

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛАГОПЕРЕНОСА ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ВОКРУГ ПОПЕРЕЧНОЙ ОСИ ПОРИСТОМ СТЕРЖНЕ

БАРАНЦЕВА Е.А., канд. техн. наук, БОЛОТОВ И.А., инж., ЛЕЗНОВ В.С., студ.

Предложена ячеечная математическая модель перераспределения концентрации жидкой среды в пористом вертикальном стержне, вращающемся вокруг поперечной оси. Поворот представлен как изменение направления скорости конвективного переноса. Показано, что существует оптимальная с точки зрения равномерности концентрации угловая скорость вращения стержня.

*Ключевые слова:* пористый стержень, конвективный массоперенос, центробежная сила, однородность концентрации.

## MODELING OF MOISTURE TRANSFER IN A POROUS ROD ROTATING AROUND THE CROSSWISE AXIS

I.A. BOLOTOV, Engineer, BARANTSEVA E.A., Candidate of Engineering, LEZNOV V.S., Student

A cell model for redistribution of the liquid medium concentration in a vertical porous rod rotating around the crosswise axis is proposed. Each turn is presented as the change of direction of the convection transfer speed. It is shown that there exists the optimum rotational speed of the rod from the viewpoint of concentration homogeneity.

*Key words:* porous rod, convection mass transfer, centrifugal force, concentration homogeneity.

В ряде технологических процессов требуется долговременное удержание жидкости в пористом материале при более или менее равномерном распределении ее концентрации по объему. Таким процессом является, например, пропитка ткани специальным жидким реагентом, которая осуществляется в рулоне предварительно наполненной реагентом и частично отжатой ткани. Действие силы тяжести приводит к перераспределению концентрации реагента по объему рулона, так как жидкость под действием силы тяжести опускается вниз и частично вытекает из рулона, что является нежелательным процессом. Чтобы избежать этого, рулон вращают относительно центральной оси, в результате чего вектор силы тяжести поворачивается относительно рулона, а распределение концентрации стабилизируется на более или менее равномерном уровне. Однако вращение приводит к возникновению центробежной силы инерции, которая опять вызывает движение жидкости теперь уже к периферии рулона, то есть вращение как стабилизирующий фактор приводит к появлению своей новой неустойчивости. Ниже представлено построение весьма упрощенной математической модели этого достаточно сложного процесса, учитывающей, однако, действие всех основных его факторов. Основным упрощением является замена цилиндрического рулона одномерным вертикальным стержнем, вращающимся вокруг поперечной горизонтальной оси.

Для построения математической модели процесса используется хорошо зарекомендовавший себя при моделировании процессов тепло-массопереноса подход, основанный на применении ячеечных моделей и связанного с ни-

ми математического аппарата теории цепей Маркова [1]. Расчетная схема процесса схематично представлена на рис. 1. Стержень разбит на  $m$  ячеек идеального смешения (на рис. 1 показаны 5 ячеек, в расчетах принято  $m = 15$ ), распределение содержания влаги в которых задается вектором столбцом

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \dots \\ W_m \end{bmatrix}, \quad (1)$$

который меняется с течением времени. Это время рассматривается дискретным и определяется как  $t_k = (k - 1)\Delta t$ , где  $k$  – номер временного перехода;  $\Delta t$  – его продолжительность, которая выбирается настолько малой, чтобы влага могла перейти только в соседние ячейки.

Кинетика процесса определяется рекуррентным матричным равенством [1]

$$\mathbf{W}^{k+1} = \mathbf{M}\mathbf{W}^k, \quad (2)$$

где  $\mathbf{M}$  – матрица переходных вероятностей, которая собственно и является предметом моделирования.

Для ее построения примем следующий упрощенный механизм процесса. Пусть в течение  $\tau$  переходов стержень остается в вертикальном положении и переходные вероятности ориентированы так, как это показано на рис. 1,а: вероятности  $d$ , обусловленные диффузионной массопроводностью, симметричны; вероятности  $v$ , связанные с конвективной массопроводностью, обусловленной силой тяжести, направлены вниз от ячейки 1 к ячейке  $m$ ; вероятности  $v_c$ , связанные с конвективной массопроводностью, обусловленной центробежной силой, направлены к

периферии от центральной ячейки, относительно которой происходит вращение.

