

Расчет деформационной составляющей силы трения при скольжении тела по вязкоупругому основанию

Ноздрин М.А., канд. техн. наук, Маховская Ю.Ю., канд. физ.-мат. наук, Шептунов Б.В., асп.

Решена контактная задача о скольжении периодической шероховатой поверхности по деформируемому основанию, описываемому линейной одномерной моделью вязкоупругого материала со спектром времен релаксации в случае полного контакта поверхностей. Проведен расчет деформационной составляющей коэффициента трения в зависимости от скорости скольжения, нормальной нагрузки и параметров поверхностной шероховатости.

Ключевые слова: шероховатая поверхность, вязкоупругий материал, деформация, скорость скольжения, релаксация материала.

Calculation of deformation component of friction force while body slipping of visco-elastic basis

Nozdrin M.A., Candidate of Engineering Science, Mahovskaya U.U., Candidate of Physical and mathematical sciences, Sheptunov B.V., Graduate student

The contact problem of slip of periodic rough surface on the deformed basis circumscribed by linear unidimensional model of a visco-elastic material with a spectrum of relaxation times in case of a full contact of surfaces is resolved. The calculation of deformation component of friction coefficient in velocity function of slip, normal loading and parameters of a surface roughness is conducted.

Keywords: rough surface, visco-elastic material, deformation, velocity of the slide, relaxation of the material.

Введение. Сила трения скольжения возникает благодаря действию адгезионных явлений в контакте и деформационных механизмов [1, 2]. Вклад деформационной составляющей существенен при трении влажных шероховатых поверхностей, когда влияние адгезионных механизмов невелико, например, при скольжении автомобильной шины по влажному дорожному покрытию.

Анализ деформационной составляющей силы трения при скольжении жесткого выступа и периодической системы выступов по вязкоупругому основанию проведен в [3] для случая цилиндрических выступов и в [4, 5] для случая сферических выступов с дискретным контактом.

Ниже рассматривается случай полного контакта, при котором жесткое шероховатое тело контактирует с вязкоупругим телом по всей площади поверхности. Для описания вязкоупругих свойств основания используется линейная одномерная модель со спектром времен релаксации, которая позволяет более адекватно описать деформационные свойства материала в широком диапазоне скоростей и нагрузок, в отличие от моделей с одним временем релаксации, примененных в [3–5].

Постановка задачи. Рассмотрим контактную задачу об установившемся прямолинейном скольжении тела со скоростью v по вязкоупругому основанию (рис.1). Форма тела описывается функцией

$$f(x, y) = L - \frac{L}{4} \left(\cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right) + 1 \right) \left(\cos\left(\frac{2\pi y}{l}\right) + 1 \right). \quad (1)$$

Для описания свойств основания воспользуемся линейной одномерной моделью со спектром времен релаксации [6], в которой нормальные пе-

ремещения слоя $u(x, y, t)$ связаны с нормальными давлениями $p(x, y, t)$ соотношениями:

$$u(t) + \alpha_i \frac{\partial u(t)}{\partial t} = \frac{h}{E_i} \left(p_i(x) + \frac{\alpha_i}{\tau} \frac{\partial p_i(t)}{\partial t} \right), \quad p = \sum_{i=1}^N p_i, \quad (2)$$

где α_i – время релаксации; m – коэффициент пропорциональности между временем релаксации и временем ретардации материала; E_i/h – податливость материала для i -го времени релаксации; N – число членов спектра времен релаксации материала.

Пусть неподвижная система координат (x', y', z') связана с вязкоупругим основанием, а система координат (x, y, z) связана со скользящим шероховатым телом, так что $x' = x + vt$; $y' = y$; $z' = z$.

