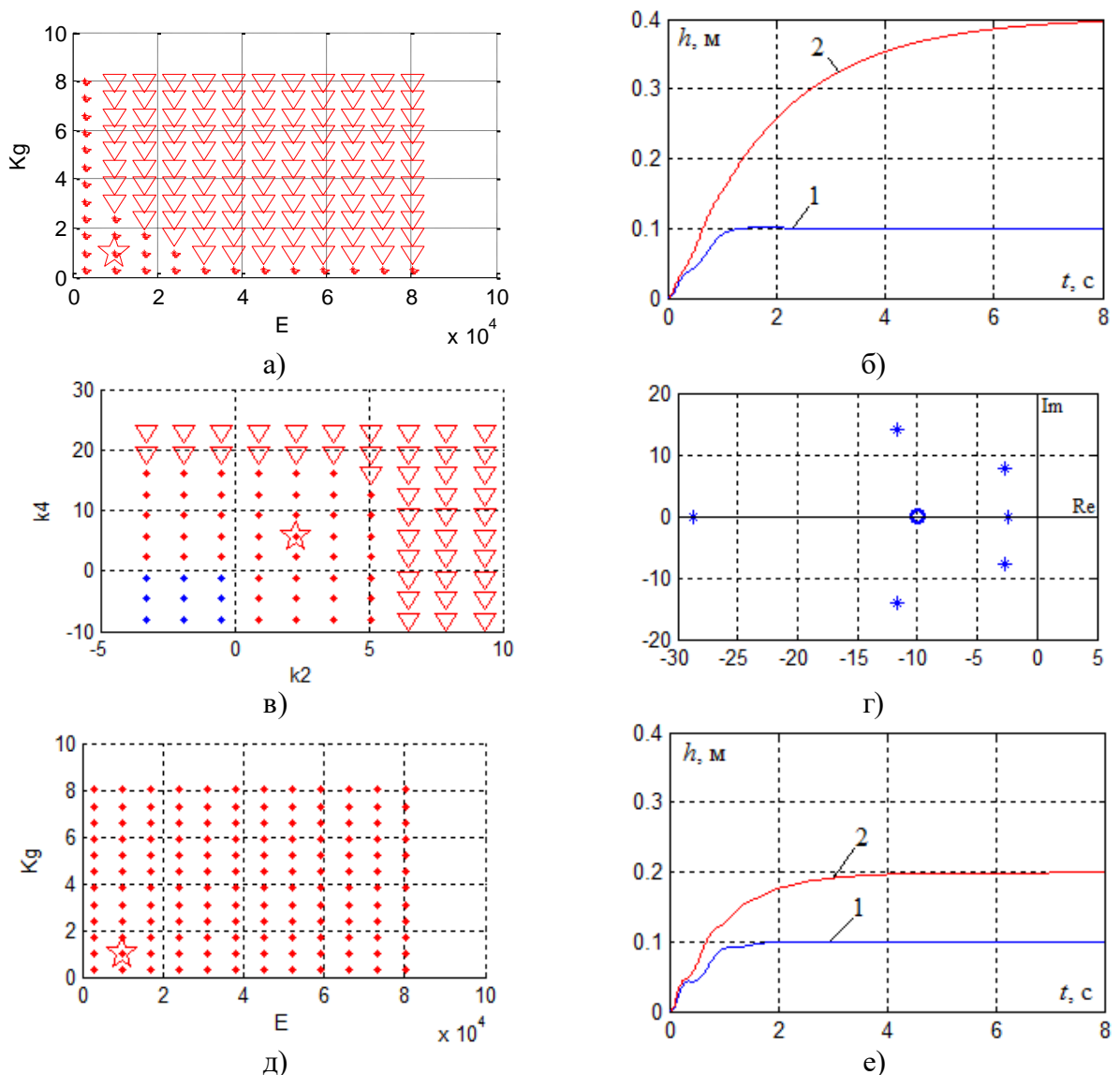


Рис. 3.3 Области сечений пространства состояния САУ при вариации параметров  $K_{\Gamma}$  и  $E$  и графики переходных процессов при исходных (а, б) и скорректированных (в, г) параметрах регулятора

Область устойчивости САУ при вариации параметров объекта, а также

переходные характеристики системы приведены на рис. 3.3. а,б, где график 1 соответствует начальным значениям параметров ОУ, график 2 –двукратному увеличению модуля упругости материала  $E$ .

На основе анализа области устойчивости, построенной относительно параметров регулятора  $k_2k_4$  (рис. 3.3 в), проведем коррекцию, выбрав  $k_2 = -0,1$  и  $k_4 = -0,1$ . Изменения в распределении полюсов САУ показаны на рис. 3.3 г, где кружком обозначено исходное распределение, звездочками – полученное в результате проведенной коррекции регулятора. Сравнение областей устойчивости при изменении параметров ОУ (рис. 3.3, а,д), а также графиков переходных процессов (рис. 3.3 б,е) до и после коррекции свидетельствует о существенном повышении робастных свойств САУ при незначительном изменении динамики исходного переходного процесса.

Распространим далее применение данной методики на САУ с регулятором «входа-выхода»

### **3.1.2 Повышение робастных свойств САУ на базе ПР путем коррекции коэффициентов полиномов регулятора**

Рассмотрим применение метода коррекции параметров регулятора к системам с динамическими полиномиальными регуляторами «входа-выхода» для управления объектом с передаточной функцией общего вида:

$$H_o(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}.$$

В системах управления по выходной координате в соответствии с структурной схемой замкнутой САУ (рис. 1.3, в) наличие неминимально-фазовых звеньев будет характеризоваться появлением отрицательных коэффициентов полиномов  $R(s)$  и  $C(s)$  в структуре регулятора.

Для анализа возможности коррекции регулятора целесообразно применить метод построения областей устойчивости системы при вариации параметров  $R(s)$  и  $C(s)$ . Это позволит определить допустимые изменения коэффициентов, формирующих неминимально-фазовые звенья ПР.

В качестве применения предложенного метода коррекции регулятора рассмотрим двухмассовую ЭМС с параметрами, представленными в таблице 3.1.

Таблица 3.1. Исходные параметры двухмассового электромеханического объекта

$K_{сп}$	$R_a, \text{ Ом}$	$T_a, \text{ с}$	$C, \text{ Вб}$	$J_1,$	$J_2,$	$C_{12}, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$K_d,$	$K_T,$
				$\text{кг}\cdot\text{м}^2$			$\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$	
22	3,15	0,153	0,16	0,015	0,12	0,65	0,025	0,0

Передаточная функция объекта от входа к выходу в данном случае будет определяться выражением

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \frac{10144s + 2637.43}{s^4 + 8.41s^3 + 64.55s^2 + 319.37s + 19.18}$$

и иметь один ноль:  $s = -26$  и четыре полюса:  $s_{12} = -1.07 \pm 7.04i$ ;  $s_3 = -6.21$ ;  $s_4 = -0.06$ . При этом «зона робастности» для ПР структуры 3/0 будет ограничена:  $\Omega_0 \in (3.87; 50.22) \text{ с}^{-1}$ ,

По требованиям быстродействия примем  $\Omega_0 = 3.75 \text{ с}^{-1}$ . Согласно (1.12) полиномы числителя и знаменателя ПР приобретают вид:

$$R(s) = 0.0028s^3 + 0.0149s^2 - 0.0089s + 0.0698;$$

$$C(s) = 0.7114.$$

Анализ областей устойчивости при изменении параметров регулятора (рис. 3.4, а) свидетельствует о возможности изменения коэффициента  $r_1$ , что позволит удовлетворить требования робастности САУ.

На представленных графиках переходных процессов САУ (рис. 3.4, б,в), построенных для исходных параметров ПР (рис. 3.4, б) и принятой величине  $r_1 = 0.01$  (рис. 3.4, в), видно значительное увеличение робастности САУ при уменьшении параметра объекта  $J_2$  на 50% (графики 2) от исходного значения

(графики 1). Распределение нулей характеристического полинома для исходной (кружок) и скорректированной (звездочка) САУ с ПР представлены на рис. 3.4, г.

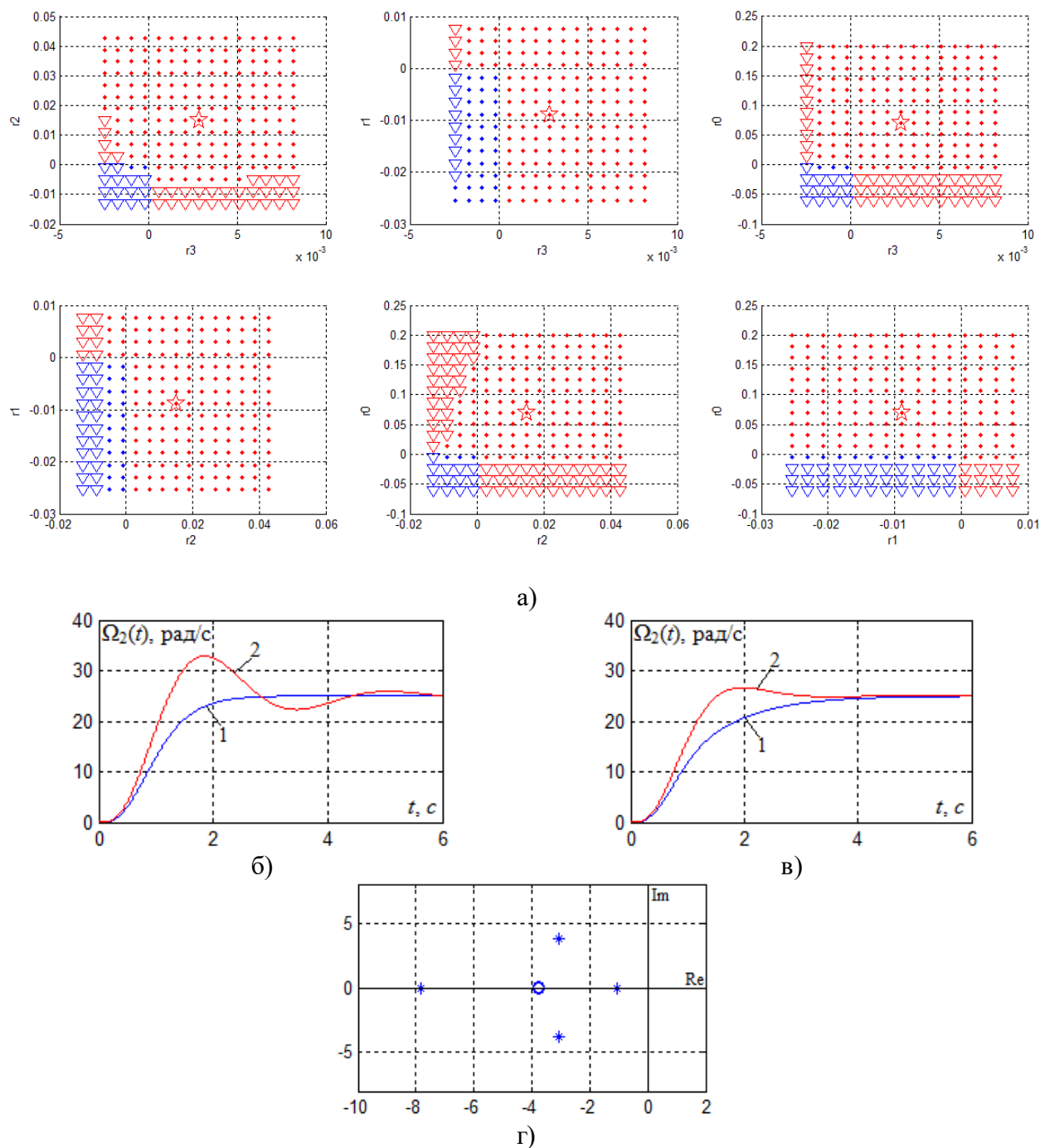


Рис. 3.4. Области сечений пространства состояния САУ при вариации параметров  $r_3 \dots r_0$  (а); графики переходных процессов для исходных (б) и скорректированных (в) параметров регулятора, распределение нулей характеристического полинома исходной и скорректированной САУ с ПР (г)

Изменение исходной динамики переходных процессов (графики 1 на

рис. 3.4, б,в), вызванное коррекцией коэффициента регулятора, является незначительным, но обеспечивает существенное повышение робастных свойств системы.

Таким образом, применение метода построения сечений состояний системы относительно параметров регулятора позволяет выявить возможные резервы повышения робастности за счет изменения наиболее неблагоприятных значений параметров регуляторов.

### **3.2. Повышение робастных свойств САУ на основе использования дополнительных гибких обратных связей**

В соответствии с третьим условием робастности [10, 120] необходимо размещать динамическую характеристику САУ в зоне параметрической грубости. В рамках теории модального управления это выполняется путем выбора соответствующего распределения полюсов замкнутой системы. Однако, требования технического задания не всегда выполнимы в ограниченных рамках «зоны робастности», что может привести к попаданию системы в зону низкой параметрической грубости с формированием положительных ОС или неминимально-фазовых звеньев регулятора.

Кроме того, как было показано в главе 2, при определенных условиях «зона робастности» может приобретать наиболее неблагоприятный дискретный вид, что создает дополнительные трудности для достижения заданных показателей качества, включая свойства параметрической грубости.

Таким образом, актуальной задачей является разработка методов расширения зоны робастности САУ или придание ей непрерывной формы.

Из условия формирования отрицательных ОС следует, что увеличение коэффициента петлевого усиления позволяет сформировать эти связи более глубокими, за счет чего повышается быстродействие системы, а также ее робастные свойства. Однако повышение быстродействия требует соответствующего повышения энергетических показателей и мощности исполнительных механизмов САУ, что обуславливает необходимость поиска

компромисса между быстродействием и параметрической грубостью.

Для независимого формирования коэффициента петлевого усиления и динамических показателей в структуру САУ предлагается ввести дополнительные гибкие обратные связи по координатам состояния или дополнительные производные по выходной координате в структуре регулятора «входа-выхода», что может расширить границы «зоны робастности» или сделать ее непрерывной [11, 16, 21].

Рассмотрим влияние гибкой ОС на примере управления объектом первого порядка с передаточной функцией:

$$H_o(s) = \frac{b_0}{s + a_0}.$$

Структурная схема замкнутой системы с безынерционной и гибкой ОС представлена на рис. 3.5

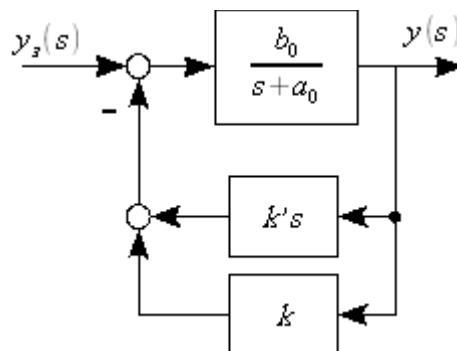


Рис. 3.5 Система управления объектом 1-го порядка с применением гибких ОС

Полная передаточная функция замкнутой системы будет иметь вид:

$$H(s) = \frac{b_0}{(1 + b_0 k')s + a_0 + b_0 k}.$$

Проводя отдельный анализ частей характеристического полинома САУ приходим к выводу, что влияние коэффициента безынерционной части регулятора  $k$  на коэффициент петлевого усиления определяется выражением  $b_0/(a_0 + b_0 k)$ , а гибкой части  $k'$  на темп переходного процесса – формулой  $(1 + b_0 k')$ . Таким образом достигается независимое формирование параметрической грубости и динамики САУ.

Применение дополнительных гибких обратных связей нашло широкое применение при независимом формировании динамических и статических показателей качества САУ (рис. 3.6) с регуляторами состояния и «входа-выхода» [78, 121, 128]. Данный подход можно применить в условиях существующих ограничений на энергетические показатели системы при управлении объектом.

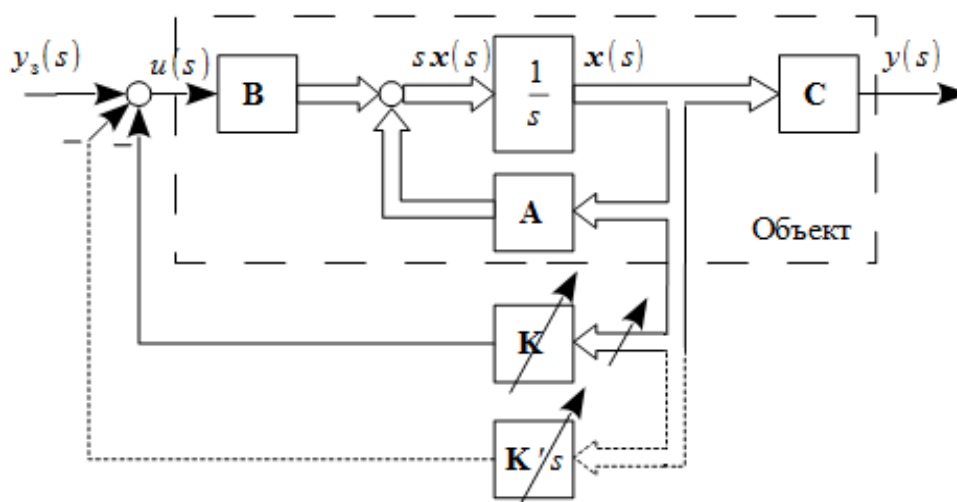


Рис. 3.6. Векторно-матричная структура системы с двухканальным регулятором

Однако исследования, проведенные в [78, 128] не затрагивают аспект влияния гибких ОС на робастные свойства и геометрию «зоны робастности» замкнутой системы.

Таким образом, предметом данного исследования является выявление возможностей расширения зоны робастности САУ, путем введения дополнительных производных по координатам состояния объекта для систем с РС, по координатам наблюдателя для САУ с РНС и дополнительной производной в структуру регулятора для САУ с ПР.

### 3.2.1 Повышение робастных свойств САУ за счет использования гибких обратных связей по координатам состояния объекта

Рассмотрим методику синтеза системы с комбинированным РС, дополненным гибкими обратными связями, на примере одноканального объекта, представленного в пространстве состояний (1.1) [10, 11, 21, 78, 128].



Передаточная функция, соответствующая векторно-матричному описанию (1.1), имеет вид

$$H_o(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \mathbf{C}(\mathbf{I}s - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}.$$

Матрицы безынерционных и гибких обратных связей регулятора,  $\bar{\mathbf{K}} = [\bar{k}_0 \quad \bar{k}_1 \quad \dots \quad \bar{k}_{n-1}]$  и  $\bar{\mathbf{K}}' = [\bar{k}'_0 \quad \bar{k}'_1 \quad \dots \quad \bar{k}'_{n-1}]$  соответственно, первоначально определяются для объекта, представленного в КФУ. Передаточная функция от входа к выходу замкнутой системы принимает вид:

$$H(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{(1 - \bar{k}'_{n-1})s^n + (a_{n-1} - \bar{k}_{n-1} - \bar{k}'_{n-2})s^{n-1} + \dots + a_0 - \bar{k}_0}. \quad (3.1)$$

Матрица безынерционных ОС рассчитывается для «ускоренного» характеристического полинома

$$D(s) = s^n + d_{n-1} s^{n-1} + \dots + d_1 s + d_0, \quad (3.2)$$

перемещающего САУ в «зону робастности», методом модального управления:

$$\bar{\mathbf{K}} = [a_0 - d_0 \quad a_1 - d_1 \quad \dots \quad a_{n-1} - d_{n-1}]. \quad (3.3)$$

Матрица гибких ОС  $\bar{\mathbf{K}}' = [\bar{k}'_1 \quad \bar{k}'_2 \quad \dots \quad \bar{k}'_n]$  определяется из условия равенства знаменателя передаточной функции (3.1) желаемому характеристическому полиному

$$D'(s) = s^n + d'_{n-1} s^{n-1} + \dots + d'_1 s + d'_0 \quad (3.4)$$

и рассчитывается исходя из соотношений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{k}'_n = 1 - d_0 / d'_0; \\ \bar{k}'_{n-1} = d_{n-1} - d'_{n-1}(1 - \bar{k}'_n); \\ \dots \dots \dots; \\ \bar{k}'_2 = d_2 - d'_2(1 - \bar{k}'_n); \\ \bar{k}'_1 = d_1 - d'_1(1 - \bar{k}'_n). \end{array} \right. \quad (3.5)$$

На заключительном этапе синтеза осуществляется переход к матрицам комбинированного РС в естественных координатах объекта управления в соответствии с выражением:  $\mathbf{K} = \overline{\mathbf{K}}\mathbf{P} = \overline{\mathbf{K}}\mathbf{U}\mathbf{U}^{-1}$ .

В качестве примера исследуем особенности управления состоянием двухмассовой ЭМС с вязкоупругой кинематической передачей. Ее функциональная и структурная схемы приведены соответственно на рис. 1.1 а,б с начальными параметрами, представленными в таблице 2.2.

Зададим требования к качественным показателям САУ по времени переходного процесса  $t_{\text{п}} = 2$  с и перерегулированию  $\sigma \leq 5\%$ .

Условия робастности системы управления данным объектом с безынерционным РС выполняются в следующей области значений СГК характеристического полинома Ньютона.

$$\Omega_0 \in (3.87; 4.53) \cup (6.34; 12.58) \text{ с}^{-1}.$$

Для удовлетворения предъявленных требования к быстродействию, необходимо выбрать СГК  $\Omega_0 = 3 \text{ с}^{-1}$ , однако в этом случае система может иметь высокую чувствительность к изменению параметров ОУ, поскольку оказывается за пределами «зоны робастности».

Применим метод отдельного подхода к формированию статических и динамических показателей качества синтезируемой САУ и примем  $\Omega_1 = 4 \text{ с}^{-1}$  – для желаемого полинома безынерционного канала РС,  $\Omega_2 = 3 \text{ с}^{-1}$  – для желаемого полинома динамического канала РС. Полиномы  $D(s)$  и  $D'(s)$ , согласно (3.2) и (3.4), примут числовые значения:

$$D(s) = s^4 + 16s^3 + 96s^2 + 256s + 256$$

и

$$D'(s) = s^4 + 12s^3 + 54s^2 + 108s + 81.$$

При этом коэффициенты обратных связей в КФУ, согласно (3.3) и (3.5), примут следующие значения:

$$\bar{\mathbf{K}} = [-224.18 \quad -225.11 \quad -76.38 \quad -7.91], \quad \bar{\mathbf{K}}' = [-85.33 \quad -74.67 \quad -21.93 \quad -2.16].$$

Матрица преобразования для данного объекта примет вид:

$$\mathbf{P} = \bar{\mathbf{U}}\mathbf{U}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0.053 & -0.21 & 1.025 \\ 0 & -0.32 & 1.27 & -5.39 \\ 0 & 1.9 & -6.71 & 28.3 \\ 0.45 & -10.07 & 34.82 & -148.64 \end{bmatrix}$$

Выполняя преобразование в реальные координаты, получим:

$$\mathbf{K} = \bar{\mathbf{K}}\mathbf{P}, \quad \mathbf{K}' = \bar{\mathbf{K}}'\mathbf{P}$$

$$\mathbf{K} = [-3.54 \quad -6.09 \quad -0.89 \quad -2.40], \quad \mathbf{K}' = [-0.97 \quad -0.79 \quad -4.70 \quad 15.48].$$

Анализ полученных областей робастной устойчивости (рис. 3.7, а,в) и графиков переходных процессов (рис. 3.7, б,г) позволяет сделать вывод о снижении чувствительности системы к вариациям собственных параметров объекта – коэффициента жесткости  $C_{12}$  и момента инерции второй массы  $J_2$ .

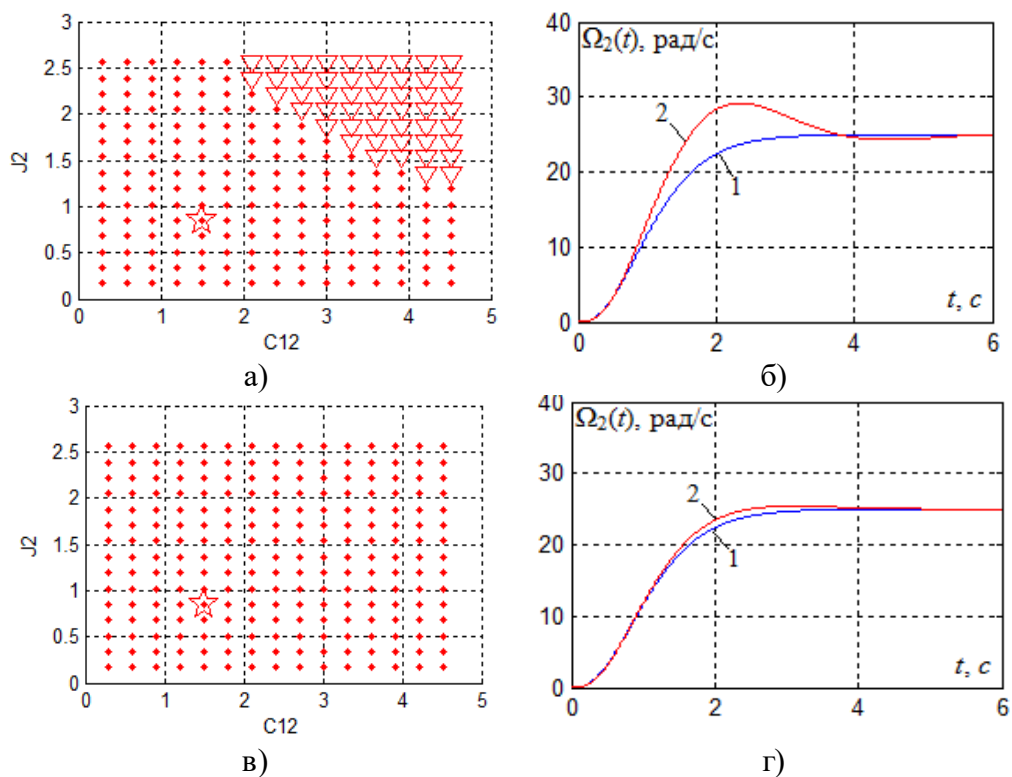


Рис. 3.7. Области робастной устойчивости и графики переходных процессов САУ с безынерционными обратными связями при  $\Omega_0 = 3 \text{ c}^{-1}$  (а, б) и с дополнительными гибкими обратными связями при  $\Omega_1 = 4 \text{ c}^{-1}$ ,  $\Omega_2 = 3 \text{ c}^{-1}$  (в, г) при исходном значении параметров ОУ (график 1) и при увеличении на 30% параметров  $C_{12}$  и  $J_2$  (график 2)

Аналогичные результаты были получены при исследовании влияния коррекции РС на робастные свойства САУ объектом (рис. 1.2 а,б) с начальными параметрами, представленными в таблице 1.3.

«Зона робастности» системы управления данным объектом при выборе в качестве желаемого ХП Ньютона лежит в пределах:

$$\Omega_0 \in (11.79; 11.85) \cup (19.14; 22.48) \cup (560.03; 560.84) \tilde{\text{н}}^{-1} .$$

По требованиям быстродействия выберем  $\Omega_0 = 15 \text{ с}^{-1}$ , в соответствии с (1.1) – (1.4) получаем следующие значения коэффициентов обратных связей вектора  $\mathbf{K}$ :  $k_1 = -0.2$ ;  $k_2 = -15.74$ ;  $k_3 = -8.32$ ;  $k_4 = -99.57$ ;  $k_5 = 31.12$ ;  $k_6 = -84.75$ . Однако в этом случае система может иметь высокую чувствительность к изменению параметров ОУ, поскольку оказывается в «зоне риска».

Применим метод отдельного подхода к формированию статических и динамических показателей качества синтезируемой САУ и примем  $\Omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}$  – для желаемого полинома безынерционного канала РС,  $\Omega_2 = 15 \text{ с}^{-1}$  – для желаемого полинома динамического канала РС. Решая уравнения (3.2) – (3.5) и переводя полученные значения регулятора в реальные координаты, получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= [-0.3 \quad -108.62 \quad -9.77 \quad -599.27 \quad -42.4 \quad -161.87]; \\ \mathbf{K}' &= [-0.014 \quad -11.49 \quad -0.62 \quad -62.04 \quad -3.63 \quad -11.31]; \end{aligned}$$

Анализ полученных областей робастной устойчивости (рис. 3.8, а,в) и графиков переходных процессов (рис. 3.8, б,г) позволяет сделать вывод о снижении чувствительности системы к вариациям собственных параметров объекта – коэффициента геометрии  $K_{\Gamma}$  и модуля упругости материала  $E$ .

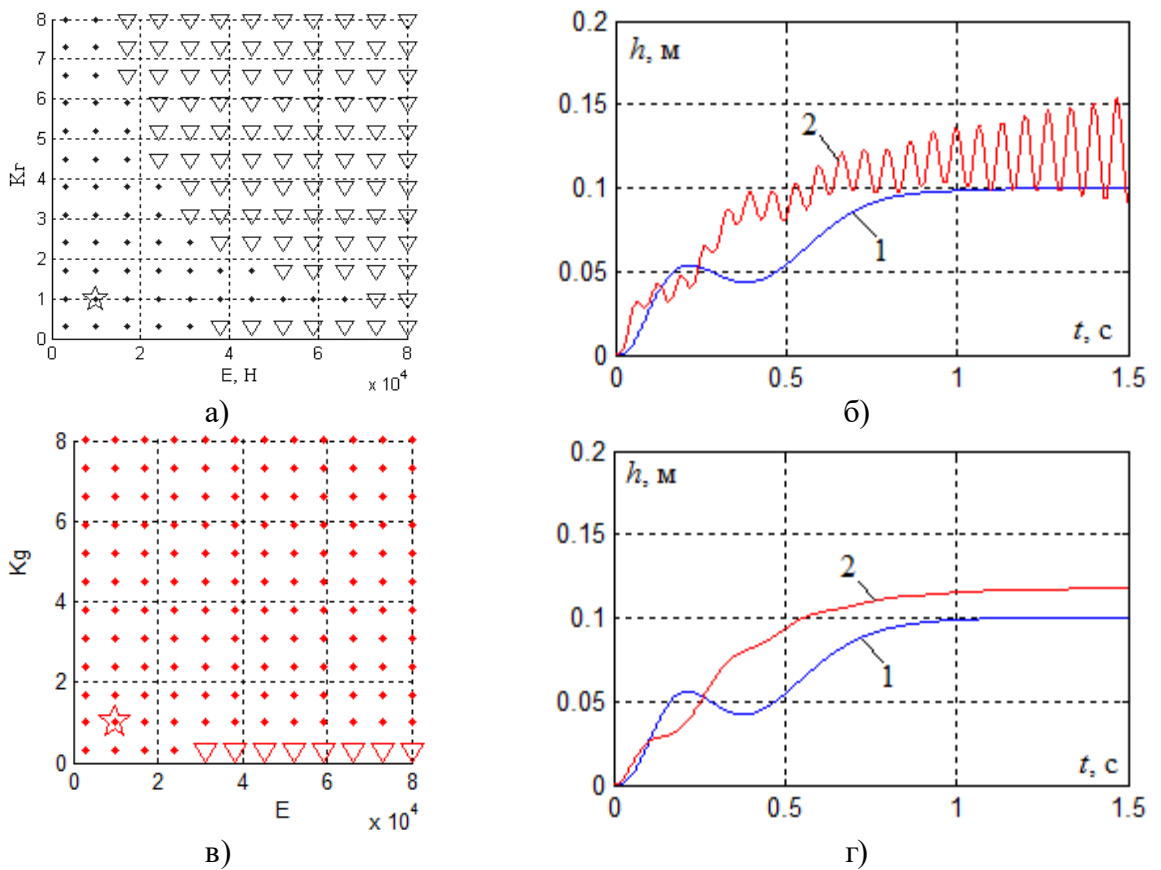


Рис. 3.8 Области робастной устойчивости и графики переходных процессов САУ с безынерционными обратными связями при  $\Omega_0 = 15 \text{ с}^{-1}$  (а, б) и с дополнительными гибкими обратными связями при  $\Omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}$ ,  $\Omega_2 = 15 \text{ с}^{-1}$  (в, г) при исходном значении параметров ОУ (график 1) и при увеличении в 7,5 раз параметра  $E$  (график 2)

Таким образом, применение гибких обратных связей по производным координат состояния объекта управления позволяет существенно расширить «зону робастности» САУ при сохранении её быстродействия и возможностей энергетических (силовых) органов управления [11].

