

## МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

ТАРАРЫКИН С.В., д-р техн. наук, ТЮТИКОВ В.В., канд. техн. наук, САЛАХУТДИНОВ Н.В., инж., АНИСИМОВ А.А., канд. техн. наук

**Предлагается методика поэтапного синтеза и практической реализации электромеханических систем с цифровыми полиномиальными регуляторами «входа-выхода», основанная на учете эффектов квантования сигналов по времени и по уровню, анализе сложности информационно-управляющих устройств, введении взаимосвязанных процедур оптимизации структуры, параметров и выбора элементной базы цифрового регулятора.**

**Введение.** Линейные полиномиальные регуляторы (ПР) «входа-выхода», формирующие управляющие воздействия на основе информации о выходной координате объекта и ее производных по времени, способны обеспечить эффективное управление состоянием динамических систем при использовании минимального количества измерительных устройств. Применение прецизионных дискретных измерителей выходной координаты и цифровая реализация ПР [1], предполагающая вычисление производных на основе обратных конечных разностей, снимают известное ограничение технической реализуемости регуляторов и обеспечивают возможность использования разнообразных вариантов их структур, аналоговые прототипы которых имеют передаточные функции (ПФ) с произвольными степенями полиномов числителя и знаменателя [2, 3]. Получаемые разновидности ПР позволяют удовлетворить главные требования САУ (быстродействие и точность) при различном сочетании дополнительных показателей качества (помехоустойчивость, чувствительность к параметрическим и внешним возмущениям и т.п.), а также при разной степени сложности. Это выгодно отличает их от соответствующих регуляторов состояния с наблюдателями и существенно расширяет возможности проектирования.

В настоящее время вопросы структурно-параметрического синтеза САУ на основе ПР хорошо проработаны [2–7]. Законы управления непрерывными динамическими объектами формируются, как правило, по методу аналогового прототипа путем аналитического решения соответствующего уравнения синтеза аналогового регулятора и последующего перехода к его цифровой реализации (цифровое перепроектирование) с выбором такта квантования, исходя из требований импульсной теоремы Котельникова-Шеннона. Измерительные устройства при этом обычно идеализируются, эффекты квантования сигналов по уровню не учитываются. В наиболее полном виде методика проектирования линейных регуляторов состояния (РС), включая ПР, изложена в [3], где на основе сочетания детерминированного и поискового методов структурно-параметрического синтеза сначала по линеаризованной модели объекта определяются номинальные параметры регулятора, а затем в процессе многокритериальной оптимизации проводится их уточнение с учетом влияния нелинейных и дискретных звеньев, а также различных возмущений.

Однако вопросы аппаратно-программной реализации и выбора элементной базы измерительно-управляющих устройств (ИУУ) синтезируемых САУ в указанных процедурах проектирования детально не рассматриваются. Задачи определения оптимальной дискретности цифрового датчика выходной координаты, разрядности и быстродействия управляющего микропроцессора (МП) и цифроаналогового преобразователя (ЦАП) не решаются.

Между тем опыт моделирования цифровых САУ, а также практической реализации динамических систем на базе ПР показывает, что выбор элементной базы цифровых устройств и разработка программного обеспечения должны осуществляться не на заключительной стадии проектирования, а одновременно и в тесной взаимосвязи с решением вопросов структурно-параметрического синтеза регулятора. Это объясняется, с одной стороны, сильной зависимостью динамики таких систем от дискретности информационно-управляющих сигналов по времени и по уровню, а с другой стороны, – возрастанием сложности и стоимости цифровых элементов при повышении их разрядности и быстродействия. Специфика САУ на базе ПР состоит также в существовании оптимального периода квантования сигналов, отклонения от которого приводят к ухудшению динамики либо из-за снижения запаса устойчивости, либо вследствие возрастания пульсаций сигналов производных выходной координаты в условиях конечной разрядности цифровых элементов. В свою очередь, оптимальная величина такта квантования определяет оптимальные значения параметров ПР выбранной структуры.

Таким образом, основной задачей проектирования заключается в определении структуры, параметров и элементной базы цифровых информационно-управляющих устройств, реализующих функции ПР и обеспечивающих достижение поставленной цели управления при минимальной сложности САУ и затратах на ее реализацию.

За основу решения задачи принимается методика системного проектирования линейных РС, изложенная в [3], где главной целью управления является обеспечение наилучшего сочетания показателей быстродействия и точности САУ в реальных условиях влияния внешних и внутренних возмущений при ограниченных возможностях силовых исполнительных устройств.

Предлагается решение задачи проектирования ПР путем развития указанной методики в направлении более детального учета эффектов квантования сигналов по времени и по уровню, ограничений по сложности и стоимости информационно-управляющих устройств, а также путем введения дополнительных взаимосвязанных процедур оптимизации структуры, параметров и элементной базы цифрового регулятора. Задача решается применительно к следящим электромеханическим САУ, однако полученные результаты могут быть использованы при создании других типов управляемых динамических систем на базе цифровых ПР.

**Структура методики проектирования и цифровой реализации регулятора.** На рис. 1 приведена блок-схема основного алгоритма разработанной методики проектирования. Она состоит из следующих этапов, взаимосвязанных совокупностью прямых и обратных логических связей:

1. Выбора исходной структуры и определения параметров аналогового прототипа цифрового регулятора.

2. Определения периода квантования сигналов и перехода к цифровой форме регулятора.

3. Выбора элементной базы и структурно-параметрической оптимизации информационно-управляющего устройства.

4. Уточненной параметрической оптимизации и аппаратно-программной реализации цифрового регулятора.

Методика строится на основе сочетания эвристических методов предварительного выбора исходной структуры и элементной базы ПР с точными количественными методами анализа и синтеза аналого-цифровых САУ.

Содержание первого этапа проектирования отражается блоками 1–9, 11 и частично блоком 10, заканчиваясь расчетом базовых параметров аналогового прототипа цифрового ПР. Главным принципом организации расчетов на этом этапе является предварительный выбор исходной структуры ПР на основе требований технического задания (ТЗ) и априорных сведений об объекте управления (ОУ) с последующим уточнением размерности вектора состояния и ПФ регулятора. При этом стремятся обеспечить максимальную параметрическую грубость САУ и наибольший размер линейной зоны ее работы. Если необходимая априорная информация отсутствует, то в качестве исходной структуры ПР выбирается наиболее простой вариант с минимальной степенью полинома числителя и нулевым (или первым) порядком полинома знаменателя в его ПФ.

Переход к цифровой форме регулятора на этапе 2 реализуется в блоке 10 с использованием выбранного метода численного интегрирования. Расчет выполняется многократно по мере оптимизации величины периода квантования сигналов. При этом начальная величина такта квантования устанавливается на уровне предельно допустимого значения по условиям импульсной теоремы Котельникова-Шеннона.

Этап 3, реализуемый блоками 12–7, является основным для аппаратно-программной реализации цифрового регулятора. Главным принципом организации проектных процедур на этом этапе является назначение исходной элементной базы ИУУ

с позиций функционально-стоимостного анализа САУ и ее последующее уточнение путем определения оптимальной дискретности управляющих сигналов по времени и по уровню на основе анализа динамики цифровой модели системы. При этом главные усилия проектировщика направляются на то, чтобы путем модификации программы ПР (за счет изменений такта квантования и структуры) удовлетворить заданным требованиям к САУ при минимальном повышении сложности и стоимости аппаратных средств относительно исходной элементной базы.