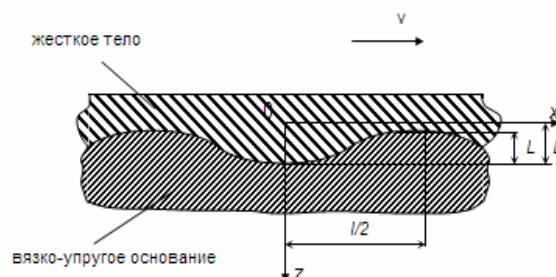


Рис. 1. Схема скольжения жесткого шероховатого тела по вязкоупругому основанию

Считаем движение установившимся по отношению к системе координат (x, y, z) , в которой смещения и напряжения не за-

висят от времени t и являются функциями только координат (x, y) .

В подвижной системе координат (x, y, z) система (2) принимает вид

$$u(x, y) - \alpha_i v \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} = \frac{h}{E_i} \left(p_i(x) - \frac{\alpha_i v}{\tau} \frac{\partial p_i(x, y)}{\partial x} \right). \quad (3)$$

Нормальные смещения вязкоупругого основания удовлетворяют условию контакта по всей поверхности

$$u(x, y) = D + f(x, y), \quad (4)$$

где D – сближение тел за счет деформирования.

Поскольку шероховатая поверхность описывается периодической функцией, контактные давления и смещения тоже являются периодическими функциями. Поэтому рассмотрим задачу в квадрате $x \in [-l/2, l/2], y \in [-l/2, l/2]$, содержащем один выступ шероховатой поверхности, и наложим на контактные давления условие периодичности.

Контактные давления удовлетворяют также условию равновесия

$$\int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^{l/2} p(x, y) dx dy = P, \quad (5)$$

где P – нормальная нагрузка, приложенная к одному выступу шероховатого тела.

Соотношения (1), (3)–(5) при заданных параметрах v, L, l, D позволяют определить контактное давление $p(x, y)$.

Метод решения. Для решения задачи воспользуемся методом полос [7]. Нормальные перемещения для j -й полосы представим в виде

$$u_j(x) = D_j + \frac{L_j}{2} \left(\cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right) - 1 \right), \quad (6)$$

где $D_j = \frac{L}{2} \left(\cos\left(\frac{2\pi y_j}{l}\right) - 1 \right) + D$ – внедрение j -й

полосы; $L_j = \frac{L}{2} \left(\cos\left(\frac{2\pi y_j}{l}\right) + 1 \right)$.

Для определения распределения давлений внутри произвольной полосы y_j решим уравнение (3), используя условия периодичности $p_j(-l/2) = p_j(l/2)$ и условие контакта (4). Получим выражение для определения контактных давлений в j -й полосе $p_j(x)$:

$$p_j(x) = \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \sum_{j=1}^M a_{ij} + \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \sum_{j=1}^M b_{ij} + \sum_{j=1}^M c_{ij}, \quad (7)$$

$$\text{где } a_{ij} = \frac{\frac{L_j E_i}{2h} \left(\left(\frac{\tau}{\alpha_i v} \right)^2 + \tau \left(\frac{2\pi}{l} \right)^2 \right)}{\left(\frac{2\pi}{l} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{\alpha_i v} \right)^2}; \quad b_{ij} = \frac{\frac{L_j \tau E_i}{\alpha_i v h} (\tau - 1)}{\left(\frac{2\pi}{l} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{\alpha_i v} \right)^2};$$

$$c_{ij} = \frac{E_i}{h} \left(D_j - \frac{L_j}{2} \right).$$

Определяя экстремумы давления $p_0(x)$ для центральной полосы из соотношения $\frac{dp_0(x)}{dx} = 0$, находим минимальное давление в центральной

полосе p_0^{\min} . Условием полного контакта является неравенство $p_0^{\min}(x) \geq 0$, из которого определим минимальное внедрение, необходимое для поддержания полного контакта:

$$D_{\min} = \frac{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^M a_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^M b_i \right)^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{E_i}{h}} + \frac{L}{2}. \quad (8)$$

При $D > D_{\min}$ имеет место дискретный контакт.