### 3.2.2. Улучшение робастных свойств за счет повышения степени полиномиального регулятора

Рассмотренный выше метод введения дополнительной степени свободы в виде гибких обратных связей может быть применим и для систем на базе полиномиальных регуляторов «входа-выхода» за счет использования дополнительной производной в структуре регулятора.

Рассмотрим процедуру синтеза ПР с дополнительной производной:

$$A(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i s^i,$$

$$B(s) = \sum_{i=0}^m b_i s^i.$$

(Далее рассматриваются объекты со строго правильными [128] передаточными функциями ( $n > m$ ));

$$C(s) = c_l s^l + c_{l-1} s^{l-1} + \dots + c_1 s + c_0, \quad R(s) = r_k s^k + r_{k-1} s^{k-1} + \dots + r_1 s + r_0 \quad -$$

полиномы числителя и знаменателя передаточной функции регулятора;

Синтез полиномиальных модальных регуляторов некомпенсированного типа, проводимый с привлечением методов линейной алгебры [10, 78, 82, 128], осуществляется на основе решения полиномиального уравнения вида:  $A(s)C(s) + B(s)R(s) = D(s)$ .

Это уравнение в общем случае имеют бесконечное множество решений, практический интерес среди которых представляют так называемые минимальные реализации [128], которые могут быть двух видов. Регуляторы, получаемые при соблюдении условий:

$$\deg R(s) = \deg A(s) - 1, \quad \deg C(s) = \deg R(s),$$

$$\deg D(s) = \deg A(s) + \deg C(s) = 2n - 1,$$

будем называть интегро-дифференцирующими (поскольку в этом случае передаточная функция регулятора является правильной [10, 78, 128]).

Выполнение условий

$$k = n - 1, \quad p = n + l, \quad l \geq \begin{cases} m - 1 & \text{при } m > 0, \\ 0 & \text{при } m = 0. \end{cases}$$

$$\deg D(s) = \deg A(s) + \deg C(s)$$

обеспечивает минимальные степени полиномов  $R(s)$  и  $C(s)$ . Такой регулятор называют дифференцирующим, поскольку степень числителя его передаточной функции больше степени знаменателя.

Если представить желаемый характеристический полином в виде:

$$D(s) = s^p + d'_{p-1} \Omega_0 s^{p-1} + \dots + d'_1 \Omega_0^{p-1} s + \Omega_0^p,$$

становится очевидным, что качество переходных процессов будет зависеть от среднегеометрического корня  $\Omega_0$  и коэффициентов  $d'_i$ , определяющих соответственно быстродействие замкнутой системы и вид ее переходной характеристики (вид полинома: Баттерворта, Ньютона, Бесселя и т.п.).

Коэффициент петлевого усиления определяется исходя из соотношения:

$$K_p = \frac{b_0 r_0}{a_0 c_0}, \quad (3.6)$$

откуда  $r_0 = K_p a_0 c_0 / b_0$ .

Из (3.6) следует, что увеличение коэффициента петлевого усиления приводит к более глубокой обратной связи по коэффициенту  $r_0$ , что благоприятно сказывается на робастных свойствах САУ.

Однако, степени полиномов  $C(s)$ ,  $R(s)$  и  $D(s)$  выбираются так, чтобы система линейных уравнений, получаемая в ходе решения (1.12), была определенной, а потому имела единственное решение.

Таким образом, необходимо изменить условия (1.13) так, чтобы система уравнений стала неопределенной совместной, то есть количество переменных стало бы больше числа уравнений. Этого можно добиться соответствующим повышением степени полинома  $R(s)$ , то есть введением дополнительной производной степени  $n$ .

Расчет параметров предлагается выполнять следующим образом [128].

При формировании уравнения синтеза необходимо принять

$$\deg R(s) = \deg A(s); \deg C(s) = 0,$$

$$\deg D(s) = \deg A(s),$$

что позволит реализовать дополнительную степень свободы в виде высшей производной полинома  $R(s)$  для реализации возможности расширения «зоны робастности».

Поскольку  $l=0$ , получаем систему уравнений

$$\begin{cases} c_0 + b_m r_n = 1, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_1 c_0 + a_0 c_1 + b_1 r_0 + b_0 r_1 = d_1, \\ a_0 c_0 + b_0 r_0 = d_0. \end{cases}$$

Полином  $R(s)$  не нормирован, поэтому система имеет  $(n + m + 2)$  неизвестных при  $n + m + 1$  уравнений, что позволит произвольно выбрать величину коэффициента петлевого усиления  $K_p$ .

В качестве примера рассмотрим управление двухмассовой ЭМС, структурная схема которой приведена на рис. 1.1, б с параметрами, приведенными в таблице 3.2.

Таблица 3.2. Начальные параметры двухмассовой электромеханической системы

$K_{сп}$	$R_a, \text{ Ом}$	$T_a, \text{ с}$	$C, \text{ Вб}$	$J_1,$	$J_2,$	$C_{12}, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$K_d,$	$K_T,$
				кг·м <sup>2</sup>			кг·м <sup>2</sup> /с	
22	3,15	0,5	0,16	0,5	0,85	5,5	0	5,5

$$H(s) = \frac{28.92}{s^4 + 8.47s^3 + 30.44s^2 + 106.33s + 142.56},$$

Данный ОУ характеризуется отсутствием нулей, и наличием комплексно сопряженных полюсов ( $s_1 = -5.62; s_2 = -2; s_{34} = -0.43 \pm 3.54i$ ), близко расположенных к мнимой оси, что является причиной повышенной колебательности (рис. 3.9).

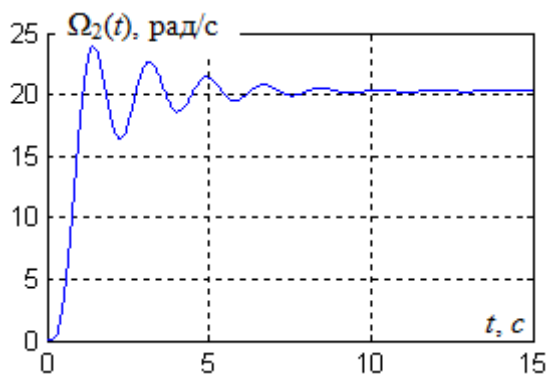


Рис. 3.9 Переходная характеристика объекта управления

«Зоны робастности» в корневой и временной областях для данного



объекта при управлении минимальными ПР3/0 (рис. 3.10, а) и ПР 4/0 (рис. 3.10, б) с дополнительной производной представлены в таблице 3.3. Сравнительный анализ показывает, что использование дополнительной производной в структуре ПР позволяет сместить «зону робастности» в сторону замедления динамических процессов САУ, а возможность произвольно выбирать коэффициент петлевого усиления  $K_p$  – ограничить максимальное быстродействие системы, приближая ее к аналогичной для минимального ПР 3/0.

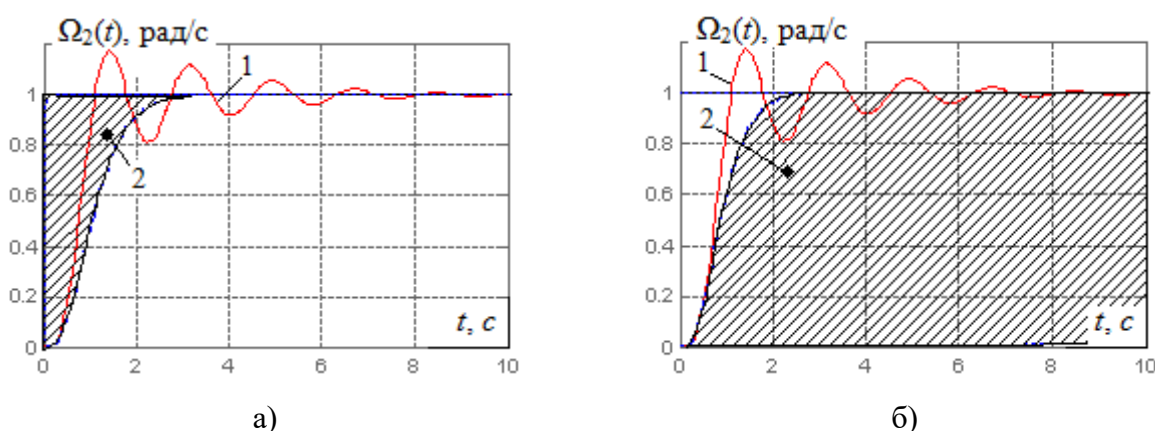


Рис. 3.10 Нормированная переходная характеристика ОУ (1) и зоны робастности «заштрихованы» (2) САУ с ПР 3/0 (а) и ПР 4/0 (б)

Решается задача стабилизации колебательного объекта, то есть придания переходному процессу аperiodического характера.

Таблица 3.3. «Зоны робастности» для дифференцирующего ПР 3/0 и 4/0

Структура регулятора	Передаточная функция регулятора: $H_r(s)$	«Зона робастности» САУ		
		Задаваемый коэффициент петлевого усиления $K_p$	в корневой области: $\Omega_0, c^{-1}$	во временной области: $t_{п}, c$
ПР 3/0 без доп. произв.	$\frac{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{c_0}$	-	(3.46; $+\infty$ )	(2.16; 0)
ПР 4/0 с доп. произв.	$\frac{r_4 s^4 + r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{c_0}$	1	(0.1; 4.1)	(74.6; 1.8)

Результаты синтеза САУ с ПР рассматриваемых типов для желаемого распределения Ньютона и величины  $\Omega_0 = 1.2 \text{ с}^{-1}$  сведены в таблице 3.4. Для ПР 4/0 синтез проводился при значении коэффициента петлевого усиления  $K_p = 1$ .

Таблица 3.4. Результаты синтеза САУ с ПР 3/0 и ПР 4/0

Структура регулятора	СГК $\Omega_0, \text{ с}^{-1}$	$r_4$	$r_3$	$r_2$	$r_1$	$r_0$	$c_0$
ПР 3/0	1.2	--	-0.13	-0.75	-3.44	-4.86	1
ПР 4/0	1.2	0.034	0.164	0.29	0.21	0.036	0.0073

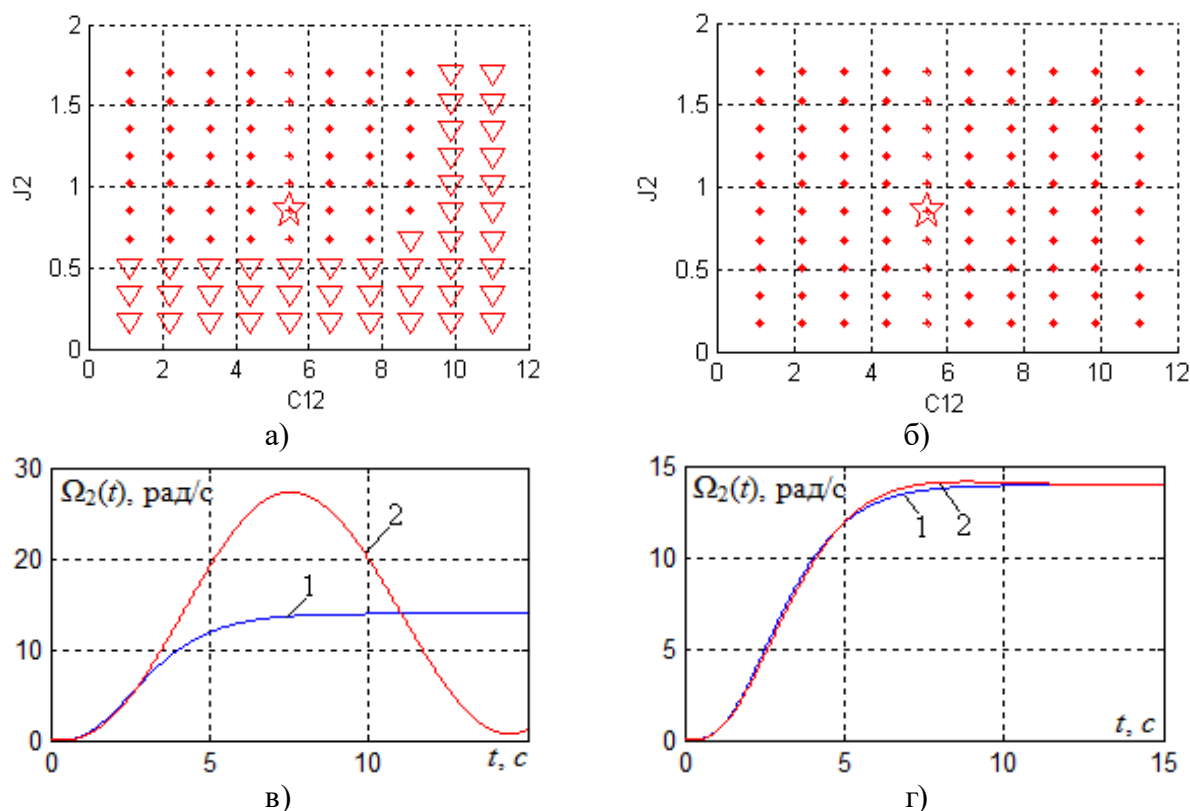


Рис. 3.11. Области устойчивости и графики переходных процессов САУ с ПР 3/0 (а,в) и ПР 4/0 (б,г) при  $\Omega_0 = 1,2 \text{ с}^{-1}$ , где график 1 – при исходных параметрах ОУ (в,г), график 2 – при уменьшении  $C_{12}$  и  $J_2$  на 25% (в) и 90% (г)

Приведенная на рис. 3.11, а область устойчивости наглядно показывает значительное ухудшение робастности системы для случая минимального ПР 3/0 при уменьшении параметра  $J_2$  или увеличении  $C_{12}$ , в сравнении с областью на рис. 3.11, б, что ведет к потере устойчивости САУ.

Соответствующие графики переходных процессов (рис. 3.11, в) иллюстрируют негативное влияние уменьшения параметров  $C_{12}$  и  $J_2$  на 25% для ПР 3/0, что приводит к потере устойчивости САУ.

Как иллюстрируют переходные характеристики на рис. 3.11 (г), полученные при наличии дополнительной производной выходного сигнала и изменении параметров  $C_{12}$  и  $J_2$  на 90%, введение дополнительной степени свободы в виде производной в структуру регулятора «входа-выхода» позволяет сместить «зону робастности» САУ и обеспечить апериодический характер переходных процессов в широком диапазоне изменений параметров объекта.

### **3.2.3. Повышение робастных свойств САУ с РНС путем введения дополнительных производных по координатам состояния наблюдателя**

Процедура синтеза дополнительных гибких ОС в структуре РНС схожа с их синтезом для САУ с РС, однако системы с наблюдателями и регуляторами состояния имеют ряд отличий от систем с регуляторами состояния. Во-первых, наличие у первых дополнительного вектора подстройки оказывает существенное влияние на робастные свойства. Во-вторых, доступность информации об оценках всех координат состояния и их производных снимает необходимость в применении дифференцирующих блоков для формирования гибкой обратной связи.

В связи с этим методика синтеза регуляторов системы (рис. 3.12) будет выглядеть следующим образом.

1. Подбирается «ускоряющий» динамику характеристический полином  $D(s)$  и соответствующий ему полином подстройки, и на их основе по формулам (1.7)-(1.9) синтезируются матрица обратных связей  $\mathbf{K}$  по координатам состояния наблюдателя и матрица  $\mathbf{L}$  подстройки наблюдателя согласно структурной схеме, приведенной на рис. 3.12. Полином  $D(s)$

обеспечивает перевод САУ в «зону робастности», исключая формирование положительных ОС по координатам наблюдателя.

2. Исходя из заданного показателя быстродействия формируется «замедляющий» полином  $D'(s)$ , который позволяет расположить динамическую характеристику за пределами «зоны робастности», но при отсутствии положительных ОС и сохранении робастных свойств системы.

3. На основе  $D(s)$  и  $D'(s)$  согласно (3.5) рассчитывается матрица обратных связей  $\mathbf{K}'$  по производным координат состояния наблюдателя.

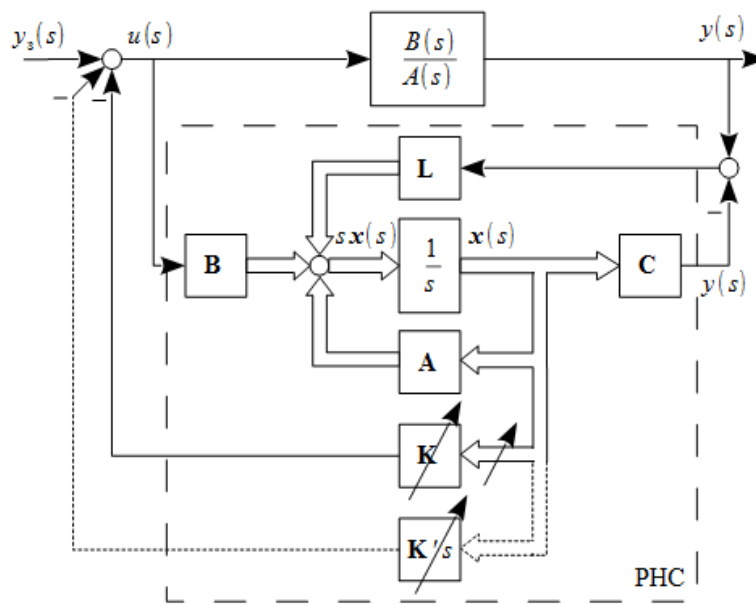


Рис. 3.12 Структурная схема САУ с РНС

Для перехода к соответствующей форме наблюдателя необходимо воспользоваться правилами канонических преобразований [78, 127] для расчета коэффициентов регулятора  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{K}'$ .

Рассмотрим особенности применения дополнительных обратных связей для САУ с РНС в КФН на примере объекта (рис. 1.1) с параметрами, приведенными в таблице 3.2.

Необходимо обеспечить стабилизацию процессов данного колебательного объекта с временем регулирования  $t_p \leq 7$  с и перерегулированием  $\sigma \leq 5\%$ .

Условия робастности относительно изменения параметров ОУ выполняются в области значений СГК характеристического полинома Ньютона:

$$\Omega_0 = (3.46; +\infty) \text{ с}^{-1}.$$

В качестве параметров, подверженных изменению, примем коэффициент упругости механической части  $C_{12}$  и момент инерции второй массы  $J_2$ .

Для сравнения проведем синтез безынерционного и динамического (дополненного гибкими обратными связями) регулятора для случая размещения переходной характеристики САУ за пределами «зоны робастности».

Для формирования характеристического полинома подстройки наблюдателя  $D_L(s)$  примем величину СГК постоянной и равной  $\Omega_L = 12 \text{ с}^{-1}$  при задании в качестве желаемого распределение Ньютона.

$$D_L(s) = s^4 + 48s^3 + 864s^2 + 6912s + 20736,$$

откуда матрица  $\mathbf{L}$  подстройки наблюдателя, рассчитываемая согласно формулам (1.7)-(1.9), примет вид:

$$\mathbf{L} = [-20593 \quad -6806 \quad -834 \quad -39,5].$$

Для первого случая САУ с регулятором без дополнительных гибких обратных связей примем  $\Omega_K = 0,9 \text{ с}^{-1}$ . Желаемый характеристический полином  $D(s)$  согласно (1.4) примет вид:

$$D(s) = s^4 + 3,6s^3 + 4,86s^2 + 2,916s + 0,6561.$$

Параметры коэффициентов обратных связей матрицы  $\mathbf{K}$ , полученные в соответствии с (3.3), приведены в таблице 3.5. В этом случае область устойчивости будет иметь вид, представленный на рис. 3.13, а с

характерными участками потери устойчивости при уменьшении коэффициента жесткости  $C_{12}$ . Несмотря на сохранение устойчивости, увеличение  $J_2$  и уменьшение  $C_{12}$  на 30% приводит к существенному изменению вида переходной характеристики (рис. 3.13, в, где график 1 соответствует исходным параметрам ОУ, график 2 – измененным), что свидетельствует о высокой чувствительности к изменению параметров ОУ.

Таблица 3.5. Результаты синтеза САУ с РНС с безынерционным РС и с дополнительными гибкими обратными связями

Тип регул.	$\Omega_{0к}$	$\Omega_{0к}$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k'_1$	$k'_2$	$k'_3$	$k'_4$
безынерц. регул.	0,9	-	0,17	-0,54	3,04	-22,24	-	-	-	-
с доп. ОС	4	0,9	-0,26	-0,06	3,27	-2,08	-13,5	66	-211	1182

Для второго случая САУ с регулятором, дополненным гибкими обратными связями, примем для безынерционной части  $\Omega_{к} = 4 \text{ с}^{-1}$ , что соответствует расположению САУ в пределах «зоны робастности». Для динамической части примем  $\Omega_{к'} = 0,9 \text{ с}^{-1}$ , что соответствует заданному темпу переходного процесса

$$D(s) = s^4 + 16s^3 + 96s^2 + 256s + 256;$$

$$D'(s) = s^4 + 3,6s^3 + 4,86s^2 + 2,916s + 0,6561.$$

Параметры коэффициентов обратных связей (матрицы  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{K}'$ ), полученные в соответствии с (3.3) и (3.5), приведены в таблице 3.5.

Представленная на рис. 3.13, б область устойчивости для рассматриваемой системы свидетельствует о значительном расширении диапазона изменения параметров механической части объекта, при котором система сохраняет устойчивость, а также о повышении робастных свойств САУ. Так увеличение  $J_2$  и уменьшение  $C_{12}$  на 30% не влечет за собой существенных изменений в переходной характеристике, представленной на

рис. 3.13, г.

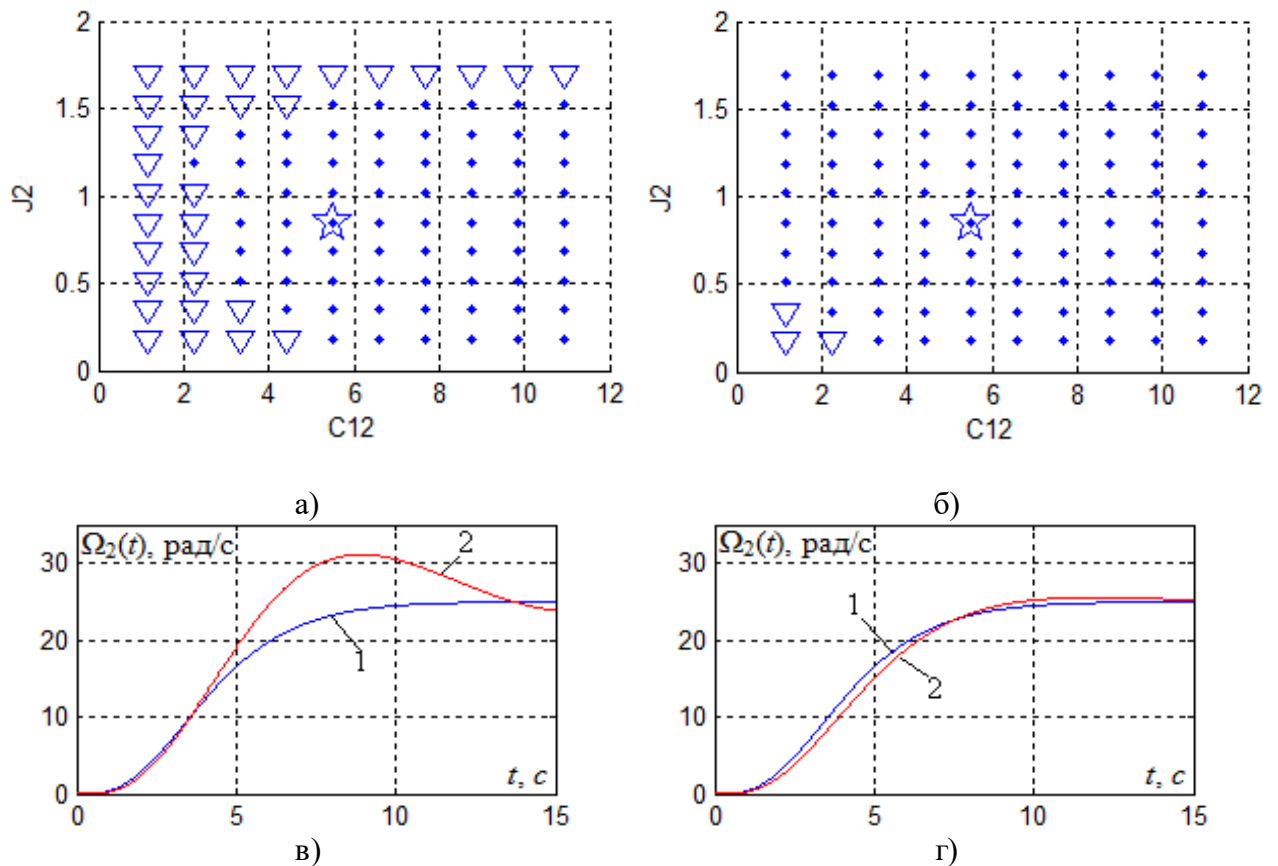


Рис. 3.13 Области устойчивости САУ с РНС с безынерционными (а) и дополнительными гибкими ОС (б) при вариации параметров ОУ

Аналогичным образом проведем анализ робастной устойчивости САУ относительно параметров  $\mathbf{K}$  регулятора безынерционной части. В данном случае, область робастной устойчивости, полученная путем полного перебора значений  $\Omega_{0K}$ , для желаемого распределения Ньютона, при выполнении трех условий робастности относительно наблюдателя состояния будет ограничена:

$$\Omega_{0K} = (25,3 \quad +\infty) \text{ c}^{-1}.$$

Примем величину СГК  $\Omega_{0L} = 100 \text{ c}^{-1}$  для всех типов регулятора, при котором, согласно (1.7)-(1.9), вектор подстройки наблюдателя примет вид:

$$\mathbf{L} = [-99999857 \quad -3999894 \quad -59970 \quad -392].$$

Синтез вектора  $\mathbf{K}$  будем проводить при СГК  $\Omega_{0K} = 15 \text{ с}^{-1}$  для случая САУ без дополнительных гибких ОС. Примем в качестве желаемого распределение Ньютона. Для САУ с дополнительными гибкими ОС примем  $\Omega_{0K'} = 15 \text{ с}^{-1}$   $\Omega_{0K} = 30 \text{ с}^{-1}$  для динамической  $\mathbf{K}'$  и безынерционной  $\mathbf{K}$  части регулятора соответственно. Желаемые характеристические полиномы  $D'(s)$  и  $D(s)$  примут вид:

$$D'(s) = s^4 + 60s^3 + 1350s^2 + 13500s + 50625,$$

$$D(s) = s^4 + 120s^3 + 5400s^2 + 108000s + 810000.$$

Синтез матриц безынерционной  $\mathbf{K}$  и динамической  $\mathbf{K}'$  части регулятора осуществляется согласно (1.2), (1.3) и (3.5) соответственно. Результаты синтеза САУ с РНС с РС рассматриваемых типов приведены в таблице 3.6.

Таблица 3.6. Результаты синтеза САУ с РНС с безынерционным РС и с дополнительными гибкими обратными связями

Тип регул.	$\Omega_{0K}$	$\Omega_{0K'}$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k'_1$	$k'_2$	$k'_3$	$k'_4$
безынерц. регул.	15	-	-1,78	-30,5	-150	646	-	-	-	-
с доп. ОС	30	15	-3,86	-153	-2317	-3306	-0,52	-24,7	-336	-86

На рис. 3.14 приведены области устойчивости относительно изменений параметров  $\mathbf{K}$  для случая безынерционного РС (рис. 3.14, а) и дополненного гибкими обратными связями (рис. 3.14, б).

Анализ данных областей также позволяет судить о существенном увеличении параметрической грубости систем с наблюдателем состояния при введении дополнительных гибких обратных связей.



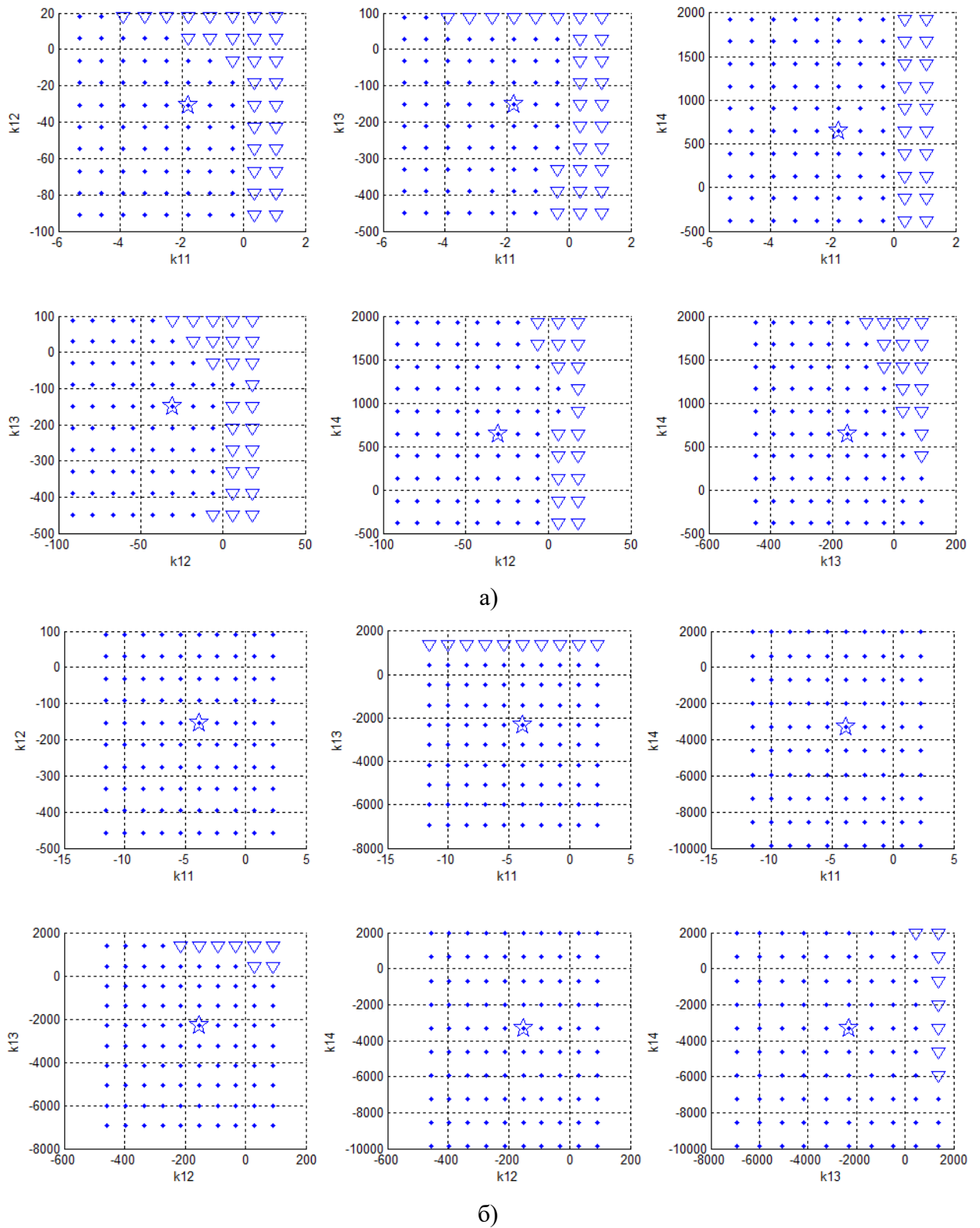


Рис. 3.14 Области устойчивости САУ относительно вариации параметров безынерционной части регулятора  $\mathbf{K}$  при  $\Omega_{0K} = \Omega_{0K^*} = 15 \text{ c}^{-1}$  (а) и  $\Omega_{0K} = 30 \text{ c}^{-1}$ ;  $\Omega_{0K^*} = 15 \text{ c}^{-1}$  (б)

Таким образом, введение дополнительных обратных связей по производным координат состояния наблюдателя позволяет расширить «зону робастности» относительно изменений, как параметров объекта, так и

параметров регулятора.