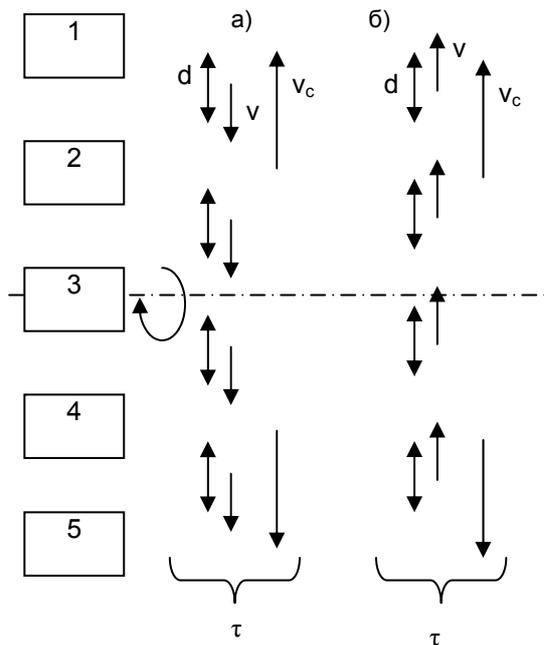


Рис. 1. Расчетная схема процесса и взаимная ориентация переходных вероятностей на различных его стадиях: а – первые  $\tau$  переходы; б – вторые  $\tau$  переходы

Матрица, описывающая конвективную массопроводность, обусловленную действием центробежной силы инерции, является трехдиагональной матрицей и имеет следующий вид:

$$M_c = \begin{bmatrix} 1 & v_{c2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-v_{c2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-v_{c4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v_{c4} & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где вероятности перехода всегда направлены к периферии и считаются пропорциональными величине центростремительного ускорения  $\omega^2 r$ , что в пересчете на принятую схему дает

$$v_{cj} = \Omega |m + 1/2 - j| / \tau^2, \quad (4)$$

где  $\Omega$  – размерный коэффициент пропорциональности, связанный с длиной стержня и его свойствами.

Матрица (3) не меняется при поворотах стержня, а матрица, описывающая конвективную массопроводность с учетом силы тяжести, имеет следующий вид:

– в течение первых  $\tau$  переходов (рис. 1, а)

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1-d-v & d & 0 & 0 & 0 \\ d+v & 1-2d-v & d & 0 & 0 \\ 0 & d+v & 1-2d-v & d & 0 \\ 0 & 0 & d+v & 1-2d-v & d \\ 0 & 0 & 0 & d+v & 1-d \end{bmatrix}, \quad (5)$$

– в течение вторых  $\tau$  переходов (рис. 1, б)

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1-d & d+v & 0 & 0 & 0 \\ d & 1-2d-v & d+v & 0 & 0 \\ 0 & d & 1-2d-v & d+v & 0 \\ 0 & 0 & d & 1-2d-v & d+v \\ 0 & 0 & 0 & d & 1-d-v \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Соответственно, матрица  $M$  в уравнении (2) определяется как  $M = M_c M_1$  для первых  $\tau$  переходов и как  $M = M_c M_2$  для вторых  $\tau$  переходов. С использованием разработанной модели были выполнены численные эксперименты по исследованию эволюции распределения содержания влаги по ячейкам при равномерном начальном распределении по ним единичной массы влаги (рис. 2).

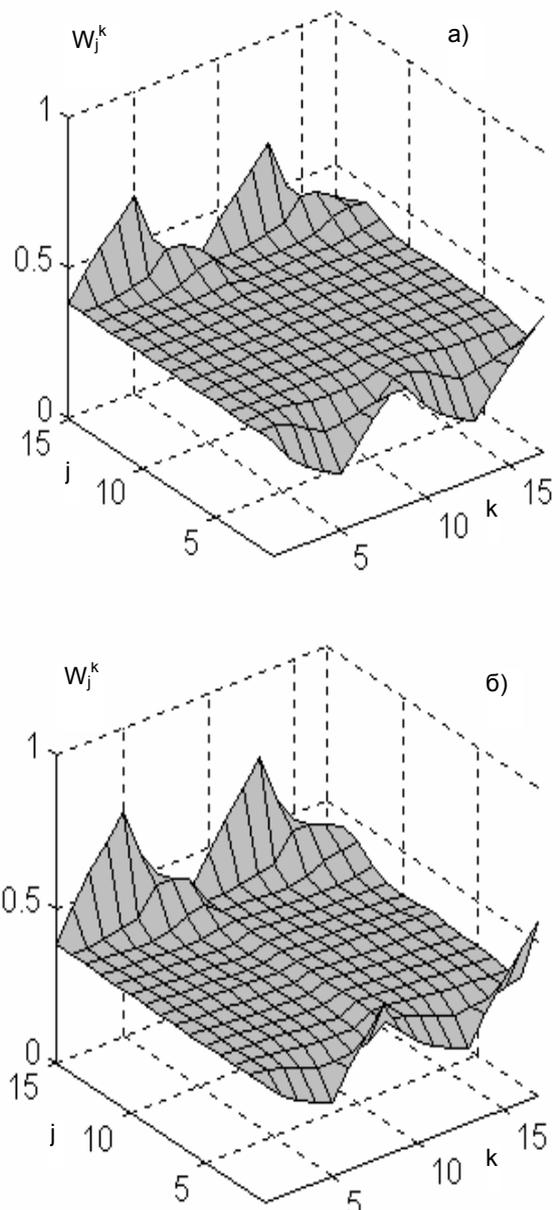


Рис. 2. Эволюция распределения содержания влаги по ячейкам при  $\tau = 5$ ,  $d = 0,12$ ,  $v = 0,2$ : а –  $\Omega = 0$ ; б –  $\Omega = 0,4$