На заключительном четвертом этапе, описываемом блоками 18–20, осуществляются окончательное уточнение параметров цифрового ПР и его практическая реализация на основе поисковых оптимизационных процедур, выполняемых на детализированной модели или реальном объекте управления.

В более подробном виде разработанная методика проектирования и практической реализации цифровых ПР может быть описана следующим образом.

**Выбор исходной структуры и определение параметров аналогового прототипа цифрового регулятора.** Указанный этап полностью соответствует аналогичной части разработанной ранее методики системного проектирования линейных РС динамических САУ [3]. При этом вначале формируются функциональная схема и главные контуры управления системы, осуществляются нормирование и согласование выбранных критериев оптимальности, устанавливаются базовые показатели качества на шкале желательности (блок 1), составляется структурное описание объекта (блок 2), выполняется оценка его управляемости корневыми методами (блок 3) и, при необходимости, решаются вопросы изменения структуры ОУ (блок 4) или уточнения задачи управления (блок 5). Затем на основе имеющихся результатов комплексных исследований альтернативных вариантов САУ с различными типами ПР (рис. 2,а) осуществляется эвристический выбор рациональной структуры регулятора (блок 6), способного удовлетворить главным требованиям ТЗ при лучшем сочетании дополнительных показателей качества. После этого на основе анализа ПФ между сигналом задания скорости и током исполнительного электродвигателя (ЭД) формируется оптимальное выражение характеристического полинома (ХП) проектируемой САУ, т.е. задается такое распределение ее полюсов, при котором обеспечивается наиболее широкая линейная зона в отработке сигнала управления при ограниченной мощности силового исполнительного устройства (блок 7).

Затем на основе анализа влияния малых постоянных времени (МПВ) ОУ, исходя из требования параметрической грубости САУ, решается вопрос об ограничении размерности вектора состояния, т.е. снижении порядка расчетной модели объекта и соответствующем упрощении ПФ регулятора (блоки 8, 9).