### **3.3. Повышение робастных свойств САУ путем выбора оптимальной структуры полиномиального регулятора**

Проведенные ранее исследования [120] позволили установить, что формирование неминимально-фазовых звеньев в составе полиномиальных регуляторов (ПР) «входа-выхода» при синтезе систем управления минимально-фазовыми объектами и появление отрицательных коэффициентов в полиномах их передаточных функций (ПФ) может приводить к существенному ухудшению робастных свойств синтезируемой САУ (структурная схема представлена на рис. 1.3 в). Предложена методика определения соответствующих областей положительных (заштрихованы на рис. 3.15 а, б) и областей отрицательных коэффициентов полиномов регулятора. Эти зоны образуются при вариациях темпа нарастания переходной характеристики САУ путем изменения величины среднегеометрического корня (СГК) характеристического полинома (ХП) заданного вида (Ньютона, Бесселя, Баттерворта и др.). Размеры и формы таких областей существенно зависят от исходного распределения нулей и полюсов, а также от структуры объекта управления (ОУ). При синтезе САУ в целях повышения параметрической грубости рекомендовано располагать их динамические характеристики в пределах областей положительных коэффициентов ПР (в «зонах робастности»), что наиболее просто реализуется соответствующим выбором величины СГК ХП.

Однако все исследования выполнялись в основном для минимизированных структур ПР дифференцирующего типа с нулевым порядком полинома числителя ПФ, т.е. при  $\deg C(s) = 0$ . Робастные свойства САУ с более сложными ПР при  $\deg C(s) > 0$ , обеспечивающими лучшую помехоустойчивость, всесторонне не анализировались.

Все это делает актуальным более детальное исследование влияния структуры и параметров ПР, в т.ч. неминимально-фазовых, на робастные

свойства синтезируемых САУ.

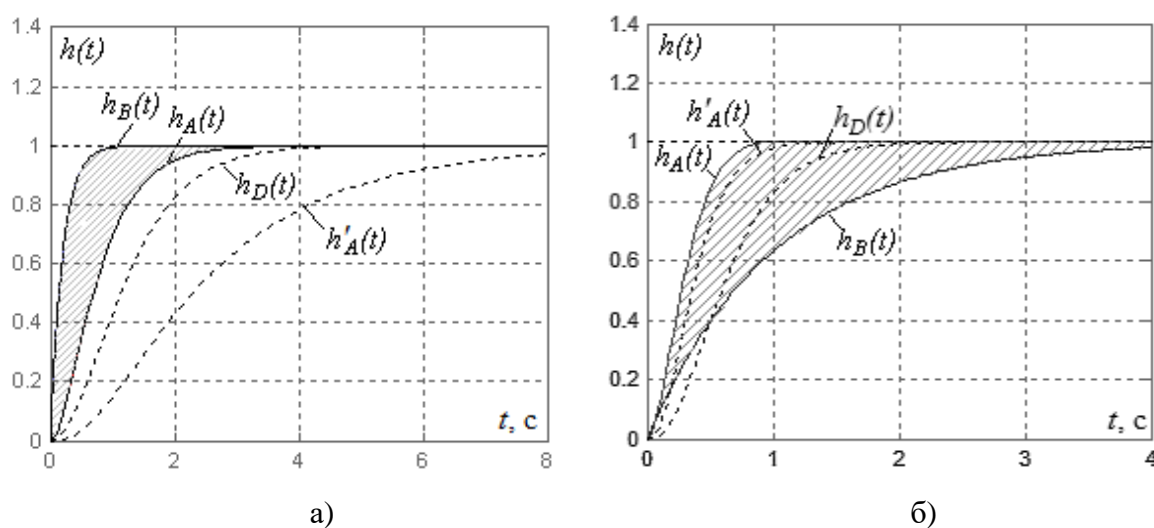


Рис. 3.15 Представление областей параметрической грубости (заштрихованы) для ОУ с «быстрыми» (а) и «медленными» (б) нулями

Будем рассматривать варианты полиномиального модального управления линейными динамическими объектами различного порядка по эквивалентной структурной схеме, приведенной на рис. 1.3 в. При этом за основу построения системы принимается структурная схема с гурвицевым ХП внеконтурного префильтра.

Поставим задачу определения и сопоставления размеров областей устойчивости различных типов САУ на базе ПР разной степени сложности с положительными и отрицательными коэффициентами полиномов при вариациях внутренних параметров минимально-фазового ОУ.

Выполним анализ областей устойчивости САУ в «зонах риска» и попытаемся ответить на вопросы о возможности и целесообразности работы систем в этих условиях, а также выработать соответствующие рекомендации по обеспечению их успешного функционирования.

### 3.3.1. Особенности «вход-выходного» модального управления объектами второго порядка с переменными параметрами

Исследуем возможности модального управления объектом с передаточной функцией (ПФ) общего вида (2.3).

Согласно [117, 125] область робастного «вход-выходного» управления заданным объектом можно приближенно очертить (рис. 3.15 а, б), построив переходные характеристики  $h_A(t)$ ,  $h_B(t)$  приведенных динамических звеньев с соответствующими ПФ

$$H_A(s) = \frac{a_0}{A(s)}, \quad H_B(s) = \frac{b_0}{B(s)}.$$

Оценивая время нарастания  $t_A$ ,  $t_B$  указанных переходных характеристик, приходим к понятию «быстрых» и «медленных» нулей ОУ соответственно для  $t_B < t_A$  и  $t_B > t_A$ , что подобно трактовкам этих определений, принятым в [53] для корневой области.

### 3.3.2. Влияние порядка характеристического полинома модального регулятора на робастные свойства САУ

Рассмотрим несколько вариантов САУ с ПР, различающимися степенью полинома знаменателя  $C(s)$ . В качестве желаемого ХП системы примем полином Ньютона  $D(s) = (s + \Omega_0)^p$ , формирующий наиболее благоприятные переходные процессы САУ. Введем обозначения «ПР  $k/l$ » для представления структуры синтезируемого регулятора.

Выполним оценку влияния степени полинома  $C(s)$  знаменателя ПР на размеры области робастной устойчивости САУ с тремя типами регуляторов: ПР 1/0, ПР 1/1 и ПР 1/2. На первом этапе исследований рассмотрим случай «быстрого» нуля ОУ (2.3) с передаточной функцией (2.6).

Взаимосвязь времени нарастания  $t_n$  стандартной переходной характеристики САУ, имеющей биномиальный ХП, с величиной СГК  $\Omega_0$  может быть установлена по эмпирической формуле [127]:

$$t_n = \frac{p + 2\sqrt{p-1}}{\Omega_0},$$

которая позволяет отразить во временной области зону расположения переходных характеристик системы, получаемых при вариациях СГК  $\Omega_0$  в соответствующей корневой области.

В результате синтеза САУ с указанными типами ПР по уравнению (1.3) при  $\Omega_0 = \text{var}$  получены и представлены в табл. 3.7 (в корневой и временной областях) точные оценки размеров их «зон робастности», соответствующих положительным значениям коэффициентов ПФ регуляторов.

Таблица 3.7. Области параметрической грубости САУ с различными типами ПР

Структура регулятора	Передаточная функция регулятора: $H_r(s)$	«Зона робастности» САУ			
		ОУ с «быстрыми» нулями		ОУ с «медленными» нулями	
		в корневой области: $\Omega_0, \text{с}^{-1}$	во временной области: $t_{\text{п}}, \text{с}$	в корневой области: $\Omega_0, \text{с}^{-1}$	во временной области: $t_{\text{п}}, \text{с}$
ПР 1/0	$\frac{r_1 s + r_0}{c_0}$	(2,55; 7,45)	(1,56; 0,54)	(0,55; 5,81)	(7,27; 0,69)
ПР 1/1	$\frac{r_1 s + r_0}{c_1 s + c_0}$	(1,9; 9,91)	(3,07; 0,59)	(4,5; 7,45)	(1,30; 0,78)
ПР 1/2	$\frac{r_1 s + r_0}{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}$	(2,53; 12,37)	(2,95; 0,6)	(5,74; 8,80)	(1,30; 0,85)

Сравнение размеров соответствующих «зон робастности», представленных во временной области, наглядно показывают их расширение при повышении размерности полинома  $C(s)$  в условиях управления заданным ОУ. Особенно заметный положительный эффект наблюдается при переходе от нулевой к первой степени полинома  $C(s)$ . Следует указать, что при этом регулятор формирует не «чистые производные» выходного сигнала, а «производные с замедлением», что, кроме того, способствует повышению помехоустойчивости САУ.

Попытаемся дать объяснение полученным результатам и установить, носят ли они общий характер или наблюдаются только при управлении объектами с определенными сочетаниями параметров.

Синтезируем регулятор типа ПР 1/1 для значения СГК  $\Omega_0 = 1.9 \text{ с}^{-1}$ ,

соответствующего правой границе «зоны робастности», обусловленной переходной характеристикой  $h_A(t)$  (рис. 3.15 а). Учитывая последовательное включение ПР и ОУ в контуре управления (рис. 1.3 в), отделим полученный полином  $C(s)$  от регулятора и присоединим его сомножителем к ХП объекта. При этом образуется новый ХП  $A'(s) = A(s)C(s)$ , для которого  $\deg A'(s) = \deg A(s) + \deg C(s) = 2 + 1 = 3$ .

Для видоизмененного таким образом ОУ правая граница «зоны робастности» перемещается дальше вправо, занимая положение переходной характеристики  $h_{A'}(t)$  приведенного звена с ПФ  $H_{A'}(s) = a'_0 / A'(s)$ , показанной пунктиром на рис. 3.15 а.

Однако согласно (1.4) такая расширенная зона параметрической грубости САУ может быть достигнута только регулятором повышенной размерности – ПР 2/0. В нашем случае (после отделения полинома  $C(s)$ ) регулятор имеет более простой вид – ПР 1/0. Тем не менее, определенная близость свойств этих регуляторов в некотором диапазоне параметров позволяет расширить «зону робастности» САУ, как это показано пунктирным графиком  $h_D(t)$  на рис. 3,12 а, хотя и в меньших размерах, чем это фиксировалось переходной характеристикой  $h_A(t)$ . При этом эффект расширения «зоны робастности» будет более выраженным именно после замены нулевой степени полинома  $C(s)$  на любую ненулевую.

Из приведенного объяснения и его графической интерпретации на рис. 3.15 а следует, что расширение зоны параметрической грубости САУ за счет повышения размерности полинома  $C(s)$  может быть достигнуто при однотипных переходных характеристиках, т.е. близких видах распределения полюсов ОУ и синтезируемой САУ и, кроме того, – при управлении такими объектами, у которых нули оказываются «быстрее», чем полюсы.

При этом «зона робастности» САУ с ПР «входа-выхода», у которого  $\deg C(s) > 0$ , может оказаться шире соответствующей области параметрической грубости САУ на базе безынерционного РС [78, 128].

В тех случаях, когда нули ОУ оказываются «медленнее», чем его

полюсы, переходные характеристики  $h_A(t)$  и  $h_B(t)$  меняются местами (рис. 3.15, б), и перемещение характеристики  $h_A(t)$  вправо приведет, напротив, к сужению «зоны робастности» САУ. Как показано в [128, с. 78-81], дополнительное сужение «зоны робастности» может произойти при этом за счёт смещения влево её правой границы, обусловленного различием порядков полиномов  $B(s)$ ,  $A(s)$ ,  $D(s)$  и видов распределения их корней. Это наглядно иллюстрируют данные табл.3.7, полученные на втором этапе исследований при изучении особенностей управления ОУ (2.3) с параметрами:  $a_0 = 32$ ,  $a_1 = 9.8$ ,  $b_0 = 1$ ,  $b_1 = 1$ .

Как следствие, при близости видов распределения полюсов исходного ОУ и синтезируемой САУ в случае «медленных» нулей объекта с увеличением размерности полинома  $C(s)$  регулятора может произойти существенное ухудшение параметрической грубости замкнутой «по выходу» системы.

Таблица 3.8. Результаты синтеза САУ при вариациях времени переходного процесса и степени полинома  $C(s)$

Тип ОУ	Структура регулятора	Время переходного процесса $t_n$ , с	СГК $\Omega_0$ , с <sup>-1</sup>	$r_1$	$r_0$	$c_1$	$c_0$
с «быстрыми» нулями	ПР 1/0	2,0	2	-0,50	-1,00	-	1,50
	ПР 1/1	2,0	2,9	0,26	0,76	1,00	3,49
		0,64	9,1	6,01	129,47	1,00	16,18
		0,4	14,6	-112,41	437,38	1,00	151,13
с «медленными» нулями	ПР 1/0	3,0	1,3	0,995	1,62	-	0,005
	ПР 1/1	3,0	1,9	-5,01	-25,82	1,00	1,04

Результаты синтеза различных вариантов САУ с ПР 1/0 и ПР 1/1 для объектов с «быстрым» и «медленным» нулями соответственно при  $t_n = 2$  с и  $t_n = 3$  с приведены в табл. 3.8.

Результаты расчета переходных характеристик САУ, полученные для исходных параметров объектов (графики 1, 2), а также при уменьшении параметра  $a_1$  и увеличении  $b_0$  на 35% в условиях использования регуляторов типа ПР 1/0 (графики 3) и ПР 1/1 (графики 4) для управления ОУ с

«быстрым» и «медленным» нулями, приведенные соответственно на рис. 3.16 а, б, наглядно иллюстрируют выявленные выше закономерности.

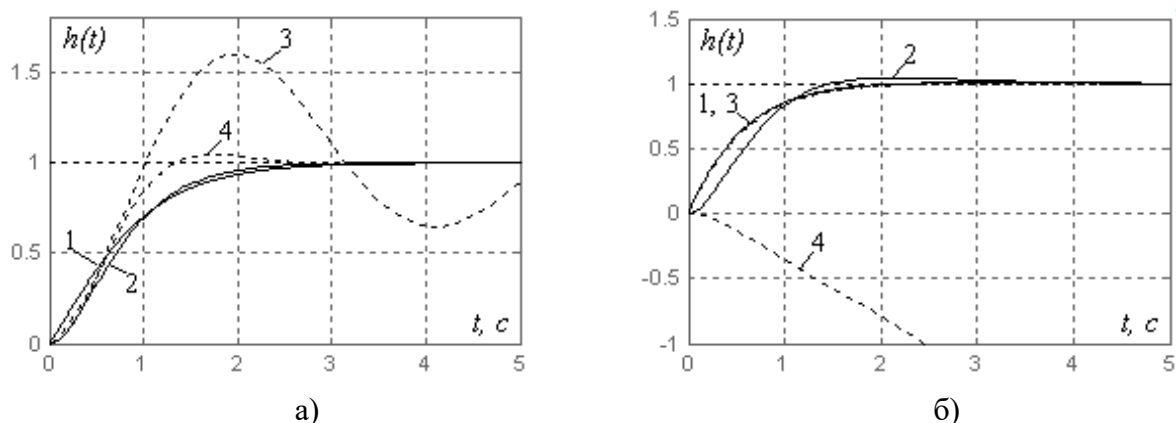


Рис. 3.16 Графики переходных процессов САУ с ПР для ОУ с «быстрыми» (а) и с «медленными» нулями (б)

Рассмотрим, как проявляются выявленные закономерности при управлении распространенными ОУ более сложной структуры и высокого порядка.

### 3.3.3. Модальное «вход-выходное» управление электромеханическим объектом

Исследуем особенности «вход-выходного» (полиномиального) управления двухмассового электромеханического объекта с вязкоупругой кинематической передачей [30] (ЭМО1). Его функциональная и структурная схемы приведены соответственно на рис. 1.1 а, б,

Исходные параметры ЭМО1 представлены в таблице 3.9. В данном случае наименее стабильными считаются параметры механической части  $C_{12}$  и  $J_2$ .

Таблица 3.9. Исходные параметры двухмассового электромеханического объекта (ЭМО1)

$K_{сп}$	$R_a, \text{ Ом}$	$T_a, \text{ с}$	$C, \text{ Вб}$	$J_1,$	$J_2,$	$C_{12}, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$K_d,$	$K_T,$
				$\text{кг}\cdot\text{м}^2$			$\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$	
22	3,15	0,5	0,16	0,5	0,85	1,5	0,25	4,5



Передаточная функция ЭМО1 от входа к выходу определяется выражением

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \frac{1.32s + 7.92}{s^4 + 8.088s^3 + 19.62s^2 + 30.89s + 31.82}.$$

При этом

$$H_A(s) = \frac{31.82}{s^4 + 8.088s^3 + 19.62s^2 + 30.89s + 31.82}, \quad t_A = 6.65 \text{ с},$$

$$H_B(s) = \frac{7.92}{1.32s + 7.92}, \quad t_B = 0.5 \text{ с} < t_A,$$

т.е. имеем случай «быстрого» нуля объекта.

ЭМО1 имеет один ноль  $s_1 = -6$  и четыре полюса:  $s_1 = -5.25$ ,  $s_2 = -1.99$ ,  $s_{3,4} = -0.42 \pm 1.69i$ . Условия робастности системы управления данным объектом с динамическим ПР при задании биномиального ХП Ньютона для различных вариантов полинома  $C(s)$  представлены в таблице 3.10.

Полученные результаты наглядно иллюстрируют расширение временной «зоны робастности» для САУ с ПР 3/1 [19, 116].

В табл. 3.11 приведены результаты синтеза регуляторов типа ПР 3/0 и ПР 3/1 для управления ЭМО1 при  $t_n = 3.7$  с, а на рис. 3.17 а представлены соответствующие переходные характеристики САУ для исходных параметров объекта (график 1 для ПР 3/0, график 2 для ПР 3/1) и при увеличении параметра  $C_{12}$  на 70% (график 3 для ПР 3/0, график 4 для ПР 3/1). Результаты расчета подтверждают улучшение робастных свойств системы на базе регулятора, у которого  $\deg C(s) = 1$ .

Таблица 3.10. Области параметрической грубости САУ с ЭМО1, ЭМО2 и различными типами ПР

Тип ПР	Передаточная функция регулятора $H_r(s)$	«Зона робастности»	
		в корневой области $\Omega_0, c^{-1}$	во временной области $t_{п}, c$
ОУ с «быстрыми» нулями (ЭМО1)			
ПР3/0	$\frac{r_3s^3 + r_2s^2 + r_1s + r_0}{c_0}$	(2,9; 9,1)	(2,57; 0,82)
ПР3/1	$\frac{r_3s^3 + r_2s^2 + r_1s + r_0}{c_1s + c_0}$	(2,4; 11,3)	(3,75; 0,80)
ПР3/2	$\frac{r_3s^3 + r_2s^2 + r_1s + r_0}{c_2s^2 + c_1s + c_0}$	(3,3; 13,4)	(3,17; 0,78)
ПР3/3	$\frac{r_3s^3 + r_2s^2 + r_1s + r_0}{c_3s^3 + c_2s^2 + c_1s + c_0}$	(3,8; 15,6)	(3,13; 0,77)
ОУ с «медленными» нулями (ЭМО2)			
ПР2/0	$\frac{r_2s^2 + r_1s + r_0}{c_0}$	(0,7; 13,8)	(8,33; 0,43)
ПР2/1	$\frac{r_2s^2 + r_1s + r_0}{c_1s + c_0}$	(10,9; 17,7)	(0,68; 0,43)
ПР2/2	$\frac{r_2s^2 + r_1s + r_0}{c_2s^2 + c_1s + c_0}$	(14,1; 20)	(0,64; 0,46)

Таблица 3.11. Результаты синтеза САУ ЭМО1 и ЭМО2 при вариациях времени переходного процесса и степени полинома  $C(s)$

Тип ОУ	Структура регулятора	Время переходного процесса $t_{п}, c$	СГК $\Omega_0, c^{-1}$	$r_3$	$r_2$	$r_1$	$r_0$	$c_1$	$c_0$
с «быстрыми» нулями	ПР 3/0	3.7	2.02	-1.11	-2.32	-4.15	-7.79	-	2.46
	ПР 3/1	4	2.25	3.35	11.09	15.00	12.32	1	-1.26
	ПР 3/1	3.7	2.43	2.83	10.89	15.17	9.36	1	0.34
с «медленными» нулями	ПР 2/0	4	1.45	-	1	3.7	3.8	-	0.0002
	ПР 2/1	4	1.9	-	-26.6	-449.9	-2578.5	1	0.67

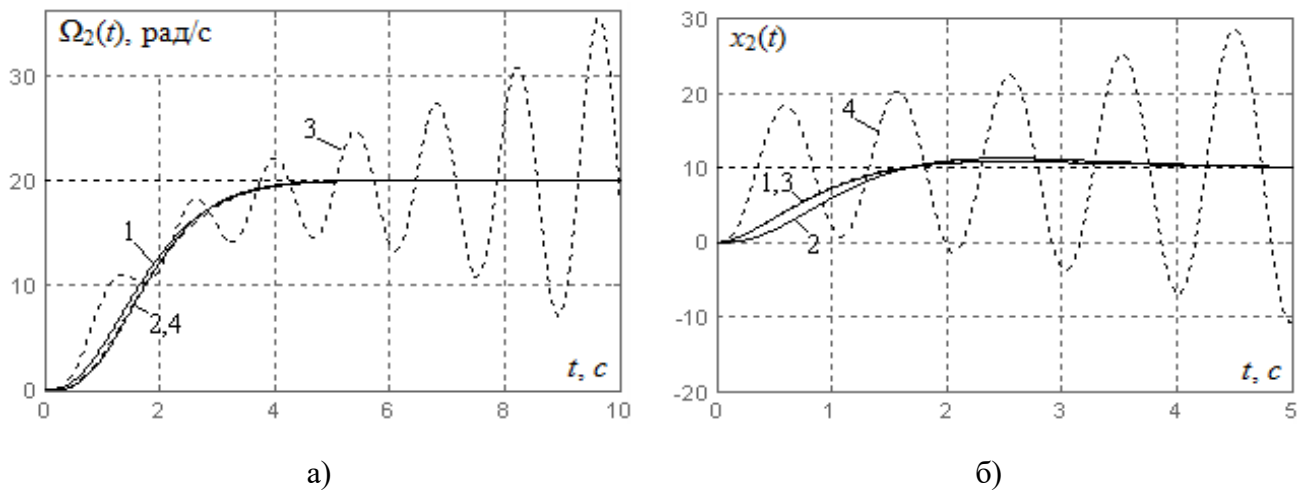


Рис. 3.17 Графики переходных процессов САУ с ПР для ОУ с «быстрыми» (а) и с «медленными» нулями (б)

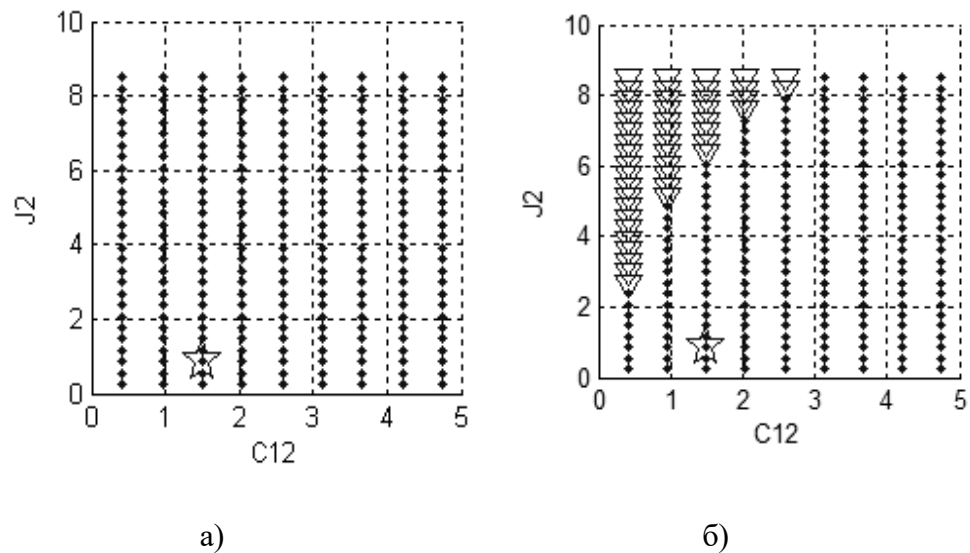


Рис. 3.18 Области сечений пространства параметров САУ с ПР 3/1 для  $\Omega_0 = 2.43 \text{ c}^{-1}$  (а) и  $\Omega_0 = 2.25 \text{ c}^{-1}$  (б)

Приведенные на рис. 3.18, области сечений пространства параметров САУ с ПР 3/1 для  $\Omega_0 = 2.43 \text{ c}^{-1}$  (рис. 3.18, а) и  $\Omega_0 = 2.25 \text{ c}^{-1}$  (рис. 3.18, б) (табл. 3.11) свидетельствуют о скачкообразном ухудшении робастных свойств САУ при появлении отрицательных коэффициентов полиномов регулятора, но, тем не менее, указывают на достаточно высокие потенциальные возможности работы системы в «зоне риска» при вариации параметров  $C_{12}$  и  $J_2$ .

Рассмотрим второй тип электромеханического объекта управления (ЭМО2) [27], функциональная и структурная схемы которого представлены на рис. 3.19 а, б, где СЭП – следящий электропривод, ПП – преобразователь

перемещения,  $U_\varphi$  – сигнал задания угла,  $\varphi_1$  – угол положения вала,  $x_1, x_2$  – линейные перемещения,  $\beta$  – коэффициент сопротивления демпфера,  $c_1, c_2$  – жесткость пружин. Их значения указаны в табл. 3.12.

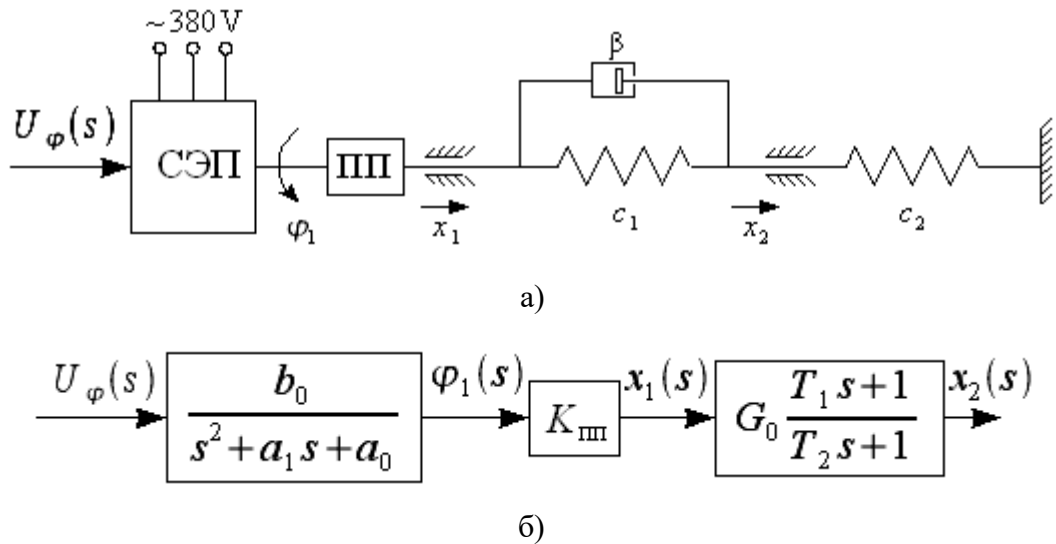


Рис. 3.19 Функциональная (а) и структурная (б) схемы двухмассового электромеханического объекта (ЭМО2)

Таблица 3.12. Исходные параметры двухмассового электромеханического объекта (ЭМО2)

$b_0$	$a_1$	$a_0$	$K_{\text{ПП}}$	$\beta$ , Нс/м	$c_1$ , Нм	$c_2$ , Нм	$T_1$ , с	$T_2$ , с	$G_0$
1	20.6	202.8	1	3	2	36.36	1.5	0.078	0.052

Постоянные времени  $T_1$  и  $T_2$  и коэффициент  $G_0$  рассчитываются исходя из следующих соотношений:

$$T_1 = \frac{\beta}{c_1}; \quad T_2 = \frac{c_1}{c_1 + c_2} T_1; \quad G_0 = \frac{c_1}{c_1 + c_2}.$$

Для данного объекта имеем:

$$H(s) = \frac{X_2(s)}{U_\varphi(s)} = \frac{s + 0.6667}{s^3 + 33.383s^2 + 466.15s + 2592.7},$$

$$H_A(s) = \frac{2592.7}{s^3 + 33.383s^2 + 466.15s + 2592.7},$$

$$H_B(s) = \frac{0.6667}{s + 0.6667},$$

$t_B = 4.5 \text{ с} > t_A = 0.34 \text{ с}$ , что соответствует случаю «медленного» нуля  $s_0 = -0.67$  по отношению к полюсам  $s_1 = -12.79$ ,  $s_{2,3} = -10.3 \pm 9.83i$ .

Зоны робастной устойчивости и результаты синтеза САУ на базе ПР 2/0 и ПР 2/1 при управлении ЭМО2 с заданием желаемого ХП в форме Ньютона приведены в табл. 3.10, 3.11, а соответствующие переходные характеристики, полученные для исходных параметров (график 1 для ПР 2/0, график 2 для ПР 2/1) объекта и при увеличении параметра  $a_0$  на 11% (график 3 для ПР 2/0, график 4 для ПР 2/1) представлены на рис. 3.17 б.