Определение силы трения. Зная контактное давление $p_j(x)$ в каждой полосе, можно определить его проекции на оси x и z :

$$p_{xj} = \frac{p_j(x) \frac{L_j \pi}{l} \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{L_j \pi}{l} \right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi x}{l}\right)}};$$

$$p_{zj} = \frac{p_j(x)}{\sqrt{1 + \left(\frac{L_j \pi}{l} \right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi x}{l}\right)}}.$$

Получим проекции сил, действующих со стороны выступа на основание:

$$P_x = 2\Delta y \sum_{j=1}^M \int_{-l/2}^{l/2} p_{xj} dx; \quad P_z = 2\Delta y \sum_{j=1}^M \int_{-l/2}^{l/2} p_{zj} dx,$$

где M – число полос; нормальная составляющая P_z представляет собой нагрузку, приложенную к выступу; тангенциальная проекция P_x направлена против движения выступа и представляет собой деформационную составляющую силы трения, которая связана с гистерезисными потерями в вязкоупругом материале [3].

Таким образом, можно рассчитать деформационную составляющую коэффициента трения

$$\mu = P_z / P_x \quad (9)$$

в зависимости от v, L, l, D , а также параметров вязкоупругого материала. Используя итерационный принцип, можно рассчитать величину деформационной составляющей коэффициента трения при заданной нагрузке на выступ. Нагрузка, действующая на площадь поверхности размера $m \times m$, рассчитывается как $F_z = P_z m^2 / l^2$.

Результаты расчета. Для описания релаксационных свойств материала использована зависимость между податливостью и временем релаксации (рис. 2). Для расчетов применялся соответствующий дискретный спектр времен релаксации и податливостей из 66 членов.

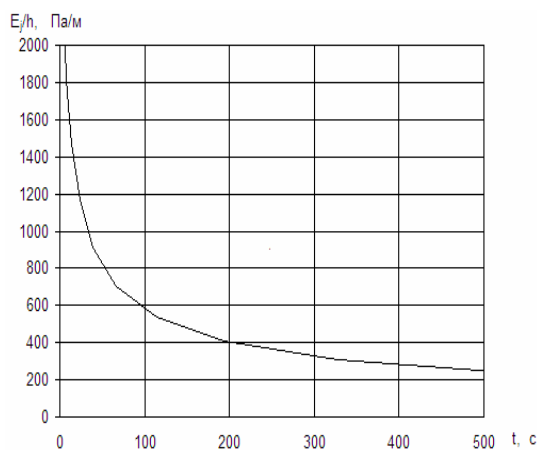


Рис. 2. Спектр времен релаксации материала

Распределение контактного давления, которое соответствует минимальному внедрению для поддержания полного контакта при скорости $v = 0,1$ м/с и параметрах шероховатости $l = 0,006$ м, $L = 0,0003$ м, показано на рис. 3.

Распределение давления имеет несимметричную форму относительно оси симметрии выступа, что приводит к появлению тангенциальной силы (деформационной составляющей силы трения), действующей на выступ.

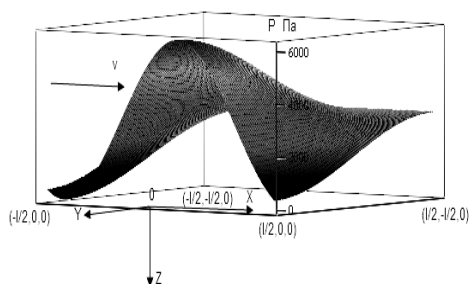


Рис. 3. Распределение контактного давления для одного выступа шероховатости (ось z – ось симметрии выступа)

Зависимости коэффициента трения (9) от скорости при постоянной нагрузке $F_z = 375,5$ Н, действующей на площадку размера $m \times m$ ($m = 0,1$ м), для $l = 0,006$ м и $0,003$ м показаны на рис. 4 (кривые 1 и 2, соответственно). Коэффициент трения увеличивается при увеличении скорости скольжения v . Как известно [3], при использовании обобщенной модели Кельвина (2) зависимость деформационной составляющей коэффициента трения от скорости является немонотонной и имеет максимум. Однако при числовых параметрах, используемых для получения результатов (рис. 4), этот максимум не достигается в условиях полного контакта, так как при увеличении скорости v происходит переход к дискретному контакту. Увеличение частоты расположения выступов (уменьшение периода) приводит к увеличению коэффициента трения, что связано с уменьшением радиуса вершины неровности и соответствующим увеличением гистерезисных потерь в вязкоупругом материале.