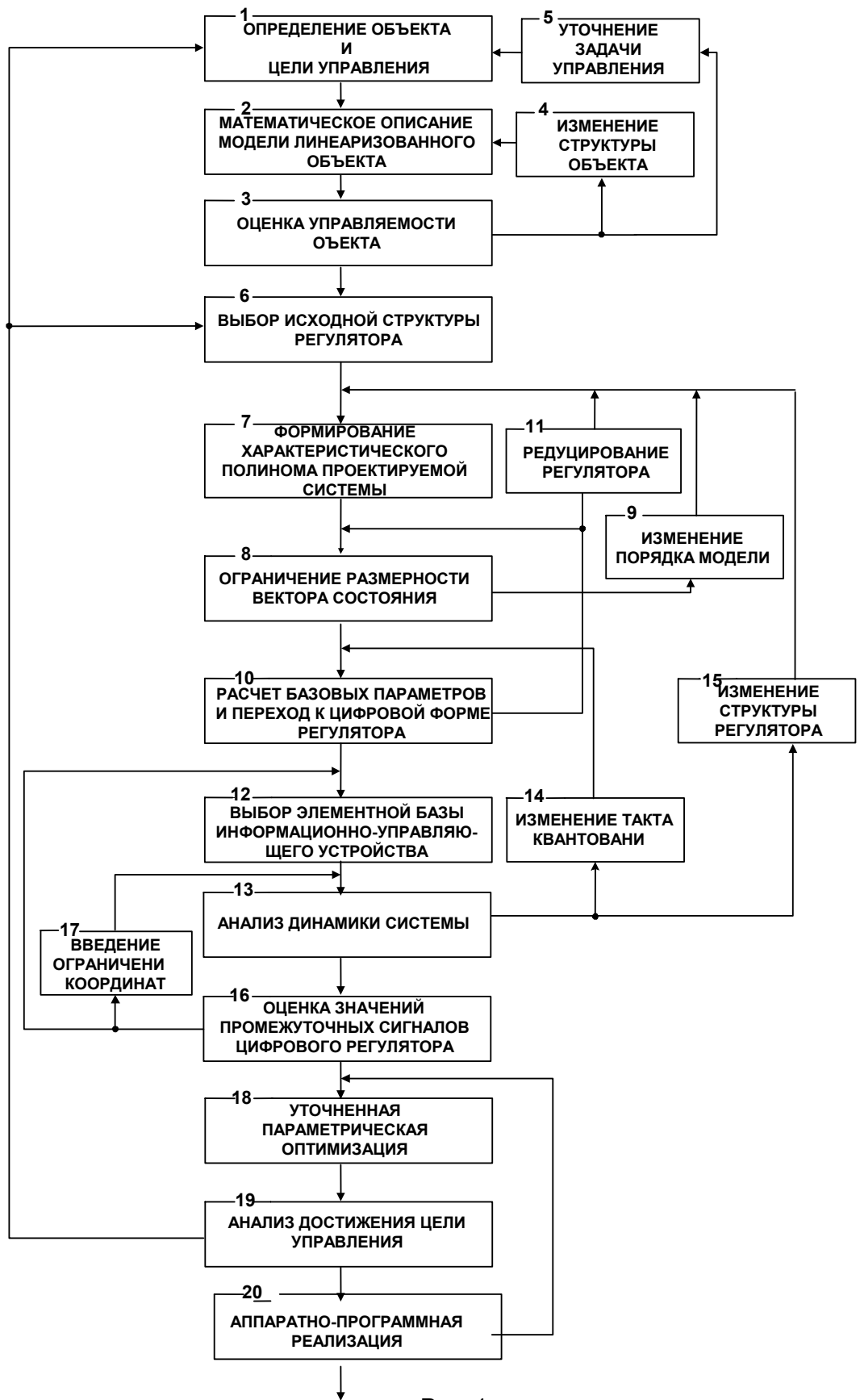


Рис. 1

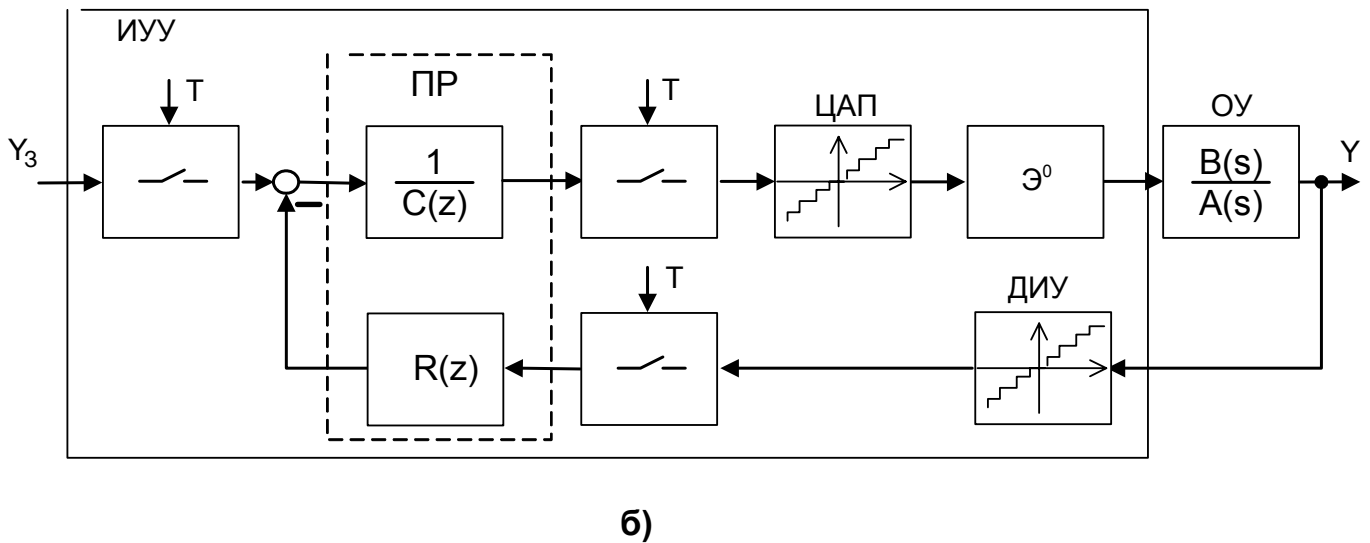
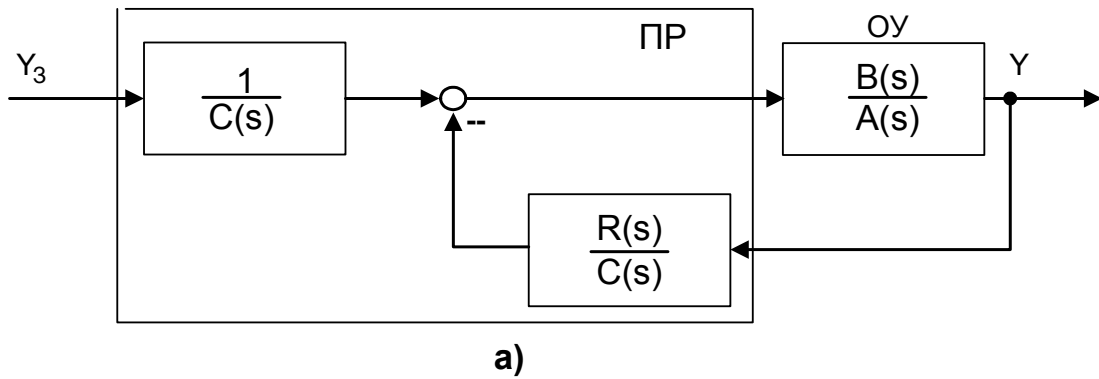


Рис. 2

Расчет параметров ПР выполняется путем аналитического решения известного уравнения синтеза [4, 6]:

$$A(s)C(s) + B(s)R(s) = A_{ж}(s), \quad (1)$$

где  $B(s)$ ,  $A(s)$  – полиномы числителя и знаменателя ПФ объекта по управляющему воздействию;  $R(s)$ ,  $C(s)$  – полиномы ПФ регулятора;  $A_{ж}(s)$  – желаемый ХП синтезируемой САУ;  $s$  – комплексная переменная преобразования Лапласа.

Задавая желаемую степень астатизма  $n$  системы и согласовывая степени указанных полиномов, решением (1) получают искомые числовые выражения составляющих регулятора в виде

$$R(s) = r_0 + r_1s + r_2s^2 + \dots + r_{n-1+v}s^{n-1+v}, \quad (2)$$

$$C(s) = c_0 + c_1s + c_2s^2 + \dots + c_{m+l}s^{m+l},$$

Где  $n = \deg A(s)$ ,  $m = \deg B(s)$ ,  $l$  – степень, определяющая дополнительные фильтрующие свойства ПР.

Этап завершается анализом возможности упрощения ПР за счет обеспечения равенства отдельных корней полиномов  $A_{ж}(s)$  и  $A(s)$  (блок 11).

**Определение периода квантования сигналов и переход к цифровой форме регулятора.** В общем случае цифровая реализация дифференцирующего ПР (рис. 2,б) (блок 10) может быть осуществлена на основе представления производных выходной координаты  $Y$  степени  $h$  обратными конечными разностями с использованием интерполяционных полиномов Ньютона и Лагранжа [1]:

$$Y^{(h)}[kT] = \frac{1}{T^h} \nabla^h (Y[kT] + \frac{1}{2!} \nabla Y[kT] + \frac{1}{3!} \nabla^2 Y[kT] + \dots + \frac{1}{(g+1)!} \nabla^g Y[kT])^h, \quad (3)$$

где  $k$  - номер шага,  $\nabla$  - символ обратной разности,

$$\nabla Y[kT] = Y[kT] - Y[(k-1)T],$$

$$\nabla^2 Y[kT] = \nabla Y[kT] - \nabla Y[(k-1)T],$$

$$\nabla^3 Y[kT] = \nabla^2 Y[kT] - \nabla^2 Y[(k-1)T]$$

и т.д.

Величина  $T$  интервала квантования по времени должна выбираться исходя из требований импульсной теоремы на основе априорных сведений о САУ:

$$T < \pi / \max\{\omega_u; \omega_f; \omega_c\}, \quad (4)$$

где  $\omega_u$ ,  $\omega_f$  – наибольшие существенные частоты управляющего и возмущающего воздействий;  $\omega_c$  – предполагаемая частота среза САУ. При выборе разрядности и тактовой частоты МП учитывают диапазон числовых значений коэффициентов разностных уравнений ПР и оценивают возможность реализации последних за период квантования  $T$  на основе быстрой действующей арифметики с фиксированной запятой.

Опыт создания цифроаналоговых систем реального времени показывает, что повышение точности вычисления производных степени  $h$  за счет использования конечных разностей более высокого порядка и задержки сигналов более чем на  $h$  тактов не повышает качества управления, поскольку приводит к снижению запаса устойчивости. Как известно, по этой же причине восстановление сигналов по дискретным выборкам в таких САУ выполняют, как правило, с помощью экстраполяторов нулевого ( $\mathcal{Z}^0$ ) и, реже, первого порядка. В этой связи для вычисления производных порядка  $h$  в выражении (3) рекомендуется использовать конечные разности того же порядка, что соответствует применению метода численного интегрирования Эйлера (метода прямоугольников с избытком), предполагающего переход от непрерывной к дискретной ПФ регулятора на основе следующей подстановки (Z-формы):

$$H_{np}(z) = H_{np}(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{T}} = \frac{R(s)}{C(s)} \Big|_{s=\frac{z-1}{T}}, \quad (5)$$

где  $z$  — комплексная переменная дискретного преобразования Лапласа.

**Выбор элементной базы и структурно-параметрическая оптимизация информационно-управляющего устройства.** На этом этапе определяются: дискретность измерителя выходной координаты, а также разрядность и быстродействие управляющего МП и ЦАП.

Вначале на основе анализа результатов функционально-стоимостного анализа (ФСА) всего комплекса управления заданным объектом оценивается стоимость тех функций управления, которые определены ТЗ на проектируемую САУ. Выбирается исходная элементная база ИУУ (блок 12), сложность и стоимость которой соответствует заданным функциям и показателям качества управления, а также требованиям реализации полученных в блоке 10 разностных уравнений регулятора за период квантования  $T$ .