Они наглядно свидетельствуют о существенном сокращении зоны робастной устойчивости и ухудшении параметрической грубости САУ при повышении степени полинома  $C(s)$ , что подтверждает выявленные выше закономерности и указывает на целесообразность применения регулятора типа ПР 2/0, который может быть реализован в цифровом виде.

Таким образом, выбор структуры регулятора должен основываться на предварительном анализе распределений нулей и полюсов управляемого объекта [19, 116].

## **Выводы**

1. Формирование желаемого распределения полюсов, отличного от «стандартного», путем изменения неблагоприятного (формирующего положительную ОС) коэффициента регулятора на основе анализа областей устойчивости позволяет придать САУ робастные свойства при незначительном изменении качества переходных процессов.

2. Использование дополнительных степеней свободы в виде гибких ОС по координатам состояния объекта для РС, координатам наблюдателя для РНС и дополнительной производной выходной координаты для ПР способствует расширению «зоны робастности» САУ.

3. При наличии «быстрых» нулей ОУ рациональным структурным решением является выбор ПР с первой степенью полинома  $C(s)$ , что позволяет расширить область параметрической грубости САУ, повысить ее помехоустойчивость и не приводит к большим усложнениям в реализации регулятора.

4. Присутствие в объекте «медленных» нулей требует особого внимания проектировщика, поскольку применение ПР с ненулевой степенью полинома  $C(s)$  может привести к значительному сокращению или полному устранению «зоны робастности», характеризующейся положительными значениями коэффициентов ПФ регулятора.

## **Глава 4. Методы редукции регуляторов динамических систем**

В данной главе решаются задачи упрощения структуры (редуцирования) регуляторов за счет исключения обратных связей по отдельным координатам состояния управляемого объекта, а также на основе уменьшения степеней полиномов передаточных функций при обеспечении требуемых показателей качества и робастных свойств синтезируемых САУ.

Определяются условия и разрабатываются методы редуцирования безынерционных регуляторов состояния и динамических полиномиальных регуляторов «входа-выхода» путем формирования определенного распределения полюсов синтезируемых систем с учётом особенностей динамики объектов управления.

Приводятся примеры эффективного управления объектами различной степени сложности на основе построения редуцированных регуляторов с числом обратных связей, меньшим размерности объекта.

### **4.1. Методы синтеза редуцированных регуляторов состояния линейных динамических систем**

В сравнении с динамическими полиномиальными регуляторами «входа – выхода» безынерционные РС обычно обеспечивают более высокую помехоустойчивость синтезируемых САУ, поскольку не формируют производных по времени от измеряемых координат состояния ОУ.

Однако для реализации РС и формирования обратных связей  $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]$  требуется получение информации о всех координатах состояния ОУ, т.е. наличие полного комплекта соответствующих измерительных устройств. Как было указано в главе 1, отсутствие возможности измерения хотя бы одной или части координат приводит к необходимости использования динамических восстанавливающих или наблюдающих устройств со свойственной им проблематикой (адекватность объекту, учет возмущений, сложность, робастность, помехоустойчивость и др.).

В этих условиях становится актуальным поиск возможностей исключения из управления отдельных координат состояния ОУ при сохранении показателей качества, включая робастные свойства САУ.

Предпосылкой для возможного редуцирования РС является то, что, как было показано в [10] при реализации робастного управления объектами, коэффициенты ОС по координатам состояния могут менять знаки при относительно небольших изменениях среднегеометрического корня  $\Omega_0 = \sqrt[p]{d_0}$  желаемого характеристического полинома САУ

$$D(s) = s^p + d_{p-1}s^{p-1} + \dots + d_1s + d_0$$

и, следовательно, могут принимать нулевые значения при определенном выборе СГК [13, 141].

Это указывает на возможность исключения ОС по отдельным координатам состояния при вариациях  $\Omega_0$ , а также при изменениях вида распределения полюсов САУ с учетом особенностей конкретного ОУ [13].

Таким образом, поставим задачу выявления возможностей, определения условий и разработки методов сокращения числа контролируемых координат состояния (редуцирования РС) путем формирования определенного распределения полюсов синтезируемых САУ в рамках заданных показателей качества управления.

#### **4.1.1. Основная идея редуцирования регуляторов состояния и методы её реализации**

На рис. 1.8, *a* показан общий вид семейства переходных характеристик  $h_{\Omega}(t)$  САУ, полученных при выборе в качестве  $D(s)$  полинома Ньютона и вариациях его СГК  $\Omega_0$ . Они формируют так называемые «зоны робастности» (заштрихованы), характеризующиеся наличием отрицательных коэффициентов  $k_i$  ОС по координатам состояния ОУ [10, 13, 128, 141].

На границах  $h_{\Omega_1}(t), \dots, h_{\Omega_4}(t)$ , разделяющих «зоны робастности» и «зоны



риска», характеризующиеся появлением положительных коэффициентов ОС по одной или нескольким координатам состояния, происходит обнуление (переход через ноль) значений этих коэффициентов. Такое обнуление может достигаться подбором значений СГК  $\Omega_0$  заданного ХП или изменением вида самого ХП  $D(s)$  [13].

Если при совмещении переходной характеристики САУ с одной из указанных границ «зоны робастности» происходит обнуление коэффициента ОС по той координате состояния, измерение которой затруднительно или невозможно, а вид и темп процесса соответствует требуемому качеству управления, то выбранное выражение ХП  $D(s)$  и значение СГК  $\Omega_0$  обеспечивают решение поставленной задачи.

Если на границах «зоны робастности» указанные условия не выполняются, то можно попытаться обеспечить их изменением выражения желаемого ХП  $D(s)$  и его СГК  $\Omega_0$ , оставаясь при этом в пределах заданных требований к качеству САУ.

Важно отметить, что при обнулении одного из коэффициентов матрицы **К** не происходит изменение характера обратной связи – смены отрицательной ОС на положительную. Поэтому робастные свойства САУ с редуцированным РС не будут претерпевать тех неблагоприятных изменений, которые обычно свойственны переходам системы из «зоны робастности» в «зону риска» [10, 13, 78, 128, 141].

Вычисление требуемого значения  $\Omega_0$  в рамках принятого распределения полюсов САУ, определяемого выражением  $D(s)$ , может быть организовано путем многократного расчета параметров полноразмерного (нередуцированного) РС при вариациях  $\Omega_0$  и фиксации границ перехода САУ из «зон робастности» в «зоны риска». Искомое значение  $\Omega_0$  будет соответствовать обнулению коэффициента ОС по той координате, измерение которой не представляется возможным.

Однако точный «выход» на граничную переходную характеристику САУ указанным поисковым методом потребует выполнения многочисленных

расчетов с очень малым шагом значений  $\Omega_0$  [13].

Поэтому целесообразно использование других – аналитических или численно-аналитических методов расчета, которые основываются на непосредственной связи параметров РС с величиной СГК ХП синтезируемой системы. Искомое значение  $\Omega_0$  выбранного ХП  $D(s)$  будет определяться при этом как следствие обнуления того элемента матрицы  $\mathbf{K}$ , который соответствует недоступной для измерения координате состояния ОУ. В завершении синтеза потребуется лишь оценить полученное значение СГК на предмет соответствия заданным требованиям быстродействия САУ [13].

При управлении объектами низкого порядка взаимосвязь параметров РС с величиной СГК  $\Omega_0$  может быть установлена относительно простыми алгебраическими вычислениями в общем (символьном) виде. Однако повышение размерности объектов потребует выполнения матричных операций как в численной, так и в численно-символьной формах [13].

#### 4.1.2. Редуцирование регуляторов при управлении состоянием объектов второго порядка

Рассмотрим, как реализуется предложенная идея редуцирования РС при управлении объектом второго порядка с одним нулем и двумя полюсами, структурная схема которого приведена на рис. 4.1.

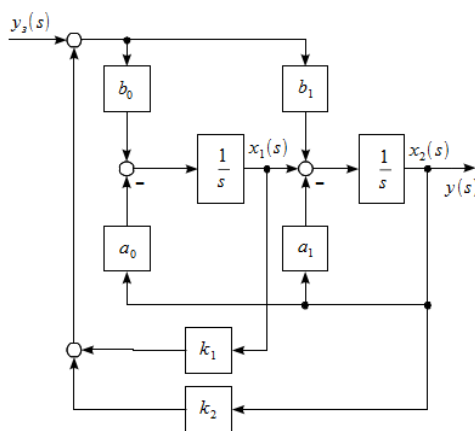


Рис. 4.1. Структурная схема САУ с РС

Передаточная функция ОУ имеет общий вид (2.3).

Ставится задача синтеза РС, обеспечивающего получение ХП САУ в виде полинома Ньютона

$$D(s) = (s + \Omega_0)^2.$$

ОУ имеет невысокий порядок, поэтому удается аналитически найти решение задачи модального управления в символьной форме (в общем виде) [10, 13, 128, 141]

$$\bar{\mathbf{K}}^T = \frac{1}{\det \mathbf{U}} \begin{bmatrix} b_1 \Omega_0^2 - 2b_0 \Omega_0 - b_1 a_0 + b_0 a_1 \\ -b_0 \Omega_0^2 - 2\Omega_0(b_1 a_0 - b_0 a_1) + b_0 a_0 + b_1 a_0 a_1 - b_0 a_1^2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

где  $T$  – символ транспонирования,  $\det \mathbf{U}$  – детерминант матрицы управляемости объекта, причем

$$\det \mathbf{U} = b_1^2 \left[ \left( \frac{b_0}{b_1} \right)^2 - \frac{b_0}{b_1} a_1 + a_0 \right].$$

В итоге для невырожденного ОУ ( $\det \mathbf{U} \neq 0$ ) согласно (4.1) получаем следующие уравнения, определяющие условия обнуления коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$  синтезируемого РС

$$k_1 = b_1 \Omega_0^2 - 2b_0 \Omega_0 - b_1 a_0 + b_0 a_1 = 0 \quad (4.2)$$

$$k_2 = -b_0 \Omega_0^2 - 2\Omega_0(b_1 a_0 - b_0 a_1) + b_0 a_0 + b_1 a_0 a_1 - b_0 a_1^2 = 0 \quad (4.3)$$

Примем для конкретности следующие значения параметров ОУ:  $b_0 = 5$ ,  $b_1 = 1$ ,  $a_0 = 6$ ,  $a_1 = 5$ .

В результате решения (4.2) и (4.3) получаем значения СГК ХП, при которых происходит обнуление соответствующих коэффициентов РС:

$$k_1 = 0 \text{ при } \Omega_{01} = 7.45 \text{ с}^{-1} \text{ и } \Omega_{02} = 2.55 \text{ с}^{-1};$$

$$k_2 = 0 \text{ при } \Omega_{03} = 5.00 \text{ с}^{-1} \text{ и } \Omega_{04} = 2.60 \text{ с}^{-1}.$$

При выборе указанных значений  $\Omega_{01}, \dots, \Omega_{04}$  получаем соответствующие переходные характеристики  $h_{\Omega_1}(t), \dots, h_{\Omega_4}(t)$  (рис. 1.8, а) синтезируемых САУ, определяющих границы разделения «зон робастности» и «зон риска».

В табл. 4.1 приведены результаты синтеза РС при различных значениях СГК  $\Omega_0$  ХП  $D(s)$ , полученные в результате расчета по (4.1), а на рис. 4.2 показаны соответствующие переходные характеристики САУ.

Таблица 4.1. Результаты синтеза САУ для различных значений величины СГК  $\Omega_0$

Коэффициенты РС	Величина СГК: $\Omega_0, \text{с}^{-1}$			
	5.00	6.00	7.45	10.00
$k_1$	-1.00	-0.83	0.00	3.17
$k_2$	0.00	-2.83	-9.90	-30.83

Полученные результаты наглядно показывают, что при управлении выходной координатой  $x_2(t)$  (рис. 4.2, а – график 1) назначением  $\Omega_0 = 7,45 \text{ с}^{-1}$  можно отказаться от измерения координаты  $x_1(t)$ . А в том случае, когда выходной координатой ОУ является  $x_1(t)$  (рис. 4.2, б – график 1), выбором  $\Omega_0 = 5 \text{ с}^{-1}$  можно исключить из структуры САУ измеритель координаты  $x_2(t)$ .

При этом робастные свойства систем с редуцированными РС, как демонстрируют характеристики, полученные при двукратном увеличении параметра  $b_0$  ПФ объекта (рис. 4.2, а, б – графики 2), не претерпевают существенных изменений относительно этих свойств в «зоне робастности» при  $\Omega_0 = 6 \text{ с}^{-1}$  (рис. 4.2, в – графики 1, 2). В то же время робастные свойства САУ с редуцированными РС выгодно отличаются от таковых, полученных

при достаточно малом изменении СГК ХП до уровня  $\Omega_0 = 10 \text{ с}^{-1}$ , переводящем, тем не менее, синтезируемую САУ в «зону риска» (рис. 4.2, г – графики 1, 2).

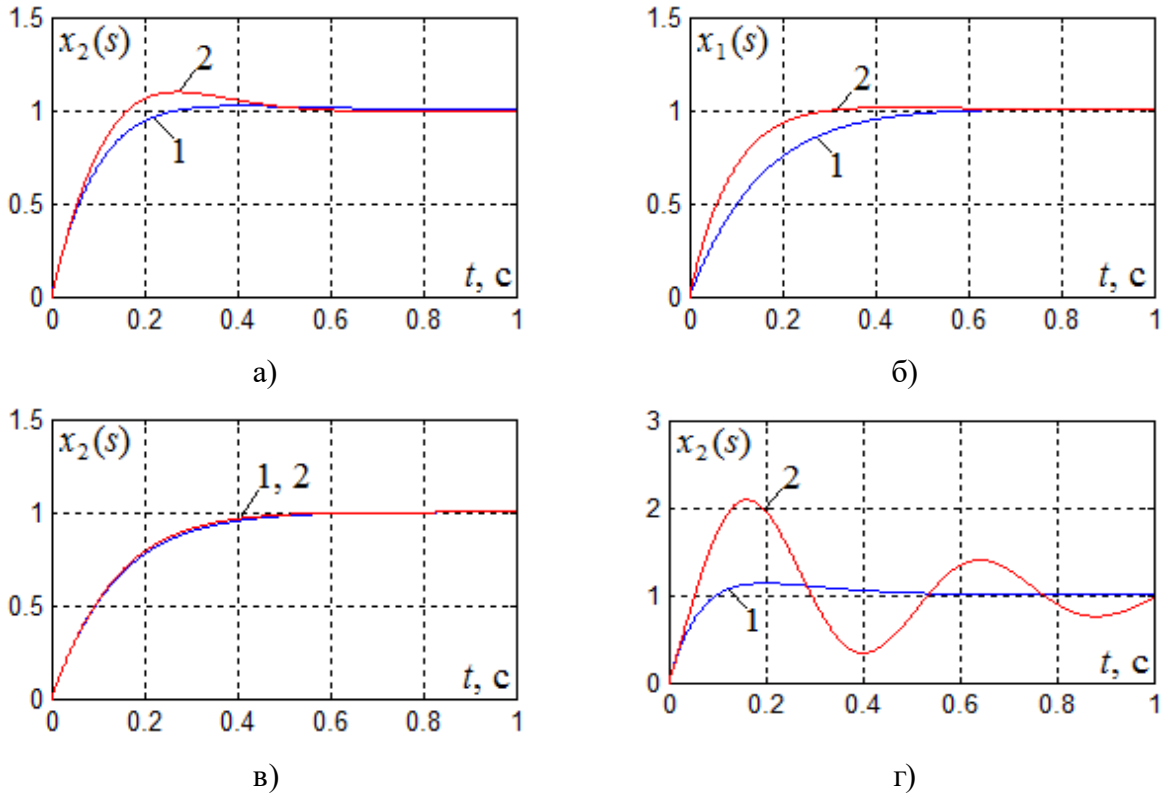


Рис. 4.2. Переходные характеристики САУ с РС для значений СГК:  $\Omega_0 = 7.45 \text{ с}^{-1}$  (а),  $\Omega_0 = 5.00 \text{ с}^{-1}$  (б),  $\Omega_0 = 6.00 \text{ с}^{-1}$  (в),  $\Omega_0 = 10.00 \text{ с}^{-1}$  (г), где график 1 – исходные значения ОУ, график 2 – при увеличении  $b_0$  в 2 раза

Таким образом, при относительно небольших изменениях  $\Omega_0$  удается не только существенно упростить реализацию РС, но и сохранить основные показатели качества САУ, включая свойства параметрической грубости [13].

#### 4.1.3. Синтез редуцированных регуляторов при управлении состоянием объектов высокой размерности

При управлении объектами высокого порядка аналитическое решение поставленной задачи оказывается затруднительным. Однако может быть использован следующий алгоритм численно-аналитического расчета, представляющий собой модификацию метода модального управления и позволяющий выполнить синтез РС с оценкой возможности и определением

условий его редуцирования.

На основе числовых выражений матриц **A**, **B** и **C** объекта согласно (1.11) вычисляется соответствующая передаточная функция (ПФ) «входа-выхода».

Полученные значения коэффициентов полиномов ПФ позволяют легко сформировать числовые выражения матриц  $\bar{A}$  и  $\bar{B}$  объекта в канонической форме управляемости (1.6)

После этого, в соответствии с (1.5), проводят матричные вычисления для определения числовых выражений матриц управляемости объекта соответственно в КФУ и реальных координатах и рассчитывают матрицу преобразования для перехода от КФУ к реальным координатам

$$P_U = \bar{U}U^{-1} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nm} \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Выражение желаемого ХП (1.4) синтезируемой САУ представляют как функцию от  $\Omega_0$  в численно-символьной форме

$$D(s) = s^n + d'_{n-1}\Omega_0 s^{n-1} + \dots + d'_1\Omega_0^{n-1}s + \Omega_0^n, \quad (4.5)$$

где  $d'_1 \dots d'_{n-1}$  – числовые значения коэффициентов выбранного распределения.

Затем составляют численно-символьное выражение матрицы коэффициентов РС в КФУ

$$\bar{K} = [a_0 - \Omega_0^n \quad a_1 - d'_1\Omega_0^{n-1} \quad \dots \quad a_{n-1} - d'_{n-1}\Omega_0] \quad (4.6)$$

и осуществляют переход к численно-символьному представлению матрицы коэффициентов регулятора в реальных координатах объекта

$$\mathbf{K}^T = (\overline{\mathbf{K}}\mathbf{P}_U)^T = \begin{bmatrix} p_{11}a_0 - p_{11}\Omega_0^n + p_{21}a_1 - p_{21}d'_1\Omega_0^{n-1} + \dots + p_{n1}a_{n-1} - p_{n1}d'_{n-1}\Omega_0 \\ p_{12}a_0 - p_{12}\Omega_0^n + p_{22}a_1 - p_{22}d'_1\Omega_0^{n-1} + \dots + p_{n2}a_{n-1} - p_{n2}d'_{n-1}\Omega_0 \\ \dots \\ p_{1n}a_0 - p_{1n}\Omega_0^n + p_{2n}a_1 - p_{2n}d'_1\Omega_0^{n-1} + \dots + p_{nn}a_{n-1} - p_{nn}d'_{n-1}\Omega_0 \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Приравнивание к нулю коэффициента ОС по той координате состояния, измерение которой затруднительно, и решение полученного уравнения относительно  $\Omega_0$  позволяют определить соответствующие значения СГК, при которых возможно редуцирование регулятора. Наличие вещественных положительных значений  $\Omega_0$ , соответствующих заданным требованиям быстродействия САУ при выбранном виде распределения полюсов, определяемом выражением ХП  $D(s)$ , будет свидетельствовать об успешном решении поставленной задачи.

В том случае, если полученные результаты по каким-либо причинам не удовлетворяют разработчика, можно повторить изложенные процедуры, изменив выражение ХП  $D(s)$ , но оставаясь при этом в рамках заданных требований к качеству САУ.

Проведем исследование возможности редуцирования регулятора при синтезе системы управления типовым двухмассовым электромеханическим объектом (ЭМО) постоянного тока с вязкоупругой кинематической передачей, функциональная и структурная схемы которого представлены на рис. 1.1, исходные параметры – в таблице 2.2. Структурная схема САУ ЭМО приведена на рис. 4.3, где  $k_1 \dots k_4$  – обратные связи РС.

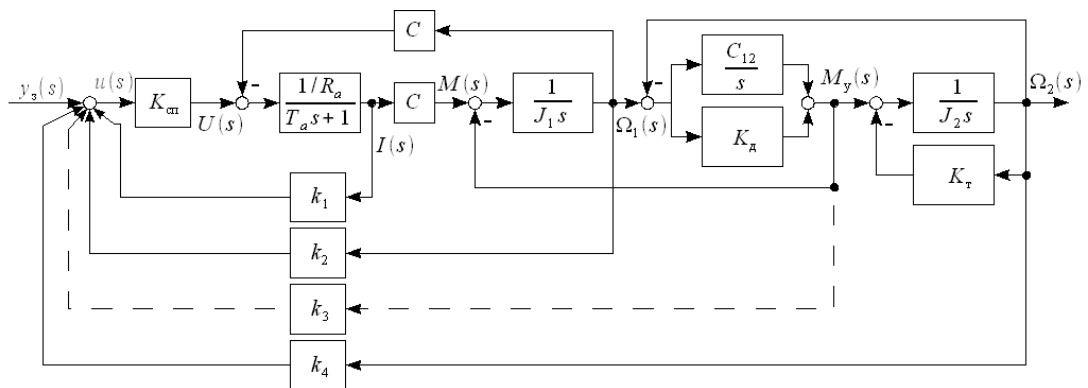


Рис. 4.3. Структурная схема электромеханического объекта

Соответствующие матрицы  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{C}$  (рис. 1.3, а) описания данного объекта в координатах состояния:  $x_1 = I$ ,  $x_2 = \Omega_1$ ,  $x_3 = M_y$ ,  $x_4 = \Omega_2 = y$ , при номинальных значениях параметров (таблица 1.1) принимают вид:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -0.016 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0.5 & 1.5 & -0.79 & -0.18 \\ 0 & 0 & 1.18 & -5.29 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2.23 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

Передаточная функция ОУ от входа к выходу определяется выражением

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \frac{1.32s + 7.92}{s^4 + 8.09s^3 + 19.62s^2 + 30.89s + 31.82}$$

Для данного ОУ характерно наличие одного нуля  $s_0 = -6$  и четырёх полюсов:  $s_1 = -5.25$ ,  $s_2 = -1.99$ ,  $s_{3,4} = -0.42 \pm 1.69i$ . Область робастности при выборе желаемого ХП в форме Ньютона (4.5)

$$D(s) = s^4 + 4\Omega_0 s^3 + 6\Omega_0^2 s^2 + 4\Omega_0^3 s + \Omega_0^4$$

как показано в главе 2 находится в пределах

$$\Omega_0 \in (3.87; 4.53) \cup (6.34; 12.58) \text{ с}^{-1}.$$

Согласно (1.6), (1.5) и (4.4), числовые выражения матриц ОУ принимают вид:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -31.82 & -30.89 & -19.62 & -8.09 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$



$$\bar{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1.00 \\ 0 & 0 & 1.00 & -8.09 \\ 0 & 1.00 & -8.09 & 45.80 \\ 1.00 & -8.09 & 45.80 & -242.62 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 2.24 & -4.49 & 8.90 & -17.63 \\ 0 & 4.49 & -11.22 & 10.61 \\ 0 & 0 & 6.73 & -18.81 \\ 0 & 0 & 1.32 & -2.75 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P}_U = \begin{bmatrix} 0 & 0.05 & -0.21 & 1.02 \\ 0 & -0.32 & 1.27 & -5.39 \\ 0 & 1.90 & -6.71 & 28.30 \\ 0.45 & -10.07 & 34.82 & -148.64 \end{bmatrix}.$$

Вычисляя коэффициенты обратных связей регулятора, представленного в канонической форме управляемости, в соответствии с (4.6) получим:

$$\bar{\mathbf{K}} = [31.82 - \Omega_0^4 \quad 30.89 - 4\Omega_0^3 \quad 19.62 - 6\Omega_0^2 \quad 8.09 - 4\Omega_0]$$

Переход к численно-символьному представлению (4.7) матрицы коэффициентов регулятора в реальных координатах объекта дает следующий результат

$$\mathbf{K}^T = \begin{bmatrix} 3.61 - 1.78\Omega_0 \\ 5.43\Omega_0 - 1.34\Omega_0^2 - 6.60 \\ 0.21\Omega_0^4 - 5.02\Omega_0^3 + 39.85\Omega_0^2 - 137.82\Omega_0 + 180.47 \\ -1.07\Omega_0^4 + 22.57\Omega_0^3 - 177.90\Omega_0^2 + 622.50\Omega_0 - 817.35 \end{bmatrix}$$

Приравнивание к нулю третьего коэффициента РС, формирующего ОС по моменту упругости, измерение которого затруднительно, позволяет получить численные значения СГК, обеспечивающие редуцирование РС:

$$\Omega_{01} = 12.58 \text{ c}^{-1}; \quad \Omega_{02} = 3.87 \text{ c}^{-1}; \quad \Omega_{03} = 3.77 \pm 1.878i \text{ c}^{-1}.$$

Для исключения координаты  $x_3(s)$  из управления данным объектом принимаем вещественную величину СГК  $\Omega_0 = 12.58 \text{ с}^{-1}$ , что соответствует более высокому быстродействию САУ при расположении ее переходной характеристики на границе «зоны робастности».

Для сравнения в таблице 4.2 приведены результаты синтеза РС, выполненного при различных значениях СГК  $D(s)$ , а на рис. 4.4, а,б,в показаны соответствующие области робастной устойчивости (выделены точками) и переходные характеристики (рис. 4.4, г,д,е), полученные для синтезированных вариантов САУ при исходных (графики 1) и повышенных на 50% (графики 2) значениях параметров  $C_{12}$  и  $J_2$ .

Таблица 4.2. Результаты синтеза САУ для ЭМО при различных значениях  $\Omega_0$

СГК, $\Omega_0 \text{ с}^{-1}$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
11.58	-17.11	-97.15	-105.54	-1626.58
12.58	-18.90	-150.33	0.00	-2932.35
13.58	-20.69	-231.06	203.51	-4899.15

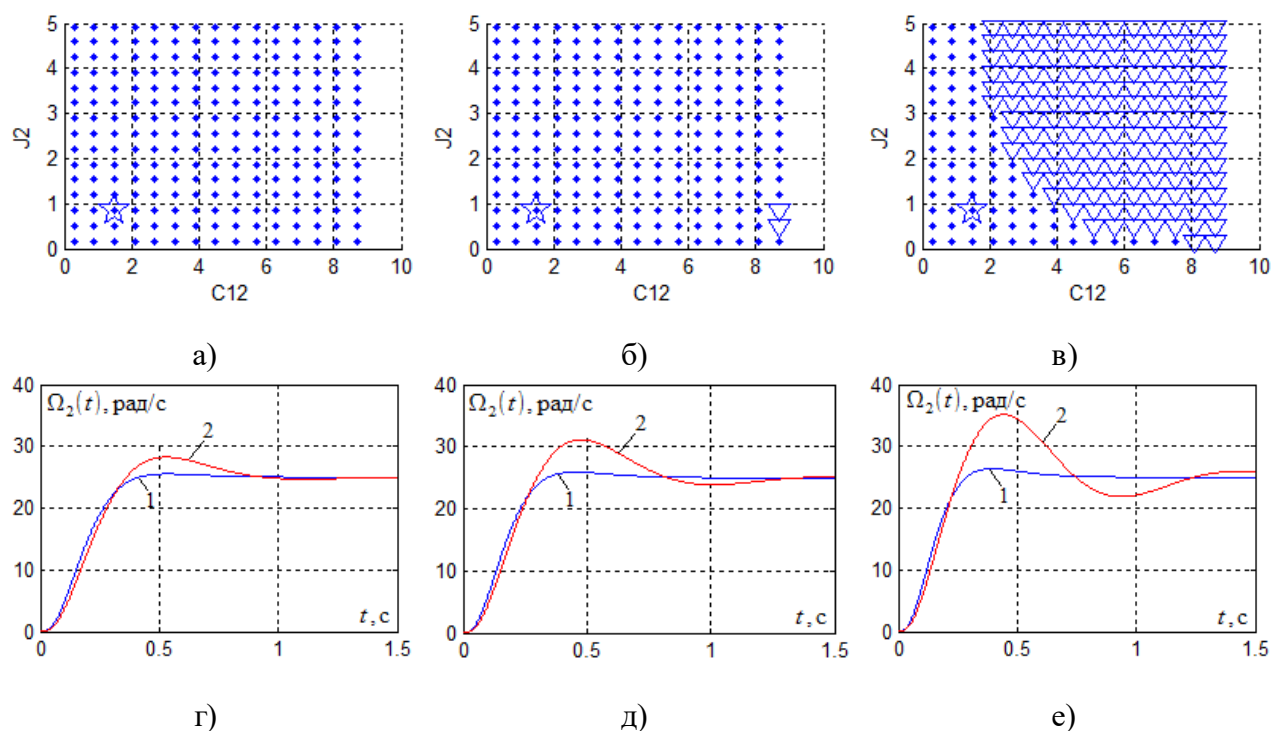


Рис. 4.4. Области робастной устойчивости (а-в) и переходные характеристики САУ при  $\Omega_0 = 11.58 \text{ с}^{-1}$  (а,г),  $\Omega_0 = 12.58 \text{ с}^{-1}$  (б,д),  $\Omega_0 = 13.58 \text{ с}^{-1}$  (в,е)

Анализируя свойства САУ с полноразмерными (рис. 4.4, а, в) и редуцированным (рис. 4.4, б) РС, приходим к выводу о возможности исключения координаты состояния  $x_3(s)$  из управления данным ОУ при сохранении высоких показателей быстродействия и параметрической грубости.

#### 4.2. Методы синтеза редуцированных полиномиальных регуляторов динамических систем

Динамические полиномиальные регуляторы (ПР) «входа-выхода», формирующие управляющие воздействия на основе информации о регулируемой координате и её производных по времени, являются эффективными устройствами управления сложными линейными и линеаризованными объектами [49, 80, 126].

Общая структурная схема аналогового прототипа САУ с одним входом и одним выходом на базе ПР приведена на рис. 4.5, где приняты следующие обозначения:  $y_3$  и  $y$  – заданное и действительное значения регулируемой координаты;  $u$  – управляющее воздействие;  $s$  – комплексная переменная Лапласа;  $A(s)$  и  $B(s)$  – характеристический полином (ХП) и полином воздействия передаточной функции (ПФ) объекта управления (ОУ);  $R(s)$  и  $C(s)$  – полиномы ПФ регулятора.