В модель не вводились предельная масса влаги, которая может аккумулироваться в ячейке, а также истечение влаги из крайних ячеек. Поэтому косвенной характеристикой рациональности параметров процесса может служить содержание влаги в крайней ячейке  $m$ , причем чем меньше значение ее максимума, тем лучше. Вопросы моделирования удаления влаги с открытого торца стержня подробно рассмотрены в [2]. При достижении в крайней ячейке содержания влаги, большего, чем могут удержать капиллярные силы, вся избыточная влага, поступающая из предыдущей ячейки, удаляется через открытый торец изделия. Эти модели легко могут быть подключены к предлагаемой модели. Несмотря на то, что внешне распределения без учета центробежной силы и с ее учетом различаются незначительно, учет центробежной силы дает повышенное содержание влаги в крайней ячейке, и прогноз состояния процесса без учета центробежной силы не может быть достоверен. Кроме того, часто необходимость удержания влаги в материале связана с протеканием в материале химических реакций, и равномерность ее распределения является важным фактором в равномерном протекании реакции во всем объеме материала.

На рис. 3 показано влияние продолжительности цикла  $\tau$  (а вместе с ним и угловой скорости вращения, которая, согласно (4), обратно пропорциональна  $\tau$ ), на максимальное содержание влаги в крайней ячейке.

Анализ графиков (рис. 3) показывает существование предположенной выше оптимальной угловой скорости вращения, которая зависит от параметра угловой скорости  $\Omega$ , связанного с характерным размером объекта. При отсутствии влияния вращения на влагоперенос (рис. 3, линия 1) оптимальными оказываются максимально частые перевороты стержня. При увеличении параметра  $\Omega$  оптимальная продолжительность цикла увеличивается, то есть

уменьшается оптимальная угловая скорость вращения.

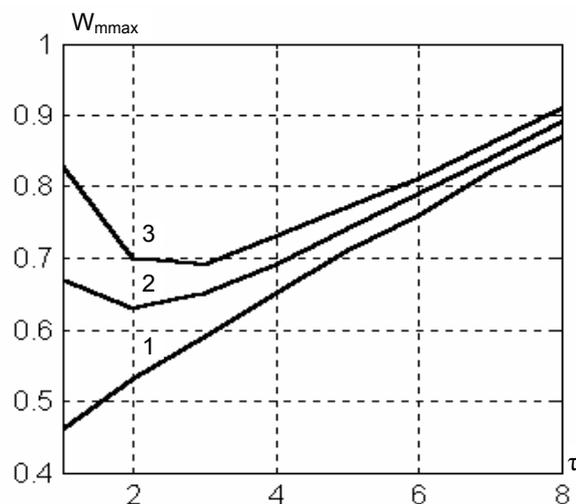


Рис. 3. Зависимость максимального содержания влаги в крайней ячейке от продолжительности цикла при различных параметрах угловой скорости вращения: 1 –  $\Omega = 0$ ; 2 –  $\Omega = 0,3$ ; 3 –  $\Omega = 0,4$

Таким образом, предложенная модель позволяет учесть все основные эффекты, происходящие в рассматриваемом процессе. Естественно, что доведение этой модели до адекватного метода расчета процесса требует более детального описания отдельных его составляющих, но это будет связано только с уточнением и корректировкой предложенного описания.

#### Список литературы

1. Berthiaux H., Mizonov V., Zhukov V. Application of the theory of Markov chains to model different processes in particle technology // Powder Technology 157 (2005) 128–137.
2. Новинский И.В., Мизонов В.Е., Зайцев В.А., Лезнов В.С. Кинетика сушки материалов в поле массовой силы: Монография / Иван. гос. хим.-технол. ун-т. – Иваново, 2007.

Баранцева Елена Александровна,  
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики,  
e-mail: barantseva77@mail.ru

Болотов Иван Алексеевич,  
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
аспирант кафедры прикладной математики,  
телефон (4932) 26-97-45.

Лезнов Владимир Сергеевич,  
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
студент 4-го курса электромеханического факультета,  
телефон (4932) 26-97-45.