При отсутствии результатов комплексного ФСА вначале выбирают более простую и дешевую элементную базу, ориентируясь на заданные статические показатели качества САУ и традиционные решения поставленных задач управления в аналогичных объектах техники, выработанные на момент проектирования. Следует отметить, что неуклонный рост технологических требований, с одной стороны, и бурное развитие современных электронных средств – с другой, постоянно изменяют традиции выбора элементной базы в направлении повышения ее технических показателей. Так, в 70–80-е гг. прецизионные системы электропривода строились, как правило, на базе импульсных датчиков

угловых перемещений, имеющих от 100 до 1000 дискрет на оборот вала, управляющих 8-разрядных МП с тактовой частотой 2,5–10 МГц, а также ЦАП с числом двоичных разрядов 8–10 и временем преобразования порядка 10 мкс. Традиционной элементной базой современных электромеханических систем (ЭМС) являются датчики, имеющие от  $10^3$  до  $10^4$  дискрет на оборот, 16-разрядные МП с частотами 12–25 МГц и ЦАП с 11–16 разрядами и быстродействием в 2–5 мкс.

После выбора исходной элементной базы приступают к основным процедурам структурно-параметрической оптимизации ИУУ.

Для этого проводят анализ динамики системы (блок 13) по результатам численного расчета переходных характеристик ее идеализированной «непрерывной» и детализированной дискретной моделей. Расчет выполняется при максимальной величине ступенчатого входного воздействия, соответствующей границе линейной зоны работы САУ, достигнутой на первом этапе проектирования (блок 7). Детализация дискретной расчетной модели состоит в учете эффектов квантования сигналов по времени и по уровню, определяемых величиной установленного периода  $T$  и разрядностью выбранных цифровых элементов ИУУ. Для повышения информативности расчетов и выявления причин возможного сокращения размеров линейной зоны САУ в модели не устанавливаются ограничения сигналов, свойственные аналоговым элементам конечной мощности и цифровым элементам с конечной разрядностью.

На основе сравнения переходных характеристик спроектированной цифровой САУ и ее идеализированного аналогового прототипа осуществляют оптимизацию величины периода квантования сигналов (блок 14). Искажение низкочастотных составляющих процессов в цифровой системе свидетельствует при этом о целесообразности уменьшения величины  $T$ , а появление значительных высокочастотных пульсаций сигналов указывает на необходимость увеличения такта квантования.

Если оптимизацией величины  $T$  не удается достичь желаемого качества процессов цифровой САУ, то принимается решение об изменении структуры регулятора (блок 15) в направлении повышения его фильтрующих свойств. Это обеспечивается увеличением степени полинома  $C(s)$  в ПФ аналогового прототипа ПР, после чего повторяются все указанные выше стадии проектирования, начиная с процедур блока 7.

Увеличение степени  $C(s)$  продолжается до тех пор, пока оптимизация такта квантования  $T$  не приведет к желаемому качеству цифрового варианта САУ. Однако если этот результат достигается при условии  $\deg C(s) \geq \deg R(s)$ , то проектировщик должен принять во внимание, что синтезированный ПР может быть реализован и аналоговыми средствами, а дискретизация уровня сигналов выбранными цифровыми элементами оказывается чрезмерно большой и требует повышенной фильтрующей способности и усложнения регулятора.

Следует также отметить, что увеличение степени полинома  $C(s)$  вызывает повышение чувствительности ЭМС к вариациям ее параметров [2], изменяет низкочастотную составляющую

переходной характеристики и сужает линейную зону работы системы. Кроме того, повышение  $\text{deg } C(s)$ , обусловленное, обычно, низкой разрядностью дискретного измерительного устройства (ДИУ), приводит к усложнению уравнений цифрового ПР, необходимости уменьшения периода квантования  $T$  и, как следствие, требует выбора более сложного МП.

В этих условиях будет целесообразным изменение элементной базы ИУУ (блок 12) и, прежде всего, повышение разрядности ДИУ.

Если такой оптимизацией структуры, параметров ПР, величины периода  $T$  и соответствующим подбором элементной базы ИУУ удастся достичь желаемого качества процессов без превышения известных ограничений координат, определяемых установленными размерами линейной зоны работы САУ, то переходят к оценке значений промежуточных сигналов синтезированного цифрового ПР в принятой программной реализации при оптимальном значении  $T$  (блок 16).

В том случае, когда диапазон значений промежуточных сигналов цифрового ПР, полученных при расчете переходных характеристик САУ в блоке 13, выходит за пределы разрядной сетки выбранного МП, прежде всего анализируют возможность решения разностных уравнений регулятора за оптимальный период квантования  $T$  с использованием слов двойной размерности. Если это оказывается невозможным, то вводят ограничения промежуточных координат ПР «сверху» и «снизу» (блок 17) выполнением соответствующих операций масштабирования в программе МП, осуществляют коррекцию расчетной модели САУ, проводят анализ динамики (блок 15) и оценивают степень ухудшения переходных характеристик системы. Если изменения динамики незначительны, то модифицированный вариант ПР принимают за основу САУ и реализуют в дальнейшем средствами выбранного МП. Если ухудшение динамики существенно, то вновь возвращаются к определению элементной базы ИУУ (блок 12), а именно, выбору более совершенного управляющего МП.

Таким образом, постепенными усложнениями структуры, аппаратной базы регулятора, оптимизацией такта квантования сигналов и модификацией программного обеспечения удастся синтезировать цифровую САУ, в наиболее полной степени удовлетворяющую заданным техническим требованиям.

**Уточненная параметрическая оптимизация и аппаратно-программная реализация цифрового регулятора.** Поскольку синтез САУ, проведенный детерминированными методами в частотной и корневой областях, не может обеспечить наилучшего сочетания показателей быстродействия и точности в реальных условиях работы, целесообразно выполнить дополнительные оптимизационные процедуры по соответствующему уточнению параметров регулятора (блок 18).

Это осуществляется путем регулярного сканирования области выбранных критериев  $q_1, q_2$  при заданных вариациях параметров регулятора от их базовых значений, выделения зоны компромиссов Парето и вычисления обобщенного критерия качества  $\bar{q}$  в нормированном виде. В качестве частных критериев быстродействия  $q_1$  и точности  $q_2$  выбираются соответственно время  $t$  нарастания переходной характеристики и средневзвешенное относительное отклонение выходной координаты  $dY\%$  за время

переходного процесса. Нормирование частных критериев выполняется с использованием шкалы желательности Харрингтона, где значения  $\bar{q} = 0,2$  и  $\bar{q} = 0,63$  соответствуют плохому и хорошему качеству.

Оптимизация САУ по максимуму обобщенного среднегеометрического критерия,  $\bar{q} = \sqrt{\bar{q}_1 \bar{q}_2}$ , где  $\bar{q}_1, \bar{q}_2$  – нормированные частные критерии, позволяет отыскать наилучшее сочетание показателей быстродействия и точности.

Основу оптимизации составляют базовые оценки проектировщика  $\bar{q}_i^{\text{хор}}$  и  $\bar{q}_i^{\text{пл}}$ , соответствующие хорошему и плохому качеству по выбранному критерию  $\bar{q}_i$ , которые могут устанавливаться либо на стадии уточнения задачи проектирования, либо на заключительных этапах синтеза САУ при анализе области Парето.