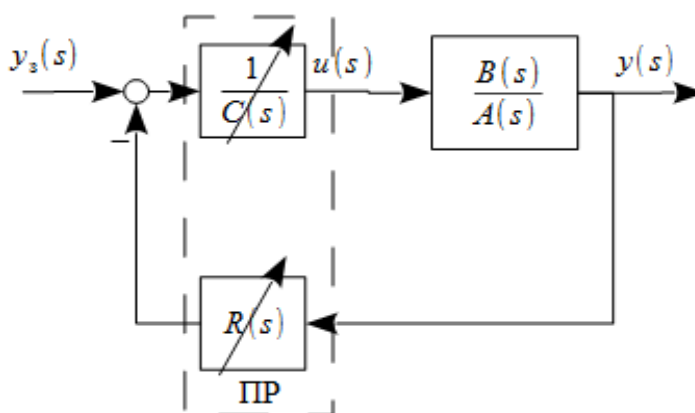


Рис. 4.5. Общая структурная схема САУ с ПР

Традиционная процедура синтеза ПР состоит в составлении и решении

относительно коэффициентов полиномов  $R(s)$  и  $C(s)$  полиномиального уравнения вида (1.12), где

$$A(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0,$$

$$B(s) = b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0,$$

$$R(s) = r_ks^k + r_{k-1}s^{k-1} + \dots + r_1s + r_0,$$

$$C(s) = s^l + c_{l-1}s^{l-1} + \dots + c_1s + c_0,$$

$$D(s) = s^p + d_{p-1}s^{p-1} + \dots + d_1s + d_0 - \text{желаемый ХП САУ, определяющий}$$

заданное распределение её полюсов;  $n, m, k, l, p$  – степени полиномов.

Если рассматривать получение «минимальных» регуляторов, характеризующихся наименьшими степенями полиномов  $R(s)$  и  $C(s)$ , обеспечивая требования «технической реализуемости» ПР при  $k > l$  путём перехода от его аналогового прототипа к цифровой форме одним из методов численного интегрирования, то при составлении (1.12) необходимо соблюдать условия (1.13).

В этом случае общий порядок  $N$  полиномов  $R(s)$  и  $C(s)$  определяется как

$$N = \deg R(s) + \deg C(s) = k + l = n - 1 + m - 1 = n + m - 2,$$

т.е. оказывается самым низким.

Существенным недостатком САУ с «минимальными» ( $k > l$ ), т.е. дифференцирующими ПР, является их большая чувствительность к высокочастотным помехам.

Для повышения помехоустойчивости и улучшения робастных свойств таких систем при управлении объектами с «быстрыми» нулями [53] дополнительно повышают степень полинома  $C(s)$ , принимая  $\deg C(s) \geq 1$ . В этом случае общий порядок полиномов ПР достигает степени ОУ или превышает её:

$$N = \deg R(s) + \deg C(s) \geq n.$$

При управлении объектами с «медленными» нулями улучшение фильтрации помех за счет повышения степени  $C(s)$  может оказаться недопустимым из-за существенного снижения робастных свойств синтезируемых САУ.

Таким образом, в условиях высокой сложности и дифференцирующего характера ПР актуальным является повышение помехоустойчивости и обеспечение робастных свойств САУ не путем повышения степени  $C(s)$ , а за счет возможного снижения степени полинома  $R(s)$  и соответствующего исключения из управления высших производных выходного сигнала ОУ.

Предпосылкой для такого редуцирования ПР является то, что, как было показано в [120] при реализации робастного полиномиального управления, коэффициенты полиномов ПР могут менять знаки при относительно небольших вариациях среднегеометрического корня  $\Omega_0 = \sqrt[p]{d_0}$  желаемого ХП системы и, следовательно, могут принимать нулевые значения при определенном выборе СГК.

Это указывает на возможность понижения порядка полинома  $R(s)$  при вариациях  $\Omega_0$ , а также при изменениях вида распределения полюсов САУ с учетом особенностей конкретного ОУ.

Поставим задачу выявления возможностей, определения условий и разработки методов понижения порядка (редуцирования) динамических ПР путем формирования определенного распределения полюсов синтезируемой САУ в рамках требуемых показателей качества.

#### **4.2.1. Основная идея редуцирования регуляторов и методы её реализации**

На рис. 4.6 показан общий вид семейства переходных характеристик САУ для желаемого характеристического полинома Ньютона, полученных при вариациях СГК  $\Omega_0$  и расположенных в так называемой «зоне робастности» (заштрихована), характеризующейся наличием положительных значений коэффициентов полиномов ПР.

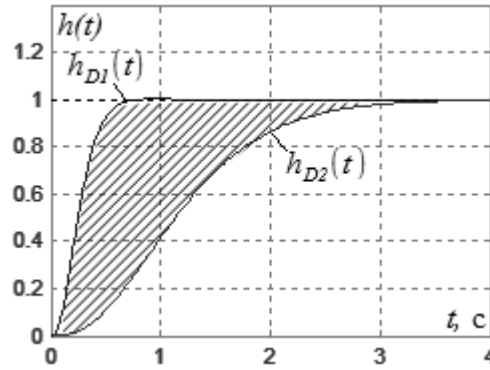


Рис. 4.6. «Зона робастности» САУ

На границах  $h_{D1}(t)$ ,  $h_{D2}(t)$ , разделяющих указанную «зону робастности» и «зоны риска», характеризующиеся появлением отрицательных значений одного или нескольких коэффициентов полиномов ПР, происходит обнуление (переход через ноль) значений этих коэффициентов. Очевидно, что условия такого обнуления могут достигаться подбором значений СГК  $\Omega_0$  ХП принятого вида или изменениями самого вида ХП  $D(s)$ .

Если при совпадении переходной характеристики САУ с левой границей «зоны робастности» происходит обнуление коэффициента при старшей степени  $s$  полинома  $R(s)$ , а вид и темп процесса соответствует требуемому качеству системы, то принятые выражение ХП  $D(s)$  и СГК  $\Omega_0$  обеспечивают решение поставленной задачи.

Если на левой границе «зоны робастности» указанные условия не выполняются, то можно попытаться обеспечить их изменениями выражения желаемого ХП  $D(s)$  и его СГК, оставаясь в пределах заданных требований к качеству САУ.

Вычисление необходимого значения  $\Omega_0$  в рамках принятого распределения полюсов САУ, определяемого выражением  $D(s)$ , может быть организовано путем многократного расчета параметров полноразмерного (нередуцированного) ПР при вариациях  $\Omega_0$  и фиксации границ перехода САУ из «зоны робастности» в «зону риска» с соответствующим обнулением коэффициентов полиномов регулятора. Искомое значение  $\Omega_0$  будет

соответствовать обнулению коэффициента при старшей производной, формируемой полиномом  $R(s)$ .

Однако следует отметить, что точный «выход» на граничную переходную характеристику САУ потребует проведения многочисленных расчетов с очень малым шагом значений  $\Omega_0$ .

Поэтому наряду с изложенным может быть применен более строгий аналитический метод синтеза редуцированного ПР, согласно которому в уравнении (1.12) степень полинома  $R(s)$  изначально понижается на единицу, а желаемый ХП  $D(s)$  представляется функцией аргумента  $\Omega_0$  в виде

$$D(s) = s^p + d'_{p-1}\Omega_0 s^{p-1} + \dots + d'_1\Omega_0^{p-1}s + \Omega_0^p.$$

Результатом решения уравнения (1.12) будут значения коэффициентов полиномов ПР, а также СГК  $\Omega_0$ . При этом получение положительного вещественного значения  $\Omega_0$  будет свидетельствовать об успешном решении задачи редуцирования регулятора, и останется лишь оценить его на предмет соответствия требованиям быстродействия САУ [123].

#### **4.2.2. Редуцирование регуляторов при управлении объектами с «быстрыми» и «медленными» нулями**

Проведем исследование возможности редуцирования регулятора при синтезе системы управления двухмассовым электромеханическим объектом (ЭМО1) с вязкоупругой кинематической передачей. Его функциональная и структурная схемы представлены соответственно на рис. 1.1 *а,б*. Исходные параметры ЭМО1 приведены в таблице 1.1.

Передаточная функция ЭМО1 от входа к выходу определяется выражением

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \frac{b_1s + b_0}{s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{1.32s + 7.92}{s^4 + 8.088s^3 + 19.62s^2 + 30.89s + 31.82}.$$

ЭМО1 имеет один ноль  $s_0 = -6$  и четыре полюса:  $s_1 = -5.25$ ,  $s_2 = -1.99$ ,  $s_{3,4} = -0.42 \pm 1.69i$ . Расположение нуля относительно полюсов указывает на его «быстрый» характер. Размеры областей положительности коэффициентов различных типов ПР  $k/l$ , обеспечивающих управление данным объектом при задании биномиального ХП Ньютона, представлены в таблице 4.3 в виде соответствующих интервалов значений СГК  $\Omega_0$  и времени переходного процесса –  $t_{п}$ .

Таблица 4.3. Области параметрической грубости САУ с ЭМО1, ЭМО2 и различными типами ПР

Тип ПР ( $k/l$ )	Передаточная функция регулятора $R(s) / C(s)$	«Зона робастности»	
		в корневой области - $\Omega_0, c^{-1}$	во временной области - $t_{п}, c$
ОУ с «быстрыми» нулями (ЭМО1)			
ПР3/0	$\frac{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{c_0}$	(2.9; 9.2)	(2.6; 0.8)
ПР3/1	$\frac{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s + c_0}$	(2.4; 11.3)	(3.8; 0.8)
ОУ с «медленными» нулями (ЭМО2)			
ПР2/0	$\frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{c_0}$	(0.7; 13.8)	(8.3; 0.4)
ПР2/1	$\frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s + c_0}$	(10.9; 17.7)	(0.7; 0.4)

В таблице 4.4 приведены результаты синтеза аналоговых прототипов регуляторов ПР 3/0 и ПР 3/1 для управления рассматриваемым объектом.

Переход к цифровым реализациям ПР здесь и далее осуществляется с использованием метода численного интегрирования Эйлера путем подстановки  $s = (1-z^{-1})/T_0$ , где  $T_0$  – такт квантования времени. Таким образом, структурная схема САУ ЭМО1 с цифровым ПР 3/1 примет вид, представленный на рис. 4.7.



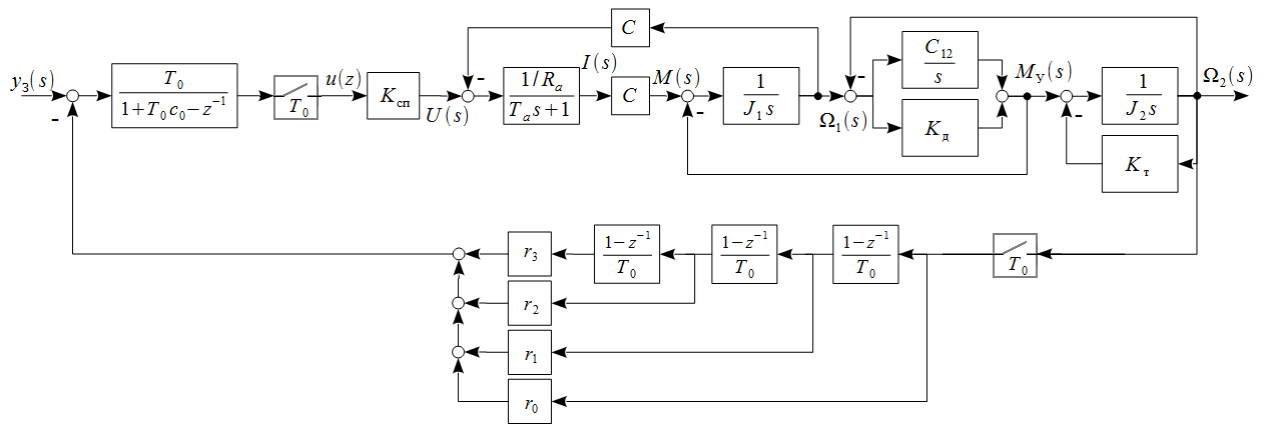


Рис. 4.7. Структурная схема САУ ЭМО1 с цифровым ПР

На рис. 4.8, а представлена переходная характеристика 1 для САУ с «минимальным» регулятором ПР 3/0 при величине  $t_{п} = 0.9$  с ( $\Omega_0 = 8.2$  с<sup>-1</sup>) и такте квантования  $T_0 = 0.001$  с, расположенная внутри «зоны робастности», на которой видно значительное влияние аддитивной помехи в канале обратной связи в виде белого шума мощностью 0.005 Вт/м<sup>2</sup>.

Таблица 4.4. Результаты синтеза регуляторов ПР  $k/l$  при вариациях СГК ХП и времени переходного процесса

Тип ОУ	Тип регулятора	Время переходного процесса $t_{п}, c$	СГК $\Omega_0, c^{-1}$	$r_3$	$r_2$	$r_1$	$r_0$	$c_0$
с «быстрыми» нулями (ЭМО1)	ПР 3/0 (2/0)	0.7	10.5	-2.25	21.04	315.99	1513.50	3.96
		0.8	9.2	0.00	21.78	239.58	900.16	1.00
		0.9	8.2	0.59	19.98	182.38	567.41	0.22
	ПР 3/1 (2/1)	0.7	13.0	- 83.63	739.43	9617.09	45710.33	166.66
		0.8	11.3	0.00	663.92	6354.51	23556.98	48.58
		0.9	10.1	19.28	535.83	4261.18	13015.00	16.88
с «медленными» нулями (ЭМО2)	ПР 2/0 (1/0)	0.3	18.2	-	-1.34	-22.69	-83.97	2.34
		0.4	13.9	-	0.00	8.20	104.71	1.00
		0.5	11.2	-	0.49	16.29	128.25	0.51
	ПР 2/1 (1/1)	0.3	23.2	-	-54.11	-985.24	-4735.89	113.67
		0.4	17.7	-	0.00	166.11	2074.95	37.50
		0.5	14.3	-	8.10	231.42	1634.81	15.80

Введение в структуру регулятора ПР 3/1 фильтрующего звена ( $\deg C(s) = 1$ ) позволяет значительно уменьшить негативное влияние помехи на выходную координату (график 1 на рис. 4.8, б) при том же

быстродействию САУ ( $t_n = 0.9$  с,  $\Omega_0 = 10.1$  с<sup>-1</sup>), но приводит к усложнению управляющего устройства.

Используя «точки вырождения» регулятора, при задании времени переходного процесса  $t_n = 0.8$  с ( $\Omega_0 = 11.3$  с<sup>-1</sup>) удается усилить указанный эффект (график 1 на рис. 4.8, в) применением более простого ПР, полученного путём обнуления коэффициента  $r_3$ , т.е. исключения из управления старшей производной выходного сигнала. При этом исходная структура регулятора ПР 3/1 трансформируется (табл. 4.4) в редуцированную структуру ПР 2/1.

Дополнительное упрощение регулятора при сохранении высокой помехоустойчивости САУ (график 1 на рис. 4.8, г) можно получить (табл. 4.4) приведением «минимального» ПР 3/0 к редуцированному виду ПР 2/0 при задании времени переходного процесса  $t_n = 0.8$  с и значения СГК  $\Omega_0 = 9.2$  с<sup>-1</sup>.

Аналитический поиск «точек вырождения» ПР 3/0 осуществляется путём записи полиномиального уравнения (1.12) как системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов полиномов регулятора  $R(s)$ ,  $C(s)$ , а также неизвестной величины СГК  $\Omega_0$  при  $\deg R(s) = 2$ :

$$\begin{cases} c_0 = 1; \\ a_3 c_0 + b_1 r_2 = d'_3 \Omega_0; \\ a_2 c_0 + b_1 r_1 + b_0 r_2 = d'_2 \Omega_0^2; \\ a_1 c_0 + b_1 r_0 + b_0 r_1 = d'_1 \Omega_0^3; \\ a_0 c_0 + b_0 r_0 = d'_0 \Omega_0^4. \end{cases} \quad (4.8)$$

Решая полученную систему уравнений (4.8) относительно неизвестных параметров, включая  $\Omega_0$ , находим 4 варианта их значений, при которых возможно снижение порядка полинома  $R(s)$ :  $\Omega_{01} = 9.2$  с<sup>-1</sup>,  $\Omega_{02} = 2.8$  с<sup>-1</sup>,  $\Omega_{03,4} = 6.0 \pm 3.2i$  с<sup>-1</sup>. Окончательно выбираем наибольшее действительное

значение  $\Omega_0 = 9.2 \text{ с}^{-1}$ , соответствующее левой границе  $h_{D1}(t)$  «зоны робастности» САУ (рис. 4.6) и обеспечивающее желаемое редуцирование регулятора (табл. 4.4).

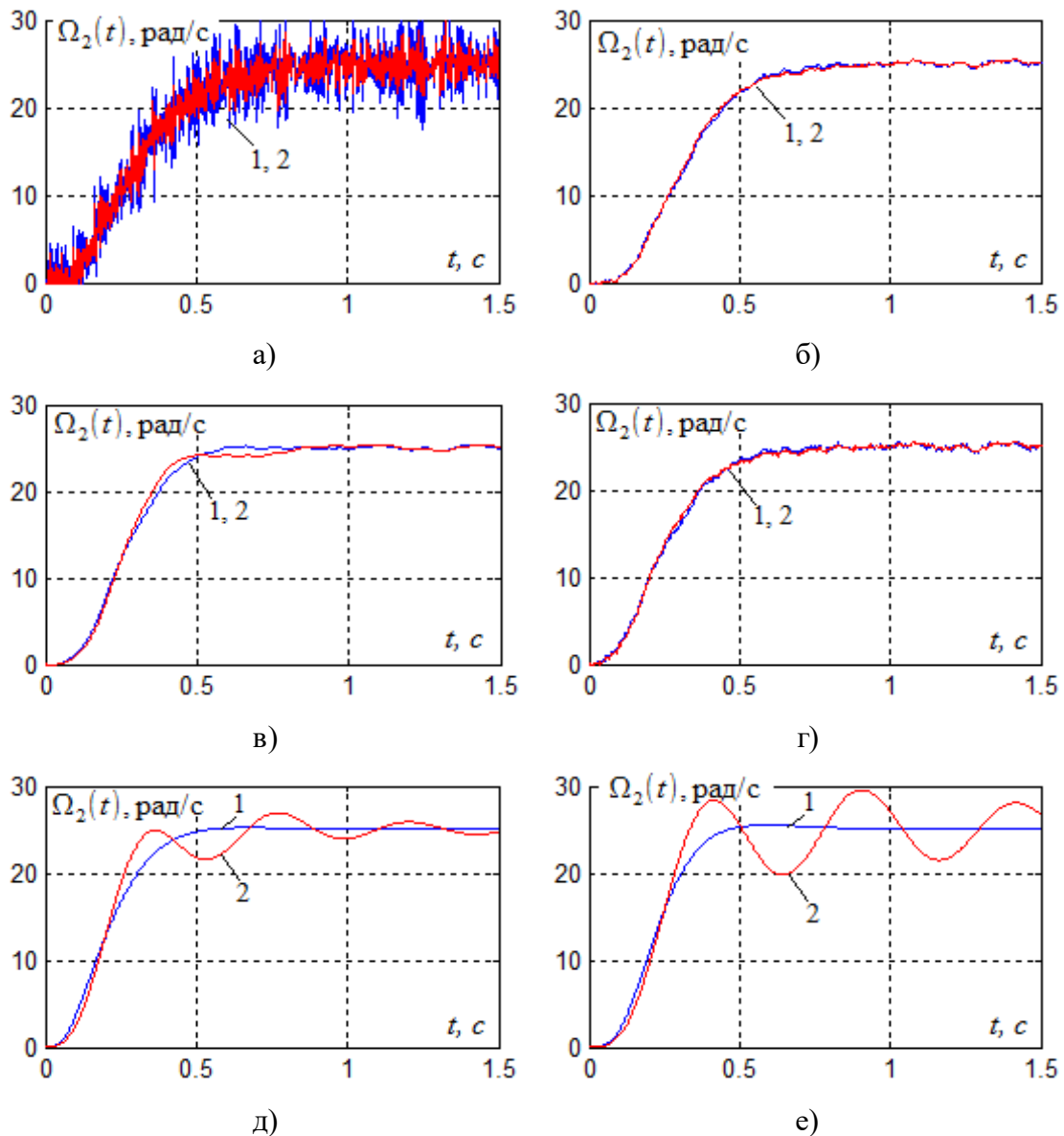


Рис. 4.8. Графики переходных процессов САУ с ПР 3/0 (а,д), ПР 3/1 (б,е), ПР 2/1 (в) и ПР 2/0 (г) (1 - при исходных параметрах ЭМО1, 2 - при увеличении  $C_{12}$  и  $J_2$  на 40%)

Важно отметить, что такое редуцирование регуляторов не придает им неминимально-фазовый характер, не выводит синтезируемые САУ за пределы «зоны робастности» и не вызывает существенных изменений их показателей параметрической грубости. Это наглядно иллюстрируют

соответствующие переходные характеристики 2 на рис. 4.8, *a-z*, полученные при увеличении параметров  $J_2$  и  $C_{12}$  ЭМО1 на 40% от их исходных значений.

В тех же условиях, но при выборе  $t_{\text{п}} = 0.7$  с и появлении отрицательных коэффициентов «минимального» ПР 3/0 и фильтрующего ПР 3/1 (табл. 4.4), как показывают соответствующие переходные характеристики на рис. 4.8 *д,е*, САУ приобретают высокую чувствительность к параметрическим возмущениям.

Рассмотрим второй тип электромеханического объекта управления (ЭМО2), функциональная и структурная схемы которого представлены на рис. 3.17 *а,б*, исходные значения параметров объекта указаны в табл. 3.12.

На рисунке 4.9 приведена структурная схема САУ ЭМО2 с цифровым ПР 2/1 «входа-выхода».

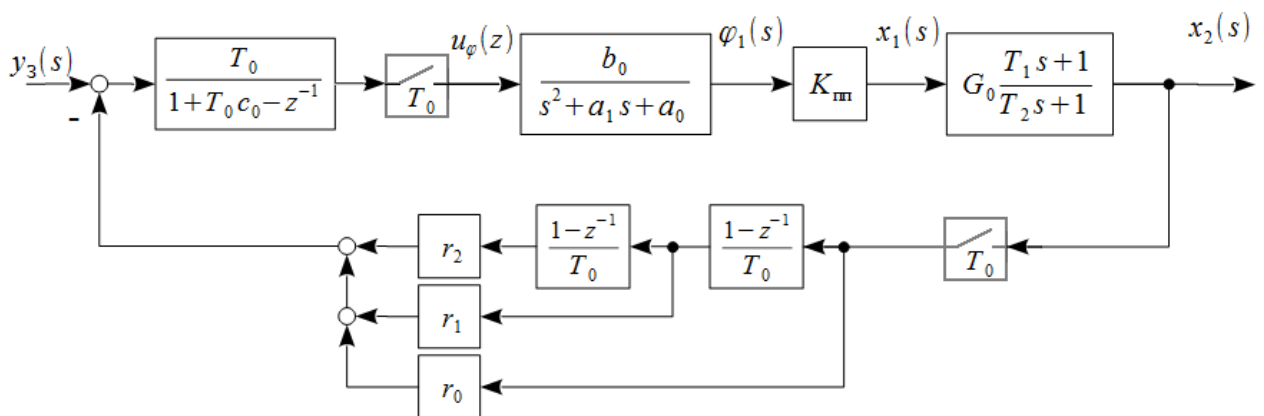


Рис. 4.9. Структурная схема САУ ЭМО2 с цифровым ПР

Соответствующая передаточная функция ЭМО2 имеет вид

$$H(s) = \frac{x_2(s)}{U_\phi(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{s + 0.6667}{s^3 + 33.383 s^2 + 466.15 s + 2592.7}$$

Поскольку для рассматриваемого объекта нуль  $s_0 = -0.67$  располагается правее полюсов  $s_1 = -12.79$ ,  $s_{2,3} = -10.3 \pm 9.83i$ , можно говорить о его «медленном» характере.

Границы «зоны робастности», а также результаты синтеза аналоговых прототипов «минимального» (ПР 2/0) и «неминимального» (ПР 2/1) регуляторов для управления данным объектом приведены в таблицах 4.3 и 4.4.

Переходные характеристики САУ с ПР 2/0 и ПР 2/1 при такте квантования  $T_0 = 0.001$  с, расположенные в «зонах робастности» при  $t_{\text{п}} = 0.5$  с и воздействии на координату  $x_2$  аддитивной помехи в виде белого шума мощностью  $10^{-5}$  Вт/м<sup>2</sup>, представлены соответственно на рис. 4.10 а,б (графики 1). Аналогично управлению ЭМО1 повышение фильтрующей способности «неминимального» регулятора (ПР 2/1) в данном случае также обеспечивает подавление помехи ценой возрастания сложности регулятора. Однако увеличение степени полинома  $C(s)$  при наличии «медленного» нуля ОУ приводит к существенному снижению робастных свойств САУ, что наглядно иллюстрируют переходные характеристики 2 на рис. 4.10 а,б, полученные при уменьшении параметра  $a_1$  на 50%.

Выполнение процедуры редуцирования ПР 2/1 и приведение его к виду ПР 1/1 путем обнуления коэффициента  $r_2$  выбором СГК  $\Omega_0 = 17.7$  с<sup>-1</sup> (табл. 4.4) при ускорении переходного процесса до  $t_{\text{п}} = 0.4$  с обеспечивает не только упрощение регулятора, но и существенное улучшение помехоустойчивости и параметрической грубости САУ (рис. 4.10, в).

Однако практически тот же эффект (рис. 4.10, г) может обеспечиваться редуцированием ПР 2/0, т.е. приведением его к наиболее простому виду ПР 1/0 при задании величины  $\Omega_0 = 13.9$  с<sup>-1</sup> ( $t_{\text{п}} = 0.4$  с).

Таким образом, при управлении заданным ЭМО2 более высокая эффективность достигается использованием редуцированного дифференцирующего ПР минимальной сложности [123].

Определенной «платой» за улучшение показателей качества САУ, синтезированных с использованием редуцированных ПР на левой границе «области робастности» (рис. 4.6), является повышение форсировок силовых

исполнительных устройств в соответствии с темпом процессов, заданным значением СГК  $\Omega_0$  как решением системы (4.10).

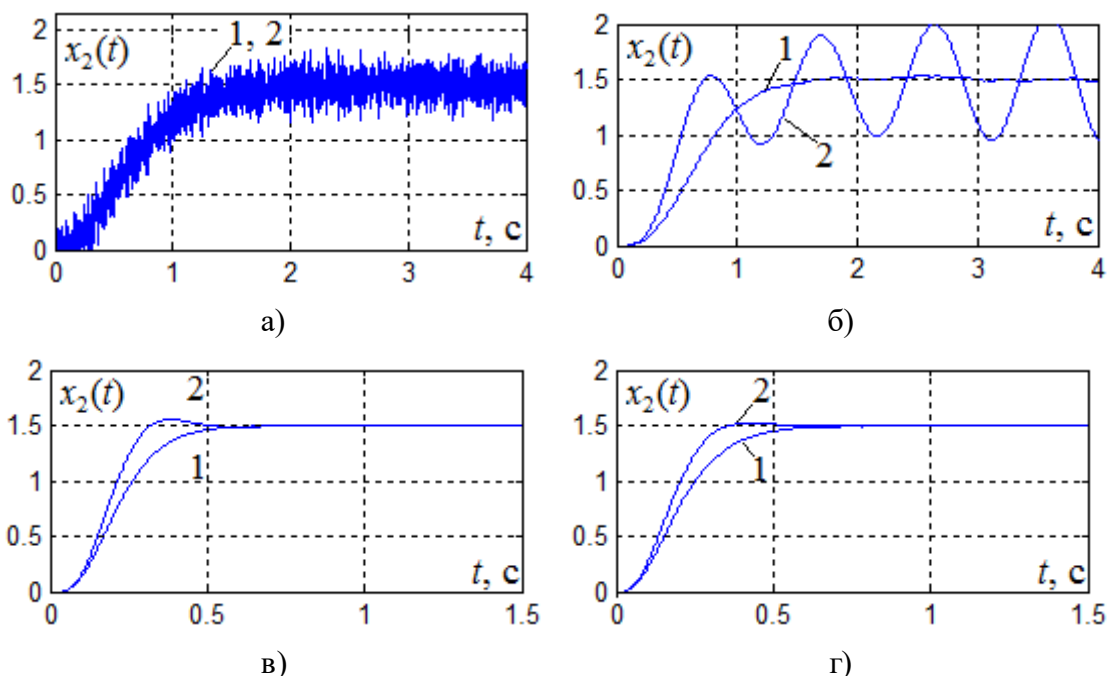


Рис. 4.10. Графики переходных процессов САУ с ПР 2/0 (а), ПР 2/1 (б), ПР 1/1 (в) и ПР 1/0 (г), где график 1 – при исходных параметрах ЭМО2 и наличии помехи, график 2 – при уменьшении параметра  $a_1$  на 50 %

Следует отметить, что в отличие от известных [28, 41, 129] методов более кардинального редуцирования линейных регуляторов, предполагающих группировку полюсов системы в некоторой области комплексной плоскости с использованием сложных численных расчетов, разработанный подход основывается на модификации классического метода модального управления и сохраняет для разработчика возможность формирования качества переходных процессов на стадии синтеза САУ.

## Выводы

1. Эффективным методом упрощения регуляторов состояния линейных динамических систем является исключение обратной связи по трудноизмеримой координате управляемого объекта в рамках заданных показателей качества при сохранении робастных свойств синтезируемой САУ.

2. Рациональным путём повышения помехоустойчивости при сохранении робастных свойств и снижении сложности САУ на базе дифференцирующих ПР «входа-выхода» является редуцирование регуляторов, позволяющее понизить степень полиномов их ПФ и исключить из управления высшую производную выходного сигнала ОУ.

3. Такое редуцирование основывается на учете особенностей конкретного объекта и реализуется определенным выбором распределения полюсов синтезируемой САУ, обеспечивающего расположение её переходной характеристики на границе «зоны робастности» и обнуление коэффициента обратной связи по трудноизмеримой координате состояния для случая САУ с РС и обнуление коэффициента при старшей степени  $s$  полинома числителя  $R(s)$  для САУ с ПР.

4. Наряду с упрощением структуры регулятора это позволяет сохранить робастные свойства САУ, характерные для области отрицательных коэффициентов обратных связей («зоны робастности») по полному вектору состояния ОУ для САУ с РС, а также характерные для области положительности коэффициентов полиномов регулятора («зоны робастности») в случае «быстрых» нулей ОУ, значительно снизить параметрическую чувствительность системы при наличии «медленных» нулей объекта и в обоих случаях существенно улучшить показатели помехоустойчивости синтезируемых систем с динамическим ПР.

5. Редуцирование реализуется на основе модификации классического метода модального управления, что сохраняет возможность формирования желаемых показателей качества при синтезе САУ.

## **Глава 5. Практическая реализация и экспериментальные исследования робастных САУ**

Проведенный в предыдущих главах анализ робастных систем модального управления, а также разработанные методы обеспечения робастных свойств САУ на базе безынерционных и динамических регуляторов состояния создают предпосылки к их практической реализации и экспериментального исследования с применением современных микропроцессорных систем.

Несмотря на развитие аппаратно-программных средств моделирования сложных динамических систем, окончательный вывод об эффективности предложенных методов робастного управления следует делать по результатам натурных экспериментов с реальной САУ, поскольку такие системы обладают нелинейностями, и на них воздействуют помехи случайного характера, трудно поддающиеся идентификации и включению в математическую модель.