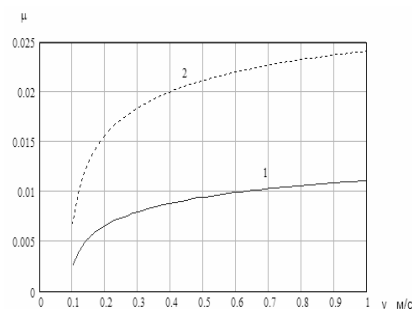


Рис. 4. Зависимость коэффициента трения от скорости скольжения при различных значениях периода расположения неровностей

Зависимости коэффициента трения от нормальной нагрузки при постоянной скорости $v = 0,1$ для $L = 0,0003$ и $0,00015$ показаны на рис. 5 (кривые 1 и 2, соответственно).

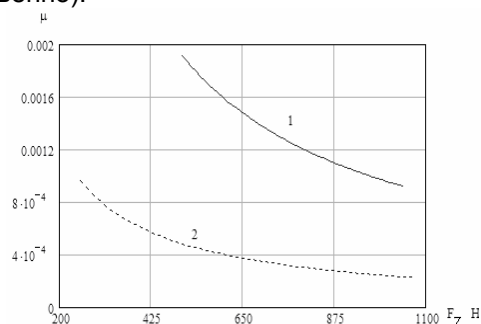


Рис. 5. Зависимость коэффициента трения от нормальной нагрузки при различной высоте выступов шероховатой поверхности.

Результаты показывают, что при увеличении нагрузки на единичную площадь коэффициент трения уменьшается. Этот эффект связан с тем, что контакт происходит по всей поверхности (является полным), поэтому площадь контакта не изменяется с увеличением нагрузки. В условиях дискретного контакта увеличение нагрузки, напротив, приводит к увеличению коэффициента трения [5], так как при этом происходит увеличение площади фактического контакта и, соответственно, увеличение гистерезисных потерь. Увеличение высоты выступов приводит к увеличению деформационной составляющей силы трения.

Список литературы

1. Крагельский И.В. Трение и износ. – М.: Машиностроение, 1968.
2. Ахматов А.С. Молекулярная физика граничного трения. – М.: Физматгиз, 1963.
3. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. – М.: Наука, 2001.
4. Морозов А.В., Маховская Ю.Ю. Теоретико-экспериментальная оценка деформационной составляющей коэффициента трения // Трение и износ. – 2007. – Т. 28. – № 4. – С. 335–344.

5. **Любичева А.Н.** Анализ взаимного влияния пятен контакта при скольжении периодической системы неровностей по вязкоупругому основанию винклеровского типа // Трение и износ. – 2008. – Т. 29. – № 2. – С. 125–133.

6. **Бленд Д.** Теория линейной вязкоупругости. – М.: Мир, 1965.

7. **Kalker J.J.** A strip theory for rolling with slip and spin // Proc. Kon.Ned.Akad.van Wetenschappen. – 1967(B70). – N1. – P. 10–6.

Ноздрин Михаил Александрович,
Ивановский государственный энергетический университет,
кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики,
e-mail: tipm@tipm.ispu.ru

Маховская Юлия Юрьевна,
Институт проблем механики РАН (г. Москва),
кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник,
e-mail: tipm@tipm.ispu.ru

Шептунов Борис Васильевич,
Ивановский государственный энергетический университет,
аспирант кафедры теоретической и прикладной механики,
e-mail: tipm@tipm.ispu.ru