После завершения всех расчетов выполняют окончательный анализ степени достижения поставленной цели управления (блок 19) с учетом дополнительных факторов (помехоустойчивость, робастность, степень сложности, стоимость и др.). В результате либо возвращаются к более ранним стадиям проектирования, выбирая другую структуру регулятора (блок 6), внося изменения в механическую или силовую электрическую части объекта, по иному используя главные критерии оптимальности (блок 1) и т.п., либо переходят к непосредственной аппаратно-программной реализации цифрового регулятора (блок 20). Важно отметить, что использованные ранее процедуры параметрической оптимизации ПР (блок 19) могут эффективно применяться также для автоматической настройки регулятора непосредственно на объекте эксплуатации посредством добавления сервисных программ оптимизации к программам основного цикла управляющего МП.

**Проектирование цифрового регулятора двухмассовой электромеханической системы.** В качестве объекта управления примем двухмассовую ЭМС с упругой передачей движения от вала ЭД постоянного тока к валу рабочего органа (РО) [8]. Ее математическая модель представлена структурной схемой на рис.3, где использованы следующие обозначения:  $\Omega_3, \Omega_2$  – заданная и фактическая скорости РО;  $K_{\text{сп}}, T_{\text{сп}}$  и  $U$  – коэффициент передачи, постоянная времени и выходное напряжение силового преобразователя (СП);  $R_{\text{я}}, T_{\text{я}}$  и  $I$  – активное сопротивление, электромагнитная постоянная времени и ток якорной цепи ЭД;  $C, J_1$  и  $\Omega_1$  – конструктивный параметр ЭД, момент инерции и частота вращения его ротора;  $C_{12}, M_y$  и  $J_2$  – коэффициент жесткости, момент упругости и момент инерции РО.

Соответствующая ПФ «входа – выхода» принимает вид

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{\Omega_3(s)} = \frac{b_0}{A(s)}, \quad A(s) = s^5 + \sum_{i=0}^4 a_i s^i, \quad (6)$$

где  $b_0, a_0, \dots, a_4$  – постоянные коэффициенты, определяемые параметрами ОУ.

Для конкретности примем следующие числовые значения параметров, соответствующие системе следящего электропривода опорно-поворотного устройства экспериментального стенда:

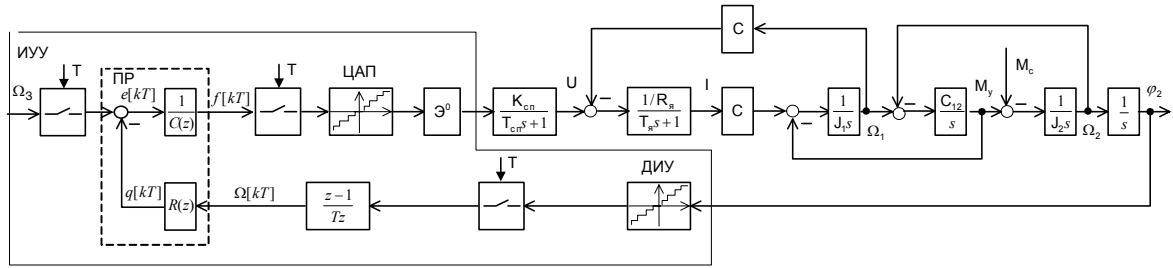


Рис. 3

$K_{cp} = 7; T_{cp} = 0.01 \text{ с}; R_{я} = 3.15 \text{ Ом};$

$T_{я} = 0.05 \text{ с}; C = 0.16 \text{ Вб};$

$J_1 = 0.015 \text{ кг·м}^2; C_{12} = 0.65 \text{ Нм/рад}; J_2 = 0.05 \text{ кг·м}^2.$  (7)

С учетом (7) ПФ объекта принимает следующую числовую форму

$$H(s) = \frac{615300}{s^5 + 120s^4 + 2067s^3 + 7827s^2 + 112809s + 13871} \quad (8)$$

Поставим задачу синтезировать цифровой ПР и построить на его основе систему следящего регулирования скорости РО указанного объекта с минимальной параметрической чувствительностью, сложностью и наилучшим сочетанием показателей быстродействия и точности при работе в максимально широкой линейной зоне, ограниченной допустимой перегрузочной способностью (предельным значением тока) исполнительного ЭД.

Поскольку частота среза  $\omega_c$  традиционных ЭМС на базе каскадных регуляторов (систем подчиненного регулирования) оказывается обычно в 2-4 раза ниже резонансной частоты  $\Omega_{12}$  механической части, то быстродействие существующих систем можно считать неудовлетворительным, а быстродействие, соответствующее  $\omega_c = \Omega_{12}$ , — хорошим.

Вычисляя с учетом (7) резонансную частоту механической части как

$$\Omega_{12} = \sqrt{C_{12}(J_1 + J_2) / J_1 J_2} = 7.5 \text{ рад/с}$$

и переходя от частотного показателя качества к временному по формуле  $t_n = \pi / \omega_c$ , принимаем следующие базовые оценки быстродействия:  $q_1^{xop} = 0.5 \text{ с}, q_1^{пн} = 2.0 \text{ с}.$

Поскольку назначение аналогичных оценок точности на начальной стадии проектирования САУ оказывается затруднительным, определим их на заключительных этапах после формирования соответствующей области компромиссов Парето.

Из анализа ПФ (8) следует, что она не содержит одинаковых или близких по значениям нулей и полюсов, т.е. объект является управляемым по состоянию и позволяет синтезировать САУ на базе ПР.

В связи с отсутствием результатов сравнительных исследований вариантов САУ с различными ПР за исходную структуру регулятора согласно (2), примем следующую:

$$v = 0; \text{deg } R(s) = 4, \text{deg } C(s) = 1. \quad (9)$$

Вычисление ПФ объекта между сигналом задания скорости и током ЭД в виде

$$H_l(s) = \frac{I(s)}{\Omega_3(s)} = \frac{b_{35}s^3 + b_{15}s}{s^5 + a_4^*s^4 + a_3^*s^3 + a_2^*s^2 + a_1^*s + a_0^*}, \quad (10)$$

где  $b_{15} = \frac{K_{cp}\Omega_{12}^2}{T_{cp}T_{я}R_{я}}$ ;  $b_{35} = \frac{K_{cp}}{T_{cp}T_{я}R_{я}}$ ,  $a_1^*, \dots, a_4^*$  -

коэффициенты желаемого ХП, а также сопоставление соответствующих амплитудно-частотных характеристик (АЧХ), построенных для различных видов  $A_{ж}(s)$  в классе распределений Бесселя, показывает [9], что наиболее широкая линейная зона работы САУ формируется при выборе величины среднегеометрического корня (СГК)  $\Omega_0 = 9.96 \text{ рад/с}.$

Анализ влияния МПВ  $T_{cp}$  и  $T_{я}$  по методике [10] свидетельствует о том, что наименьшая чувствительность системы к вариациям внутренних параметров достигается, если в расчетной модели объекта принять:  $T_{cp} = 0; T_{я} \neq 0.$  Соответствующая ПФ такой модели ОУ имеет вид

$$H(s) = b_0 / (s^4 + \sum_{i=0}^3 a_i s^i), \quad (11)$$

и с учетом (7) приобретает следующую числовую форму:

$$H(s) = \frac{6153}{s^4 + 20s^3 + 67s^2 + 1126s + 139}. \quad (12)$$

Повторение процедуры формирования желаемого ХП дает [9] следующее оптимальное значение СГК распределения Бесселя САУ 4-го порядка:  $\Omega_0 = 8.56 \text{ рад/с}.$