Однако исследуемые объекты в составе технологического оборудования зачастую являются достаточно дорогостоящими, и проведение экспериментов в таком случае является проблематичным. По этой причине натурные эксперименты по реализации робастных систем управления целесообразно проводить на базе экспериментальных стендов, позволяющих имитировать ЭМС различной конфигурации с возможностью построения цифровых систем управления [9, 33, 122].

Реализация таких систем управления на базе динамических и безынерционных РС в цифровой форме с применением программируемых контроллеров и управляющих ЭВМ позволяет снять ряд ограничений, которые характерны для аналоговых систем [9, 60, 127]:

- практически полностью исключаются вариации значений параметров регулятора;
- упрощается реализация системы управления с полиномиальными регуляторами при отсутствии необходимости строгого выполнения условий технической реализуемости;



- облегчается изменение значений параметров регулятора, что очень важно при большом числе его степеней свободы;
- обеспечивается отображение в реальном времени графиков всех координат состояния системы (токи, скорости).

Поскольку задачи цифрового управления электромеханическими объектами решаются в режиме реального масштаба времени, это накладывает определенные ограничения на выбор аппаратных и программных средств при реализации управляющего устройства. В этой связи широкое распространение получили управляющие микропроцессорные контроллеры, а также операционные системы реального времени, где осуществляется строгий контроль за исполнением задачи в определенный временной интервал [26, 36].

Исследование предлагаемых методов синтеза робастных САУ проводились с использованием пакетов программ моделирования, таких как Matlab [104, 151]. Для облегчения разработки регуляторов разной «конфигурации» в среде Matlab были написаны прикладные программы Sputnik, SkyEyes, AutoTuner и «Синтез модальных регуляторов с гибкими обратными связями» [15, 17, 18, 20], реализующие алгоритмы определения «зон робастности» и областей устойчивости для безынерционных и динамических РС, синтеза указанных регуляторов, а также упрощающие взаимодействие ЭВМ высокого уровня с лабораторным стендом.

Настоящая глава посвящена разработке принципов физического моделирования многодвигательных ЭМС, а также вопросам аппаратно-программной реализации и экспериментального исследования систем управления с цифровыми динамическими регуляторами.

### **5.1. Физическое моделирование упругих механических систем средствами цифрового следящего электропривода**

Наиболее характерными составными элементами механической части современного регулируемого электропривода в составе поточных линий,

робототехнических комплексов и т.д. являются упругие многомассовые объекты, что в значительной мере определяют степень сложности его управляющих устройств [30, 31, 33, 119, 122].

При сложном математическом описании, обусловленном высокой размерностью дифференциальных уравнений, переменным характером нагрузок, наличием статических и динамических нелинейностей, а также вариациями параметров упругих связей и движущихся масс при возможных изменениях геометрии механических звеньев (роботы, манипуляторы, антенные установки, прессы, технологические линии и т.п.), математическое моделирование таких объектов становится трудоемкой задачей, что заставляет переходить к натурным или полунатурным моделям.

К настоящему времени разработан ряд подходов к математическому и физическому моделированию подобных объектов, отличающихся степенью приближения модели к реальной ЭМС [30, 31, 33, 122].

В таких моделях, как правило, быстрая электрическая часть и элементы управления электроприводом выбираются реальными, а механические звенья заменяются их физическими эквивалентами.

Применение для этих целей набора вращающихся масс, соединенных торсионными пружинами [32], позволяет использовать реальные измерительные устройства для получения сигналов обратных связей с механической части, однако этот подход оказывается неудобным по причине громоздкости установки и сложности реализации переменных нагрузок, моментов инерции и жесткости кинематических звеньев.

Применение аналоговых моделирующих средств, предложенное в [30, 31], в определенной мере устраняет указанные недостатки, но не позволяет достичь высокой точности, стабильности параметров модели, имеет ограничение по функциональным возможностям и, как отмечают сами авторы, порождает новые проблемы, связанные с устойчивостью аналоговых контуров моделирования упругостей. Недостатком данного подхода является также отсутствие реальных измерителей переменных состояния

механической части.

В связи с этим предлагается подход, изложенный в [127], позволяющий в значительной степени разрешить указанную проблематику. В его основе лежит замена реальных механических элементов и связей их электрическими аналогами, реализуемыми средствами цифрового следящего электропривода (СЭП). Применение цифровых измерительных устройств и управляющих микропроцессорных контроллеров обеспечивает при этом возможность программной реализации сложных законов движения многомассовых упругих систем.

Переход от исходной механической системы к ее физической модели, удобной для дальнейшего использования, поясняется эквивалентными структурными преобразованиями, приведенными на рис 5.1. Примеры и пояснения даются на примере двухмассового электромеханического объекта с вязкоупругой кинематической передачей.

Главная цель структурных преобразований состоит в обосновании возможности замены реальных механических звеньев элементами вспомогательного регулируемого электропривода, вращение ротора которого отражает движение главного рабочего органа, а силовые электрический и электромеханический преобразователи совместно с элементами управления обеспечивают динамические взаимодействия вращающихся масс основного и вспомогательного электродвигателей (ЭД).

На рис. 5.1, приведены структурные схемы исходной (а) и физической модели (б) электромеханической системы, где  $\Omega_3, \Omega_1, \Omega_2$  – заданная величина и действительные значения угловых скоростей первой и второй масс;  $H_{R1}(s)$  и  $H_{R2}(s)$ ,  $H_{I1}(s)$  и  $H_{I2}(s)$  – передаточные функции регулятора скорости и регулятора тока первого и второго электроприводов соответственно;  $C_1$  и  $C_2$  – конструктивные постоянные двигателей,  $J_1, J_2$  – моменты инерции первой и второй масс,  $C_{12}, K_d$  – коэффициент жесткости и вязкого трения вязкоупругой кинематической передачи,  $M_y, M_C$  – моменты упругости и сопротивления,  $s$  – оператор Лапласа.

В основе предлагаемого подхода принято допущение о том, что динамические процессы механической части системы протекают намного медленнее процессов в контурах управления током [23, 30, 33], что позволяет пренебречь постоянными времени токовых контуров, приняв  $H_{I1}(s) = K_{I1}$  и  $H_{I2}(s) = K_{I2}$ , где  $K_{I1}$  и  $K_{I2}$  – соответствующие коэффициенты передачи. Данные допущения позволяют перенести сумматор через звенья с передаточными функциями  $H_{I1}(s)$  и  $C_1$  (рис. 5.1, б). Такой перенос позволяет реализовать структуру, все звенья и связи которой могут быть реализованы при помощи основного и вспомогательного электропривода (ЭП1 и ЭП2).

Имитация вязкоупругой механической передачи осуществляется с помощью цифрового регулятора скорости  $H_{R2}(z)$  вспомогательного электропривода ЭП2 (рис. 5.1, в), где интегральный канал с коэффициентом передачи  $C_{12}^*$  воспроизводит влияние упругости, а пропорциональный канал с коэффициентом передачи  $K_{д}^*$  – вязкого трения механизма.

Численное интегрирование сигнала разности скоростей на входе регулятора  $\Delta\Omega[kT_0] = \Omega_1[kT_0] - \Omega_2[kT_0]$  выполняется по формуле Эйлера.

На рис. 5.1, в, представлена структурная схема физической модели двухмассовой ЭМС, которая реализуется средствами цифрового электропривода, где  $\Omega_1^*$  и  $\Omega_2^*$  – коды угловых скоростей,  $J_1'$  и  $J_2'$  – моменты инерции 1-го и 2-го двигателей,  $K_{I1}$ ,  $K_{I2}$ ,  $T_{I1}$  и  $T_{I2}$  – коэффициенты передачи и постоянные времени токовых контуров ЭП1 и ЭП2,  $K_{ЦАП}$  и  $K_{ИП}$  – коэффициенты передачи цифро-аналоговых преобразователей (ЦАП) и измерителя скорости,  $K_R$ ,  $K_m$  – масштабирующий коэффициент [9].

Физическая модели двухмассовой ЭМС была реализована на базе двух каналов экспериментального стенда, объединенных общей микропроцессорной системой управления. Цифровые регуляторы были реализованы программным способом на базе микропроцессорного контроллера с использованием операционной системы реального времени (ОСРВ) Forth [9, 36].

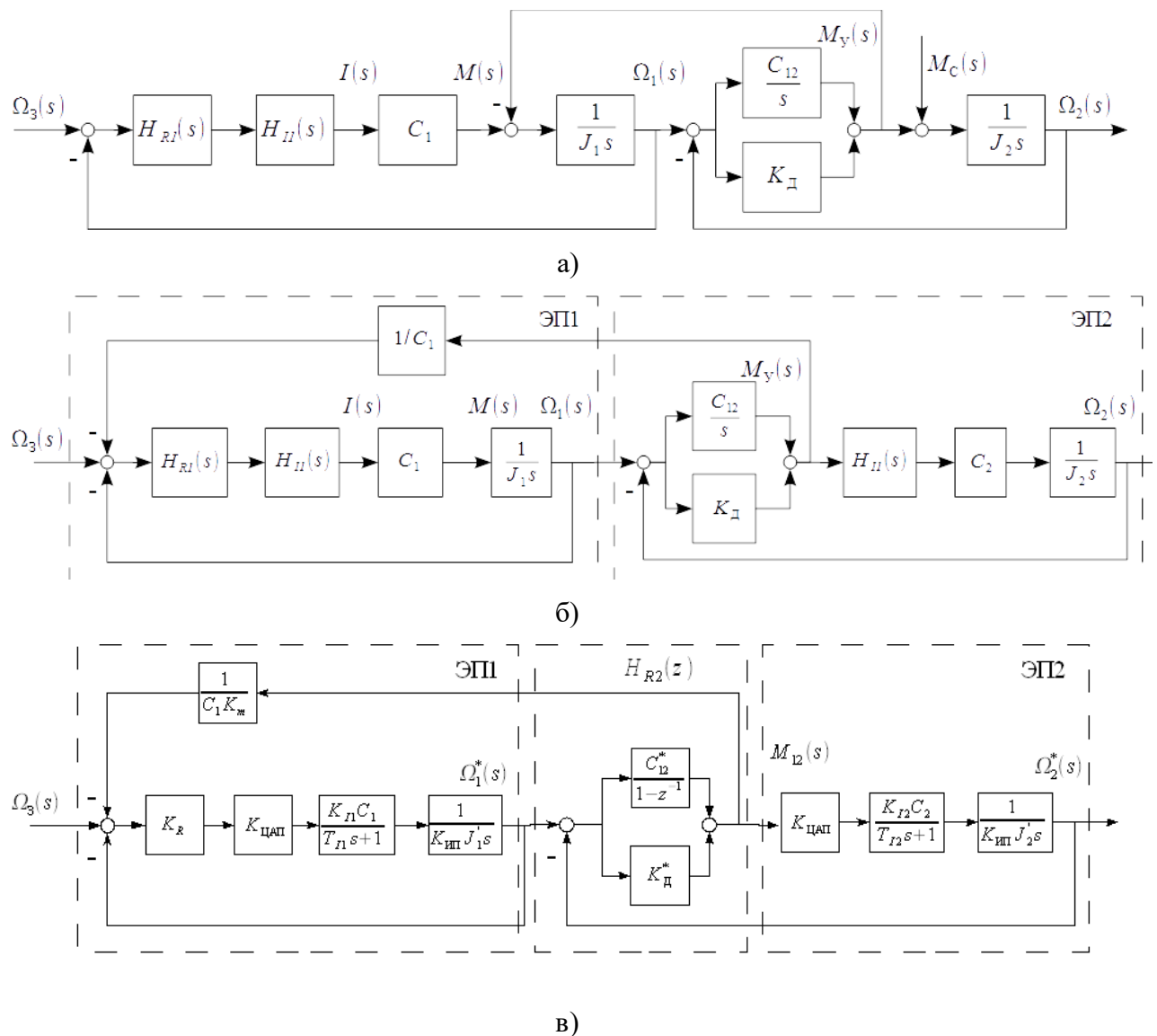


Рис. 5.1. Структурные схемы исходной (а), преобразованной (б) двухмассовой ЭМС и схема физической модели (в)

Таким образом, применение разработанной физической модели ЭМС позволяет осуществлять экспериментальные исследования робастной САУ с цифровыми безынерционными и динамическими регуляторами с учетом нелинейных факторов и возмущений, характерных для реальных систем следящего электропривода.

## 5.2 Разработка экспериментального стенда

Практическая реализация и экспериментальные исследования предлагаемых систем управления с безынерционными и динамическими РС и полиномиальных регуляторов «входа-выхода» проводилась на базе

разработанного многодвигательного стенда. Данный стенд реализует физическое моделирование упругих ЭМС, входящих в состав технологического оборудования, с использованием реальных компонентов электропривода, а также микропроцессорного контроллера и управляющей ЭВМ.

В структуру экспериментального стенда (рис. 5.2) входит:

- электромеханическая часть, состоящая из управляемых электроприводов на базе двигателей постоянного тока ДК–1.7 и силовых преобразователей типа ТПЕ;
- микропроцессорная часть, включающая в свой состав схему аналогового ввода-вывода, схему дискретного ввода-вывода, схему логической обработки и микроконтроллер LPC2294;
- информационно-управляющая часть, состоящая из ЭВМ и панели управления.

Взаимодействие между каналами обеспечивается микропроцессорной системой управления, возможно также введение механической связи между двигателями.

Состав, назначение и взаимодействие указанных блоков иллюстрирует функциональная схема на рис. 5.2. Внешний вид экспериментальной установки, преобразователя ТПЕ и микропроцессорной системы управления представлены на фотографиях, приведенных на рис. 5.3 а-в.

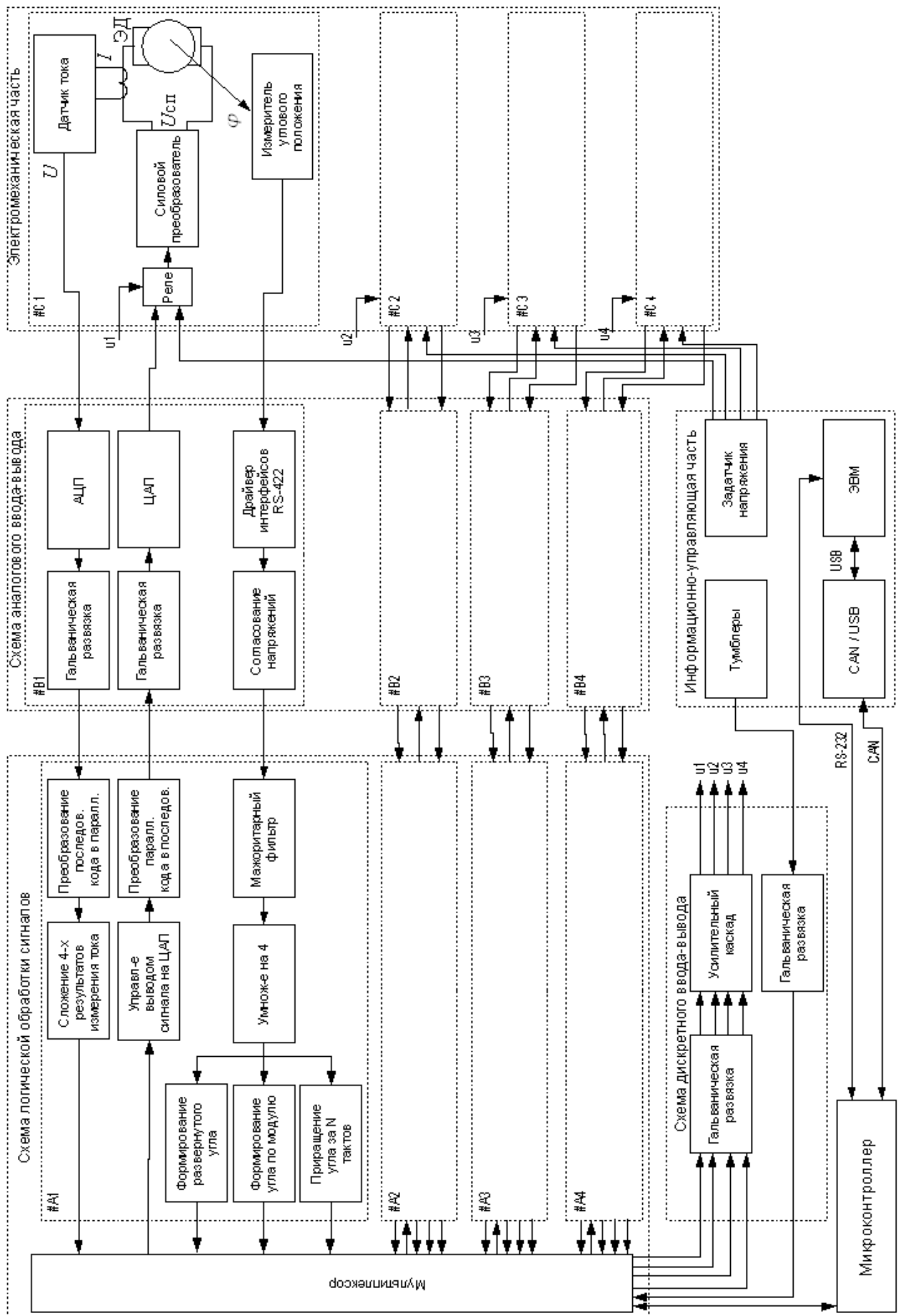


Рис. 5.2. Структурная схема лабораторного стенда



a)



b)





в)

Рис. 5.3. Общий вид экспериментального стенда (а), преобразователя ТПЕ (б) и цифровой микропроцессорной системы управления (в)

Сигналы со всех датчиков, установленных на стенде, поступают в программируемую логическую интегральную схему (ПЛИС) через плату аналогового ввода-вывода в виде цифрового кода для дальнейшей обработки и хранения. Микроконтроллер, в свою очередь, производит математический расчет регуляторов, считывая данные из ячеек памяти ПЛИС, формирует связи между электроприводами, а также передает цифровой код сигнала управления силовыми преобразователями. ЭВМ необходима для управления работой всего стенда, задания коэффициентов регулятора, для отображения информации о состоянии процессов в моделируемом объекте в графической и буквенно-цифровой форме, для идентификации исследуемой системы и т.д.

### 5.2.1 Электромеханическая часть

Электромеханическая часть многодвигательного стенда, как это видно из структурной схемы (рис. 5.2), состоит из четырех идентичных звеньев,

каждое из которых включает в свой состав электропривод и датчики. В свою очередь, каждый электропривод состоит из электродвигателя постоянного тока типа ДК1-1.7-110-АТ (ЭД) и силового преобразователя, представляющего собой выпрямитель ТПЕ-110 с собственным датчиком тока.

Двигатели серии ДК1 – высокомоментные двигатели, предназначенные для эксплуатации в следяще-регулируемых системах с программным управлением [91]. Электромеханическая постоянная двигателя находится в пределах от 10 мс до 25 мс, а электромагнитная – от 2,5 мс до 5,3 мс. Основные технические данные электродвигателя представлены в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Технические данные двигателя ДК1-1.7-110-АТ

Момент, $H \cdot м$	Напряжение, $B$	Частота вращения, $об./мин.$	Мощность, $кВт$	Ток, $A$	КПД, %	Сопротивление обмотки якоря при $20^0 C$ , $Ом$	Момент инерции, $10^{-3} кг \cdot м^2$
11,9	36	1000	0,18	8	65,6	0,75	2,1

Выпрямители ТПЕ представляют собой преобразовательные устройства, обеспечивающие выпрямление и регулирование величины выходного напряжения при питании от трехфазной сети переменного тока. Они имеют систему импульсно-фазового управления силовыми преобразовательными мостами, набор функциональных блоков регулирования и применяются как устройства управления в составе комплектных электроприводов.

Силовой преобразователь содержит аналоговый ПИ-регулятор тока  $H_f(s)$ , реализованный на операционном усилителе. Контур тока должен быть настроен на апериодический переходный процесс с быстродействием 30 мс.

Для получения информации о скорости вращения или об угле поворота и для построения систем управления вал каждого электродвигателя соединен с измерителем угла поворота. В качестве такого измерителя угла поворота вала двигателя выбран фотоэлектрический преобразователь (ФЭП) углового перемещения типа ВЕ-178А5, который позволит формировать обратную связь

в контуре управления.

Для отслеживания тока, протекающего в якорной цепи электродвигателя, с целью анализа процессов, происходящих в системе установлен датчик тока фирмы LEM типа НТВ 50-Р.

### **5.2.2 Микропроцессорная часть**

Микропроцессорная часть многодвигательного стенда состоит из четырех основных блоков: схемы аналогового ввода-вывода, схемы дискретного ввода-вывода, схемы логической обработки и микроконтроллера. Схема аналогового ввода-вывода представлена платой аналогового ввода-вывода и коммутационной платой. Схема логической обработки и микроконтроллер реализованы на плате процессора. Схема дискретного ввода-вывода соответствует одноименной плате дискретного ввода-вывода. В совокупности все четыре платы образуют «контроллер движения».

Вся микропроцессорная часть стенда расположена в отдельном шкафу, имеющем разъемы на внешней стороне боковой панели для подключения датчиков, ЭВМ и других компонентов и составных частей стенда.

Схема аналогового ввода-вывода, входящая в состав микропроцессорной части стенда, выполняет три основные функции:

- преобразование аналоговых сигналов в цифровой код и передача их в ПЛИС для дальнейшей обработки и хранения, и наоборот, преобразование цифрового кода в аналоговый сигнал управления силовыми преобразователями;
- гальваническая развязка сигналов между силовой частью, представленной электроприводами, и микропроцессорной частью;
- схема аналогового ввода-вывода состоит из четырех аналого-цифровых преобразователей (АЦП), позволяющих измерять ток каждого электропривода, четырех ЦАП, обеспечивающих формирование аналогового сигнала управления силовыми

преобразователями, и драйвера интерфейса RS-422 для подключения фотоэлектрических преобразователей углового перемещения типа ВЕ-178А5.

Схема логической обработки полностью реализована на ПЛИС фирмы АСТЕЛ АРА150-PQ208 семейства ProASICPLUS. Ее задачей является логическая обработка цифровых сигналов, хранение информации о положении вала двигателя, о скорости его вращения, о токе статора, хранение сигналов задания для ЦАП, а также управление работой АЦП и ЦАП.

Сигналы с фотоэлектрических преобразователей считываются микросхемой ПЛИС через схему аналогового ввода-вывода. В первую очередь в ПЛИС проводится фильтрация полученных сигналов для выявления и устранения кратковременных импульсов-помех. В качестве фильтра используется мажоритарный элемент, который имеет нечетное число входов и один выход, на котором происходит, так называемое, «голосование». Процесс «голосования» заключается в том, что сигнал на выходе элемента получает то значение, которое имеется на большинстве его входов.

Фотоэлектрический преобразователь углового перемещения типа ВЕ-178А5 формирует 2500 импульсов на один оборот вала, что соответствует одному импульсу при повороте вала двигателя на 0.144 градуса (0.0025рад). Для увеличения точности применяется схема умножения количества импульсов на 4, что позволяет сформировать 10000 импульсов на оборот.

### **5.2.3 Информационно-управляющая часть**

Развернутый код углового положения – это 32-разрядный код, соответствующий угловому положению вала двигателя, выраженному формулой:  $\alpha = \varphi \pm 2\pi n$ , где  $\varphi$  – угловое положение вала в пределах одного оборота, которое отсчитывается по часовой стрелке;  $n$  – количество полных оборотов.

Вращение вала двигателя по часовой стрелке соответствует увеличению цифрового кода угла. При этом после переполнения 32-

разрядного кода счет начинается с нуля. Вращение против часовой стрелки приводит к уменьшению кода. Переход через ноль, соответствующий отрицательному углу ( $\alpha < 0$ ), приводит к установке цифрового кода в максимальное значение. Диаграмма, иллюстрирующая формирование цифрового кода развернутого углового положения вала двигателя при вращении его по часовой стрелке и против часовой стрелки, показана на рисунке 5.4.

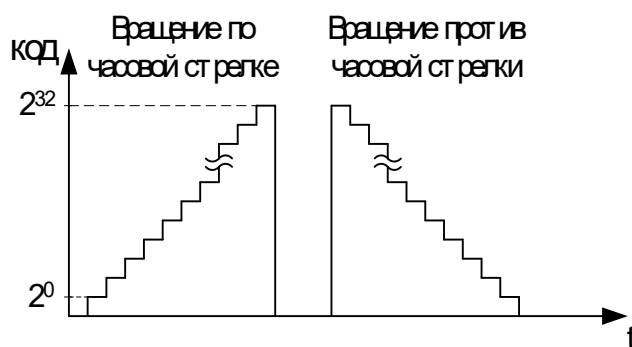


Рис. 5.4 Код развернутого углового положения

Данный цифровой код – это 32-разрядный код, соответствующий приращению углового положения вала за определенный интервал времени. Старший разряд отвечает за знак, так как приращение может быть положительным и отрицательным.

Приращение углового положения берется за  $N$  тактов прерывания. Величина  $N$  программируется пользователем и кратна  $2^n$ .

Все значения сигналов, считываемые с датчиков, и сигналы управления хранятся в цифровом виде в памяти микросхемы ПЛИС.

Наиболее важным компонентом, входящим в микропроцессорную часть стенда, является микроконтроллер LPC2294 с ядром ARM7TDMI-S [152] на базе мезонинной платы РСМ-023-000111С1. Из структурной схемы (рис. 5.2) видно, что он связан с ПЛИС и с ЭВМ.

Основными функциями контроллера является:

- Реализация многодвигательных систем путем формирования разнообразных связей между отдельными электродвигателями;

- Построение цифровых систем автоматического управления. Реализация и отладка цифровых регуляторов, которые ранее были рассчитаны и смоделированы в программных комплексах;
- Запуск ядра Форт-системы для работы в реальном времени;

Реализация протоколов обмена информацией по двум интерфейсам: CAN интерфейсу и интерфейсу RS-232.

При реализации цифровых регуляторов микроконтроллер осуществляет считывание необходимых данных из памяти ПЛИС, расчет регулятора по заранее разработанному алгоритму и запись цифровых сигналов управления в ячейки памяти ПЛИС.

При построении физических моделей на основе многодвигательного стенда загрузка программной части в микроконтроллер осуществляется через ЭВМ по интерфейсу RS-232 и CAN интерфейсу. Отображение информации о состоянии процессов, протекающих в моделируемой системе, реализовано в программе «AutoTuner» (приложение 3) и возможно в графической и буквенно-цифровой форме.

### **5.3 Экспериментальные исследования робастной САУ на базе безынерционных и динамических регуляторов состояния**

Основной задачей экспериментальных исследований является оценка эффективности разработанных методов синтеза робастных систем управления с безынерционными и динамическими РС в условиях воздействия возмущений, характерных для реальных технологических объектов. Для проведения экспериментов использовалась физическая модель двухмассовой ЭМС, реализованная на базе многодвигательного стенда, для управляющих устройств рассмотренных ранее типов – безынерционного РС, динамических ПР [9, 14].

На рисунке 5.5 представлены функциональная (рис. 5.5, а) и структурная (рис. 5.5, б) схемы ЭМС, составленные в соответствии с преобразованной структурой на рис. 5.1 в. Модель ЭМС построена на базе

двух взаимосвязанных электроприводов, где  $\Omega_3$  – сигнал задания;  $R_{\Omega 1}$  – цифровой регулятор скорости; ЦАП1, ЦАП2 – цифро-аналоговые преобразователи;  $R_{I1}, R_{I2}$  – аналоговые регуляторы тока; СП1, СП2 – силовые преобразователи; М1, М2 – двигатели постоянного тока; ИУ1, ИУ2 – измерители углового положения типа ВЕ-178А5;  $C_{12}, K_D$  – коэффициент жесткости и вязкого трения вязкоупругой кинематической передачи;  $K_m$  – масштабирующий коэффициент. Коэффициенты передачи 1-го и 2-го каналов электропривода определяются выражениями:

$$K_1 = \frac{K_{\text{ЦАП}} K_{I1} C_1}{K_{\text{ИП}} J_1}; \quad K_2 = \frac{K_{\text{ЦАП}} K_{I2} C_2}{K_{\text{ИП}} J_2},$$

абсолютные значения угловых скоростей –  $\Omega_1 = K_{\text{ИП}} \Omega_1^*$  и  $\Omega_2 = K_{\text{ИП}} \Omega_2^*$ .

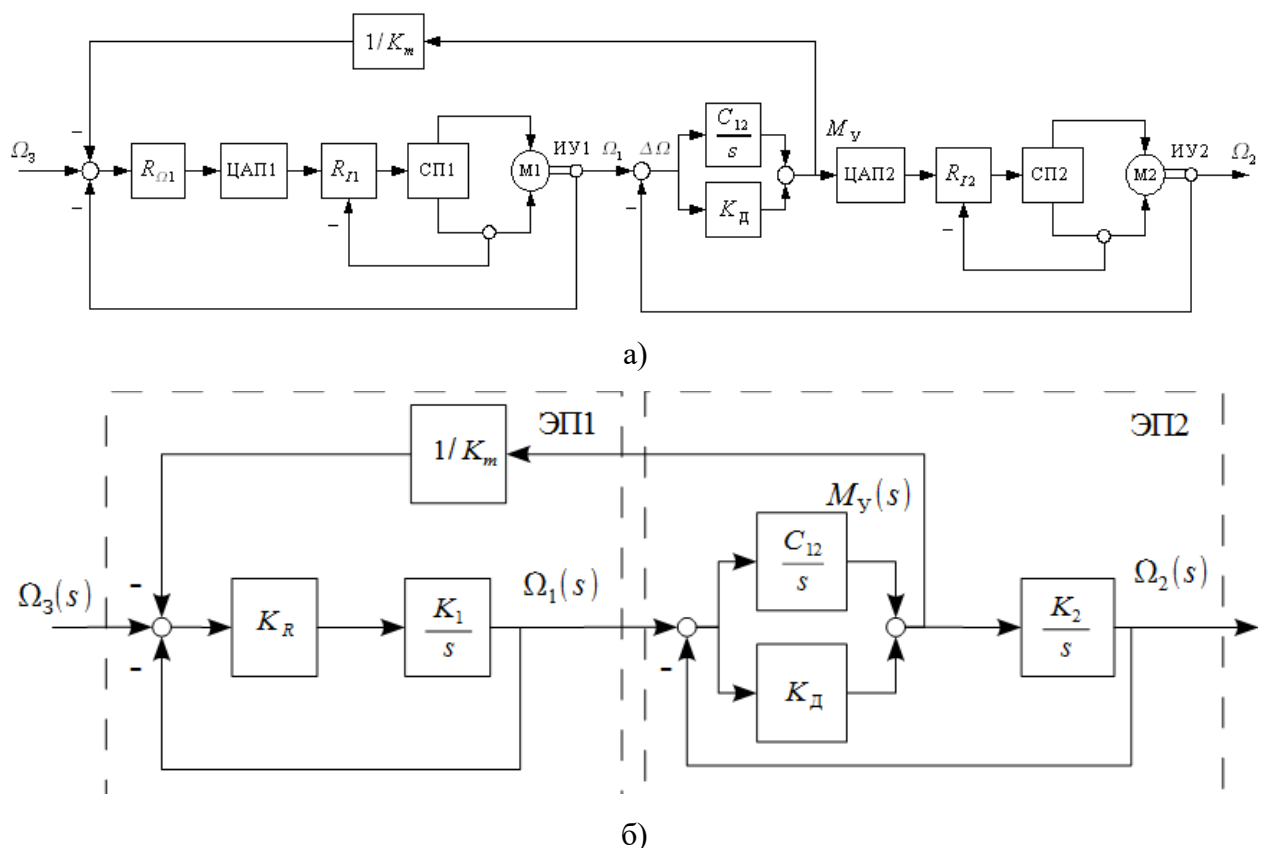


Рис. 5.5 Функциональная (а) и структурная (б) схемы двухмассовой ЭМС

Техническая реализация физической модели двухмассовой ЭМС выполнена на базе двух каналов экспериментального стенда, объединенных

общей микропроцессорной системой управления. При этом цифровые регуляторы реализованы с использованием операционной системы реального времени (ОСРВ), разработанной в соответствии со стандартом языка высокого уровня Forth [9, 36].

Параметры эквивалентной схемы исследуемого объекта, полученные в результате идентификации, приведены в таблице 5.2

Таблица 5.2 Исходные параметры объекта управления

$K_R$	$K_1$	$C_{12}$	$K_D$	$K_2$	$K_m$
8	0.722	5	0.75	0.618	5

Вектор состояния физической модели объекта в векторно-матричной форме включает в себя следующие координаты:  $x_1 = \Omega_1^*$  – угловая скорость 1-й массы,  $x_2 = M_y$  – упругий момент,  $x_3 = \Omega_2^*$  – угловая скорость 2-й массы. Данные переменные состояния доступны для непосредственного измерения в реальной двухмассовой ЭМС, что реализовать безынерционный РС по всем координатам.

Математическая модель двухмассовой ЭМС в пространстве состояний примет вид:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot u;$$

$$\Omega_2 = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}.$$

где  $u$  – управляющее воздействие;  $\Omega_2$  – выходная координата объекта;  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{C}$  – матрицы состояния, входа и выхода соответственно:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -K_1 K_R & \frac{-K_1 K_R}{K_m} & 0 \\ C_{12} - K_D K_1 K_R & -\left( \frac{K_D K_1 K_R}{K_m} + K_D K_2 \right) & -C_{12} \\ 0 & K_2 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} K_1 K_R \\ K_D K_1 K_R \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [0 \quad 0 \quad 1]$$



Подставляя данные из таблицы 5.2 получим:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -5.78 & -1.16 & 0 \\ 0.67 & -1.33 & -5 \\ 0 & 0.62 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5.78 \\ 4.33 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1]$$

Передаточная функция ЭМС примет следующий вид:

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2.68s + 17.86}{s^3 + 7.11s^2 + 11.55s + 17.86}$$

Проводя моделирование полученной передаточной функции в среде Simulink и сопоставляя графики переходных процессов реального объекта (рис. 5.6, график 1) и математической модели (рис. 5.6, график 2) приходим к выводу о достоверности полученных ранее матриц состояния и передаточной функции.

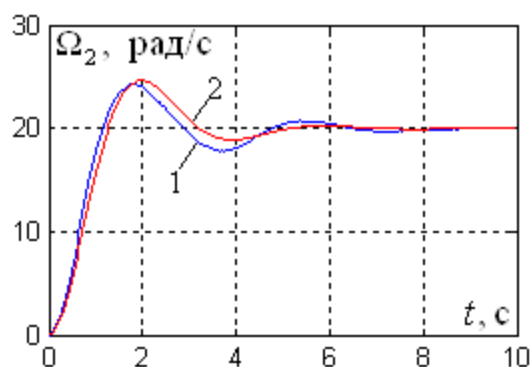


Рис. 5.6 Переходные характеристики ОУ (1) и модели (2)

Таким образом, применение разработанной физической модели ЭМС позволяет осуществлять экспериментальные исследования САУ управления с цифровыми регуляторами состояния и регуляторами «входа-выхода», с учетом помех, возмущений и факторов нелинейности, характерных для реальных объектов управления [14].

Для указанной передаточной функции объекта, «зоны робастности» вариантов минимального ПР 2/0 и неминимального 2/1 приведены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 «Зоны робастности» для САУ с ПР 2/0 и 2/1

Структура регулятора	Передаточная функция регулятора: $H_r(s)$	«Зона робастности» САУ	
		в корневой области: $\Omega_0$ , $c^{-1}$	во временной области: $t_{п}$ , с
ПР 2/0	$\frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{c_0}$	(3.27; 6.66)	(1.78; 0.88)
ПР 2/1	$\frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{c_1 s + c_0}$	(2.65; 10.69)	(2.82; 0.70)

Для реализации САУ с динамическим ПР на указанном стенде проведем расчет коэффициентов минимального (ПР 2/0), неминимального (ПР 2/1), а также редуцированного (ПР 1/0) регулятора для биномиального распределения Ньютона. Результаты синтеза сведены в таблице 5.4, где время переходного процесса  $t$  определяется исходя из эмпирической формулы, для распределения Ньютона [127]:

$$t = \frac{n + 2\sqrt{n-1}}{\Omega_0},$$

где  $n$  – порядок полинома.

Таблица 5.4 Результаты синтеза ПР различных типов

Тип регулятора	$t$ , с	$\Omega_0$ , $c^{-1}$	$r_2$	$r_1$	$r_0$	$c_1$	$c_0$
ПР 2/0	1.3	4.00	0.19	1.91	3.10	--	0.48
ПР 2/0	1.8	3.20	-0.0212	0.92	0.78	--	1.06
ПР 2/1	2.0	3.73	1.1312	6.6248	6.0603	1.0	4.7803
ПР 1/0	1.78	3.27	0	1.0	0.94	--	1.0

Сравнительный анализ переходных характеристик САУ с ПР одинаковой структуры при  $\Omega_0 = 4 c^{-1}$  («зона робастности») и  $\Omega_0 = 3.2 c^{-1}$  («зона риска») показывает существенное ухудшение робастных свойств САУ при появлении неминимально-фазовых звеньев регулятора (рис. 5.7, а, б, где график 1

соответствует расчетным параметрам объекта, график 2 – увеличению  $C_{12}$  на 40%).

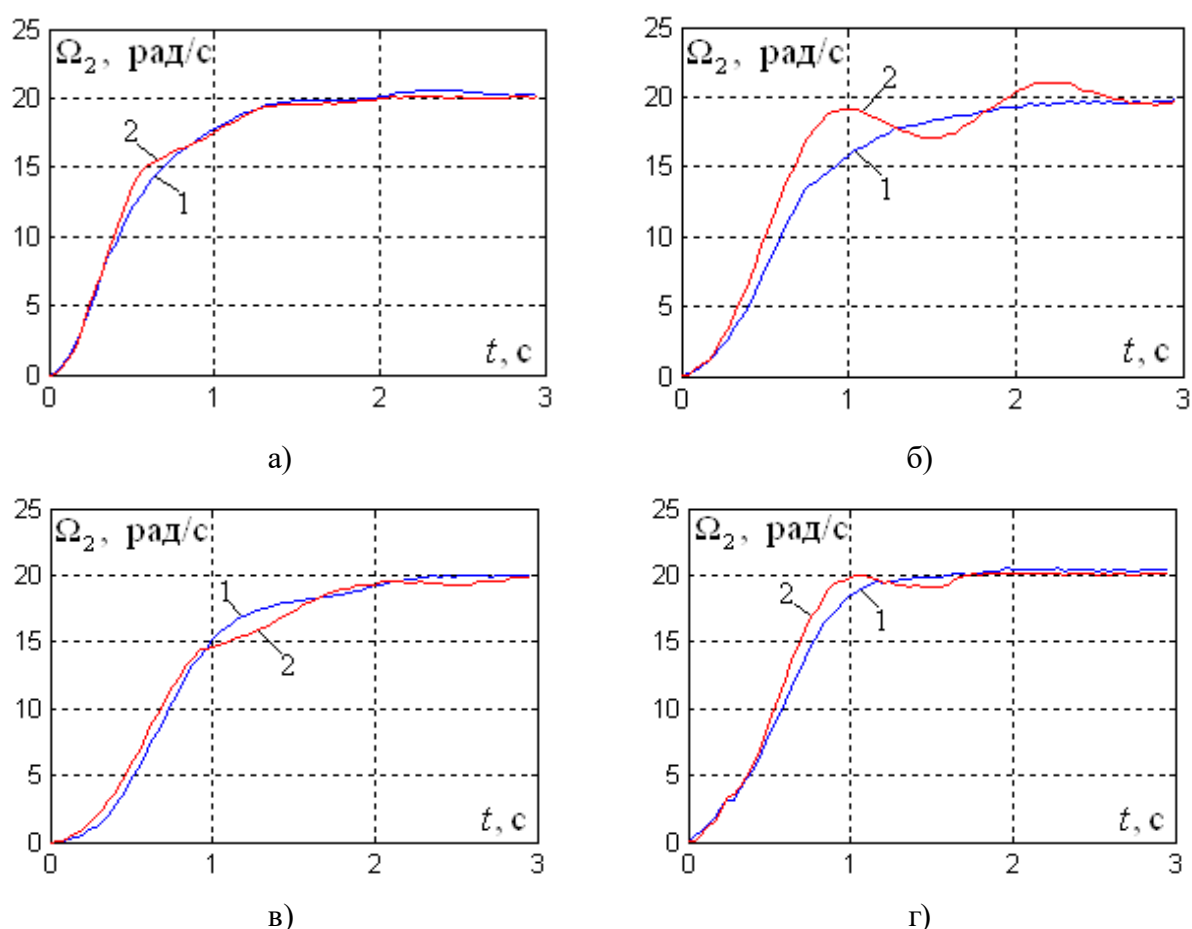


Рис. 5.7. Графики переходных процессов при  $\Omega_0 = 4 \text{ с}^{-1}$  ПР 2/0 (а), и  $\Omega_0 = 3.2 \text{ с}^{-1}$  ПР2/0 (б),  $\Omega_0 = 3.73 \text{ с}^{-1}$  ПР 2/1 (в) и  $\Omega_0 = 3.27 \text{ с}^{-1}$  ПР 1/0 (г)

Введение в структуру регулятора звена с передаточной функцией  $1/C(s)$  позволяет расширить область робастности САУ, что обеспечивает снижение ее чувствительности к изменению упругости механической передачи (рис. 5.7, в).

Редукция регулятора ПР 2/0 и его приведение к виду ПР 1/0 на границе «зоны робастности» с исключением второй производной из процесса управления позволяет сохранить робастные свойства САУ (рис.5.7, г) при одновременном повышении ее помехоустойчивости.

Синтез робастной САУ на базе безынерционного регулятора состояния будем проводить для того же объекта (таблица 5.2).

«Зона робастности» для данного объекта при выборе в качестве желаемого биномиальное распределение Ньютона будет ограничена

$$\Omega_0 = (3.3; 19.8) \text{ с}^{-1}$$

Для проведения сравнительного анализа выберем величину среднегеометрического корня на границе «зоны робастности»  $\Omega_0 = 3.3 \text{ с}^{-1}$ , при этом коэффициенты обратных связей регулятора будут  $\mathbf{K} = [0 \ -0.64 \ -1.01]$ , что позволит получить редуцированный регулятор при отсутствии положительных ОС, а также при  $\Omega_0 = 2.6 \text{ с}^{-1}$ ,  $\mathbf{K} = [0.11 \ -0.30 \ -0.09]$ , что дает возможность провести оценку влияния отклонений параметров объекта на робастные свойства системы.

На рис. 5.8 представлены графики переходных процессов для САУ с безынерционными РС при  $\Omega_0 = 3.3 \text{ с}^{-1}$  (рис. 5.8, а) и  $\Omega_0 = 2.6 \text{ с}^{-1}$  (рис. 5.8 б), а также с динамическими РС с дополнительным каналом производных от координат состояния (рис. 5.8 в) при  $\Omega_{01} = 6 \text{ с}^{-1}$ ,  $\Omega_{02} = 1,5 \text{ с}^{-1}$ , коэффициенты обратных связей в этом случае будут иметь следующие значения:

$$\mathbf{K} = [-0.15 \ -2.31 \ -10.94] ; \mathbf{K}' = [-5.15 \ -7.66 \ -12.99].$$

Во всех рассматриваемых случаях для оценки робастности системы проводится графическое сравнение САУ с начальными параметрами (графики 1) и при увеличении величины  $C_{12}$  от исходного значения на 40% (графики 2).

Проводя сравнительный анализ нетрудно видеть, что при отсутствии ПОС система мало реагирует на изменение параметра объекта (рис. 5.8, а), к тому же расположение динамической характеристики на границе позволяет исключить одну координату, тем самым редуцировав регулятор. За пределами «зоны робастности», несмотря на большее влияние отклоняющегося параметра (рис. 5.8 б), значительного ухудшения качества переходного процесса не происходит, что свидетельствует о возможности эффективной работы САУ в этих условиях.

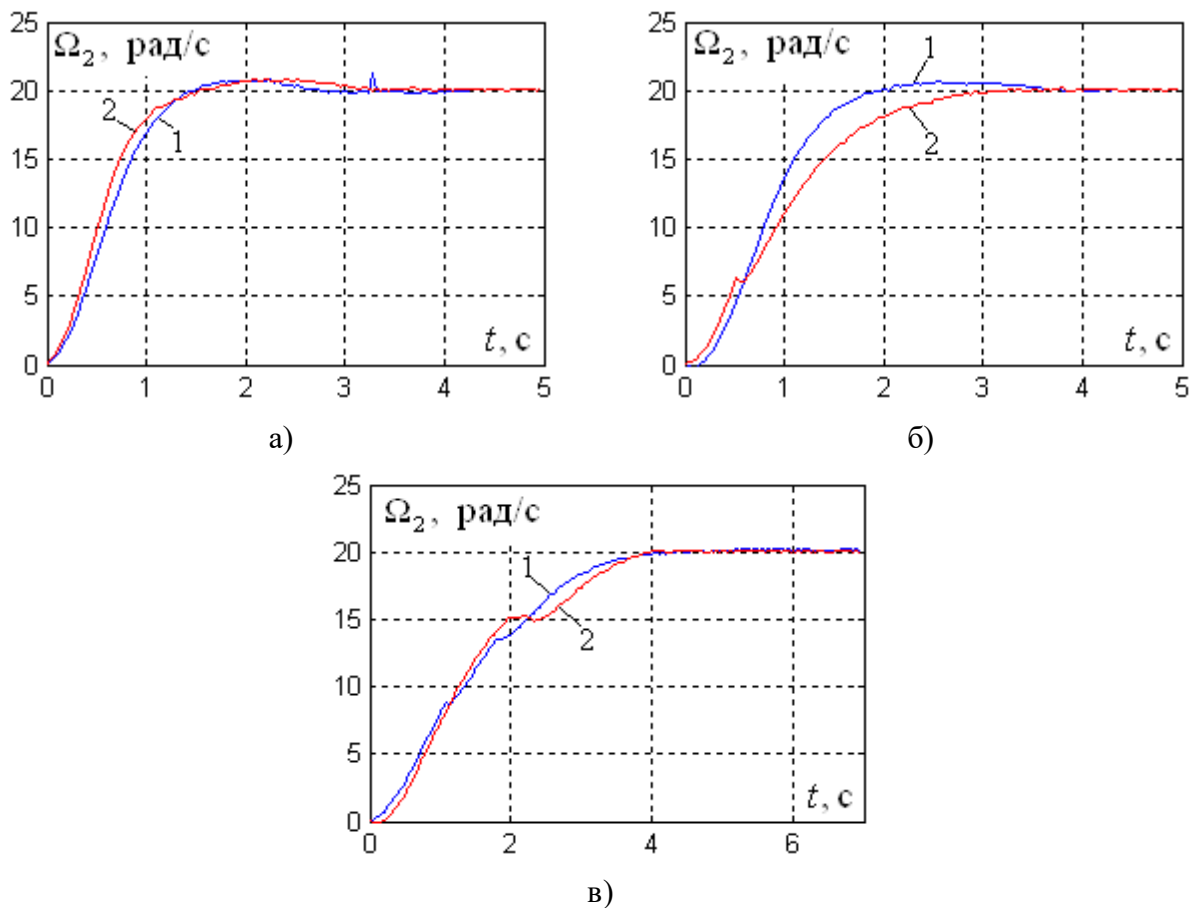


Рис. 5.8 . Графики переходных процессов при  $\Omega_0 = 3.3 \text{ c}^{-1}$  (а);  $\Omega_0 = 2.6 \text{ c}^{-1}$  (б) и  $\Omega_{01} = 6 \text{ c}^{-1}$ ,  $\Omega_{02} = 1,5 \text{ c}^{-1}$  (в)

Применение дополнительного канала производных по координатам состояния объекта позволяет существенно расширить «зону робастности» САУ (рис. 5.8, в).

## Выводы

1. Экспериментальный стенд, имеющий в своем составе реальные двигатели, силовые преобразователи, измерительные преобразователи и цифровую систему управления, позволяет проводить физическое моделирование многомассовых ЭМС, имитировать возмущение различных параметров, таких как упругость и моменты инерции механизма, а также учитывать нелинейные эффекты и возмущения, присущие технологическим объектам управления.

2. Реализованная на базе экспериментального стенда физическая

модель двухмассовой ЭМС, а также варианты цифровых регуляторов состояния, таких как безынерционный РС и динамический ПР, позволяют исследовать предложенные методы обеспечения робастных свойств систем управления подобными объектами в режиме реального времени.

3. Разработанные и реализованные на базе экспериментального стенда системы управления на базе динамических и безынерционных регуляторов состояния показали эффективность предложенных методов расширения «зоны робастности» путем введения фильтра в структуру ПР и применения дополнительных гибких обратных связей в РС, а также редукции регуляторов путем расположения желаемой характеристики на границе «зоны робастности» и «зоны риска» с сохранением робастных свойств САУ.

## **Заключение**

Возрастающий уровень сложности, а также постоянные повышения требований к качеству управления технологическими объектами в условиях их параметрической неустойчивости затрудняют применение типовых систем управления на базе П, ПИ и ПИД регуляторов, синтезируемых классическими методами теории автоматического управления, что вынуждает разработчика применять управляющие устройства высокого порядка и более сложные процедуры синтеза управляющего устройства. Для решения подобных задач хорошо зарекомендовали себя безынерционные и динамические регуляторы состояния, синтезируемые методом модального управления.

Применение аналитической оценки запасов устойчивости для объектов малого порядка, а также метода построения сечений областей робастной устойчивости САУ объектами высокого порядка, при вариациях их параметров позволяет наиболее наглядно представить границы их допустимых отклонений, в которых система сохраняет работоспособность. Кроме того, метод сечений дает возможность выявления имеющихся резервов САУ при работе в так называемых «зонах риска», определения возможностей и целесообразности эксплуатации системы в этих условиях.

Проведенный анализ с применением метода построения областей устойчивости систем на базе безынерционных РС и динамических ПР показал возможность устойчивого функционирования САУ не только в пределах зоны робастности, но и за ее границами при наличии положительных обратных связей, что позволяет проводить синтез систем управления в условиях ограничений на динамические и энергетические показатели.

Влияние изменения параметров наблюдателя состояния прежде всего следует рассматривать исходя из его структуры, а также относительно близости свойств таких САУ к свойствам САУ с РС и ПР, что сохраняет возможность функционирования системы и за пределами зон робастности

при сохранении качества переходного процесса.

Для расширения зоны робастности целесообразно применять методы как «ручного» формирования распределения ХП САУ путем коррекции коэффициентов, формирующих ПОС, так и методы, основанные на введении дополнительных производных в структуру регулятора или по координатам состояния ОУ, а также методы рационального выбора структуры динамического ПР.

В случае размещения динамической характеристики вблизи границы зоны робастности, величина положительных обратных связей будет относительно мала, что позволяет выполнить «ручную» корректировку знака коэффициента, формирующего положительную ОС с сохранением приемлемого качества управления и с повышением робастных свойств САУ.

Введение дополнительной степени свободы в виде производной в структуру регулятора «входа-выхода» позволяет модифицировать «зону робастности» САУ и обеспечить апериодический характер переходных процессов в широком диапазоне изменений параметров объекта.

Применение гибких обратных связей по производным координат состояния объекта управления или наблюдателя состояния позволяет существенно расширить «зону робастности» САУ на базе безынерционных РС и РНС относительно изменений как параметров объекта, так и параметров регулятора (для САУ с РНС) при сохранении быстродействия и возможностей энергетических (силовых) органов управления.

Структурная оптимизация САУ путем рационального выбора степени полинома  $C(s)$  в ПР позволяет расширить «зону робастности» для объектов с «быстрыми» нулями, либо избежать ее сжатия для объектов с «медленными» нулями. Так, в первом случае оптимальным будет выбор первой степени полинома  $C(s)$ , что позволит расширить зону робастности, а также повысить помехоустойчивость САУ за счет введения фильтрующего звена. В случае ОУ с «медленными» нулями следует выбрать нулевой порядок  $C(s)$ , поскольку, в этом случае, введение фильтрующего звена приведет к сужению «зоны



робастности» САУ.

Расположение динамической характеристики САУ на границе зоны робастности позволяет получить редуцированный регулятор за счет обнуления одного из коэффициентов обратной связи РС или старшей производной полинома числителя ПР, что также позволяет повысить помехоустойчивость системы.

Предложенные решения поставленных задач и полученные результаты, определяющие развитие методов синтеза робастных систем управления технологическими объектами, свидетельствуют о достижении поставленной цели диссертационной работы.

## Список литературы

1. Автоматизация технологических процессов в текстильной промышленности: Учеб. Пособие/ Петелин Д.П., Козлов А.Б., Джелаянов А.Р., Шахнин В.Н. - М.: Легкая индустрия, 1980. – 320 с.
2. Автоматизация технологических процессов легкой промышленности – Учебн. пособие/ Плужников Л.Н. Елин А.В., Кочеров А.В. и др.; Под ред. Плужникова Л.Н. – М.: Высш. шк., 1984. – 368 с.
3. Автоматизация типовых технологических процессов и установок: Учебник для вузов/ Корытин А.М., Петров Н.К., Радимов С.Н., Шапарев Н.К.. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 432 с.
4. Адаптивные системы с переменной структурой для управления электроприводами роботов/ Филаретов В.Ф., Дыда А.А., Очкал В.С. и др. // Автоматизированный электропривод, 1990. – 544 с.
5. Александров А.Г. Алгебраические условия негрубости // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 2009. – №9. – С. 56-68.
6. Александров А.Г. Запас устойчивости систем оптимального и модального управления // Автоматика и телемеханика. – 2007. – №8. С. 4-20.
7. Александров А.Г. Методы построения систем автоматического управления . – М.: Издательство физико-математической литературы, 2008. – 232 с.
8. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами .– М.: Наука, 1976 .– 184 с.
9. Анисимов А.А. Разработка методов структурно-параметрического синтеза, оптимизации и настройки систем автоматического управления технологическими объектами: Дис. ... д-ра. техн. наук: 05.13.06. – Иваново, 2013.
10. Анисимов А.А., Котов Д.Г., Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Анализ параметрической чувствительности и структурная оптимизация систем модального управления с регуляторами состояния / Известия РАН. Теория и системы управления. - 2011. - №5. – С. 18-32.

11. Анисимов А.А., Тарарыкин С.В., Аполонский В.В. Анализ и синтез параметрически грубых систем с комбинированными регуляторами состояния / 4-я Всероссийская мультikonференция по проблемам управления // Материалы 4-й Всероссийской мультikonференции. Т.2. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. – С. 19-22.
12. Анисимов А.А., Тарарыкин С.В. Особенности синтеза параметрически грубых систем модального управления с наблюдателями состояния // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2012. №5. – С. 3-14.
13. Аполонский В.В., Тарарыкин С.В. Методы синтеза редуцированных регуляторов состояния линейных динамических систем // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2014. № 6. – С. 25–33.
14. Аполонский В.В. Экспериментальные исследования цифровых робастных систем автоматического управления на базе безынерционных и динамических регуляторов состояния. Материалы Международной науч. – техн. конф. «Состояние и перспективы развития электротехнологии» (XVIII Бенардосовские чтения). – Иваново: ИГЭУ, 2015.– С. 232–237.
15. Аполонский В.В., Анисимов А.А., Тарарыкин С.В. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2013617932 «Синтез модальных регуляторов с гибкими обратными связями» от 27.08.2013.
16. Аполонский В.В., Анисимов А.А., Тарарыкин С.В. Системы робастного модального управления с комбинированными регуляторами состояния./ сборник научных трудов I Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Электронные приборы, системы и технологии» / под ред. Кожемяк О.А., Киселевой Е.Ю.; Томский политехнический университет. - Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. – С. 10-13.
17. Аполонский В.В., Анисимов А.А., Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Программа для определения области устойчивости систем автоматического управления «Skyeyes». Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012611287 от 31.01.2012.

18. Аполонский В.В., Анисимов А.А., Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011614853 «Программный комплекс для расчета полиномиальных регуляторов и регуляторов состояния «Sputnik» от 22.06.2011.
19. Аполонский В.В., Тарарыкин С.В. Робастное модальное управление в условиях параметрической неопределенности объекта. Материалы всероссийской молодежной конференции «Автоматизация и информационные технологии (АИТ-2012)». Второй том. Сборник докладов. - М.: МГТУ «Станкин», 2012. – С. 15-19.
20. Аполонский В.В., Тарарыкин С.В., Анисимов А.А. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2012617024 «Программа для автоматической настройки безынерционных и динамических регуляторов состояния «AutoTuner» от 06.08.2012.
21. Аполонский В.В., Терехов А.И. Применение гибких обратных связей для робастного управления состоянием электромеханических систем. Труды VII Международной (VIII Всероссийской) научно-технической конференции по автоматизированному электроприводу: ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». - Иваново, 2012. – С. 61-64.
22. Барышников В.Д., Куликов С.Н. Автоматизированные электроприводы машин бумагоделательного производства. – Л.: Энергоиздат. Ленингр. отделение, 1982. – 144 с.
23. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 392 с.
24. Беленький Л.И., Омелянчук Л.А., Швырев С.С. Автоматическое управление технологическими процессами отделочного производства. – М.: Легпромбытиздат, 1990. – 208 с.
25. Белов М.П. Автоматизированный электропривод типовых производственных механизмов и технологических комплексов: Учеб. для

- вузов/ Белов М.П., Новиков В.А., Рассудов Л.Н. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 576 с.
26. Бесекерский В.А., Изранцев В.В. Системы автоматического управления с микро-ЭВМ. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
  27. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления / Бесекерский В.А., Попов Е.П.. – Изд. 4-е перераб. и доп. – СПб, Изд-во «Профессия», 2003. – 752 с. – (Серия: Специалист).
  28. Бойченко В.А., Курдюков А.П., Тимин В.Н. и др. Некоторые методы синтеза регуляторов пониженного порядка и заданной структуры // УБС. 2007. №19. С.23-126.
  29. Бороздин П.А., Сыроквашин В.В., Фокин А.Л. Робастное управление линейным инерционным объектом // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2008. – №4, С. 41-49.
  30. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Энергоатомиздат. Санкт-Петербург. отд-ние, 1992. – 288 с.: ил.
  31. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Тиристорные системы электропривода с упругими связями. – Л.: Энергия, 1979. – 160 с.
  32. Борцов Ю.А., Суворов Г.В. Методы исследования динамики сложных систем электропривода. – М.: Энергия, 1966. – 160 с.
  33. Борцов Ю.А., Поляхов Н.Д., Путов В.В. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением. – Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отд-ние, 1984 . – 216 с.
  34. Буков В.Н., Сельвесюк Н.И. Аналитический синтез робастных регуляторов на основе параметризации уравнения Лурье-Риккати // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 2007.– №2, – С. 6-16.
  35. Бургин Б.Ш. Варианты нормированного характеристического уравнения двухмассовой электромеханической системы // Электричество. – 1993. – №8. – С. 42–47.

36. Бурков А.П., Красильникъянц Е.В. Принципы построения программного обеспечения систем управления движением // Автоматизация в промышленности. – 2011.– №5. – С. 23-29.
37. Воевода А.А. Проектирование линейных управлений для линейных объектов с интервальными параметрами // Изв. РАН. Техническая кибернетика. – 1994.– №5. – С. 233-242.
38. Волгин Л.Н. О грубых системах управления // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 4. – С. 186-187.
39. Волгин Л.Н. Оптимальное дискретное управление динамическими системами / Под. ред. П.Д. Крутько. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 240 с.
40. Воронов А.А. Введение в динамику сложных управляемых систем.- М.: Наука, 1985.- 352 с.
41. Вороной В.В. Краткий обзор методов синтеза регуляторов пониженного порядка // Сб. научных тр. НГТУ. – 2010, № 4 (62). – С. 25-34.
42. Вукобратович М., Стокич Д. Управление манипуляционными роботами: Пер. с англ. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. – 384 с.
43. Вукобратович М., Стокич Д., Кирчински Н. Неадаптивное и адаптивное управление манипуляционными роботами: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 376 с.
44. Высокоскоростное формование волокон/ Под ред. А. Зябицкого и Х. Каваи; Пер. с англ. – М.: Химия, 1988. – 488 с.
45. Гайдук А.Р. К исследованию устойчивости линейных систем // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 1997. – № 3. – С. 153–160.
46. Гайдук А.Р. Синтез систем автоматического управления по передаточным функциям // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 1980. – № 1. – С. 11–16.
47. Гайдук А.Р. Синтез робастных систем управления с запаздыванием// Автоматика и телемеханика.- 1997.- №1.- С. 90-99.

48. Гайдук А.Р. Синтез систем управления при слабо обусловленной полноте объектов // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 1997 .– №4. – С. 133-144.
49. Гайдук А.Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (Полиномиальный подход): ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 418 с.
50. Глазунов В.Ф., Прокушев С.В. Автоматизация оборудования для непрерывной обработки текстильных материалов / Иван. гос. энерг. ун-т. – 2002. – 348 с.
51. Глумов В.М., Земляков С.Д., Рутковский В.Ю. Адаптивное координатно-параметрическое управление нестационарными объектами: некоторые результаты и направления развития // АиТ. 1999. №6. – С. 100-116.
52. ГОСТ 27803-91. Электроприводы регулируемые для металлообрабатывающего оборудования и промышленных роботов. Технические требования.
53. Гудвин Г.К., Гребен С.Ф., Сальгадо М.Э. Проектирование систем управления// – М.:БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 911 с., ил.
54. Даденков Д.А., Казанцев В.П., Муравьев Д.И. Электромеханические системы управления с адаптивными к внешней среде эталонными моделями // Фундаментальные исследования, 2015, № 8-1, – С. 99-104.
55. Даденков Д.А., Казанцев В.П., Ляхомский А.В. Принципы построения адаптивных электромеханических систем управления с эталонными моделями // Электротехника, 2015, № 6, – С. 51-56.
56. Даденков Д.А. Казанцев В.П. Методика синтеза следящих электромеханических систем управления с адаптивными эталонными моделями // В мире научных открытий. 2015. № 10.2(70) : Естественные и технические науки, ВАК. – С. 728-741.
57. Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч. Пространство состояний в теории управления: Пер. с англ. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1970. – 620 с.