Расчет параметров аналогового прототипа выбранного варианта ПР (9) по уравнению синтеза (1) приводит к следующему результату:

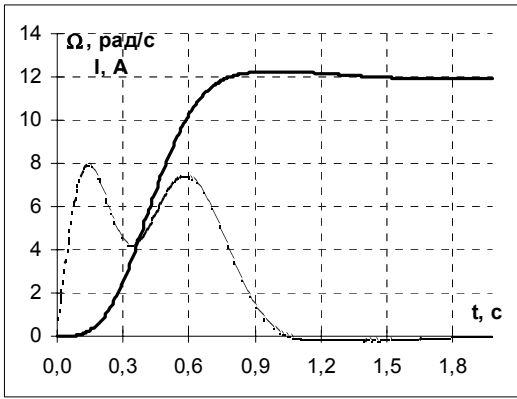
$$R(s) = 7.145 + 0.776s + 0.356s^2 + 0.026s^3,$$

$$C(s) = 13.73 + s. \quad (13)$$

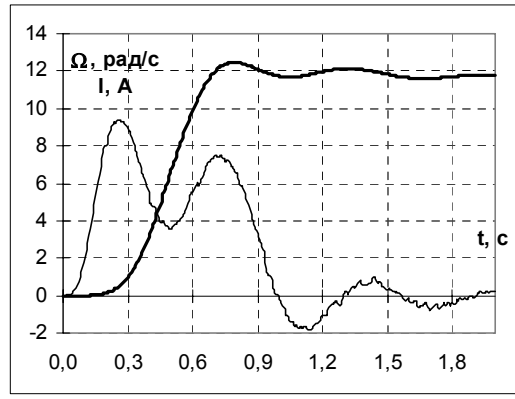
Соответствующие переходные характеристики аналоговой ЭМС, построенные по передаточным функциям  $H(s)$  и  $H_l(s)$  с желаемым характеристическим полиномом для границы линейной зоны работы ( $I_{max} \leq 8A$ ), приведены на рис. 4, а.

Принимая во внимание (4), и учитывая желаемое быстродействие системы ( $\omega_c > 7.5 \text{ рад/с}$ ), устанавливаем начальные значения такта квантования цифрового ПР на уровне  $T = 40 \text{ мс}.$

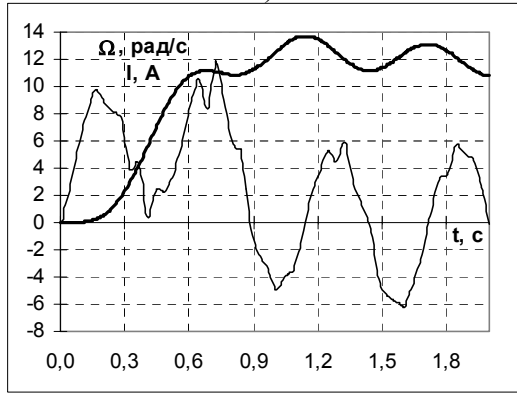
В этом случае, переходя от (13) к цифровой реализации ПР согласно (3) и (5), для структуры, представленной на рис. 3, получаем систему разностных уравнений регулятора обозначенную как вариант 3/1 в табл. 1. Анализируя возможность реализации полученных уравнений за выбранный период квантования, приходим к выводу о необходимости использования 16-разрядного МП с тактовой частотой 12 МГц.



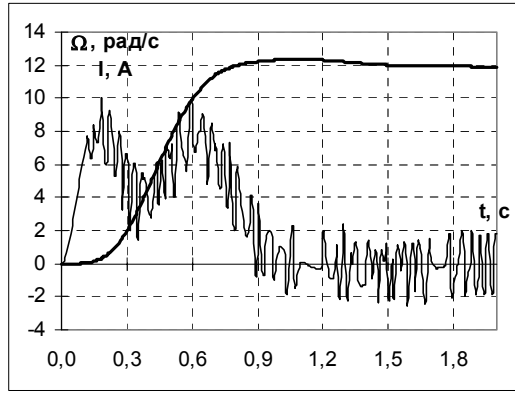
а)



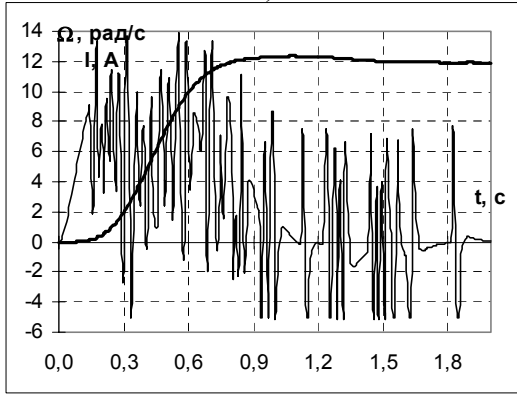
Д)



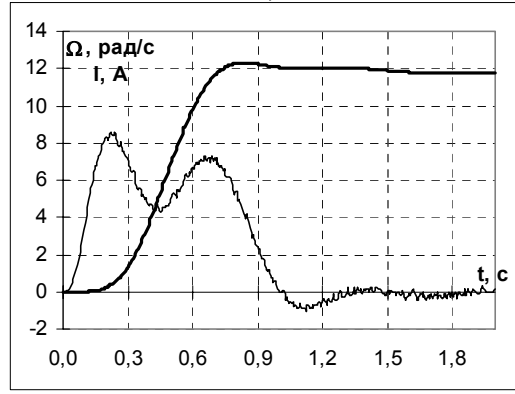
б)



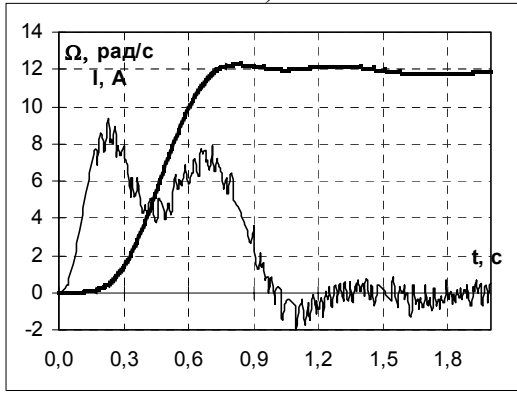
е)



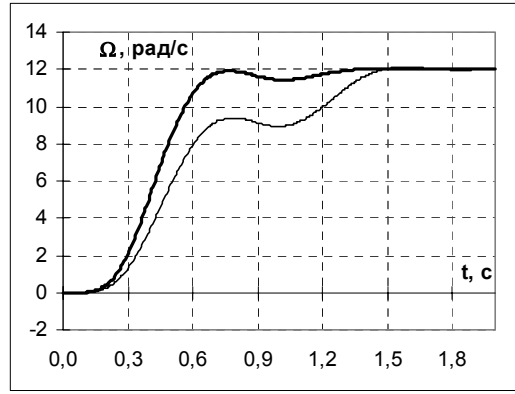
в)



ж)



г)



з)

Рис. 4



При отсутствии результатов комплексного ФСА всех звеньев системы в выборе аппаратной основы ИУУ будем ориентироваться на традиционную элементную базу современных цифровых САУ электроприводами: датчик угловых перемещений с числом дискрет  $D = 2500$  на оборот вала и 12-разрядный ЦАП.