58. Джури Е. Н. Робастность дискретных систем. Обзор // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 1990.– №5, – С. 12-21.
59. Джури Э.И. Робастность дискретных систем // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 3. – С. 3–28.
60. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, ., Р. Бишоп. Пер. с англ. Б.И. Копылова. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.
61. Емельянов С.В., Фурсов А.С. Координатно-операторная обратная связь. Свойства. Особенности. Перспективы // АиТ. 2015. №10. – С. 3-39.
62. Земляков С.Д., Рутковский В.Ю. О некоторых результатах совместного использования принципов построения систем с переменной структурой и адаптивных систем с эталонной моделью // АиТ. 1999. №5. – С. 67-77.
63. Зорин И.Ф., Петров В.П., Рогольская С.А. Управление процессами целлюлозно-бумажного производства. – М.: Лесн. пром-сть, 1981. – 272 с.
64. Зотов М.Г. Частотный критерий грубости и робастности для управляющих устройств различной сложности // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2001. – № 5. – С. 28–31.
65. Зотов М.Г. О сложностях поиска и реализации в пространстве состояний оптимальных регуляторов // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 2008.– №2. – С.17-25.
66. Иванов Г.М., Левин Г.М., Хуторецкий В.М. Автоматизированный многодвигательный электропривод постоянного тока. – М.: Энергия, 1978. – 160 с.
67. Иванов Г.М., Никитин Б.К. Автоматизированный электропривод агрегатов непрерывного действия. - М.: Энергоатомиздат, 1986. - 224 с.
68. Изерман Р. Цифровые системы управления: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 541 с.
69. Ишматов З.Ш. Использование метода полиномиальных уравнений для синтеза микропроцессорных систем управления электроприводом // Электротехника. – 2003.– №6. С. 33-39.



70. Ишматов З.Ш. Обеспечение грубости при синтезе цифровых систем управления электроприводом // Электротехника. – 2005.– №9, С. 27-32.
71. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления.- М.: Мир, 1977.- 350 с.
72. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
73. Киселев О.Н., Поляк Б.Т. Минимизация перерегулирования в линейных дискретных системах регуляторами низкого порядка // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 2001.– №4. – С.98-108.
74. Климов А.П., Ремизова О.А., Рудакова И.В., Фокин А.Л. Уменьшение чувствительности  $H^2$  – оптимальной системы к влиянию неопределенности модели объекта // Изв. РАН. Теория и системы управления .– 2010. – №3. – С. 27-32.
75. Ключев В.И. Теория электропривода. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 560 с.
76. Колесников А. А. Основы теории синергетического управления. – М.: Испо-сервис, 2000. – 264 с.
77. Кондрашкова Г.А., Леонтьев В.Н., Шапоров О.М. Автоматизация технологических процессов производства бумаги. – М.: Лесн. пром-сть, 1989. – 328 с.
78. Котов Д.Г., Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Синтез линейных регуляторов для управления состоянием технологических объектов / ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2005. – 172 с.
79. Красовский А.А., Проблемы физической теории управления, Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1990, выпуск 11, – С. 3–28.
80. Крутько П.Д. Полиномиальные уравнения и обратные задачи динамики управляемых систем // Изв. РАН. Техн. Кибернетика. – 1986. –№ 1. – С. 125–133.

81. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Линейные модели. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
82. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
83. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления: Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с.: ил.
84. Лебедев А.М. и др. Следящие электроприводы станков с ЧПУ/ А.М. Лебедев, Р.Т. Орлова, А.В. Пальцев. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 223 с.
85. Литвинов Н.Д. Метод расположения корней характеристического полинома, обеспечивающий заданные степень устойчивости и колебательности системы// Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 1995. – № 4. – С. 53 – 61.
86. Лозгачев Г.И. Синтез модальных регуляторов по передаточной функции замкнутой системы // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 1995. – № 4. – С. 49–55.
87. Малышков М.М., Лещенко В.Г., Лапшинская В.И. Автоматизация красильно-отделочного производства. – М: Легкая индустрия, 1976. – 280 с.
88. Методы классической и современной теории автоматического управления. Том 3: Методы современной теории автоматического управления / Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 748 с.
89. Механика промышленных роботов: Учеб. пособие для вузов: в 3 кн./ Под ред. К.В. Фролова, Е.И. Воробьева. Кн. 2: Расчет и проектирование механизмов/ Е.И. Воробьев, О.Д. Егоров, С.А. Попов. – М.: Высш. шк., 1988. – 367 с.: ил.
90. Мита Ц., Хара С., Кондо Р. Введение в цифровое управление: Пер. с японского. – Мир, 1994. – 256 с.
91. Михайлов О.П. Автоматизированный электропривод станков и промышленных роботов: Учебник для вузов. – М.: Машиностроение, 1990. – 304 с.

92. Надеждин П.В. О практической неустойчивости (негрубости) систем, полученных по методу статьи [1] // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 1973. – №5. – С. 196–198.
93. Наумов В.Н., Пятов Л.И. Автоматика и автоматизация производственных процессов в легкой промышленности: Учебник. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1981. – 256 с.
94. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений.– СПб.: Наука, 2003. – 282 с.
95. Никифоров В.О. Робастное управление линейным объектом по выходу // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 1998.– №9, С. 87-99.
96. Новые разработки электроприводов для промышленных роботов и робототехнических комплексов/ Б.В. Гулыманов, В.М. Ситниченко, Л.А. Шпиглер. – Автоматизированный электропривод, 1990. – С. 244-246.
97. Перельмутер В.М., Сидоренко В.А. Системы управления тиристорными электроприводами постоянного тока. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 304 с.
98. Песьяков Г.Н., Шевчук В.А. Системы регулирования, управления и контроля бумагоделательного оборудования. – М.: Лесная промышленность, 1983. – 160 с.
99. Петров Б.Н., Рутковский В.Ю., Крутова И.Н., Земляков С.Д. Принципы построения и проектирования самонастраивающихся систем управления. М.: Машиностроение, 1972. – 259 с.
100. Петров Ю.П. Устойчивость линейных систем при вариациях параметров // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 1994. – № 11. – С. 186– 189.
101. Поляк Б.Т. Возможные подходы к решению трудных задач линейной теории управления // Труды III международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO 04 . – М.: 2004 . – С. 41-65.
102. Поляк Б.Т. Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков .– М.: Наука, 2002 .– 303 с.

103. Попов Е.П., Письменный Г.В. Основы робототехники: Введение в специальность: Учеб. для вузов по спец. «Робототехн. системы и комплексы» – М.: Высш. шк., 1990. – 224 с.
104. Потемкин В.Г. Система инженерных и научных расчетов MatLab 5.x для студентов . – М.: Диалог-МИФИ, 1999 г. – 366 с.
105. Работа электроприводов робота при переменном моменте инерции/ Ю.А. Сабинин. – Автоматизированный электропривод, 1990. С. 237–243.
106. Севостьянов А.Г., Севостьянов П.А. Оптимизация механико-технологических процессов текстильной промышленности: Учеб. для вузов – М.: Легпромиздат, 1991. – 256 с.
107. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами: Инженерные методы анализа и синтеза/ Б.Н. Петров, Н.И. Соколов, А.В. Липатов и др. – М: Машиностроение, 1986. – 256 с.
108. Современные методы управления многосвязными динамическими системами / Под ред. А.А. Красовского. Вып. 1. – М.: Энергоатомиздат, 2003. 624 с.
109. Современные методы управления многосвязными динамическими системами / Под ред. А.А. Красовского. Вып. 2. – М.: Энергоатомиздат, 2003. 556 с.
110. Соколовский Г.Г. Система управления электроприводом с упругостью // Электричество. – 1984. – № 1. – С. 23-28.
111. Солдатов В.В., Агабекян Н.Г. Робастное управление линейными стационарными системами на основе оптимального соотношения между составляющими хаоса и порядка // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика.– 2005.–№5, – С. 8-15.
112. Солдатов В.В., Жиров М.В., Шаховской А.В. Многопараметрические цифровые регуляторы и методы их настройки // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика.– 2002.–№6, – С. 8-15.

113. Солдатов В.В., Юдин А.А., Гончаров А.В. Оптимизация линейных робастных систем // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика.– 2006.–№8, – С. 11-13.
114. Справочник по автоаизированному электроприводу/ Под. ред. В.А. Елисеева и А.В. Шинянского. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 616 с.
115. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления: Пер. с англ.- М.: Наука, 1985.– 296 с.
116. Тарарыкин С.В., Аполонский В.В. Понижение порядка полиномиальных регуляторов динамических систем // Вестник науки Сибири. 2013. № 3 (9). – С.96-100.
117. Тарарыкин С.В, Тютиков В.В. Определение размерности вектора состояния при синтезе управляемых динамических систем // Изв. вузов. Электромеханика. – 1995. – № 1–2. – С. 69–74.
118. Тарарыкин С.В, Тютиков В.В. Проектирование регуляторов состояния упругих электромеханических систем // Электричество. – 1998. – № 3. – С. 52–57.
119. Тарарыкин С.В. Принципы управляемой синхронизации машин в технологических агрегатах для производства ленточных и волоконных материалов: Дис. ... д-ра. техн. наук: 05.02.13., 05.09.03. – Иваново, 1992.
120. Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Робастное модальное управление динамическими системами // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 2002. – №5. – С. 41-55.
121. Тарарыкин С.В., Тютиков В.В., Котов Д.Г. Независимое формирование статических и динамических показателей систем модального управления // Электричество. – 2004. – № 11. – С. 56 – 62.
122. Тарарыкин С.В., Тютиков В.В., Красильникьянц Е.В. Физическое моделирование упругих механических систем средствами цифрового следящего электропривода // Электротехника. – 1999. – №3. – С. 11–15.

123. Тарарыкин С.В., Аполонский В.В. Методы синтеза редуцированных полиномиальных регуляторов динамических систем // Мехатроника, Автоматизация, Управление, 2015 г., Том 16. №2. – С. 75-81.
124. Тарарыкин С.В., Аполонский В.В., Терехов А.И. Исследование влияния положительных обратных связей на робастные свойства систем автоматического управления с регуляторами состояния // Мехатроника, Автоматизация, Управление. – 2013. №3. – С. 9-16.
125. Тарарыкин С.В., Аполонский В.В., Терехов А.И. Исследование влияния структуры и параметров полиномиальных регуляторов «входа-выхода» на робастные свойства синтезируемых систем // Мехатроника, Автоматизация, Управление. – 2013. №11. – С. 2-9.
126. Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Системное проектирование линейных регуляторов состояния // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1995. – №4. – С. 32-46.
127. Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Системы координирующего управления взаимосвязанными электроприводами / Иван. гос. энерг. ун-т. – Иваново, 2000. – 212 с.: ил.
128. Тютиков В.В., Тарарыкин С.В. Робастное модальное управление технологическими объектами / ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2006. – 256 с.
129. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Концепция модальной редукции моделей управляемых систем. // Мехатроника, Автоматизация, Управление. – 2013 №12. – С. 2-8.
130. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1981. – 448 с.
131. Хиляков В.И. К определению весовых коэффициентов функционалов качества // Изв. вузов. Электромеханика. – 1984. – №6. – С. 32-35.
132. Хлебалин Н.А. Аналитический метод синтеза регуляторов в условиях неопределенности параметров объекта// Аналитические методы синтеза

- регуляторов: Межвуз. научный сб. / Саратовский политехн. ин.-т. – Саратов, 1981. – С. 107-123.
133. Ходько С.Т. Проектирование систем управления с нестабильными параметрами. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1987. – 232 с.
134. Черноруцкий Г.С., Сибрин А.П., Жабреев В.С. Следящие системы автоматических манипуляторов. – М.: Наука, 1987. – 272 с.
135. Шенфельд Р., Хабигер Э. Автоматизированные электроприводы: Пер. с нем. / Под ред. Ю.А. Борцова. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1985. – 464 с.
136. Шестаков В.М. Регулируемые электроприводы отделочных агрегатов целлюлозно-бумажной промышленности. – М.: Лесная промышленность, 1982. – 160 с.
137. Шестаков В.М. Системы электропривода бумагоделательного производства. – М.: Лесная промышленность, 1989. – 240 с.
138. Ядыкин И.Б.  $H^2$  – оптимальные алгоритмы настройки регуляторов с заданной структурой // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 2008. – №8, С.56-70.
139. Anisimov A.A., Kotov D.G., Tararykin S.V., Tyutikov V.V. Analysis of Parametric Sensitivity and Structural Optimization of Modal Control Systems with State Controllers // Journal of Computer and System Sciences International, 2011, Vol. 50, N5, pp. 698–719.
140. Anisimov A.A., Tararykin S.V. Peculiarities of Synthesis of Parametrically Robust Modal Control System with State Observers // Journal of Computer and System Sciences International, 2012, Vol. 51, N5, pp. 617–627.
141. Apolonskii V.V. and Tararykin S.V. Methods for the Synthesis of Reduced State Controllers of Linear Dynamic Systems // Journal of Computer and Systems Sciences International, 2014, Vol. 53, No. 6, pp. 799–807.
142. Aschemann H., Minisini J., Rauh A. Interval arithmetic techniques for the design of controllers for nonlinear dynamical systems with application in

- mechatronics // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2010. №5. – С. 5-16.
143. Eduardo D. Sontag. Mathematical Control Theory // Springer-Verlag New York. 1998. 532 p.
  144. D.-W. Gu, P.Hr. Petkov, M.M. Konstantinov. Robust control design with MATLAB // Springer. 2005. 389 p.
  145. Gang Feng, Rogelio Lozano. Adaptive control systems, 1st Edition // NEWNES. 1999. 352 p.
  146. Kemin Zhou, John C. Doyle, Keith Glover. Robust and optimal control. PRENTICE HALL, Englewood Cliffs, New Jersey. 1996. 586 p.
  147. Kemin Zhou, John C. Doyle. Essentials of robust control // Prentice Hall. 1997. 411 p.
  148. Luc Jaulin. Applied interval analysis: with examples in parameter and state estimation, robust control and robotics // Springer-Verlag London. 2001. 379 p.
  149. Michael Green, David J.N. Limebeer. Linear robust control // Dover Publications; Reprint edition. 2012. 558 p.
  150. Porter B. Systems zeros and invariant zeros // Int. J. Control. 1978. V. 28. №1. P. 157-159.
  151. Steinbaus Stefan. Comparison of Mathematical Programs for Data Analysis . – Germany: Munhen, 2004. – [www.scientificweb.de/nerunch](http://www.scientificweb.de/nerunch).
  152. Trevor Martin. The Insider`s Guide to the Philips ARM-7 Based Microcontrollers.– UK: Hitex, 2005 .– [www.hitex.com.uk](http://www.hitex.com.uk).



**Свидетельство о государственной регистрации программы для расчета полиномиальных регуляторов и регуляторов состояния «Sputnik»**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о государственной регистрации программы для ЭВМ

**№ 2011614853**

**Программный комплекс для расчета полиномиальных регуляторов и регуляторов состояния «Sputnik»**

Правообладатель(ли): *Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И.Ленина» (ИГЭУ) (RU)*

Автор(ы): *Аполонский Владимир Викторович, Анисимов Анатолий Анатольевич, Тарарыкин Сергей Вячеславович, Тютиков Владимир Валентинович (RU)*

Заявка № **2011613041**

Дата поступления **28 апреля 2011 г.**

Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ  
**22 июня 2011 г.**

*Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам*



Б.П. Симонов

**Свидетельство о государственной регистрации программы для определения области устойчивости систем автоматического управления «Skueyes»**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о государственной регистрации программы для ЭВМ

**№ 2012611287**

**Программа для определения области устойчивости систем автоматического управления «Skueyes»**

Правообладатель(ли): *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина» (ИГЭУ) (RU)*

Автор(ы): *Аполонский Владимир Викторович, Анисимов Анатолий Анатольевич, Тарарькин Сергей Вячеславович, Тютиков Владимир Валентинович (RU)*

Заявка № 2011619527

Дата поступления 12 декабря 2011 г.

Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ  
31 января 2012 г.



Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности

Б.П. Симонов

**Свидетельство о государственной регистрации программы для автоматической настройки безынерционных и динамических регуляторов состояния «AutoTuner»**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о государственной регистрации программы для ЭВМ

**№ 2012617024**

**«Программа для автоматической настройки безынерционных и динамических регуляторов состояния» (AutoTuner)**

Правообладатель(ли): *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина» (RU)*

Автор(ы): *Аполонский Владимир Викторович, Тарарыкин Сергей Вячеславович, Анисимов Анатолий Анатольевич (RU)*

Заявка № 2012614728

Дата поступления 9 июня 2012 г.

Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ  
6 августа 2012 г.



*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

Б.П. Симонов

**Свидетельство о государственной регистрации программы для синтеза  
модальных регуляторов с гибкими обратными связями**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о государственной регистрации программы для ЭВМ

**№ 2013617932**

**«Синтез модальных регуляторов с гибкими обратными  
связями»**

Правообладатель: *федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего профессионального  
образования «Ивановский государственный энергетический  
университет имени В.И. Ленина» (ИГЭУ) (RU)*

Авторы: *Аполонский Владимир Викторович (RU), Анисимов  
Анатолий Анатольевич (RU), Тарарыкин Сергей Вячеславович  
(RU)*

Заявка № **2013615823**

Дата поступления **08 июля 2013 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **27 августа 2013 г.**

*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*



Б.П. Симонов

**Процедура построения областей устойчивости для САУ с регуляторами состояния**

```

function [out1 out2]=func2(param, param_name, object, dimension,
delta)

% param - числовые значения параметров, пример: param=[2 4 5];
% param_name - имя параметров, пример: param_name=['a1'; 'a2';
'b1'];
% object - имя объекта, пример: object='my_obj';
% dimension - количество переборов для каждого цикла
% delta - величина приращения переменных

% out1=mass; - выходной массив
% out2=mass_param; - массив варьируемых параметров

var_param=param;

delta = (delta/100); % переводим из процентов в коэффициент
delta = 2*(delta/(dimension));

mass_param=[];
for i=1:size(var_param,2)
    for j=1:dimension
        mass_param(i,j) = var_param(i) + (var_param(i) * (j -
ceil(dimension/2))*delta);
    end
end

% -----
function clear_vars(dimension)
    for i=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(i)), param(i));
    end
end
% -----

switch size(param,2)
case 1
    for count1=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(1)),
mass_param(1,count1));

        [A,B,C,D] = linmod(object); % функция линеаризации
модели из Simulink
        [Bs, As]=ss2tf(A,B,C,D); % преобразуем в
передаточную функцию H(s)

        % Вызов функции определения устойчивости

```

```

        output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
        mass(count1)=output;
    end

case 2
    for count1=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(1)),
mass_param(1,count1));

        for count2=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(2)),
mass_param(2,count2));

            [A,B,C,D] = linmod(object); % функция линеаризации
модели из Simulink
            [Bs, As]=ss2tf(A,B,C,D); % преобразуем в
передаточную функцию H(s)

            % Вызов функции определения устойчивости
            output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
            mass(1, count1,count2)=output;
        end
    end

case 3
    counter = 1;

    clear_vars(size(param,2)); % возвращаем параметры в исходное
значение

    for count1=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(1)),
mass_param(1,count1));

        for count2=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(2)),
mass_param(2,count2));

            [A,B,C,D] = linmod(object); % функция линеаризации
модели из Simulink
            [Bs, As]=ss2tf(A,B,C,D); % преобразуем в
передаточную функцию H(s)

            % Вызов функции определения устойчивости
            output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
            mass(1 ,count1,count2)=output;
        end
        assignin('base', char(param_name(2)), param(2));
    end

```

```

        for count3=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(3)),
mass_param(3,count3));

            [A,B,C,D] = linmod(object); % функция линеаризации
модели из Simulink
            [Bs, As]=ss2tf(A,B,C,D); % преобразуем в
передаточную функцию H(s)

            % Вызов функции определения устойчивости
output=ustoiicivost_gurvitz(Bs, As);
mass(2 ,count1,count3)=output;
        end
        assignin('base', char(param_name(3)), param(3));
    end

    clear_vars(size(param,2)); % возвращаем параметры в исходное
значение

    for count2=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(2)),
mass_param(2,count2));

        for count3=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(3)),
mass_param(3,count3));

            [A,B,C,D] = linmod(object); % функция линеаризации
модели из Simulink
            [Bs, As]=ss2tf(A,B,C,D); % преобразуем в
передаточную функцию H(s)

            % Вызов функции определения устойчивости
output=ustoiicivost_gurvitz(Bs, As);
mass(3 ,count2,count3)=output;
        end
        assignin('base', char(param_name(3)), param(3));
    end

case 4
    counter = 1;

    clear_vars(size(param,2)); % возвращаем параметры в исходное
значение

    for count1=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(1)),
mass_param(1,count1));

        for count2=1:dimension

```

```

        assignin('base', char(param_name(2)),
mass_param(2,count2));

        [A,B,C,D] = linmod(object); % функция линеаризации
модели из Simulink
        [Bs, As]=ss2tf(A,B,C,D); % преобразуем в
передаточную функцию H(s)

        % Вызов функции определения устойчивости
output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
mass(1 ,count1,count2)=output;
end
assignin('base', char(param_name(2)), param(2));

for count3=1:dimension
    assignin('base', char(param_name(3)),
mass_param(3,count3));

    [A,B,C,D] = linmod(object); % функция линеаризации
модели из Simulink
    [Bs, As]=ss2tf(A,B,C,D); % преобразуем в
передаточную функцию H(s)

    % Вызов функции определения устойчивости
output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
mass(2 ,count1,count3)=output;
end
assignin('base', char(param_name(3)), param(3));

for count4=1:dimension
    assignin('base', char(param_name(4)),
mass_param(4,count4));

    [A,B,C,D] = linmod(object); % функция линеаризации
модели из Simulink
    [Bs, As]=ss2tf(A,B,C,D); % преобразуем в
передаточную функцию H(s)

    % Вызов функции определения устойчивости
output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
mass(3 ,count1,count4)=output;
end
assignin('base', char(param_name(4)), param(4));

end

clear_vars(size(param,2)); % возвращаем параметры в исходное
значение

```



```

    for count2=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(2)),
mass_param(2,count2));

        for count3=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(3)),
mass_param(3,count3));

            [A,B,C,D] = linmod(object); % функция линеаризации
модели из Simulink
            [Bs, As]=ss2tf(A,B,C,D); % преобразуем в
передаточную функцию H(s)

            % Вызов функции определения устойчивости
            output=ustoiicivost_gurvitz(Bs, As);
            mass(4 ,count2,count3)=output;
        end
        assignin('base', char(param_name(3)), param(3));

        for count4=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(4)),
mass_param(4,count4));

            [A,B,C,D] = linmod(object); % функция линеаризации
модели из Simulink
            [Bs, As]=ss2tf(A,B,C,D); % преобразуем в
передаточную функцию H(s)

            % Вызов функции определения устойчивости
            output=ustoiicivost_gurvitz(Bs, As);
            mass(5 ,count2,count4)=output;
        end
        assignin('base', char(param_name(4)), param(4));

    end

    clear_vars(size(param,2)); % возвращаем параметры в исходное
значение

    for count3=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(3)),
mass_param(3,count3));

        for count4=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(4)),
mass_param(4,count4));

            [A,B,C,D] = linmod(object); % функция линеаризации

```

```

модели из Simulink
    [Bs, As]=ss2tf(A,B,C,D); % преобразуем в
передаточную функцию H(s)

    % Вызов функции определения устойчивости
    output=ustoiicivost_gurvitz(Bs, As);
    mass(6 ,count3,count4)=output;
end
assignin('base', char(param_name(4)), param(4));
end

otherwise

end

out1=mass;
out2=mass_param;
end

```

**Процедура построения областей устойчивости для САУ с полиномиальными регуляторами**

```

function [out1 out2]=func3_PR(param, param_name, object, Rs, Cs,
dimension, delta)

% param - числовые значения параметров, пример: param=[2 4 5];
% param_name - имя параметров, пример: param_name=['a1'; 'a2';
'b1'];
% object - имя объекта, пример: object='my_obj';
% Rs, Cs - полиномы регулятора ПР
% dimension - количество переборов для каждого цикла
% delta - величина приращения переменных

% out1=mass; - выходной массив
% out2=mass_param; - массив варьируемых параметров

global r4 r3 r2 r1 r0;

var_param=param;

delta = (delta/100); % переводим из процентов в коэффициент
delta = 2*(delta/(dimension));

mass_param=[];
for i=1:size(var_param,2)
    for j=1:dimension
        mass_param(i,j) = var_param(i) + (var_param(i) * (j -
ceil(dimension/2))*delta);
    end
end

% -----
function clear_vars(dimension)
    for i=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(i)), param(i));
    end
end
% -----

switch size(param,2)
case 1
    for count1=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(1)),
mass_param(1,count1));

```

```

        [Bs, As] = sys_test(object, Rs, Cs);

        % Вызов функции определения устойчивости
        output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
        mass(count1)=output;
    end

case 2
    for count1=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(1)),
mass_param(1,count1));

        for count2=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(2)),
mass_param(2,count2));

            [Bs, As] = sys_test(object, Rs, Cs);

            % Вызов функции определения устойчивости
            output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
            mass(1, count1,count2)=output;
        end
    end

case 3
    counter = 1;

    clear_vars(size(param,2)); % возвращаем параметры в исходное
значение

    for count1=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(1)),
mass_param(1,count1));

        for count2=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(2)),
mass_param(2,count2));

            [Bs, As] = sys_test(object, Rs, Cs);

            % Вызов функции определения устойчивости
            output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
            mass(1 ,count1,count2)=output;
        end
        assignin('base', char(param_name(2)), param(2));

        for count3=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(3)),

```

```

mass_param(3,count3));

        [Bs, As] = sys_test(object, Rs, Cs);

        % Вызов функции определения устойчивости
        output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
        mass(2 ,count1,count3)=output;
    end
    assignin('base', char(param_name(3)), param(3));
end

    clear_vars(size(param,2)); % возвращаем параметры в исходное
значение

    for count2=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(2)),
mass_param(2,count2));

        for count3=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(3)),
mass_param(3,count3));

            [Bs, As] = sys_test(object, Rs, Cs);

            % Вызов функции определения устойчивости
            output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
            mass(3 ,count2,count3)=output;
        end
        assignin('base', char(param_name(3)), param(3));
    end

case 4
    counter = 1;

    clear_vars(size(param,2)); % возвращаем параметры в исходное
значение

    for count1=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(1)),
mass_param(1,count1));

        for count2=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(2)),
mass_param(2,count2));

            [Bs, As] = sys_test(object, Rs, Cs);

            % Вызов функции определения устойчивости
            output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);

```

```

        mass(1 ,count1,count2)=output;
    end
    assignin('base', char(param_name(2)), param(2));

    for count3=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(3)),
mass_param(3,count3));

        [Bs, As] = sys_test(object, Rs, Cs);

        % Вызов функции определения устойчивости
        output=ustoiicivost_gurvitz(Bs, As);
        mass(2 ,count1,count3)=output;
    end
    assignin('base', char(param_name(3)), param(3));

    for count4=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(4)),
mass_param(4,count4));

        [Bs, As] = sys_test(object, Rs, Cs);

        % Вызов функции определения устойчивости
        output=ustoiicivost_gurvitz(Bs, As);
        mass(3 ,count1,count4)=output;
    end
    assignin('base', char(param_name(4)), param(4));

end

clear_vars(size(param,2)); % возвращаем параметры в исходное
значение

    for count2=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(2)),
mass_param(2,count2));

        for count3=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(3)),
mass_param(3,count3));

            [Bs, As] = sys_test(object, Rs, Cs);

            % Вызов функции определения устойчивости
            output=ustoiicivost_gurvitz(Bs, As);
            mass(4 ,count2,count3)=output;
        end
        assignin('base', char(param_name(3)), param(3));

```

```

        for count4=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(4)),
mass_param(4,count4));

            [Bs, As] = sys_test(object, Rs, Cs);

            % Вызов функции определения устойчивости
            output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
            mass(5 ,count2,count4)=output;
        end
        assignin('base', char(param_name(4)), param(4));

    end

    clear_vars(size(param,2)); % возвращаем параметры в исходное
значение

    for count3=1:dimension
        assignin('base', char(param_name(3)),
mass_param(3,count3));

        for count4=1:dimension
            assignin('base', char(param_name(4)),
mass_param(4,count4));

            [Bs, As] = sys_test(object, Rs, Cs);

            % Вызов функции определения устойчивости
            output=ustoicivost_gurvitz(Bs, As);
            mass(6 ,count3,count4)=output;
        end
        assignin('base', char(param_name(4)), param(4));
    end

otherwise

end

out1=mass;
out2=mass_param;
end

function [Bs, Az] = sys_test(object, Rs, Cs)

    global r4 r3 r2 r1 r0;
    Rs = [r3 r2 r1 r0];

    num=[]; den=[];
    [num, den] = linmod(object);

```

```
Bs = num(4:5);  
As = den;  
  
temp1 = conv(As, Cs);  
temp2 = conv(Bs, Rs);  
  
d = length(temp2)-length(temp1);  
  
Az = [zeros(1,d) temp1] + [zeros(1,-d) temp2];  
end
```



**Функция вычисления передаточной функции замкнутой САУ с ПР**

```
function polinom = sysPR(Bs, As, Rs, Cs)

    temp1 = conv(As, Cs);
    temp2 = conv(Bs, Rs);

    d = length(temp2) - length(temp1);

    polinom = [zeros(1,d) temp1] + [zeros(1,-d) temp2];

return;
```

**Акт о внедрении результатов НИР в учебный процесс**

«Утверждаю»  
 проректор ИГЭУ по учебной  
 работе к. т. н. доцент  
 Гусенков А. В.  
 июня 2016 г.



**АКТ**

**о внедрении результатов НИР в учебный процесс кафедры  
 «Электроника и микропроцессорные системы»**

Настоящий акт составлен в том, что разработанные в рамках АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» за 2009-2010 годы по проекту №2.1.2/4285 Аполонским В.В. в соавторстве с Тарарыкиным С.В. и Анисимовым А.А. программные средства внедрены в учебный процесс кафедры «Электроника и микропроцессорные системы» ИГЭУ.

Разработанные средства представляют собой программный комплекс для расчета полиномиальных регуляторов и регуляторов состояния «Sputnik», программу для определения области устойчивости систем автоматического управления «Skyeyes», программу для автоматической настройки регуляторов состояния «AutoTuner» и программу «Синтез модальных регуляторов с гибкими обратными связями».

Разработанные программные средства применяются при изучении дисциплин «Теория нелинейных и дискретных систем управления» и «Современные проблемы автоматизации и управления», а также в научно-исследовательской работе студентов направления 22.04.00 «Управление в технических системах» и аспирантов специальности 05.13.06 «Автоматизация технологических процессов и производств».

Заведующий кафедрой Э и МС,

д.т.н., профессор



Тарарыкин С.В.

Аспирант кафедры Э и МС



Аполонский В.В.