При этом вычисление текущей скорости будем выполнять по формуле

$$\Omega_2[kT] = \frac{\varphi_2[kT] - \varphi_2[(k-1)T]}{T},$$

где  $\varphi_2[kT]$ ,  $\varphi_2[(k-1)T]$  — значения углового перемещения РО соответственно на текущем и предыдущем тактах времени, фиксируемые вспомогательным счетчиком импульсов ДИУ.

Анализ динамики полученной ЭМС, выполненный на модели, учитывающей эффекты квантования сигналов по времени и по уровню, вносимого всеми цифровыми элементами ИУУ, показывает недопустимое ухудшение низкочастотной составляющей

переходных характеристик при  $T = 40$  мс (рис. 4, б). Изменение такта квантования до уровня  $T = 12$  мс, обеспечиваемое выбранным МП при использовании слов двойной длины, позволяет существенно снизить искажение графика скорости, однако высокочастотные пульсации тока остаются при этом чрезмерно большими (рис. 4, в).

Принимаем решение об изменении структуры регулятора в направлении повышения фильтрующих свойств:  $\deg C(s) = 2$ . Результаты синтеза нового варианта ПР в аналоговой и цифровой формах приведены под индексом 3/2 в табл.1 как для начальной ( $T = 40$  мс), так и для оптимальной величины ( $T = 5$  мс) такта квантования по времени. Указанные изменения цифрового ПР также возможно обеспечить выбранным ранее вариантом МП. Соответствующие переходные характеристики ЭМС, приведенные на рис. 4, г для  $T = 5$  мс, свидетельствуют о значительном улучшении динамики системы, однако уровень высокочастотных пульсаций тока оказывается существенным для того, чтобы вызвать дополнительный нагрев ЭД.

Табл.1

**Результаты синтеза полиномиального регулятора в непрерывной и дискретной формах**

Тип регулятора: $\frac{\deg R(s)}{\deg C(s)}$	Условия синтеза	Передаточные функции и разностные уравнения полиномиальных регуляторов
$\frac{3}{1}$	$\Omega_0 = 8.56c^{-1}$	$H_p(s) = \frac{0.026s^3 + 0.356s^2 + 0.776s + 7.145}{s + 13.73}$
	$T = 40$ мс	$q[kT] = 10.49\sqrt{3}\Omega_2[kT] + 5.74\sqrt{2}\Omega_2[kT] + 0.501\sqrt{\Omega_2[kT]} + 0.184\Omega_2[kT]$ $e[kT] = 0.0258\Omega_3[kT] - q[kT]$ $f[kT] = e[kT] + 0.645f[(k-1)T]$
	$T = 12$ мс	$q[kT] = 155.01\sqrt{3}\Omega_2[kT] + 25.47\sqrt{2}\Omega_2[kT] + 0.666\sqrt{\Omega_2[kT]} + 0.0736\Omega_2[kT]$ $e[kT] = 0.0103\Omega_3[kT] - q[kT]$ $f[kT] = e[kT] + 0.8585f[(k-1)T]$
$\frac{3}{2}$	$\Omega_0 = 9.96c^{-1}$	$H_p(s) = \frac{0.258s^3 + 6.293s^2 + 0.081s + 149.6}{s^2 + 26.5s + 388}$
	$T = 40$ мс	$q[kT] = 2.406\sqrt{3}\Omega_2[kT] + 2.347\sqrt{2}\Omega_2[kT] + 0.00121\sqrt{\Omega_2[kT]} + 0.0893\Omega_2[kT]$ $e[kT] = 0.0006\Omega_3[kT] - q[kT]$ $f[kT] = e[kT] + 1.141f[(k-1)T] - 0.373f[(k-2)T]$
	$T = 5$ мс	$q[kT] = 45.176\sqrt{3}\Omega_2[kT] + 5.51\sqrt{2}\Omega_2[kT] + 0.000355\sqrt{\Omega_2[kT]} + 0.00327\Omega_2[kT]$ $e[kT] = 0.0002189\Omega_3[kT] - q[kT]$ $f[kT] = e[kT] + 1.867f[(k-1)T] - 0.8755f[(k-2)T]$
$\frac{3}{3}$	$\Omega_0 = 11.32c^{-1}$	$H_p(s) = \frac{8.381s^3 + 141.2s^2 + 170.7s + 3668}{s^3 + 41.17s^2 + 852.5s + 8658.7}$
	$T = 40$ мс	$q[kT] = 1.836\sqrt{3}\Omega_2[kT] + 1.237\sqrt{2}\Omega_2[kT] + 0.0598\sqrt{\Omega_2[kT]} + 0.05142\Omega_2[kT]$ $e[kT] = 0.000014\Omega_3[kT] - q[kT]$ $f[kT] = e[kT] + 1.677f[(k-1)T] - 1.0179f[(k-2)T] + 0.219f[(k-3)T]$
	$T = 5$ мс	$q[kT] = 6.824\sqrt{3}\Omega_2[kT] + 0.4791\sqrt{2}\Omega_2[kT] + 0.00232\sqrt{\Omega_2[kT]} + 0.0002\Omega_2[kT]$ $e[kT] = 0.000000102\Omega_3[kT] - q[kT]$ $f[kT] = e[kT] + 2.836f[(k-1)T] - 2.684f[(k-2)T] + 0.8483f[(k-3)T]$

Повторение указанных процедур для ПР, имеющего  $\deg C(s)=3$ , приводит к результатам, отраженным в табл. 1 под индексом 3/3, и позволяет получить для оптимального такта квантования  $T = 5$  мс и  $\Omega_0 = 11.32$  рад/с переходные характеристики, приведенные на рис. 4, д. Из их анализа следует, что устранение высокочастотных пульсаций тока сопровождается заметными низкочастотными искажениями графика скорости, а также сужением линейной зоны работы ЭМС (ток превышает допустимое значение в 8 А).

В сложившейся ситуации принимаем решение о возврате к исходной и промежуточной структурам ПР, имеющим соответственно  $\deg C(s) = 1$  и  $\deg C(s) = 2$ , но с выбором более сложного и дорогого измерителя угла, формирующего 10000 импульсов при обороте вала.

Результаты выполнения указанных процедур приведены в табл. 1 под индексами 3/1 и 3/2 и представлены в виде соответствующих переходных характеристик на рис. 4, е, ж для оптимального такта  $T = 5$  мс.

Данные выполненных расчетов свидетельствует о том, что новая аппаратная база ИУУ с программой

реализации ПР в виде 3/2 (табл. 1) позволяет обеспечить максимальное приближение динамики цифровой ЭМС к ее аналоговому прототипу.

Оценка значений промежуточных координат оптимизированного цифрового регулятора при обработке ступенчатого изменения задающего сигнала на границе линейной зоны работы (рис. 4, ж) также указывает на необходимость использования слов двойной длины у выбранного МП.

В табл. 2 приведены значения цифровых сигналов в контрольных точках ПР вида 3/2 для случая  $T = 5$  мс.

Из их анализа следует, что реализация синтезированного регулятора требует масштабирующего коэффициента  $N = 10^5$ . При этом максимальные значения целочисленных цифровых сигналов будут достигать величины  $36.2 \cdot 10^5$ . Высокое быстродействие МП позволяет решить разностные уравнения ПР за период  $T = 5$  мс, однако следует учесть, что для выполнения сервисных функций остается минимальный резерв времени.

Табл.2

**Значения цифровых сигналов в контрольных точках  
полиномиального регулятора**

Промежуточные цифровые сигналы полиномиального регулятора	Пределы изменения цифровых сигналов
$45.176 \nabla^3 \Omega_2 [kT]$	-34.1 ... 34.1
$5.51 \nabla^2 \Omega_2 [kT]$	-2.0 ... 2.08
$0.000355 \nabla \Omega_2 [kT]$	-0.00004 ... 0.0001
$0.00327 \Omega_2 [kT]$	0 ... 0.04
$q [kT]$	-36.1 ... 36.2
$0.000219 \Omega_3 [kT]$	0.04093
$e [kT]$	-36.1 ... 36.1
$1.867 f [(k-1)T]$	-12.8 ... 3.9
$0.8755 f [(k-2)T]$	-6.002 ... 1.823
$f [kT]$	-8.4 ... 2.8

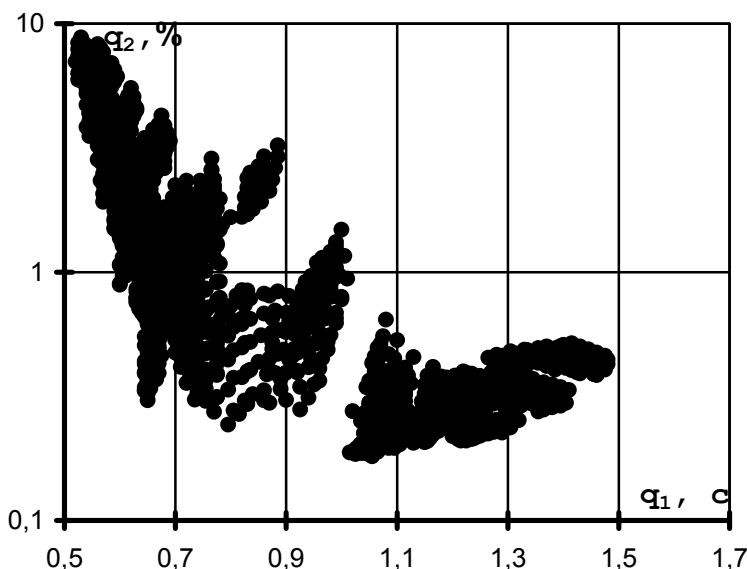


Рис. 5

На рис. 5 приведена область значений принятых критериев быстродействия и точности (в линейном и логарифмическом масштабах соответственно), рассчитанных методом регулярного поиска при вариациях всех параметров синтезированного ПР в пределах  $\pm 40\%$  с шагом  $5\%$ . Выделение зоны компромиссов Парето («юго-западная часть» области критериев) позволяет установить следующие значения оценок динамической точности САУ:  $q_2^{xop} = 0,2\%$  и  $q_2^{nl} = 9,0\%$ .

Анализ переходной характеристики ЭМС с выбранным вариантом ПР (рис.4, ж) показывает, что в системе обеспечивается следующее сочетание показателей качества  $t_n = 0,66$  с,  $\delta\Omega\% = 0,68\%$ , при  $\bar{q} = 0,769$ .

Выполнение процедуры поисковой оптимизации ПР в соответствии с уставленными ранее оценками критериев качества позволяет отыскать наилучшее сочетание показателей быстродействия и точности:  $t_n = 0,64$  с,  $\delta\Omega\% = 0,33\%$ , при  $\bar{q} = \bar{q}_{max} = 0,778$ . Они достигаются при уточненных значениях параметров цифрового ПР, приведенных в табл. 3.

Отсутствие значительных внешних возмущений и внутренних нелинейностей делает близкими соответствующие переходные характеристики ЭМС, синтезированных детерминированным (рис. 4, ж) и поисковым методами.

Однако в реальных условиях работа синтезированной ЭМС может быть осложнена влиянием неучтенных в расчетах нелинейных факторов и возмущений. Так, на рис. 4, з в виде кривой 1 показана переходная характеристика

системы, полученная под влиянием размагничивающей реакции якоря ЭД. Соответствующие показатели качества при этом оказываются существенно ниже ожидаемых величин:  $t_n = 1,34$  с,  $\delta\Omega\% = 0,163\%$ , при  $\bar{q} = \bar{q}_{max} = 0,636$ .

Повторное выполнение указанных поисковых процедур позволяет дополнительно скорректировать параметры регулятора (табл. 3) и обеспечить оптимальное решение задачи управления в реальных условиях работы ЭМС (рис. 4, з, график 2):  $t_n = 0,6$  с,  $\delta\Omega\% = 0,38\%$ , при  $\bar{q} = \bar{q}_{max} = 0,78$ .

Таким образом, результаты выполненных исследований наглядно иллюстрируют эффективность разработанной методики синтеза цифровых полиномиальных регуляторов ЭМС.

### Заключение

Таким образом, результаты выполненных исследований наглядно иллюстрируют эффективность разработанной методики синтеза цифровых полиномиальных регуляторов ЭМС.

## Результаты параметрической оптимизации регуляторов

Оптимизация полиномиального регулятора без учета нелинейностей	$H_p(s) = \frac{0.232s^3 + 6.922s^2 + 0.081s + 164.56}{s^2 + 21.2s + 426.8}$
	$q[kT] = 41.59\nabla^3\Omega_2[kT] + 6.20\nabla^2\Omega_2[kT] + 0.00036\nabla\Omega_2[kT] + 0.0037\Omega_2[kT]$ $e[kT] = 0.00002\Omega_3[kT] - q[kT]$ $f[kT] = e[kT] + 1.886f[(k-1)T] - 0.8955f[(k-2)T]$
Оптимизация полиномиального регулятора с учетом влияния реакции якоря электродвигателя	$H_p(s) = \frac{0.1189s^3 + 8.223s^2 + 0.081s + 195.5}{s^2 + 12.21s + 464.79}$
	$q[kT] = 22.17\nabla^3\Omega_2[kT] + 7.67\nabla^2\Omega_2[kT] + 0.00038\nabla\Omega_2[kT] + 0.0046\Omega_2[kT]$ $e[kT] = 0.00002\Omega_3[kT] - q[kT]$ $f[kT] = e[kT] + 1.921f[(k-1)T] - 0.9322f[(k-2)T]$

## Список литературы

1. Бесекерский В.А., Изранцев В.В. Системы автоматического управления с микро-ЭВМ. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
2. Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Элементы структурной оптимизации следящих электромеханических систем с модальным управлением // Изв. вузов. Электромеханика. – 1994. – № 1–2. – С. 25–31.
3. Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Системное проектирование линейных регуляторов состояния // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1995. – № 4. – С. 32–46.
4. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Линейные модели. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
5. Петров Ю.П. Синтез оптимальных систем управления при неполностью известных возмущающих силах. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1987. – 292 с.
6. Остром К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ. – М.: Мир, 1987. – 480 с.
7. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления. – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с.
8. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992. – 288 с.
9. Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Особенности применения теории модального управления при синтезе многодвигательных электромеханических систем // Изв. вузов. Электромеханика. – 1991. – № 12. – С. 27–33.
10. Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Определение размерности вектора состояния при синтезе управляемых динамических систем // Изв. вузов. Электромеханика. – 1995. – № 1–2. – С. 69–74.